TUGAS AKHIR – KM184801

PERBANDINGAN METODE KALMAN FILTER DAN ENSEMBLE KALMAN FILTER UNTUK ESTIMASI MOMENTUM AIR DAN KECEPATAN BALING-BALING PADA MODEL *BOW THRUSTER AUTONOMOUS SURFACE VEHICLE*

MAYGA KIKI
06111640000034

Dosen Pembimbing
Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si
Hendro Nurhadi, Dipl.-Ing., Ph.D

Departemen Matematika
Fakultas Sains dan Analitika Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2020

TUGAS AKHIR – KM184801

PERBANDINGAN METODE KALMAN FILTER DAN ENSEMBLE KALMAN FILTER UNTUK ESTIMASI MOMENTUM AIR DAN KECEPATAN BALING-BALING PADA MODEL *BOW THRUSTER AUTONOMOUS SURFACE VEHICLE*

MAYGA KIKI
NRP. 06111640000034

Dosen Pembimbing
Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si
Hendro Nurhadi, Dipl.-Ing., Ph.D

DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Sains Dan Analitika Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2020

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

FINAL PROJECT – KM184801

THE COMPARISON BETWEEN KALMAN FILTER AND ENSEMBLE KALMAN FILTER METHOD FOR ESTIMATION OF SECTION AVERAGE FLOW VELOCITY AND MOTOR ROTATIONAL RATE OF AUTONOMOUS SURFACE VEHICLE IN A BOW THRUSTER MODEL

MAYGA KIKI
NRP. 06111640000034

Supervisors :
Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si
Hendro Nurhadi, Dipl.-Ing., Ph.D

DEPARTEMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Science and Analytical Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2020

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

LEMBAR PENGESAHAN

PERBANDINGAN METODE KALMAN FILTER DAN ENSEMBLE KALMAN FILTER UNTUK ESTIMASI MOMENTUM AIR DAN KECEPATAN BALING-BALING PADA MODEL *BOW THRUSTER AUTONOMOUS SURFACE VEHICLE*

THE COMPARISON BETWEEN KALMAN FILTER AND ENSEMBLE KALMAN FILTER METHOD FOR ESTIMATION OF SECTION AVERAGE FLOW VELOCITY AND MOTOR ROTATIONAL RATE OF AUTONOMOUS SURFACE VEHICLE IN A BOW THRUSTER MODEL

TUGAS AKHIR

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika Program Sarjana Departemen Matematika Fakultas Sains Dan Analitika Data Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh :

Mayga Kiki

NRP. 06111640000034

Menyetujui,

Dosen Pembimbing II

Hendro Nurhadi. Dipl-Ing. Ph.D

NIP. 19751120 200212 1 002

Dosen Pembimbing I

Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si

NIP. 19830517 200812 1 003

Mengetahui,

Ketua Departemen Matematika FSAD-ITS

Subchan, Ph.D

NIP. 19710513 199702 1 001

Surabaya, 19 Agustus 2020

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

PERBANDINGAN METODE KALMAN FILTER DAN ENSEMBLE KALMAN FILTER UNTUK ESTIMASI MOMENTUM AIR DAN KECEPATAN BALING-BALING PADA MODEL *BOW THRUSTER AUTONOMOUS SURFACE VEHICLE*

Nama : Mayga Kiki
NRP : 06111640000034
Jurusan : Matematika FSAD ITS
Pembimbing : 1. Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si
2. Hendro Nurhadi, Dipl.-Ing., Ph.D

ABSTRAK

Autonomous Surface Vehicle (ASV) merupakan sebuah wahana berbentuk kapal dipermukaan air yang dapat bergerak tanpa awak secara otomatis, sehingga dibutuhkan sistem pengendali otomatis. Sistem bow thruster berfungsi sebagai kendali alat gerak pendorong dalam operasi kerja kapal. Pada penelitian ini, dilakukan estimasi momentum air dan kecepatan baling-baling berdasarkan model dinamik *bow thruster*. Metode estimasi yang digunakan adalah metode Kalman Filter dan *Ensemble* Kalman Filter. Hasil estimasi pada kondisi *tunnel thruster* menunjukkan bahwa RMSE oleh metode *Ensemble* Kalman Filter relative lebh kecil yaitu 0,7920 dan 0,1352, sedangkan hasil estimasi pada kondisi *open-bladed thruster* menunjukkan bahwa RMSE oleh metode Kalman Filter relative lebih kecil yaitu 1,9957 dan 2,0609.

***Kata kunci**: Autonomous Surface Vehicle (ASV), Bow thruster, Kalman Filter, Ensemble Kalman Filter.*

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

THE COMPARISON BETWEEN KALMAN FILTER AND ENSEMBLE KALMAN FILTER METHOD FOR ESTIMATION OF SECTION AVERAGE FLOW VELOCITY AND MOTOR ROTATIONAL RATE OF AUTONOMOUS SURFACE VEHICLE IN A BOW THRUSTER MODEL

Name	: Mayga Kiki
NRP	: 06111640000034
Department	: Matematika FSAD ITS
Supervisors	: 1. Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si
	2. Hendro Nurhadi, Dipl.-Ing., Ph.D

ABSTRACT

Autonomous Surface Vehicle (ASV) is a boat-shaped-vehicle that can move automatically, so control system is required. Bow thruster system have a function an actuator for the ship operation. In this research, we estimate motor rotation rate and section average flow velocity based on thruster dynamic model. The methods of estimation will use in this research is method Kalman Filter and Ensemble Kalman Filter. The estimation result based on tunnel thruster test have RMSE 0,7920 *and* 0,1352 *using Ensemble Kalman Filter method, the estimation result based on open-bladed thruster have RMSE value* 1,9957 *and* 2,0609 *using Kalman Filter method.*

Keywords*: Autonomous Surface Vehicle (ASV), Bow thruster, Kalman Filter, Ensemble Kalman Filter.*

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul

Perbandingan Metode Kalman Filter Dan Ensemble Kalman Filter Untuk Estimasi Momentum Air dan Kecepatan Baling-Baling Pada Model *Bow thruster Autonomous Surface Vehicle*

Sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Departemen Matematika FSAD Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya. Sholawat serta salam tak lupa tercurahkan kepada Baginda Nabi Muhammad SAW.

Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan baik berkat bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terimakaih dan penghargaan kepada :

1. Bapak Subchan, Ph.D selaku Ketua Departemen Matematika ITS dan Ibu Dr. Dwi Ratna Sulistyaningrum, S.Si, MT selaku Sekretaris Departemen bidang akademik Matematika ITS yang telah memberikan dukungan dan bimbingan selama perkuliahan hingga terselesaikannya Tugas Akhir ini.
2. Bapak Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si dan Bapak Hendro Nurhadi, Dipl.-Ing., Ph.D selaku dosen pembimbing atas segala bimbingan dan motivasinya kepada penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir ini sehingga dapat terselesaikan dengan baik.
3. Bapak Dr. Budi Setiyono, S.Si, MT selaku Sekretaris Departemen bidang kemahasiswaan yang telah memberikan banyak bantuan dalam proses pengumpulan Tugas Akhir ini.

4. Prof. DR. Mohammad Isa Irawan, MT selaku dosen wali yang telah memberikan arahan akademik selama penulis menempuh perkuliahan.
5. Bapak dan Ibu dosen serta para staff Jurusan Matematika ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.
6. Bapak Teguh Herlambang selaku dosen UNUSA yang telah memberikan arahan dalam pengerjaan tugas akhir.
7. Kedua orang tua saya, Bapak Gatot dan Ibu Nining yang selalu mendoakan, menyemangati, dan memberikan saran terbaik untuk penulis selama penulis menempuh kuliah di Departemen Matematika FSAD ITS hingga penulis bisa mencapai titik ini.
8. Teman tugas akhir, Theresya Beatriz yang memberikan nasehat dan masukan positif untuk penulis agar terus semangat.
9. Rini Agustin, Novia HR , Abdul Malik Baharudin, Frizky Yoga Pratama, Erino, Muhammad Rizal Fadlilah, dan Syafira Fadilah merupakan teman terbaik yang selalu ada saat penulis membutuhkan.
10. Teman-teman mahasiswa Matematika ITS khususnya LEMNISCATE yang telah memberikan masa-masa berkesan bagi penulis selama menjadi bagian dari mereka.
11. Temen-temen Ibnu Muqlah dan Student Welfare yang telah memberikan pembelajaran bagi penulis saat menjadi bagian dari fungsionaris selama 2 periode kepengurusan.
12. Semua pihak yang tidak bisa penulis sebutkan satu-persatu, terima kasih telah memberikan saran, dukungan, motivasi dan membantu sampai terselesaikannya Tugas Akhir ini.

Penulis juga menyadari bahwa dalam Tugas Akhir ini masih terdapat kekurangan. Oleh sebab itu, kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan pada

Tugas Akhir ini. Akhirnya, penulis berharap semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi banyak pihak.

Surabaya, Mei 2020

Penulis

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL i
LEMBAR PENGESAHAN v
ABSTRAK vii
ABSTRACT ix
KATA PENGANTAR xi
DAFTAR ISI xiv
DAFTAR SIMBOL xix
DAFTAR TABEL xiv
DAFTAR GAMBAR xxiii
BAB I PENDAHULUAN 1
1.1 Latar Belakang 1
1.2 Rumusan Masalah 3
1.3 Batasan Masalah 4
1.4 Tujuan 5
1.5 Manfaat 6
1.6 Sistematika Penulisan Tugas Akhir 6
BAB II TINJAUAN PUSTAKA 9
2.1 Penelitian Terdahulu 9
2.2 *Autonomous Surface Vehicle* 10
2.3 *Bow Thruster* 10
2.4 Model Matematika *Bow Thruster* 11
2.5 Linearisasi 13
2.6 Kestabilan 16
2.7 Keteramatan 17
2.8 Metode *Zero-Order-Hold* 19
2.9 Metode Kalman Filter 20
2.10 Metode Ensemble Kalman Filter 22
BAB III METODE PENELITIAN 27
3.1 Studi Literatur 27
3.2 Linierisasi Model *Bow thruster* 27
3.3 Analisis Kestabilan dan Keteramatan Model *Bow thruster* 27

3.4 Diskritisasi Model 27
3.5 Implementasi metode Kalman Filter 28
3.6 Implementasi metode *Ensemble* Kalman Filter 28
3.7 Simulasi, Analisis Hasil dan Pembahasan 29
3.8 Penarikan Kesimpulan dan Saran 29
3.9 Pembuatan Laporan Tugas Akhir 29
3.10 Diagram Alir Penelitian..... 30
BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN..... 330
4.1 Model Bow thruster *Autonomous Surface Vehicle* (ASV)..... 33
4.2 Linierisasi Model *Bow thruster* 33
4.2.1 Sistem Linearisasi Uji *Tunnel Thruster* ... 41
4.2.2 Sistem Linearisasi pada Uji *Open-Bladed Thrutser*..... 42
4.3 Analisis Kestabilan dan Keteramatan Model *Bow thruster*..... 43
4.3.1 Kestabilan dan Keteramatan pada Uji *Tunnel thruster*..... 43
4.3.2 Kestabilan dan Keteramatan pada Uji *Open-Bladed Thrutser* 45
4.4 Diskritisaasi Model *Bow thruster* 46
4.4.1 Diskritisasi Model Uji *Tunnel Thruster* ... 47
4.4.2 Diskritisasi Model pada Uji *Open-Bladed Thrutser*..... 47
4.5 Bentuk Umum Persamaan Dari Sistem dan Pengukuran..... 47
4.5.1 Model Sistem dan Model Pengukuran Uji *Tunnel thruster* 47
4.5.2 Model Sistem dan Model Pengukuran Uji *Open-Bladed Thrutser*..... 49
4.6 Implementasi Metode Kalman Filter 50
4.6.1 Implementasi Metode Kalman Filter Uji *Tunnel Truster*..... 51
4.6.2 Implementsi Metode Kalman Filter Uji *Open-Bladed Thrutser*..... 52

4.7 Implementasi Metode Ensemble Kalman Filter 53
4.7.1 Implementasi Metode Ensemble Kalman Filter pada Uji *Tunnel Truster*.....56
4.7.2 Implementasi Metode Ensemble Kalman Filter pada Uji *Open-Bladed Thrutser*.....57
4.8 Simulasi dan Analisis Hasil 57
4.8.1 Simulasi I.....58
4.8.2 Simulasi II.....61
4.8.3 Simulasi III 64
4.8.3.1 Variasi Nilai kovarian Error Berdasarkan Uji *Tunnel Thruster* ……..65
4.8.3.2 Variasi Nilai kovarian Error Berdasarkan Uji *Open-Bladed Thruster* ..71
BAB V PENUTUP.....79
5.1 Kesimpulan.....79
5.2 Saran.....80
DAFTAR PUSTAKA.....81
BIODATA PENULIS.....83

"Halaman ini sengaja dikosongkan"

DAFTAR SIMBOL

ω_m	=	Kecepatan baling-baling (rad/sec)
U_a	=	Momentum air (m/s)
U_0	=	Kecepatan kapal (m/s)
T	=	Gaya *thruster* (N)
Vs	=	Voltase motor (volt)
Q	=	Torsi *propeller* (Nm)
N	=	Rasio gear
R	=	Jari-jari *propeller* (m)
p	=	Sudut baling-baling (rad)
A	=	Luas penampang *tunnel* (m^2)
$Drag$	=	Gaya tarik (N)
θ	=	Sudut (rad)
γ	=	Rasio massa tambahan
α_e	=	Sudut serang (rad)
ρ	=	Massa jenis air (kg/m^3)
$Lift$	=	Gaya angkat (N)
L	=	Panjang trowongan (m)
D	=	Diameter *propeller* (m)
$\Delta\beta$	=	Koefisien momentum

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

DAFTAR TABEL

Tabel 1.1 Parameter dari Uji *Tunnel Thruster*…….……..……...4
Tabel 1.2 Parameter dari Uji *Open-Bladed Thruster*…….……..…....5
Tabel 2.1 Variabel Model *Bow Thruster*…….……...12
Tabel 2.2 Parameter Model *Bow Thruster*……..…….……..…....12
Tabel 2.3 Algoritma Kalman Fiter……..……..…....23
Tabel 2.4 Algoritma *Ensemble* Kalman Filter……...……...25
Tabel 4.1 Nilai RMSE dari ω_m dan U_a Berdasarkan Uji *Tunnel Thruster* ……..……...……..……...61
Tabel 4.2 Nilai RMSE dari ω_m dan U_a Berdasarkan Uji *Open-Bladed Thrutser* ……..……...…….……..…...……..64
Tabel 4.3 Nilai RMSE dari ω_m dan U_a Dengan Variansi Nilai Kovarian *Noise* Berdasarkan Uji *Tunnel Thruster* ….…...…...…...71
Tabel 4.4 Nilai RMSE dari ω_m dan U_a Dengan Variansi Nilai Kovarian *Noise* Berdasarkan Uji *Open-Bladed Thrutser* ……..…...78

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 *Bow Thruster* ……..……..……..…….....11
Gambar 3.1 Diagram Alir Metode Penelitian…….……...30
Gambar 3.2 Diagram Alir Metode Kalman Filter……..…….....31
Gambar 3.3 Diagram Alir Metode *Ensemble* Kalman Filter ……...31
Gambar 4.1 Estimasi Kecepatan Baling-Baling (ω_m) Berdasarkan Uji *Tunnel thruster* ……..…….....59
Gambar 4.2 Estimasi Momentum Air (U_a) Berdasarkan Uji *Tunnel thruster* ……..…….....60
Gambar 4.3 Estimasi Kecepatan Baling-Baling (ω_m) Berdasarkan Uji *Open-Bladed Thrutser* ……..…….....62
Gambar 4.4 Estimasi Momentum Air (U_a) Berdasarkan Uji *Open-Bladed Thrutser* ……..……...63
Gambar 4.5 Estimasi Kecepatan Baling-Baling (ω_m) Berdasarkan Uji *Tunnel Thruster* dengan Nilai Kovarian *Noise* 0,6 ….……..…...65
Gambar 4.6 Estimasi Momentum Air (U_a) Berdasarkan Uji *Tunnel Thruster* dengan Nilai Kovarian *Noise* 0,6 ……...…...66
Gambar 4.7 Estimasi Kecepatan Baling-Baling (ω_m) Berdasarkan Uji *Tunnel Thruster* dengan Nilai Kovarian *Noise* 0,8 ……....…….....67
Gambar 4.8 Estimasi Momentum Air (U_a) Berdasarkan Uji *Tunnel Thruster* dengan Nilai Kovarian *Noise* 0,8 …….……...68
Gambar 4.9 Estimasi Kecepatan Baling-Baling (ω_m) Berdasarkan Uji *Tunnel Thruster* dengan Nilai Kovarian *Noise* 1 ….……....69
Gambar 4.10 Estimasi Momentum Air (U_a) Berdasarkan Uji *Tunnel Thruster* dengan Nilai Kovarian *Noise* 1 ….……..…....70
Gambar 4.11 Estimasi Kecepatan Baling-Baling (ω_m) Berdasarkan Uji *Open-Bladed Thruster* dengan Nilai Kovarian *Noise* 0,6 ..……72
Gambar 4.12 Estimasi Momentum Air (U_a) Berdasarkan Uji *Open-Bladed Thruster* dengan Nilai Kovarian *Noise* 0,6 ….……...73
Gambar 4.13 Estimasi Kecepatan Baling-Baling (ω_m) Berdasarkan Uji *Open-Bladed Thruster* dengan Nilai Kovarian *Noise* 0,8 …..…74

Gambar 4.14 Estimasi Momentum Air (U_a) Berdasarkan Uji *Open-Bladed Thruster* dengan Nilai Kovarian *Noise* 0,8 ……....75
Gambar 4.15 Estimasi Kecepatan Baling-Baling (ω_m) Berdasarkan Uji *Open-Bladed Thruster* dengan Nilai Kovarian *Noise* 1 ….……..76
Gambar 4.16 Estimasi Momentum Air (U_a) Berdasarkan Uji *Open-Bladed Thruster* dengan Nilai Kovarian *Noise* 1 …….....77

BAB I
PENDAHULUAN

Pada bab ini dijelaskan mengenai hal-hal yang menjadi latar belakang permasalahan yang dibahas dalam Tugas Akhir. Permasalahan-permasalahan tersebut disusun ke dalam suatu rumusan masalah. Selanjutnya dijabarkan juga batasan masalah untuk mendapatkan tujuan yang diinginkan serta manfaat yang diperoleh dari Tugas Akhir.

1.1 Latar Belakang

Indonesia merupakan negara kepulauan, terdiri atas 17.508 pulau, dengan sekitar dua pertiga wilayahnya berbentuk laut, dan terdiri atas beberapa kelompok atau gugus pulau utama [1]. Hal tersebut dapat memberikan peluang pendapatan bagi negara khususnya pada sektor pariwisata perairan laut. Seiring dengan perkembangan teknologi modern yang sangat pesat di berbagai bidang, berdampak juga pada perkembangan transportasi laut yaitu berupa kendaraan permukaan air tanpa awak yang dapat bergerak secara otomatis, *Autonomous Surface Vehicle* (ASV) atau *Unmanned Surface Vehicle* (USV). USV dikendalikan otomatis dengan memberikan perintah seperti *waypoint* [2]. ASV dapat digunakan selain sebagai kapal riset juga dapat digunakan sebagai kapal survey, inspeksi keadaan sekitar sungai, survey seismik, operasi penyelamatan dan lain-lain. Pemanfaatan ASV untuk menjadi kapal riset sudah dilakukan di beberapa negara, sebagian besar melakukan penelitian di sungai maupun laut lepas secara otomatis.

Dalam bidang transportasi, khususnya bidang transportasi laut suatu kapal di tuntut untuk bekerja secara optimal. Salah satu cara untuk menunjang kelancaran pada pelayaran suatu kapal dibutuhkan pesawat bantu yang menunjang kapal saat bermanuver adalah *bow thruster* sebagai baling-baling pendorong yang berada di haluan kapal. Manuver kapal adalah kamampuan kapal untuk berbelok dan berputar

saat kapal akan sandar atau tolak dari pelabuhan. Kemampuan ini sangat menentukan keselamatan kapal, khususnya saat kapal beroperasi di perairan terbatas atau beroperasi di sekitar pelabuhan. Pemasangan *bow thruster* juga dapat memperbesar kemampuan manuver sebuah kapal dengan memanfaatkan energi putaran dari propeller pada *tunnel thruster* suatu kapal, arah dari kapal dapat dibelokkan dengan lebih cepat dibanding kapal tanpa *bow thrutser*. Dengan mengandalkan kemapuan *bow thruster* ini dapat dikembangkan dengan memberikan tambahan pada bagian *tunnel thruster*. Tambahan tersebut, yakni dengan memberikan penutup pada *bow thruster* yang dapat terbuka dan tertutup. Fungsi dari penutup tunnel ini tidak hanya sebagai pembuka dan penutup saja, namun lebih mengarah pada penambahan kemampuan manuver kapal yang memanfaatkan *bow thruster* [3].

Dalam pelayaran suatu kapal, proses manuver dapat terganggu apabila pesawat *bow thruster* tidak beroperasi dengan normal.Tidak dapat dipungkiri bahwa gangguan (*noise*) dapat berasal dari sistem *bow thruster* itu sendiri. Gangguan dapat terjadi apabila pesawat *bow thruster* yang mempunyai fungsi untuk mempelancar olah gerak mengalami kerusakan, sehingga sistem operasi dari *bow thruster* yatiu memberikan gaya dorong melintang pada haluan kapal terganggu [4].

Untuk mengatasi gangguan dalam pelayaran suatu kapal dapat diatasi dengan sistem pengendali yang dilengkapi dengan suatu estimator. Estimator digunakan untuk memberikan prediksi terhadap variabel-variabel pada kapal akibat gangguan yang terjadi. Salah satu algoritma untuk melakukan estimasi pada suatu sistem keadaan dari model dinamik diperkenalkan oleh Rudolph E. Kalman (1960) [5]. Algoritma ini disebut sebagai Kalman Filter, yaitu suatu algoritma yang dapat diimplementasikan pada suatu model dinamik linier stokastik.

Pada penelitian terdahulu telah dilakukan penelitian tentang estimasi. Pada tahun 2013, Nathanael Leon Gozali, Aulia Siti Aisjah, Erna Apriliani melakukan penelitian yang berjudul “Estimasi Variabel Dinamik Kapal Menggunakan Metode Kalman Filter”. Penelitian

tersebut bertujuan untuk merancang sebuah estimator Kalman Filter pada kondisi *noise* dari alat ukur, noise dari sistem kapal dan ketidaktepatan dalam pemodelan. Variabel dinamik kapal yang diestimasi untuk keperluan steering adalah dinamika *sway-yaw* dengan variabel kecepatan sudut, posisi sudut dan kecepatan arah sway. Hasil dari penerapan Algoritma Kalman Filter pada simulasi tersebut didapatkan nilai estimasi pada ketiga variable dinamik kapal dengan presentase integral absolut *error* dari sistem dengan *noise* sistem dan *noise* pengukuran [6]. Pada tahun 2019, Hendro Nurhadi, Teguh Herlambang dan Dieky Adzkiya melakukan penelitian yang berjudul "*Position Estimation of Touristant ASV Using Ensemble Kalman Filter*". Pada Penelitian tersebut dilakukan estimasi terhadap posisi dan gerak *ASV* karena pengaruh kecepatan angin dan ketinggian gelombang dengan menerapkan algoritma Ensemble Kalman Filter. Hasil dari penerapan algoritma Ensemble Kalman Filter didapatkan posisi *error* terkecil dan memiliki tingkat akurasi yang tinggi [7]. Sedangkan penelitian mengenai *bow thruster* salah satunya yaitu penelitian Healey, A.J at al. pada tahun 1995 yang berjudul *"Toward an Improved Understanding of Thruster Dynamics for Underwater Vehicles"* yang menghasilkan sistem kendali gerak pada thruster yaitu momentum air dan kecepatan baling-baling yang merupakan model dinamik thruster [8]. Namun, pengaruh *noise* terhadap momentum air dan kecepatan baling-baling dengan menggunakan model dinamik thruster belum diteliti. Hal ini yang melatarbelakangi penelitian oleh penulis. Sehingga pada Tugas Akhir ini penulis tertarik melakukan penelitian yang berjudul "Perbandingan Metode Kalman Filter dan Ensemble Kalman Filter untuk Estimasi Momentum Air dan Kecepatan Baling-Baling pada *Bow Thruster Autonomous Surface Vehicle (ASV)*"

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah disajikan, permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian Tugas Akhir ini, sebagai berikut:

1. Bagaimana langkah-langkah estimasi dari momentum air dan kecepatan baling-baling dengan menggunakan metode Kalman Filter dan Ensemble Kalman Filter?
2. Bagaimana pengaruh *noise* terhadap akurasi hasil estimasi dengan menggunakan metode Kalman Filter dan metode Ensemble Kalman Filter?
3. Bagaimana hasil simulasi estimasi momentum air dan kecepatan baling-baling dari perbandingan metode Kalman Filter dan Ensemble Kalman Fitler pada model *bow thruster Autonomous Surface Vehicle* (ASV)?

1.3 Batasan Masalah

Ruang lingkup permasalahan yang akan dibahas dalam proposal Tugas Akhir ini, sebagai berikut:

1. Parameter yang digunakan adalah uji *tunnel thruster* pada Tabel 1.1 dan uji *open-bladed thrutser* pada Tabel 1.2 yang diambil dari referensi [8].

a. Parameter dari Uji *tunnel thruster* :

Tabel 1.1 Parameter dari Uji *tunnel thruster*

C_{Lmax}	1.75	A	$0.00445\ m^2$
C_{Dmax}	1.2	D	$0.0762\ m$
$\Delta\beta$	0.2	R	$^{D}/_{2}\ m$
γ	0.5	L	$0.4191\ m$
K_1	70.15	N	2

K_2	1133.2	ρ	$998\ {}^{kg}/_{m^3}$
K_h	17.790	p	${}^{\pi}/_{6}\ rad$
K_3	0.954	K_4	0.910

b. Parameter dari Uji *open-bladed thruster* :

Tabel 1.2 Parameter dari Uji *open-bladed thrutser*

C_{Lmax}	2	A	$0.00445\ m^2$
C_{Dmax}	0.5	D	$0.15\ m$
$\Delta\beta$	1.7	R	${}^{D}/_{2}\ m$
γ	2.26	L	$0.10\ m$
K_1	10.8	N	2
K_2	0.65	ρ	$998\ {}^{kg}/_{m^3}$
K_h	8333	p	${}^{\pi}/_{4}\ rad$
K_3	4.0	K_4	30.0

2. Simulasi menggunakan *software* MATLAB

1.4 Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah tersebut, tujuan Tugas Akhir ini sebagai berikut:

1. Menganalisis langkah-langkah estimasi dari momentum air dan kecepatan baling-baling dengan menggunakan metode Kalman Filter dan *Ensemble* Kalman Filter.
2. Menganalisis pengaruh *noise* terhadap akurasi hasil estimasi dengan menggunakan metode Kalman Filter dan metode *Ensemble* Kalman Filter.
3. Menganalisis hasil simulasi estimasi momentum air dan kecepatan baling-baling dari perbandingan metode Kalman Filter dan *Ensemble* Kalman Filter pada model *bow thruster Autonomous Surface Vehicle* (ASV)

1.5 Manfaat

Adapaun manfaat dari Tugas Akhir ini sebagai berikut:

1. Diperoleh wawasan dan pengetahuan mengenai estimasi dengan menggunakan metode Kalman Filter dan metode *Ensemble* Kalman Filter terutama untuk model *bow thruster*.
2. Sebagai bahan pertimbangan untuk penggunaan metode Kalman Filter dan metode *Ensemble* Kalman Filter pada model *bow thruster*.

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan Tugas Akhir ini disusun dalam lima bab, yang terdiri dari:

1. BAB I PENDAHULUAN

   Bab ini berisi tentang gambaran umum dari penulisan Tugas Akhir yang meliputi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

2. BAB II TINJAUAN PUSTAKA

   Bab ini berisi tentang definisi, teori-teori, penelitian sebelumnya yang terkait permasalahan dalam Tugas Akhir ini. Beberapa teori yang dibahas dalam bab ini adalah *bow thruster*, kestabilan, keteramatan, metode Kalman Filter, metode *Ensemble* Kalman Filter serta metode *Zero-Order-Hold*.

3. BAB III METODE PENELITIAN

   Pada bab ini, dijelaskan tahapan-tahapan dan metode yang digunakan untuk menyelesaikan Tugas Akhir ini.

4. BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

   Bab ini membahas mengenai proses Implementasi metode Kalman Filter dan metode *Ensemble* Kalman Filter dalam mengestimasi momentum air dan kecepatan baling-baling pada model Bow thruster *Autonomous Surface Vehicle* (ASV). Pembahasan Tugas Akhir ini meliputi Identifikasi model *bow thruster* ASV, linierisasi model, diskritisasi model, penerapan model *bow thruster* ASV dengan menggunakan metode Kalman Filter dan *Ensemble* Kalman Filter. Selanjutnya diperoleh hasil estimasi dari metode Kalman Filter dan *Ensemble* Kalman Filter.

"Halaman ini sengaja dikosongkan"

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini diuraikan hasil dari penelitian-penelitian sebelumnya yang terkait dengan permasalahan dalam Tugas Akhir ini. Selain itu juga diuraikan mengenai dasar-dasar teori pendukung yang dapat menunjang dalam pembahasan tugas akhir ini. Dasar teori penunjang tersebut mengenai model *bow thruster*, metode Kalman Filter, metode *Ensemble* Kalman Filter dan Metode *Zero-Order-Hold*.

2.1 Penelitian Terdahulu

Dalam penelitian Tugas Akhir ini penulis merujuk pada penelitian sebelumnya yang sesuai dengan topik. Pada tahun 1995, A. J. Healey, S. M. Rock, S. Cody, D. Miles, and J. P. Brown melakukan penelitian yang berjudul "*Toward an Improved Understanding of Thruster Dynamics for Underwater Vehicles*". Penelitian tersebut bertujuan untuk pendekatan model thruster dengan menggunakan empat parameter utama yang digunakan untuk mengontrol gerak dari *Remotely Operated Vehicles* (ROV) *dan Autonomous Underwater Vehicles* (AUV) [8]. Pada tahun 2013, Nathanael Leon Gozali, Aulia Siti Aisjah, Erna Apriliani melakukan penelitian yang berjudul "Estimasi Variabel Dinamik Kapal Menggunakan Metode Kalman Filter". Penelitian tersebut bertujuan untuk merancang sebuah estimator Kalman Filter pada kondisi *noise* dari alat ukur, *noise* dari sistem kapal dan ketidaktepatan dalam pemodelan. Variabel dinamik kapal yang diestimasi untuk keperluan *steering* adalah dinamika *sway-yaw* dengan variabel kecepatan sudut, posisi sudut dan kecepatan arah *sway*. Hasil dari penerapan Algoritma Kalman Filter pada simulasi tersebut didapatkan nilai estimasi pada ketiga ketiga variable dinamik kapal dengan presentase integral absolute *error* dari sistem dengan *noise* sistem dan *noise* pengukuran [6]. Pada tahun 2019, Hendro Nurhadi, Teguh Herlambang dan Dieky Adzkiya

melakukan penelitian yang berjudul "*Position Estimation of Touristant ASV Using Ensemble Kalman Filter*". Pada Penelitian tersebut dilakukan estimasi terhadap posisi dan gerak *ASV* karena pengaruh kecepatan angin dan ketinggian gelombang dengan menerapkan algoritma Ensemble Kalman Filter. Hasil dari penerapan algoritma Ensemble Kalman Filter didapatkan posisi *error* terkecil dan memiliki tingkat akurasi yang tinggi [7].

2.2 *Autonomous Surface Vehicle* (ASV)

Autonomous Surface Vehicle (ASV) *atau Unmanned Surface Vehicle* (USV) merupakan sebuah wahana berbentuk kapal permukaan air yang dapat bergerak tanpa awak didalamnya secara otomatis. USV dikendalikan otomatis dengan memberikan perintah perintah seperti *waypoint*, melalui *Ground Control Station* (GCS). USV dapat mengirimkan data-data dan mengirimkannya ke GCS secara *realtime* melalui sistem telemetri.

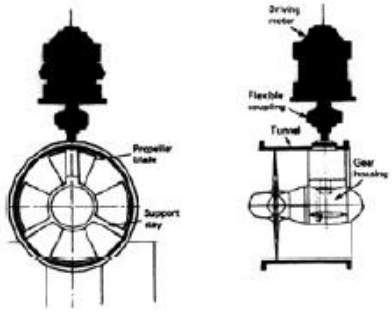
Indonesia merupakan salah satu negara yang sedang banyak melakukan penelitian mengenai ASV. ASV dapat digunakan selain sebagai kapal riset juga dapat digunakan sebagai kapal survey, inspeksi keadaan sekitar sungai, survey seismik, operasi penyelamatan dan lain-lain. Pemanfaatan ASV untuk menjadi kapal riset sudah dilakukan di beberapa negara, sebagian besar melakukan penelitian di sungai maupun laut lepas secara otomatis, sehingga mereka hanya mengolah data yang dikirim dari ASV ke *Ground Control Station* (GCS) [2].

2.3 *Bow Thruster*

Bow thruster adalah perangkat pendorong yang dipasang pada kapal tertentu untuk meningkatkan kemampuan manuver sebuah kapal. Unit dorong ini terdiri dari baling-baling dipasang di sebuah terowongan pada posisi melintang kapal dan tersedia dengan beberapa tambahan penggerak seperti motor listrik atau hidrolik. Selama operasi air dihisap atau ditekan oleh baling-baling

sehingga mengalir melalui terowongan untuk mendorong kapal kesamping kiri atau kanan sesuai yang dikehendaki.

Salah satu jenis dari *bow thruster* yaitu *tunnel thruster*. *Tunnel thruster* adalah suatu tabung atau terowongan propulasi yang menjadi satu sistem bersama *bow thruster* yang dibuat untuk menyalurkan aliran air laut agar kapal dapat mudah dalam melakukan olah gerak. Selama beroperasi, air dipaksa melalui trowongan itu untuk mendorong kapal menyimpang sesuai kebutuhan kapal [3].



Gambar 2.1 *Bow Thruster*

2.4 Model Matematika *Bow thruster*

Model thruster yang akan digunakan pada laporan tugas akhir ini adalah model *bow thruster*. Model *thruster* tersebut memiliki dua fungsi keadaan yang perlu diestimasi. Parameter yang akan diestimasi dalam tugas akhir ini adalah momentum air dan kecepatan baling-baling yang masing-masing dinotasikan sebagai berikut [8]:

$$\dot{\omega}_m = f_1(\omega_m, U_a, V_s, U_0) = -K_1\omega_m + K_2V_s - K_hQ \quad (2.1)$$

$$\dot{U}_a = f_2(\omega_m, U_a, V_s, U_0) = -K_4K_3{}^{-1}{U_a}^2 + K_3{}^{-1}T \quad (2.2)$$

Persamaan output untuk sistem yang dinotasikan dengan:

$$T = g(\omega_m, U_a, V_s, U_0) = Lift(\cos\theta) - Drag\ (\sin\theta) \qquad (2.3)$$

Persamaan untuk variabel dan parameter lain dalam model *bow thruster* sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
Q &= 0.7R\big(Lift(sin\theta) + Drag(cos\theta)\big) \\
\overline{U_a} &= U_a - U_0 \\
Lift &= 0.5\rho V^2 A C_{Lmax} \sin(2\alpha_e) \\
Drag &= 0.5\rho V^2 A C_{Dmax}(1 - \cos(2\alpha_e)) \\
\theta &= p - \alpha_e \\
\alpha_e &= \left(\frac{\pi}{2} - p\right) - \arctan\left(\frac{U_a}{U_p}\right) \\
V^2 &= {U^2}_p + {U^2}_a \\
U_p &= \frac{0.7R\omega_m}{N} \\
K_3 &= \rho A L \gamma \\
K_4 &= \rho A \Delta \beta
\end{aligned}$$

Berikut ini merupakan definisi dari variabel dan parameter yang digunakan pada model *bow thruster* yang tertera pada Tabel 2.1-2.2

Tabel 2.1 Tabel Variabel Model *bow thruster*

Variabel	Keterangan
ω_m	kecepatan baling-baling (rad/sec)
U_a	momentum air (m/s)
U_0	kecepatan awal kapal (m/s)
T	gaya dorong *thruster* (N)
Vs	Voltase motor (volt)

Tabel 2.2 Tabel Parameter Model *bow thruster*

Parameter	Keterangan
Q	Torsi *propeller*
N	Rasio gear
R	Jari-jari *propeller* (m)
p	Sudut baling-baling (rad)
A	Luas penampang *tunnel* (m^2)
$Drag$	Gaya tarik (N)
θ	Sudut (rad)
γ	Rasio massa tambahan
α_e	Sudut efektif (rad)
ρ	Massa jenis air (m/m^3)
$Lift$	Gaya angkat (N)
L	Panjang terowongan (m)
D	Diameter *propeller* (m)
$\Delta\beta$	Koefisien momentum

2.5 Linierisasi

Linierisasi diperlukan para penelitian ini karena bentuk model matematika dari *bow thruster* merupakan persamaan differensial *non* linear. Linierisasi adalah proses mentransformasi sistem persamaan diferensial *non* linier ke bentuk persamaan differensial linier. Proses ini dilakukan dengan linierisasi di sekitar titik kesetimbangan.

Definisi 2.1 **[11]**

Diberikan sistem *non* linier

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = f_1(x_1, x_2, \dots\ x_n)$$
$$\frac{dx_2(t)}{dt} = f_2(x_1, x_2, \dots x_n)$$
$$\vdots$$

$$\frac{dx_n(t)}{dt} = f_n(x_1, x_2, \dots\ x_n)$$

(2.4)

Misalkan $\hat{x} = \hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n$ adalah titik kesetimbangan sistem, maka pemdekatan linier sistem di sekitar titik kesetimbangan diperoleh dengan menggunakan deret Taylor dari fungsi f di sekitar titik kesetimbangan $\hat{x} = (\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T$ yaitu

$$f_1(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T = f_1(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T + \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T (x_1 - \hat{x}_1) + \cdots + \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T (x_n - \hat{x}_n) + R_{f_1}$$

$$f_2(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T = f_2(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T + \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T (x_1 - \hat{x}_1) + \cdots + \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T (x_n - \hat{x}_n) + R_{f_2}$$

$\vdots$

$$f_n(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T = f_n(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T + \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T (x_1 - \hat{x}_1) + \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T (x_n - \hat{x}_n) + R_{f_n} \quad (2.5)$$

Karena nilai $R_{f_1}, R_{f_2}, \dots, R_{f_n}$ mendekati 0, maka $R_{f_1}, R_{f_2}, \dots, R_{f_n}$ dapat diabaikan. Oleh karena itu, pendekatan linier sistem adalah

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T (x_1 - \hat{x}_1) + \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T (x_2 - \hat{x}_2) + \cdots + \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T (x_n - \hat{x}_n)$$

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T (x_1 - \hat{x}_1) + \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T (x_2 - \hat{x}_2) + \cdots + \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T (x_n - \hat{x}_n)$$

$$\vdots$$

$$\frac{dx_n(t)}{dt} = \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T (x_1 - \hat{x}_1) + \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T (x_2 - \hat{x}_2) + \cdots + \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T (x_n - \hat{x}_n) \quad (2.6)$$

Apabila sistem (2.6) diubah dalam bentuk matriks, maka diperoleh

$$\begin{bmatrix} \frac{dx_1(t)}{dt} \\ \frac{dx_2(t)}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dx_n(t)}{dt} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T \end{bmatrix}$$

Misalkan $y_1 = x_1 - \hat{x}_1, y_2 = x_2 - \hat{x}_2, \dots, y_n = x_n - \hat{x}_n$,
sehingga diperoleh

$$\begin{bmatrix} \frac{dy_1(t)}{dt} \\ \frac{dy_2(t)}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dy_n(t)}{dt} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_3 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Matriks Jacobian dari persamaan (2.7) adalah

J.

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)^T \end{bmatrix}$$

Persamaan (2.7) disebut hasil linierisasi dari sistem (2.4)

2.6 Kestabilan

Ada beberapa konsep kestabilan untuk persamaan differensial. Kestabilan ini dibedakan menurut kestabilan sistem autonomous (berkaitan dengan vektor keadaan) dan kestabilan dengan masukan dan keluaran sistem (kestabilan didefinisikan dari segi masukan dan keluaran).

Definisi 2.2 **[11]**

Diberikan persamaan differensial tingkat satu $\dot{x(t)} = \dot{f}\big(x(t)\big)$ dengan $x \in \mathbb{R}^n$, penyelesaian dengan keadaan awal $x(0) = x_0$ dinotasikan oleh $x(t, x_0)$.

- Vektor $\bar{x}$ yang memenuhi $f(\bar{x}) = 0$ disebut suatu titik setimbang.
- Suatu titik setimbang $\bar{x}$ dikatakan stabil bila untuk setiap $\epsilon > 0$ ada $\delta > 0$ dan t_δ sedemikian hingga bila $\|x_{t_\delta} - \bar{x}\| < \delta$ maka $\|x(t, x_{t_\delta}) - \bar{x}\| < \epsilon$ untuk semua $t > t_\delta$.
- Suatu titik setimbang $\bar{x}$ dikatakan stabil asimtotik bila ia stabil dan bila ada $\delta_1 > 0$ sedemikian hingga $\lim_{t\to\infty}\|x(t, x_{t_\delta}) - \bar{x}\| = 0$ bila $\|x_{t_\delta} - \bar{x}\| < \delta_1$.
- Suatu titik setimbang dikatakan takstabil bila ia tidak stabil.

Dalam definisi tersebut tanda $\|.\|$ berarti norm, biasanya digunakan norm Euclidean. Secara intuisi, suatu titik setimbang adalah stabil jika penyelesaian sangat dekat ke titik setimbang pada saat keadaan awal cukup dekat dengan titik setimbang. Sedangkan stabil asimtotik berarti penyelesaian konvergen ke titik setimbang (asalkan titik awal cukup dekat ke titik setimbang). Takstabil artinya selalu ada penyelesaian yang dimulai dari manapun dekatnya dengan titik setimbang tapi akhirnya menjauh dari titik setimbang.

Untuk suatu persamaan differensial linear $\dot{x} = Ax$ dengan A berukuran $n\,x\,n$, sebagai titik setimbang diambil titik asal $\bar{x} = 0$ meskipun mungkin ada yang lainnya asalkan determinan matriks A sama dengan nol. Untuk selanjutnya dikatakan bahwa persamaan differensial $\dot{x} = Ax$ atau bahkan matriks A itu sendiri adalah stabil asimtotik, stabil atau takstabil bila titik asal $\bar{x} = 0$ sebagai titik setimbang adalah stabil asimtotik, stabil atau takstabil.

Perlu diperhatikan bahwa, pengertian dari stabil asimtotik, stabil dan takstabil tidak bergantung pada pilihan basis. Jadi, bila suatu persamaan diferensial adalah stabil asimtotik yang berkaitan dengan satu basis, maka ia stabil asimtotik terhadap pilihan basis yang lainnya. Hal ini juga berlaku untuk pengertian stabil dan takstabil. Oleh karena itu, untuk menguji masalah kestabilan, suatu hal yang terbaik adalah menggunakan basis dengan diskripsi sesederhana mungkin.

2.7 Keteramatan

Berikut ini diberikan suatu pengertian dari keteramatan dari suatu sistem.

Definisi 2.3 **[11]**

Bila setiap keadaan awal $x(0) = x_0$ secara tunggal dapat diamati dari setiap pengukuran keluaran sistem dengan sistem (2.13) yang merupakan persamaan linear invarian-waktu :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(\dot{t}) = Du(t) \end{cases}$$

(2.13)

Dari waktu $t = 0$ ke $t = t_1$, maka sistem dikatakan “teramati”.

Keluaran sistem (2.13) diberikan oleh :

$$y(t) = Ce^{A(t)}x0 + C\int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau + Du(t) \qquad (2.14)$$

Bila diukur keluaran $y(t)$ pada $t = 0$, maka diperoleh :

$$y(0) = Cx_0 + Du(0)$$

(2.15)

Terlihat keadaan awal x_0 muncul dalam persamaan (2.15). Selanjutnya bila diukur keluarannya $y(t)$ pada t_s dengan $0 \leq t \leq t_s$, diperoleh :

$$y(t_s) = Ce^{A(t_s)}x0 + C\int_0^{t_s} e^{A(t_s-\tau)}Bu(\tau)d\tau + Du(t_s)$$
$$= Cx(t_s) + Du(t_s) \quad (2.16)$$

Bila keadaan awal $x(0)$ dapat diamati, maka keadaan ini juga akan muncul pada pengukuran keluaran $y(t_s)$ yaitu

$$y(t_s) = Cx(t_s) + Du(t_s) \quad (2.17)$$

Sehingga dari persamaan (2.16) dan (2.17) diperoleh :

$$x_0 = x(t_s), \text{ dengan } 0 \leq t_s \leq t_1.$$

Berikut ini didefinisikan suatu matriks :

$$m(0,t) = \int_0^t e^{A^T\tau} C^T C e^{A\tau} d\tau \quad (2.18)$$

Selanjutnya diberikan suatu pernyataan dalam suatu teorema berikut ini yang menyatakan syarat perlu dan cukup suatu sistem teramati.

Teorema 2.1 **[11]**

Syarat perlu dan cukup sistem (2.13) teramati adalah :

1. Matriks $m(0,t)$ pada (2.18) *non*-singular.
2. Matriks keteramatan

$$M_0 = \begin{pmatrix} C \\ C\,A \\ C\,A^2 \\ \vdots \\ C\,A^{(n-1)} \end{pmatrix}$$

mempunyai rank sama dengan n.

Kadang matriks keteramatan M_0 dinotasikan dengan (C, A).

2.8 Metode *Zero-Order-Hold*

Bentuk umum variabel keadaan dari fungsi kontinu:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + w(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t) + v(t) \quad (2.19)$$

dimana v dan w merupakan kontinu *zero-mean* dengan *white noise*:

$$w(t) \sim N(0, Q)$$
$$v(t) \sim N(0, R) \quad (2.20)$$

Dapat didiskritkan dengan menggunakan *zero-order-hold* untuk input u dan integrasi kontinu untuk v :

$$x[k+1] = A_d x[k] + B_d u[k] + w[k]$$
$$y[k] = C_d x[k] + D_d u[k] + v[k] \quad (2.21)$$

dengan kovarian:

$$w[k] \sim N(0, Q_d)$$
$$v[k] \sim N(0, R_d) \quad (2.22)$$

dimana:

$$A_d = e^{AT}$$

$B_d = \left(\int_{\tau=0}^{T} e^{AT} d\tau\right) B = A^{-1}(A_d - I)B$, jika A adalah matriks *non* singular

$$C_d = C$$
$$D_d = D$$
$$Q_d = \int_{\tau=0}^{T} e^{AT} Q e^{A^T \tau} d\tau$$
$$R_d = RT \quad (2.23)$$

dan T merupakan sampel waktu (*sampling time*), meskipun A^T merupakan transpos dari A.

2.9 Metode Kalman Filter

Metode Kalman Filter diperkenalkan pertama kali oleh R.E. Kalman pada tahun 1960. Kalman Filter merupakan sebuah algoritma pengolahan data yang optimal untuk sistem linier. Kalman Filter adalah suatu metode estimasi variabel keadaan dari sistem dinamik stokastik linear diskrit yang meminimumkan kovariansi *error* estimasi. Kalman Filter mampu mengestimasi variable keadaan dinamis dari sistem dengan dua tahapan yaitu tahap prediksi dan tahap koreksi. Tahap prediksi (*time update*) merupakan tahap estimasi dari sistem model dinamik, sedangkan tahap koreksi (*measurement update*) merupakan tahap estimasi dari model pengukuran. Algoritma Kalman Filter waktu diskrit ditulis sebagai berikut:

Model sistem:

$$x_{k+1} = A_K x_k + B_k u_k + G w_k \tag{2.24}$$

Model pengukuran:

$$z_k = H x_k + v_k \tag{2.25}$$

Kemudian diasumsikan sebagai berikut:

$$x_0 \sim N\left(\bar{x_0}\,,\ P_{x_0}\right) \qquad w_k \sim N\left(0\,,\ Q_k\right) \quad v_k \sim N(0\,,\ R_k) \tag{2.26}$$

Dengan,

$\bar{x}_o$ = estimasi awal

x_0 = inisialisasi sistem

x_{k+1} = variabel state pada waktu $(k+1)$

x_k = variabel state pada waktu k

u_k = vektor *input* pada waktu k

w_k = *noise* pada pengukuran dengan mean $\bar{w}_k = 0$ dan varian Q_k

z_k = variabel pengukuran

v_k = *noise* pada pengukuran dengan mean $\bar{v}_k = 0$ dan varian R_k

A, B, G, H = adalah matriks dengan nilai elemen-elemennya pada koefisien masing-masing variabel.

Pada Kalman Filter, estimasi dilakukan dengan dua tahapan yaitu tahap prediksi (*time update*) dan tahap koreksi (*measurement update*). Tahap prediksi yaitu memprediksi variabel keadaan dan tingkat akurasinya dihitung menggunakan persamaan kovarian *error*. Pada tahap koreksi, hasil estimasi variabel keadaan dikoreksi menggunakan model pengukuran. Salah satu bagian dari tahap ini yaitu menentukan matriks kalman gain yang digunakan untuk meminimumkan kovarian *error*.

Hasil estimasi yang telah didapatkan kemudian dimasukkan dalam model sistem untuk mendapatkan prediksi satu langkah kedepan, dan data pengukuran hasil prediksi digunakan untuk mendapatkan estimasi yang lebih baik. Kedua tahap ini dilakukan secara berulang-ulang sesuai dengan waktu yang telah ditentukan.

Algoritma Kalman Filter terdiri dari empat bagian, yaitu bagian pertama mendefinisikan model sistem dan model pengukuran, bagian kedua adalah *inisialisasi* (nilai awal), bagian ketiga adalah tahap prediksi dan bagian keempat adalah tahap koreksi. Tahapan-tahapan tersebut dijelaskan pada Tabel 2.3 sebagai berikut.

Tabel 2.3 *Algoritma Kalman Filter(KF)*

Model Sistem	$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + Gw_k$
Model Pengukuran	$z_k = Hx_k + v_k$
Asumsi	$x_0 \sim N(\overline{x_0}, P_{x_0})$ $w_k \sim N(0, Q_k)$ $v_k \sim N(0, R_k)$

Inisialisasi	$\hat{x}_0 = \bar{x}_0,\ P_0 = P_{x_0},$
Tahap Prediksi	Estimasi: $\hat{x}_{k+1}^{-} = A_k \hat{x}_k + B_k u_k$ Kovarian *Error*: $P_{k+1}^{-} = A_k P_k A_k^T + G_k Q_k G_k^T$
Tahap Koreksi	Kalman Gain: $K_k = P_{k+1}^{-} H_{k+1}^T \left[H_k P_{k+1}^{-} H_{k+1}^T + \bar{R}_{k+1}^{p} \right]^{-1}$ Estimasi: $\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^{-} + P_{k+1} H_{k+1}^T R_{k+1}^{-1} (z_{k+1} - H_{k+1} \hat{x}_{k+1}^{-})$ Kovarian *Error*: $P_{k+1} = \left[(P_{k+1}^{-})^{-1} + H_{k+1}^T R_{k+1}^{-1} H_{k+1} \right]^{-1}$

2.10 Metode *Ensemble* Kalman Filter

Metode *Ensemble* Kalman Filter (EnKF) adalah metode estimasi modifikasi dari algoritma Kalman Filter yang dapat digunakan untuk mengestimasi model sistem linear maupun *non* linier dengan membangkitkan atau menggunakan sejumlah *ensemble* pada tahap prediksi untuk mengestimasi kovarian *error*nya (Evensen, G, 2003).

Algoritma *Ensemble* Kalman Filter (EnKF) mempunyai tiga tahapan, yaitu tahap inisialisasi, tahap prediksi (*time update*) dan tahap koreksi (*measurement update*). Pada tahap inisialisasi, metode *Ensemble* Kalman Filter (EnKF) dijalankan dengan membangkitkan sejumlah *ensemble* yang merupakan representasi dari kedua fungsi keadaan.

Bentuk umum sistem dinamik pada EnKF adalah :

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k \tag{2.27}$$

dengan pengukuran linier yaitu :

$$z_k = Hx_k + v_k \tag{2.28}$$

dengan x_{k+1} merupakan variabel keadaan pada waktu $k+1$, $f(x_k, u_k)$ merupakan fungsi tak linier dari x_k dengan input u_k, dan z_k merupakan data pengukuran. w_k merupakan *noise* sistem yang berdistribusi normal. Sedangkan v_k merupakan *noise* pengukuran yang memiliki distribusi normal.

Proses estimasi pada EnKF diawali dengan membangkitkan sejumlah *ensemble* (N_ε). *Ensemble* yang dibangkitkan secara random dan berdistribusi normal.

Misalkan akan dibangkitkan sejumlah N_ε *ensemble* untuk

$$x_{0.i} = [x_{0.1}\ \ x_{0.2}\ \ x_{0.3} \ldots\ x_{0.N_\varepsilon}] \tag{2.29}$$

Sebelum masuk ke tahap prediksi, terlebih dahulu dilakukan perhitungan *mean ensemble*-nya sebagai berikut:

$$\hat{x}_{\bar{k}} = \frac{1}{N_e}\sum_{i=1}^{N} x_{k,i} \qquad k = 12,3,\ldots \tag{2.30}$$

Dan untuk menghitung kovarian *error* $P_{\bar{k}}$:

$$P_k^- = \frac{1}{N_e - 1}\sum_{i=1}^{N}(\hat{x}_{k,i}^* - \hat{x}_{\bar{k}})(\hat{x}_{k,i}^* - \hat{x}_{\bar{k}})^T \tag{2.31}$$

Persamaan (2.23) digunakan pada tahap prediksi dan tahap koreksi untuk menghitung estimasi masing-masing $\hat{x}_{\bar{k}}$ dan $\hat{x}_k$. Sedangkan persamaan (2.24) hanya digunakan untuk kovarian pada tahap prediksi. Pada EnKF, *noise* sistem w_k pada tahap prediksi dan *noise* pengukuran v_k pada tahap koreksi dibangkitkan dalam bentuk *ensemble*. Algoritma Ensemble Kalman Filter (EnKF) disajikan pada Tabel 2.4 sebagai berikut :

Tabel 2.4 *Algoritma Ensemble Kalman Filter(EnKF)*

Model Sistem	$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k$
Model Pengukuran	$z_k = Hx_k + v_k$
Asumsi	$w_k \sim N(0, Q_k)\ \ v_k \sim N(0, R_k)$
Tahap	

Inisialisasi	Bangkitkan N *ensemble* sesuai estimasi awal $\bar{x}_0$ $x_{0.i} = [x_{0.1}\ \ x_{0.2}\ \ x_{0.3} \ldots\ x_{0.N_\varepsilon}]$ Tentukan nilai awal: $\hat{x}_0 = \frac{1}{N_e}\sum_{i=1}^{N} x_{0,i}$ dengan $\hat{x}_{0,1} \sim N(\bar{x}_0, P_0)$
Tahap Prediksi	$\hat{x}^*_{k,i} = f(\hat{x}_{k-1}, u_{k-1}) + w_{k,i}$ Estimasi: $\hat{x}_{\bar{k}} = \frac{1}{N_\varepsilon}\sum_{i=1}^{N} \hat{x}^*_{k,i}$ Kovarian *Error*: $P_k^- = \frac{1}{N_\varepsilon - 1}\sum_{i=1}^{N}(\hat{x}^*_{k,i} - \hat{x}_{\bar{k}})(\hat{x}^*_{k,i} - \hat{x}_{\bar{k}})^T$
Tahap Koreksi	$Z_{k,i} = Z_k + v_k$ Kalman Gain: $K_k = P_k^- H^T [H P_k^- H^T + R_k]^{-1}$ Estimasi: $\hat{x}^-_{k,i} = \hat{x}^*_{k,i} + K_k (z_{k,i} - H\hat{x}^*_{k,i})$ $\hat{x}_{\bar{k}} = \frac{1}{N_\varepsilon}\sum_{i=1}^{N} \hat{x}^-_{k,i}$

	Kovarian *Error*: $P_k = [I - K_k H]P_k^-$

BAB III
METODE PENELITIAN

Bab ini menjabarkan metode-metode yang diterapkan dalam menyelesaikan permasalahan yang diangkat dalam tugas akhir ini. Dengan mengacu pada tinjauan pustaka yang terdapat pada sub bab sebelumnya, metode yang akan dijabarkan disini akan memperjelas langkah yang dilakukan dalam menyelesaikan permasalahan.

3.1 Studi Literatur

Pada tahap ini, diawali dengan identifikasi masalah dengan cara melakukan pencarian dan pengumpulan referensi yang menunjang penelitian. Referensi yang digunakan berupa buku-buku, jurnal ilmiah, literatur, tugas akhir atau tesis yang berkaitan dengan permasalahan. Dengan tujuan untuk mempelajari lebih dalam mengenai model *bow thruster*, diskritisasi model, metode Kalman Filter dan metode *Ensemble* Kalman Filter.

3.2 Linierisasi Model *Bow thruster*

Pada tahap ini, model matematika dari *bow thruster* masih dalam sistem *non* linier sehingga perlu dilakukan pelinieran terlebih dahulu. Linierisasi model metamatika dari *bow thruster* dengan menggunakan matriks Jacobian.

3.3 Analisis Kestabilan dan Keteramatan Model *Bow thruster*

Pada tahap ini, model matematika dari *bow thruster* yang sudah berbentuk sistem linier terlebih dahulu akan dianalisis kestabilan dan keteramatannya agar selanjutnya dapat di implementasikan pada metode Kalman Filter dan metode *Ensemble* Kalman Filter.

3.4 Diskritisasi Model

Pada tahap ini, model linier dari *bow thruster* masih dalam bentuk waktu kontinu sehingga akan dilakukan diskritisasi menggunakan Metode *Zero-Order-Hold* agar sistemnya menjadi

waktu diskrit. Pendiskritan dibantu dengan menggunakan *software* MATLAB.

3.5 Implementasi Metode Kalman Filter

Pada tahap ini, model matematika *bow thruster* berbentuk sistem linier. Setelah diakukannya diskritisasi selanjutnya algoritma Kalman Filter dapat diterapkan. Langkah-langkah yang dilakukan untuk estimasi model *bow thruster* dengan menggunakan Kalman Filter sebagai berikut:

a. Tahap prediksi

Pada tahap ini dilakukan perhitungan kovarian *error* dan estimasi keadaan pada model sistem.

b. Tahap koreksi

Pada tahap ini dilakukan perhitungan kalman gain, kovarian *error* pada model pengukuran kendalian diperoleh hasil estimasinya. Hasil perhitungan dikatakan baik ketika nilai kovarian *error* semakin kecil dan nilai *error* yang semakin kecil juga.

c. Simulasi

Simulasi dilakukan menggunakan MATLAB dengan input parameter yang telah didefinisikan dan asumsi yang telah dibuat.

Langkah-langkah implementasi metode Kalman Filter ini disajikan dalam diagram alir pada Gambar 3.2.

3.6 Implementasi Metode *Ensemble* Kalman Filter

Pada tahap ini, model matematika *bow thruster* berbentuk sistem linier. Setelah diakukannya diskritisasi selanjutnya algoritma *Ensemble* Kalman Filter dapat diterapkan. Langkah-langkah yang dilakukan untuk estimasi model *bow thruster* dengan menggunakan *Ensemble* Kalman Filter sebagai berikut:

a. Tahap prediksi

Pada tahap ini ditentukan estimasi *ensemble*, *mean ensemble*, dan kovarian *error* estimasi.

b. Tahap koreksi

Pada tahap ini dilakukan dengan membangkitkan N *ensemble* data pengukuran. Pada tahap ini ditentukan estimasi *ensemble*, kalman gain, *mean* estimasi dan kovarain *error*.

c. Simulasi

Simulasi dilakukan menggunakan MATLAB dengan input parameter yang telah didefinisikan dan asumsi yang telah dibuat.

Langkah-langkah implementasi metode Kalman Filter ini disajikan dalam diagram alir pada Gambar 3.3.

3.7 Simulasi, Analisis Hasil dan Pembahasan

Pada tahap ini, dilakukan simulasi dengan menggunakan *software* MATLAB untuk mengetahui hasil implementasi Metode Kalman Filter. Selanjutnya dilakukan analisis terhadap hasil implementasi tersebut. Hasil analisis yang diperoleh menjadi landasan untuk mengambil kesimpulan.

3.8 Penarikan Kesimpulan dan Saran

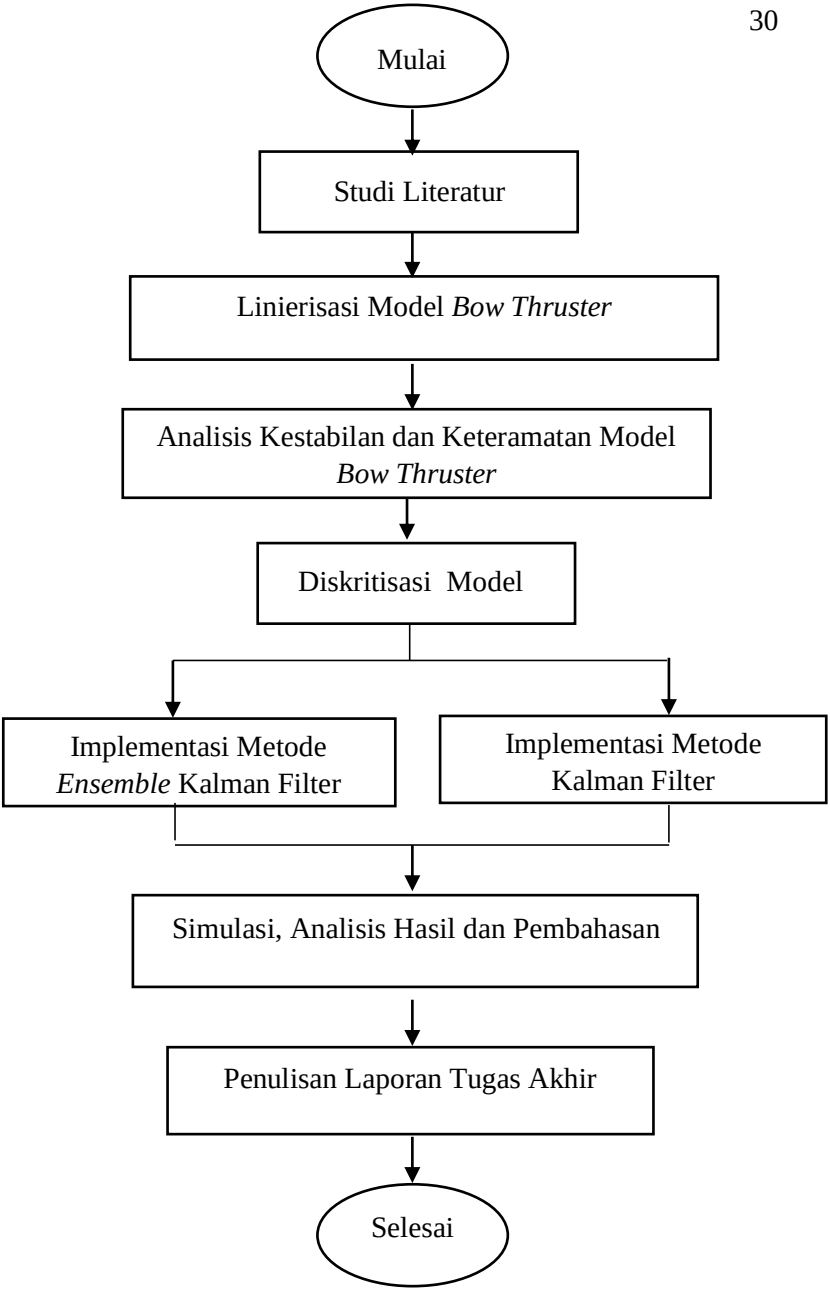
Pada tahap ini, dilakukan penarikan kesimpulan dari hasil pembahasan. Selanjutnya diberikan saran untuk perbaikan pada penelitian berikutnya.

3.9 Pembuatan Laporan Tugas Akhir

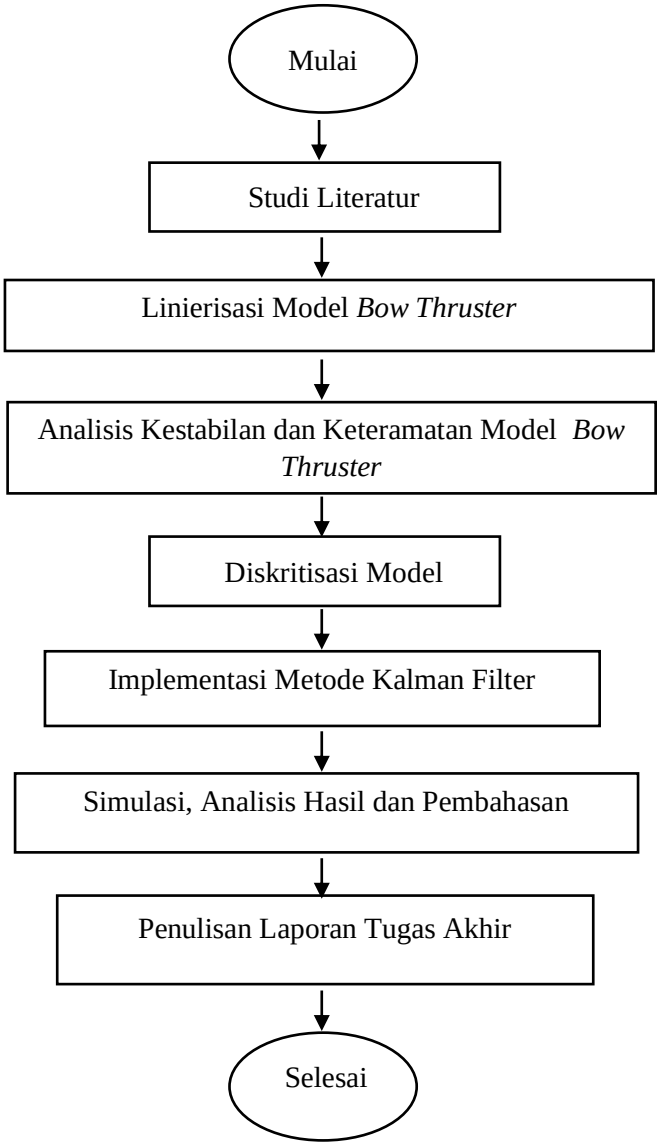
Pada langkah ini, setelah mendapat jawaban permasalahan dari Tugas Akhir ini, maka akan dibuat laporan Tugas Akhir.

3.10 Diagram Alir Penelitian

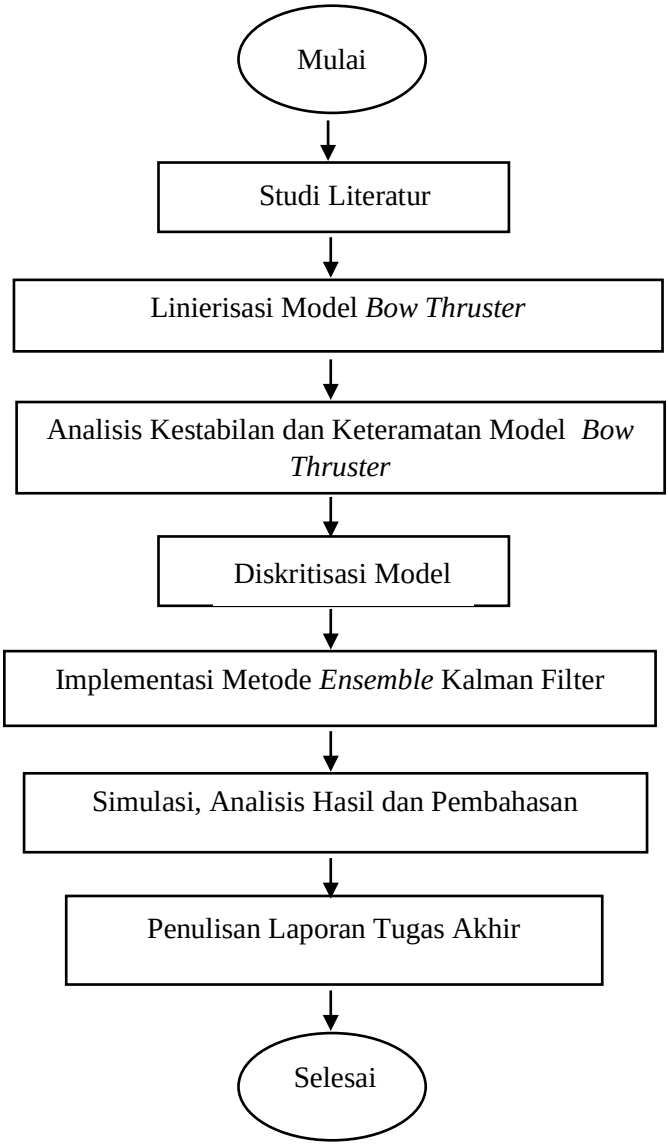
Langkah-langkah penelitian pada Tugas Akhir ini disajikan dalam diagram alir pada Gambar 3.1 berikut:



Gambar 3.1 Diagram Alir Metode Penelitian



Gambar 3.2 Diagram Alir Metode Kalman Filter



Gambar 3.3 Diagram Alir Metode Ensemble Kalman Filter

BAB IV
ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dijelaskan proses implementasi metode Kalman Filter dalam mengestimasi momentum air dan kecepatan baling-baling pada model *bow thruster Autonomous Surface Vehicle*. Pembahasan meliputi pelinieran dan pendiskritan model *bow thruster Autonomous Surface Vehicle*. Selanjutnya dilakukan proses implmentasi metode Kalman Filter. Kemudian dilakukan simulasi dengan menggunakan *software* MATLAB dengan hasil output dari metode Kalman Filter dugunakan untuk menganalisis langkah-langkah estimasi momentum air dan kecepatan baling-baling dan menganalisis pengaruh *noise* terhadap akurasi hasil estimasi.

4.1 Model *Bow thruster Autonomous Surface Vehicle*

Model awal sistem dari *bow thruster* merupakan model nonlinier dengan waktu kontinu seperti pada persamaan (2.1)-(2.2).

Model sistem yang digunakan diambil dari referensi [9], di mana model *bow thruster* memiliki dua fungsi keadaan yang disimbolkan dengan ω_m (kecepatan baling-baling) dan U_a (momentum air). Model tersebut memiliki variabel input yang disimbolkan dengan V_s (voltase motor). Persamaan dari ω_m dan U_a masing-masing dinotasikan dengan $f_1(\omega_m, U_a, V_s, U_0)$ dan $f_2(\omega_m, U_a, V_s, U_0)$. Sedangkan untuk variable output dari model tersebut disimbolkan dengan T (gaya *thrutser*) seperti pada persamaan (2.3).

4.2 Linierisasi Model Bow thruster

Pada subab ini menjelaskan tentang linierisasi pada model bow thruster *Autonomous Surface Vehicle* dengan linierisasi menggunakan matriks Jacobian yang sudah dijelaskan pada Bab II.

Model *bow thruster* yang digunakan merupakan model nonlinier yang memiliki dua fungsi keadaan dan satu output yang telah dijelaskan pada Bab II dalam persamaan (2.1)-(2.3). Model *bow thruster* dilinierkan disekitar $\omega_m \, dan \, U_a$ sebagai fungsi konstan.

Karena $\omega_m \, dan \, U_a$ merupakan konstan, dapat diasumsikan bahwa $\dot{\omega}_m = 0$ dan $\dot{U}_a = 0$ dengan mensubstitutsi $\dot{\omega}_m = 0$ pada persamaan (2.1) didapatkan sebagai berikut :

$$-K_1\omega_m + K_2V_s - K_hQ = 0 \tag{4.1}$$

$$\omega_m = \frac{K_2V_s - K_hQ}{K_1} \tag{4.2}$$

Untuk mendapatkan ω_m sebagai fungsi konstan, input V_s harus menjadi fungsi konstan dengan nilai yang dapat berubah-ubah. Selanjutnya dengan mensubstitutsi $U_a = 0$ pada persamaan (2.2) didapatkan sebagai berikut :

$$-K_4K_3^{-1}\overline{U}_a|\overline{U}_a| + K_3^{-1}T = 0 \tag{4.3}$$

$$(U_a - U_0)|U_a - U_0| = \frac{T}{K_4} \tag{4.4}$$

$$U_a = \begin{cases} U_0 + \sqrt{\frac{T}{K_4}}, if \ \frac{T}{K_4} \geq 0 \\ U_0 - \sqrt{\frac{T}{K_4}}, if \ \frac{T}{K_4} < 0 \end{cases} \tag{4.5}$$

Ketika U_a merupakan fungsi konstan, U_0 harus juga menjadi fungsi konstan yang mana dapat dipilih secara bebas. Kemudian ditentukan matrik Jacobian dari model *thruster* (2.1)-(2.3). Pada tahap pertama, menentukan turunan parsial dari f_1, f_2 dan g terhadap variabel ω_m, lebih tepatnya kita menghitung $\frac{\partial f_1}{\partial \omega_m}, \frac{\partial f_2}{\partial \omega_m}, \frac{\partial g}{\partial \omega_m}$ didapatkan sebagai beikut:

$$\frac{\partial U_p}{\partial \omega_m} = \frac{\partial}{\partial \omega_m}\left[\frac{0.7 \, R \, \omega_m}{N}\right] = \frac{0.7R}{N} \tag{4.6}$$

$$\frac{\partial}{\partial \omega_m}(V^2) = \frac{\partial}{\partial \omega_m}\left[{U_p}^2 + {U_a}^2\right] = \frac{\partial}{\partial \omega_m}\left[\left(\frac{0.7R \, \omega_m}{N}\right)^2 + {U_a}^2\right]$$

$$= 2\left(\frac{0.7\ R\ \omega_m}{N}\right)\frac{\partial U_p}{\partial \omega_m}$$

$$= 2U_p\frac{\partial U_p}{\partial \omega_m} \tag{4.7}$$

$$\frac{\partial \alpha_e}{\partial \omega_m} = \frac{\partial}{\partial \omega_m}\left[\left(\frac{\pi}{2} - p\right) - \arctan\left(\frac{U_a}{U_p}\right)\right]$$

$$= \frac{\partial \alpha_e}{\partial U_p}\cdot\frac{\partial U_p}{\partial \omega_m}$$

$$= \frac{U_a}{{U_p}^2+{U_a}^2}\frac{\partial U_p}{\partial \omega_m} \tag{4.8}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \omega_m} = \frac{\partial}{\partial \omega_m}(p - \alpha_e)$$

$$= -\frac{\partial \alpha_e}{\partial \omega_m} \tag{4.9}$$

$$\frac{\partial Drag}{\partial \omega_m} = \frac{\partial}{\partial \omega_m}[0.5\rho V^2 A C_{Dmax}(1 - \cos(2\alpha_e))]$$

$$= 0.5\,\rho A C_{Dmax}\frac{\partial}{\partial \omega_m}[v^2(1 - \cos(2\alpha_e))]$$

$$= 0.5\rho A C_{Dmax}\ \frac{\partial v^2}{\partial \omega_m}(1 - \cos(2\alpha_e)) + \sin(2\alpha_e).\,2\frac{\partial \alpha_e}{\partial \omega_m}v^2$$

$$= 0.5\rho A C_{Dmax}\ (1 - \cos(2\alpha_e))\ \frac{\partial}{\partial \omega_m}(v^2)$$

$$+2\,v^2\sin(2\alpha_e)\frac{\partial \alpha_e}{\partial \omega_m}$$

(4.10)

$$\frac{\partial Lift}{\partial \omega_m} = \frac{\partial}{\partial \omega_m}[0.5\rho V^2 A C_{lmax}(sin(2\alpha_e)]$$

$$= 0.5\,\rho A C_{Lmax}\frac{\partial}{\partial \omega_m}[V^2 sin(2\alpha_e)]$$

$$= 0.5\rho A C_{Lmax}\,\frac{\partial V^2}{\partial \omega_m}(\sin(2\alpha_e)) + \cos(2\alpha_e).\,2\frac{\partial \alpha_e}{\partial \omega_m}V^2$$

$$= 0.5\rho A C_{Lmax}\,(\sin(2\alpha_e))\,\frac{\partial}{\partial \omega_m}(V^2) + 2\,V^2\cos(2\alpha_e)\frac{\partial \alpha_e}{\partial \omega_m}$$

(4.11)

$$\frac{\partial Q}{\partial \omega_m} = \frac{\partial}{\partial \omega_m}[0.7R(Lift(\sin\theta) + Drag(\cos\theta))]$$

$$= 0.7R\frac{\partial}{\partial \omega_m}[Lift(\sin\theta) + Drag(\cos\theta)]$$

$$= 0.7R\left[\frac{\partial Lift}{\partial \omega_m}\sin\theta + \cos\theta\,\frac{\partial \theta}{\partial \omega_m}Lift + \frac{\partial Drag}{\partial \omega_m}\cos - \sin\theta\,\frac{\theta}{\partial \theta}\frac{\partial}{\partial \omega_m}Drag\right]$$

$$= 0.7R\,[\,sin\,\theta\,\frac{\partial Lift}{\partial \omega} + Lift\,(cos\,\theta)\frac{\partial \theta}{\partial \omega_m} + \cos\theta\frac{\partial Drag}{\partial \omega_m} - Drag(sin\theta)\frac{\partial \theta}{\partial \omega_m}\,] \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial g}{\partial \omega_m} = \frac{\partial}{\partial \omega_m}[Lift\,(\cos\theta) - Drag\,(\sin\theta)]$$

$$= \frac{\partial}{\partial \omega_m}Lift\cos\theta - \sin\theta\,\frac{\partial \theta}{\partial \omega_m}\,Lift - \frac{\partial}{\partial \omega_m}\,Drag\sin\theta - \cos\theta\,\frac{\partial \theta}{\partial \omega_m}\,Drag$$

$$= \cos\theta\,\frac{\partial Lift}{\partial \omega_m} - Lift\,(\sin\theta)\,\frac{\partial \theta}{\partial \omega_m}$$

$$-\sin\theta\ \frac{\partial Drag}{\partial \omega_m} - Drag\ (\cos\theta)\ \frac{\partial \theta}{\partial \omega_m} \tag{4.13}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \omega_m} = \frac{\partial}{\partial \omega_m}\left[-K_4 {K_3}^{-1}\ {U_a}^2 + {K_3}^{-1} T\right]$$

$$= \frac{\partial}{\partial \omega_m} T {K_3}^{-1}$$

$$= \frac{\partial g}{\partial \omega_m}\ \frac{1}{K_3} \tag{4.14}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial \omega_m} = \frac{\partial}{\partial \omega_m}[-K_1 \omega_m + K_2 V_s - K_h Q]$$

$$= \frac{\partial}{\partial \omega_m}[-K_1 \omega_m - K_h Q]$$

$$= -K_1 - \frac{\partial}{\partial \omega_m} K_h Q$$

$$= -K_1 - \frac{\partial Q}{\partial \omega_m} K_h \tag{4.15}$$

Pada tahap kedua, menentukan turunan parsial dari f_1, f_2 dan g terhadap variabel U_a, lebih tepatnya kita menghitung $\frac{\partial f_1}{\partial U_a}, \frac{\partial f_2}{\partial U_a}, \frac{\partial g}{\partial U_a}$ didapatkan sebagai berikut :

$$\frac{\partial U_p}{\partial U_a} = \frac{\partial}{\partial U_a}\left[\frac{0.7\ R\ \omega_m}{N}\right] = 0 \tag{4.16}$$

$$\frac{\partial V^2}{\partial U_a} = \frac{\partial}{\partial U_a}\left[{U_p}^2 + {U_a}^2\right]$$

$$= 2U_a \tag{4.17}$$

$$\frac{\partial \alpha_e}{\partial U_a} = \frac{\partial}{\partial U_a}\left[\left(\frac{\pi}{2} - p\right) - \arctan\left(\frac{U_a}{U_p}\right)\right]$$

$$= \frac{\partial \alpha_e}{\partial U_p} \cdot \frac{\partial U_p}{\partial U_a}$$

$$= -\frac{U_p}{{U_a}^2 + {U_p}^2} \tag{4.18}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial U_a} = \frac{\partial}{\partial U_a}(p - \alpha_e)$$

$$= -\frac{\partial \alpha_e}{\partial U_a} \tag{4.19}$$

$$\frac{\partial Drag}{\partial U_a} = \frac{\partial}{\partial U_a}[0.5\rho V^2 A C_{Dmax}(1 - \cos(2\alpha_e))]$$

$$= 0.5\ \rho A C_{Dmax} \frac{\partial}{\partial U_a}[v^2(1 - \cos(2\alpha_e))]$$

$$= 0.5\rho A C_{Dmax}\ \frac{\partial}{\partial U_a} v^2(1 - \cos(2\alpha_e))$$

$$+ \sin(2\alpha_e).\, 2\frac{\partial \alpha_e}{\partial U_a} v^2$$

$$= 0.5\rho A C_{Dmax}\ (1 - \cos(2\alpha_e))\ \frac{\partial v^2}{\partial U_a} + 2\, v^2 \sin(2\alpha_e) \frac{\partial \alpha_e}{\partial U_a} \tag{4.20}$$

$$\frac{\partial Lift}{\partial \omega_m} = \frac{\partial}{\partial U_a}[0.5\rho V^2 A C_{lmax}(sin(2\alpha_e)]$$

$$= 0.5\ \rho A C_{Lmax} \frac{\partial}{\partial U_a}[V^2 sin(2\alpha_e)]$$

$$= 0.5\rho A C_{Lmax}\ \frac{\partial v^2}{\partial U_a}(\sin(2\alpha_e))$$

$$+\cos(2\alpha_e).\,2\frac{\partial \alpha_e}{\partial U_a}V$$

$$= 0.5\rho AC_{Lmax}\,(\sin(2\alpha_e))\,\frac{\partial}{\partial U_a}(V^2) + 2\,V^2\cos(2\alpha_e)\frac{\partial \alpha_e}{\partial U_a} \quad (4.21)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial U_a} = \frac{\partial}{\partial U_a}[0.7R(Lift(\sin\theta) + Drag(\cos\theta))]$$

$$= 0.7R\,\frac{\partial}{\partial U_a}[Lift(\sin\theta) + Drag(\cos\theta)]$$

$$= 0.7R\Big[\,Lift\sin\theta\,\frac{\partial}{\partial U_a} + Lift\,(\cos\theta)\,\frac{\partial\theta}{\partial U_a} + Drag\,(\cos\theta)\frac{\partial}{\partial a} - Drag(sin\theta)\frac{\partial\theta}{\partial U_a}\Big]$$

$$= 0.7R\Big[\sin\theta\,\frac{\partial Lift}{\partial U_a} + Lift\,\,(\cos\theta)\,\frac{\partial\theta}{\partial U_a} + \frac{\partial Drag}{\partial U_a}\cos\theta - Drag\,(\sin\theta)\frac{\partial\theta}{\partial U_a}\Big] \quad (4.22)$$

$$\frac{\partial g}{\partial U_a} = \frac{\partial}{\partial U_a}[Lift\,(\cos\theta) - Drag\,(\sin\theta)]$$

$$= \cos\theta\,\frac{\partial Lift}{\partial U_a} - Lift\sin\theta\,\frac{\partial\theta}{\partial U_a} - \sin\theta\,\frac{\partial Drag}{\partial U_a} - Drag\cos\theta\,\frac{\partial\theta}{\partial U_a} \quad (4.23)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial U_a} = \frac{\partial}{\partial U_a}\left[-K_4K_3{}^{-1}U_a{}^2 + K_3{}^{-1}T\right]$$

$$= \frac{\partial}{\partial U_a}\left[-K_4K_3{}^{-1}(\bar{U}_a)^2 + K_3{}^{-1}T\right]$$

$$= -2K_4\,K_3{}^{-1}\bar{U}_a + K_3{}^{-1}\frac{\partial g}{\partial U_a} \quad (4.24)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial U_a} = \frac{\partial}{\partial U_a}[-K_1\omega_m + K_2V_s - K_hQ]$$

$$= [-K_h] \frac{\partial \theta}{\partial U_a} \tag{4.25}$$

Pada tahap ketiga, menentukan turunan parsial dari f_1, f_2 dan g terhadap variabel V_s, lebih tepatnya kita menghitung $\frac{\partial f_1}{\partial V_s}, \frac{\partial f_2}{\partial V_s}, \frac{\partial g}{\partial V_s}$ didapatkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial g}{\partial v_s} &= \frac{\partial}{\partial v_s}[Lift\ (\cos\theta) - Drag\ (\sin\theta)] \\
&= 0 \\
\frac{\partial f_2}{\partial v_s} &= \frac{\partial}{\partial v_s}\left[-K_4 {K_3}^{-1} {U_a}^2 + {K_3}^{-1} T\right] \\
&= 0 \\
\frac{\partial f_1}{\partial U_a} &= \frac{\partial}{\partial U_a}[-K_1 \omega_m + K_2 V_s - K_h Q] \\
&= K_2
\end{aligned} \tag{4.26}$$

Pada tahap terakhir, menentukan turunan parsial dari f_1, f_2 dan g terhadap variabel U_0, lebih tepatnya kita menghitung $\frac{\partial f_1}{\partial U_0}, \frac{\partial f_2}{\partial U_)}, \frac{\partial g}{\partial U_0}$ didapatkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial g}{\partial U_0} &= \frac{\partial}{\partial U_0}[Lift\ (\cos\theta) - Drag\ (\sin\theta)] \\
&= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_2}{\partial U_0} &= \frac{\partial}{\partial U_0}\left[-K_4 {K_3}^{-1} {\bar{U}_a}^2 + {K_3}^{-1} T\right] \\
&= \frac{\partial}{\partial U_0}(-K_4 {K_3}^{-1} (\bar{U}_a)^2) \\
&= -2K_4 {K_3}^{-1} U_0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_1}{\partial U_0} &= \frac{\partial}{\partial U_a}[-K_1 \omega_m + K_2 V_s - K_h Q] \\
&= 0
\end{aligned} \tag{4.28}$$

Sehingga, menghasilkan bentuk matriks untuk hasil sistem linearisasi sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega_m} \\ \dot{U_a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \omega_m} & \frac{\partial f_1}{\partial U_a} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \omega_m} & \frac{\partial f_2}{\partial U_a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_m \\ U_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial v_s} & \frac{\partial f_1}{\partial U_0} \\ \frac{\partial f_2}{\partial v_s} & \frac{\partial f_2}{\partial U_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_s \\ U_0 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial \omega_m} & \frac{\partial g}{\partial U_a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_m \\ U_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial v_s} & \frac{\partial g}{\partial U_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_s \\ U_0 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

4.2.1 Sistem Linierisasi pada Uji *Tunnel Thruster*

Pada sub bagian ini, untuk memperoleh sistem linier digunakan parameter dari uji *tunnel thruster* [8]. Dengan mengunakan parameter yang telah ditunjukkan pada Tabel 1.1.

Tabel 1.1 Parameter dari Uji *Tunnel Thruster*

C_{Lmax}	1.75	A	0.00445 m^2
C_{Dmax}	1.2	D	0.0762 m
$\Delta\beta$	0.2	R	$^{D}/_{2}$ m
γ	0.5	L	0.4191 m
K_1	70.15	N	2
K_2	1133.2	ρ	998 $^{kg}/_{m^3}$
K_h	17.790	p	$^{\pi}/_{6}$ rad
K_3	0.954	K_4	0.910

Selanjutnya, dengan mensubstitusi parameter dari uji *tunnel thruster* ke sistem hasil linierisasi menghasilkan sistem linier sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega_m} \\ \dot{U_a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -70.7 & 1.2 \\ -2.1 & -14.8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_m \\ U_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1133.2 & 0 \\ 0 & 1.9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_s \\ U_0 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

$$[T] = [-2.03 \quad -12.2] \begin{bmatrix} \omega_m \\ U_a \end{bmatrix} + [0 \quad 0] \begin{bmatrix} V_s \\ U_0 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

4.2.2 Sistem Linierisasi pada Uji *Open-Bladed Thrutser*

Pada sub bagian ini, untuk memperoleh sistem linier digunakan parameter dari uji *open-bladed thrutser* [8]. Dengan menggunakan parameter yang telah ditunjukkan pada Tabel 1.2.

Tabel 1.2. Parameter Uji *Open-bladed thrutser*

C_{Lmax}	2	A	$0.00445\ m^2$
C_{Dmax}	0.5	D	$0.15\ m$
$\Delta\beta$	1.7	R	$^{D}/_{2}\ m$
γ	2.26	L	$0.10\ m$
K_1	10.8	N	2
K_2	0.65	ρ	$998\ ^{kg}/_{m^3}$
K_h	8333	p	$^{\pi}/_{4}\ rad$
K_3	4.0	K_4	30.0

Selanjutnya, dengan mensubstitusi parameter dari uji *open-bladed thruster* ke sistem hasil linierisasi menghasilkan sistem linier sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix}\dot{\omega_m}\\ \dot{U_a}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-523.7 & -1519.8\\ -1.15 & -0.13\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\omega_m\\ U_a\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0.65 & 0\\ 0 & 2.73\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_s\\ U_0\end{bmatrix} \quad (4.33)$$

$$[T] = [-4.62 \quad -10.4]\begin{bmatrix}\omega_m\\ U_a\end{bmatrix} + [0 \quad 0]\begin{bmatrix}V_s\\ U_0\end{bmatrix} \quad (4.34)$$

4.3 Analisis Kestabilan dan Keteramatan Model *Bow thruster*

Pada bagian ini, menjelaskan mengenai analisis kestabilan dan keteramatan untuk sistem yang ditunjukkan pada persamaan (4.31)-(4.34) sebelum sistem tersebut diimplementasikan kedalam metode Kalman Filter dan *Ensemble* Kalman Filter. Untuk menganalisis kestabilan dan keteramatan menggunakan teori dan definisi yang telah dijelaskan pada Bab II.

4.3.1 Analisis Kestabilan dan Keteramatan pada Uji *Tunnel Thruster*

Pada subbab ini, dijelaskan analisis kestabilan dan keteramatan pada persamaan (4.31) dan (4.32), sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix}\dot{\omega_m}\\ \dot{U_a}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-70.7 & 1.2\\ -2.1 & -14.8\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\omega_m\\ U_a\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}1133.2 & 0\\ 0 & 1.9\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_s\\ U_0\end{bmatrix}$$

$$[T] = [-4.62 \quad -10.4]\begin{bmatrix}\omega_m\\ U_a\end{bmatrix} + [0 \quad 0]\begin{bmatrix}V_s\\ U_0\end{bmatrix}$$

a. Kestabilan :

Dengan matriks $A = \begin{bmatrix}-70.7 & 1.2\\ -2.1 & -14.8\end{bmatrix}$

$$|A - \lambda I| = 0$$

$$\begin{vmatrix}-70.7 - \lambda & 1.2\\ -2.1 & -14.8 - \lambda\end{vmatrix} = 0$$

$$(-70.7 - \lambda)(-14.8 - \lambda) - \big((1.2)(-2.1)\big) = 0$$

$$1046{,}36 + 70{,}7\lambda + 14.8\lambda + \lambda^2 + 2.52 = 0$$

$$\lambda^2 + 85.5\lambda + 1048.88 = 0$$
$$(\lambda + 70.6549)(\lambda + 14.8451) = 0$$
$$\lambda_1 = -70.6549 \text{ atau } \lambda_2 = -14.8451$$

Karena bagian real dari $\lambda_1, \lambda_2 < 0$, sehingga dapat dikatakan bahwa sistem pada persamaan (4.31) dan (4.32) stabil.

b. Keteramatan :

Terdapat syarat perlu dan cukup untuk sistem dapat dikatakan teramati (**Teorema 2.1**):

I. Matriks $m(0,t)$ non-singular.

II. Matriks keteramatan

$$M_0 = \begin{pmatrix} C \\ C\,A \\ C\,A^2 \\ \vdots \\ C\,A^{(n-1)} \end{pmatrix}$$

mempunyai rank sama dengan n.

Dengan matriks $A = \begin{bmatrix} -70.7 & 1.2 \\ -2.1 & -14.8 \end{bmatrix}$, sehingga diperoleh sebagai berikut :

I. Suatu matriks dikatakan non-singular jika $\det(A) \neq 0$

$$A = \begin{bmatrix} -70.7 & 1.2 \\ -2.1 & -14.8 \end{bmatrix}$$
$$\det(A) = \begin{vmatrix} -70.7 & 1.2 \\ -2.1 & -14.8 \end{vmatrix}$$
$$= 1046{,}36 + 2.52$$
$$\det(A) = 1048{,}88$$

$\det(A) \neq 0$, matriks A dapat dikatakan matriks *non*-singular

II. Dengan matriks $C = [0\ 1]$, sehingga diperoleh :

$$M_0 = \begin{bmatrix} C \\ C\,A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -70.7 & 1.2 \end{bmatrix}$$

rank = 2, karena rank sama dengan n, dapat dikatakan bahwa sistem tersebut teramati.

4.3.2 Analisis Kestabilan dan Keteramatan pada Uji *Open-Bladed Thruster*

Pada subbab ini, menjelaskan analisis kestabilan dan keteramatan pada persamaan (4.33) dan (4.34), sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega_m} \\ \dot{U_a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -523.7 & -1519.8 \\ -1.15 & -0.13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_m \\ U_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.65 & 0 \\ 0 & 2.73 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_s \\ U_0 \end{bmatrix}$$

$$[T] = [-4.62 \quad -10.4] \begin{bmatrix} \omega_m \\ U_a \end{bmatrix} + [0 \quad 0] \begin{bmatrix} V_s \\ U_0 \end{bmatrix}$$

a. Kestabilan :

Dengan matriks $A = \begin{bmatrix} -523.7 & -1519.8 \\ -1.15 & -0.13 \end{bmatrix}$

$$|A - \lambda I| = 0$$

$$\begin{vmatrix} -523.7 - \lambda & -1519.8 \\ -1.15 & -0.13 - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$(-523.7 - \lambda)(-0.13 - \lambda) - \big((-1519.8)(-1.15)\big) = 0$$

$$68.081 + 523.7\lambda + 0.13\lambda + \lambda^2 - 1747.77 = 0$$

$$\lambda^2 + 528.83\lambda - 1679.689 = 0$$

$$(\lambda + 527.0172)(\lambda - 31872) = 0$$

$$\lambda_1 = -527.0172 \text{ atau } \lambda_2 = 31872$$

Karena terdapat nilai eigen yang mempunyai bagian real positif, sehingga dapat dikatakan bahwa sistem pada persamaan (4.31) dan (4.32) tidak stabil.

b. Keteramatan :

Terdapat syarat perlu dan cukup untuk sistem dapat dikatakan teramati (**Teorema 2.1**):

I. Matriks $m(0, t)$ *non*-singular.

II. Matriks keteramatan

$$M_0 = \begin{pmatrix} C \\ C\,A \\ C\,A^2 \\ \vdots \\ C\,A^{(n-1)} \end{pmatrix}$$

mempunyai rank sama dengan n.

Dengan matriks $A = \begin{bmatrix} -523.7 & -1519.8 \\ -1.15 & -0.13 \end{bmatrix}$, sehingga diperoleh sebagai berikut :

I. Suatu matriks dikatakan *non*-singular jika $\det(A) \neq 0$

$$A = \begin{bmatrix} -523.7 & -1519.8 \\ -1.15 & -0.13 \end{bmatrix}$$

$$\det(A) = \begin{vmatrix} -523.7 & -1519.8 \\ -1.15 & -0.13 \end{vmatrix}$$

$$= 68.081 - 1747.77$$

$$\det(A) = -1679.689$$

$\det(A) \neq 0$, matriks A dapat dikatakan matriks *non*-singular

II. Dengan matriks $C = [0\ 1]$, sehingga diperoleh :

$$M_0 = \begin{bmatrix} C \\ C\,A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -523.7 & -1519.8 \end{bmatrix}$$

rank = 2, karena rank sama dengan n, dapat dikatakan bahwa sistem tersebut teramati.

4.4 Diskritisasi Model *Bow Thruster*

Sistem yang ditunjukkan pada persamaan (4.31)-(4.34) merupakan model sistem linier dengan waktu kontinu, untuk dapat diimplementasikan ke dalam metode Kalman Filter dan metode *Ensemble* Kalman Filter, model tersebut harus didiskritisasikan terlebih dahulu. Pada Tugas Akhir ini diskritisasi model *bow thruster Autonomous Surface Vehichle* (ASV) menggunakan metode *Zero-Order-Hold* yang telah dijelaskan pada Bab II. Pendiskritan dibantu dengan menggunakan *software* MATLAB, sehingga diperoleh bentuk diskrit dari persamaan (4.31)-(4.34).

4.4.1 Diskritisasi Model pada Uji *Tunnel Thruster*

Pada sub bagian ini, menjelaskan hasil pendiskritan yang dibantu dengan menggunakan *software* MATLAB. Dengan mengambil sampling time (Ts) = 1/100, sehingga diperoleh model sistem linier dengan waktu diskrit sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega_m} \\ \dot{U_a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4930 & 0.0079 \\ -0.0139 & 0.8623 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_m \\ U_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8.1241 & 0.0001 \\ -0.0905 & 0.0177 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_s \\ U_0 \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

$$[T] = [-2.03 \quad -12.2] \begin{bmatrix} \omega_m \\ U_a \end{bmatrix} + [0 \quad 0] \begin{bmatrix} V_s \\ U_0 \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

4.4.2 Diskritisasi Model pada Uji *Open-Bladed Thruster*

Pada sub bagian ini, menjelaskan hasil pendiskritan yang dibantu dengan menggunakan *software* MATLAB. Dengan mengambil sampling time (Ts) = 1/100, sehingga diperoleh model sistem linier dengan waktu diskrit sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega_m} \\ \dot{U_a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0116 & -2.9445 \\ -0.0022 & 1.0260 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_m \\ U_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0013 & -0.0647 \\ 0 & 0.0276 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_s \\ U_0 \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

$$[T] = [-2.03 \quad -12.2] \begin{bmatrix} \omega_m \\ U_a \end{bmatrix} + [0 \quad 0] \begin{bmatrix} V_s \\ U_0 \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

4.5 Bentuk Umum Persamaan dari Sistem dan Pengukuran

Sebelum diimplementasikan kedalam metode Kalman Filter dan metode Ensemble Kalman Filter, model sistem pada persamaan (4.35)-(4.38) masing-masing harus melewati tahap untuk menentukan model sistem dan model pengukuran.

4.5.1 Model sistem dan Model Pengukuran pada Uji *Tunnel Thruster*

Model dengan waktu diskrit pada persamaan (4.35) dan (4.36) secara umum dapat dinyatakan dalam bentuk fungsi linier dengan waktu diskrit sebagai berikut :

$$x_{k+1} = A_K x_k + B_k u_k$$

Model tersebut mengabaikan adanya *noise* (gangguan). *Noise* tersebut dapat terjadi seperti kesalahan dalam memodelkan dan juga *noise* dapat terjadi pada model pengukuran. Walaupun *noise* berukuran sangat kecil, namun adanya *noise* perlu diperhitungkan. Seperti yang telah dijelaskan pada persamaan (2.24). Sehingga, persamaan sistem dinamik linier diskrit stokastik dapat dituliskan sebagai berikut :

$$x_{k+1} = A_K x_k + B_k u_k + G w_k$$

Selanjutnya, didapatkan bentuk ruang keadaan sistem dinamik linear diskrit stokastik sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega_m} \\ \dot{U_a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}4930 & 0.0079 \\ -0.0139 & 0.8623 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_m \\ U_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8.1241 & 0.0001 \\ -0.0905 & 0.0177 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_s \\ U_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{1k} \\ w_{2k} \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

Dimana untuk w_k adalah vektor *noise* yang berupa variabel acak berdistribusi normal dengan mean sama dengan nol dan kovariannya yaitu Q_k atau secara umum ditulis sebagai berikut : $w_k \sim N(0\,,\ Q_k)$.

Model pengukuran yang digunakan pada penelitian ini sesuai dengan persamaan (2.25), sehingga diperoleh sebagai berikut :

$$z_k = H x_k + v_k$$

$$[T] = [-2.03 \quad -12.2] \begin{bmatrix} \omega_m \\ U_a \end{bmatrix} + [0 \quad 0] \begin{bmatrix} V_s \\ U_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{1k} \\ v_{2k} \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

Dimana untuk v_k adalah vektor *noise* yang berupa variabel acak berdistribusi normal dengan mean sama dengan nol dan kovariannya yaitu R_k atau secara umum ditulis sebagai berikut : $v_k \sim N(0\,,\ R_k)$.

4.5.2 Model sistem dan Model Pengukuran pada Uji *Open-Bladed Tunnel Thruster*

Model dengan waktu diskrit pada persamaan (4.37) dan (4.38) secara umum dapat dinyatakan dalam bentuk fungsi linier dengan waktu diskrit sebagai berikut :

$$x_{k+1} = A_K x_k + B_k u_k$$

Model tersebut mengabaikan adanya *noise* (gangguan). *Noise* tersebut dapat terjadi seperti kesalahan dalam memodelkan dan juga *noise* dapat terjadi pada model pengukuran. Walaupun *noise* berukuran sangat kecil, namun adanya perlu diperhitungkan. Seperti yang telah dijelaskan pada persamaan (2.24). Sehingga, persamaan sistem dinamik linier diskrit stokastik dapat dituliskan sebagai berikut :

$$x_{k+1} = A_K x_k + B_k u_k + G w_k$$

Selanjutnya, didapatkan bentuk ruang keadaan sistem dinamik linear diskrit stokastik sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega_m} \\ \dot{U_a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0116 & -2.9445 \\ -0.0022 & 1.0260 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_m \\ U_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.0013 & -0.0647 \\ 0 & 0.0276 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_s \\ U_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{1k} \\ w_{2k} \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

Dimana untuk w_k adalah vektor *noise* yang berupa variabel acak berdistribusi normal dengan mean sama dengan nol dan kovariannya yaitu Q_k atau secara umum ditulis sebagai berikut : $w_k \sim N(0,\ Q_k)$.

Model pengukuran yang digunakan pada penelitian ini sesuai dengan persamaan (2.25), sehingga diperoleh sebagai berikut :

$$z_k = H x_k + v_k$$

$$[T] = [-2.03 \quad -12.2] \begin{bmatrix} \omega_m \\ U_a \end{bmatrix} + [0 \quad 0] \begin{bmatrix} V_s \\ U_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{1k} \\ v_{2k} \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

Dimana untuk v_k adalah vektor *noise* yang berupa variabel acak berdistribusi normal dengan mean sama dengan nol dan kovariannya yaitu R_k atau secara umum ditulis sebagai berikut : $v_k \sim N(0\ ,\ R_k)$.

4.6 Implementasi Metode Kalman Filter

Setelah mengetahui langkah-langkah pembentukan suatu pemodelan untuk estimasi momentum air dan kecepatan baling-baling pada model *bow thruster Autonomous Surface Vehicle* (ASV). Selanjutnya dilakukan simulasi metode Kalman Filter pada *software* MATLAB untuk dapat menganalisis hasilnya.

Metode Kalman Filter adalah suatu metode estimasi variabel keadaan dari sistem dinamik stokastik linier diskrit yang meminimumkan kovariansi *error* estimasi. Oleh karena model *bow thruster Autonomous Surface Vehicle* (ASV) yang digunakan merupakan model sistem *non* linier dengan waktu kontinu maka harus dilinierkan dan didiskritisasi terlebih dahulu agar bisa diimplementasikan pada metode Kalman Filter, sehingga dapat digunakan untuk melakukan estimasi.

Berikut ini merupakan tahapan pada algoritma Kalman Filter :

1. Tahap Inisialisasi

Pada tahap inisialisasi ditentukan nilai awal, kovarian untuk *noise* sistem dan kovarian untuk *noise* pengukuran. Nilai awalnya didefinisikan oleh suatu peubah acak berdistribusi normal dengan mean $\bar{x}_0$ dan kovarian P_{x0}.

2. Tahap Prediksi

Pada tahap ini jika model sistem sudah berbentuk linier diskrit, maka selanjutnya dapat dihitung estimasi dan kovarian *error*nya dengan menggunakan persamaan sebagai berikut :

Estimasi :

$$\hat{x}_{k+1}^{-} = A_k \hat{x}_k + B_k u_k$$

Kovarian *Error* :

$$P_{k+1}^{-} = A_k P_k A_k^T + G_k Q_k G_k^T$$

Dengan P_{k+1}^{-} merupakan kovarian *error* pada tahap prediksi, matriks untuk nilai elemen *noise* sistem (w_k) dinotasikan dengan G_k dan Q_k adalah kovarian pada matriks sistem.

3. Tahap Koreksi

Pada tahap koreksi dilakukan perhitungan kalman gain yang digunakan untuk meminimumkan kovarian *error*. Untuk menghitung kalman gain digunakan persamaan sebagi berikut :

$$K_k = P_{k+1}^{-} H^T [\ H_k P_{k+1}^{-} H^T + R_k\ ]^{-1}$$

Dengan P_{k+1}^{-}adalah kovarian *error* pada tahap koreksi, *H* adalah matriks pengukuran dan R_k adalah kovarian pada matriks pengukuran. Selanjutnya, dengan data yang didapat dari model pengukuran (z_k) digunakan untuk memperbaiki hasil estimasi dan kovarian *error* pada tahap prediksi, dihitung menggunakan persamaan sebagi berikut :

Menghitung kovarian *error* pada tahap koreksi :

$$P_{k+1} = [(P_{k+1}^{-})^{-1} + H_k R_k H_k]^{-1}$$

Menghitung nilai estimasi pada tahap koreksi :

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^{-} + P_{k+1} H^T R_k (z_k - H^T \hat{x}_{k+1}^{-})$$

Dengan $\hat{x}_{k+1}^{-}$ adalah nilai estimasi pada tahap prediksi, z_k adalah data pengukuran.

4.6.1 Implementasi Metode Kalman Filter pada Uji *Tunnel Thruster*

Berdasarkan subbab (4.4) pada persamaan (4.39) dan (4.40) bahwa model sistem dan model pengukuran masing-masing dapat dituliskan sebagai berikut :

Model Sistem :

$$x_{k+1} = A_K x_k + B_k u_k + G w_k$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega_m} \\ \dot{U_a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}4930 & 0.0079 \\ -0.0139 & 0.8623 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_m \\ U_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8.1241 & 0.0001 \\ -0.0905 & 0.0177 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_s \\ U_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{1k} \\ w_{2k} \end{bmatrix}$$

w_k adalah vektor *noise* yang merupakan variabel acak berdistribusi normal dengan *mean* sama dengan nol dan kovariannya yaitu Q_k atau secara umum ditulis sebagai berikut : $w_k \sim N(0\,,\ Q_k)$.

Model Pengukuran :

$$z_k = Hx_k + v_k$$

$$[T] = [-2.03 \quad -12.2]\begin{bmatrix}\omega_m \\ U_a\end{bmatrix} + [0 \quad 0]\begin{bmatrix}V_s \\ U_0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}v_{1k} \\ v_{2k}\end{bmatrix}$$

v_k adalah vektor *noise* yang berupa variabel acak berdistribusi normal dengan mean sama dengan nol dan kovariannya yaitu R_k atau secara umum ditulis sebagai berikut : $v_k \sim N(0\,,\ R_k)$.

4.6.2 Implementasi Metode Kalman Filter pada Uji *Open-Bladed Thruster*

Berdasarkan subbab (4.4) pada persamaan (4.41) dan (4.42) bahwa model sistem dan model pengukuran masing-masing dapat dituliskan sebagai berikut :

Model Sistem :

$$x_{k+1} = A_K x_k + B_k u_k + G w_k$$

$$\begin{bmatrix}\dot{\omega_m} \\ \dot{U_a}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0.0116 & -2.9445 \\ -0.0022 & 1.0260\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\omega_m \\ U_a\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.0013 & -0.0647 \\ 0 & 0.0276\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_s \\ U_0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}w_{1k} \\ w_{2k}\end{bmatrix}$$

Dimana untuk w_k adalah vektor *noise* yang berupa variabel acak berdistribusi normal dengan mean sama dengan nol dan kovariannya yaitu Q_k atau secara umum ditulis sebagai berikut : $w_k \sim N(0\,,\ Q_k)$.

Model Pengukuran :

$$z_k = Hx_k + v_k$$

$$[T] = [-2.03 \quad -12.2]\begin{bmatrix}\omega_m \\ U_a\end{bmatrix} + [0 \quad 0]\begin{bmatrix}V_s \\ U_0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}v_{1k} \\ v_{2k}\end{bmatrix}$$

Dimana untuk v_k adalah vektor *noise* yang berupa variabel acak berdistribusi normal dengan *mean* sama dengan nol dan kovariannya yaitu R_k atau secara umum ditulis sebagai berikut : $v_k \sim N(0\ ,\ R_k)$.

4.7 Implementasi Metode *Ensemble* Kalman Filter

Metode *Ensemble* Kalman Filter (EnKF) adalah metode estimasi modifikasi dari algoritma Kalman Filter yang dapat digunakan untuk mengestimasi model sistem linier maupun *non* linier dengan membangkitkan atau menggunakan sejumlah *ensemble* pada tahap prediksi untuk mengestimasi kovarian *error*nya.

Berikut merupakan tahapan pada algoritma *Ensemble* Kalman Filter :

1. Tahap Inisialisasi

Membangkitkan sejumlah *ensemble* N_ε dalam bentuk matriks ukuran $n\ x\ N_\varepsilon$, dengan n banyaknya variabel keadaan dan N_ε banyaknya *ensemble* sebagai berikut :

$$X_0 = \begin{bmatrix}\omega_{m0,1} & \omega_{m0,2} & \omega_{m0,3} & \cdots & \omega_{m0,N_e} \\ U_{a0,1} & U_{a0,2} & U_{a0,2} & \cdots & U_{a0,N_e}\end{bmatrix} \quad (4.43)$$

Selanjutnya mencari nilai rata-rata setiap state dari pembangkitan *ensemble* dengan menggunakan persamaan sebagai berikut :

$$\hat{X}_0 = \frac{1}{N_\varepsilon}\sum_{i=1}^{N_\varepsilon} X_{0,i} \quad (4.44)$$

2. Tahap Prediksi

Pada tahap prediksi akan ditentukan estimasi *ensemble*, rata-rata estimasi dan kovarian *error*. Untuk mencari estimasi *ensemble*

digunakan persamaan sebagai berikut :

$$\hat{X}^*_{k,i} = f\left(\hat{X}_{k-1}, u_{k-1}\right) + w_{k,i} \tag{4.50}$$

Untuk $i = 1$, diperoleh

$$\hat{X}^*_{k,1} = f\left(\hat{X}_{k-1}, u_{k-1}\right) + w_{k,1}$$
$$= \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}_{k-1} + \begin{bmatrix} w_{1_{k,1}} \\ w_{2_{k,1}} \end{bmatrix}$$

Untuk $i = 2$, diperoleh

$$\hat{X}^*_{k,1} = f\left(\hat{X}_{k-1}, u_{k-1}\right) + w_{k,2}$$
$$= \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}_{k-1} + \begin{bmatrix} w_{1_{k,2}} \\ w_{2_{k,2}} \end{bmatrix}$$

⋮

Untuk $i = N_\varepsilon$, diperoleh

$$\hat{X}^*_{k,1} = f\left(\hat{X}_{k-1}, u_{k-1}\right) + w_{k,1}$$
$$= \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}_{k-1} + \begin{bmatrix} w_{1_{k,N_\varepsilon}} \\ w_{2_{k,N_\varepsilon}} \end{bmatrix} \tag{4.51}$$

Sehingga, persamaan estimasi *ensemble* dari $i = 1$ sampai $i = N_\varepsilon$ diperolah persamaan estimasi *ensemble* sebanyak N_ε dengan k iterasi.

$$\hat{X}^*_k = \left[f\left(\hat{X}_{k-1}, u_{k-1}\right) \;\; f\left(\hat{X}_{k-1}, u_{k-1}\right) \cdots \;\; f\left(\hat{X}_{k-1}, u_{k-1}\right)\right] + \left[w_{k,1} \; w_{k,2} \; \cdots \; w_{k,N_\varepsilon}\right] \tag{4.52}$$

Persamaan (4.50) diperoleh matriks sebesar $k \; x \; N_\varepsilon$.

Rata-rata estimasi pada tahap prediksi dihitung dengan rata-rata dari setiap variabel keadaan dengan menggunakan persamaan sebagai berikut :

$$\hat{X}_{\bar{k}} = \frac{1}{N_\varepsilon} \sum_{i=1}^{N_\varepsilon} \hat{X}^*_{k,i} \tag{4.51}$$

Selanjutnya menghitung kovarian *error* pada tahap prediksi dengan menggunakan persamaan sebagai berikut :

$$P_k^- = \frac{1}{N_\varepsilon - 1} \sum_{i=1}^{N_\varepsilon} \left(\hat{X}_{k,i}^* - X_{\bar{k}}\right)\left(\hat{X}_{k,i}^* - \hat{X}_{\bar{k}}\right)^T$$

Dengan P_k^- merupakan kovarian *error* pada tahap prediksi, $\hat{X}_{k,i}^*$ merupakan nilai estimasi prediksi dan $\hat{X}_{\bar{k}}$ merupakan nilai rata-rata estimasi.

3. Tahap Koreksi

Pada tahap koreksi ini dilakukan perhitungan data pengukuran pada tahap koreksi ($z_{k,i}$) dengan menggunakan persamaan sebagai berikut :

$$Z_{k,i} = Z_k + v_k$$

Sehingga, didapat matriks berukuran $m\ x\ N_\varepsilon$ dengan m adalah banyaknya variabel pengukuran.

Kalman gain dihitung dengan menggunakan persamaan sebagai berikut :

$$K_k = P_k^- H^T \left[H\ P_k^-\ H^T + \ R_k\ \right]^{-1}$$

Dengan P_k^- adalah kovarian *error* pada tahap koreksi, H adalah matriks pengukuran dan R_k adalah kovarian pada matriks pengukuran.

Selanjutnya, menghitung nilai estimasi pada tahap koreksi dengan menggunakan persamaan sebagai berikut :

$$\hat{X}_{k,i}^- = \hat{X}_{k,i}^* + K_k\ (z_{k,i} - H\hat{X}_{k,i}^*)$$

Dengan $\hat{X}_{k,i}^*$ merupakan nilai estimasi pada tahap prediksi, K_k adalah kalman gain, $z_{k,i}$ merupakan data pengukuran pada tahap koreksi dan H merupakan matriks pengukuran.

Setelah didapatkan nilai estimasi pada tahap koreksi, selanjutnya menghitung rata-rata estimasi dengan menggunakan persamaan sebagai berikut :

$$\hat{X}_{\bar{k}} = \frac{1}{N_\varepsilon} \sum_{i=1}^{N_\varepsilon} \hat{X}_{k,i}^{-}$$

Nilai dari rata-rata estimasi akan digunakan untuk membandingkan hasil estimasi dari metode EnKF dengan nilai sebenarnya.

Kovarian *error* pada tahap koreksi menggunakan persamaan sebagai berikut :

$$P_k = [I - K_k H] P_k^{-}$$

4.7.1 Implementasi Metode Ensemble Kalman Filter pada Uji *Tunnel Thruster*

Berdasarkan subbab (4.4) pada persamaan (4.39) dan (4.40) bahwa model sistem dan model pengukuran masing-masing dapat dituliskan sebagai berikut :

Model Sistem :

$$x_{k+1} = A_K x_k + B_k u_k + G w_k$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega_m} \\ \dot{U_a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}4930 & 0.0079 \\ -0.0139 & 0.8623 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_m \\ U_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8.1241 & 0.0001 \\ -0.0905 & 0.0177 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_s \\ U_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{1k} \\ w_{2k} \end{bmatrix}$$

w_k adalah vektor *noise* yang berupa variabel acak berdistribusi normal dengan *mean* sama dengan nol dan kovariannya yaitu Q_k atau secara umum ditulis sebagai berikut : $w_k \sim N(0\,,\ Q_k)$.

Model Pengukuran :

$$z_k = H x_k + v_k$$

$$[T] = [-2.03 \quad -12.2] \begin{bmatrix} \omega_m \\ U_a \end{bmatrix} + [0 \quad 0] \begin{bmatrix} V_s \\ U_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{1k} \\ v_{2k} \end{bmatrix}$$

v_k adalah vektor *noise* yang berupa variabel acak berdistribusi normal dengan *mean* sama dengan nol dan kovariannya yaitu R_k atau secara umum ditulis sebagai berikut : $v_k \sim N(0\,,\ R_k)$.

4.7.2 Implementasi Metode Ensemble Kalman Filter pada Uji *Open-Bladed Thrutser*

Berdasarkan subbab (4.4) pada persamaan (4.41) dan (4.42) bahwa model sistem dan model pengukuran masing-masing dapat dituliskan sebagai berikut :

Model Sistem :

$$x_{k+1} = A_K x_k + B_k u_k + G w_k$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega_m} \\ \dot{U_a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0116 & -2.9445 \\ -0.0022 & 1.0260 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_m \\ U_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.0013 & -0.0647 \\ 0 & 0.0276 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_s \\ U_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{1k} \\ w_{2k} \end{bmatrix}$$

Dimana untuk w_k adalah vektor *noise* yang berupa variabel acak berdistribusi normal dengan mean sama dengan nol dan kovariannya yaitu Q_k atau secara umum ditulis sebagai berikut : $w_k \sim N(0\,,\ Q_k)$.

Model Pengukuran :

$$z_k = H x_k + v_k$$

$$[T] = [-2.03 \quad -12.2] \begin{bmatrix} \omega_m \\ U_a \end{bmatrix} + [0 \quad 0] \begin{bmatrix} V_s \\ U_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{1k} \\ v_{2k} \end{bmatrix}$$

Dimana untuk v_k adalah vektor *noise* yang berupa variabel acak berdistribusi normal dengan *mean* sama dengan nol dan kovariannya yaitu R_k atau secara umum ditulis sebagai berikut : $v_k \sim N(0\,,\ R_k)$.

4.8 Simulasi dan Analisis Hasil

Pada subbab ini, simulasi dilakukan dengan menerapkan algoritma Kalman Filter dan *Ensemble* Kalman Filter pada model *bow thruster Autonomous Surface Vehicle* (ASV). Hasil simulasi akan dievaluasi dengan cara membandingkan nilai sebenarnya dengan hasil estimasi Kalman Filter dan *Ensemble* Kalman Filter serta diakhir simulasi akan ditampilkan nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) dari masing-masing variabel yang diukur. Dalam simulasi ini, nilai real yang diambil adalah sistem linier yang sesuai dengan persamaan

(4.39) dan (4.41) dengan masing-masing merupakan sistem linier pada uji *tunnel thruster* dan sistem linier pada uji *open-bladed thrutser*.

Sebelum model dapat diimplementasikan terhadap masing masing metode yaitu metode Kalman Filter dan *Ensemble* Kalman Filter diberikan nilai awal untuk masing-masing variabel yaitu kecepatan baling-baling (ω_m) dan momentum air (U_a). Dengan w_k adalah noise sistem yang berdistribusi mormal dengan *mean* (rata-rata) nol dan kovarian Q_k dengan Q_1= 0.5 dan v_k adalah *noise* pengukuran yang berdistribusi normal dengan *mean* (rata-rata) R_k dengan $R_1 = 0.5$ **.**

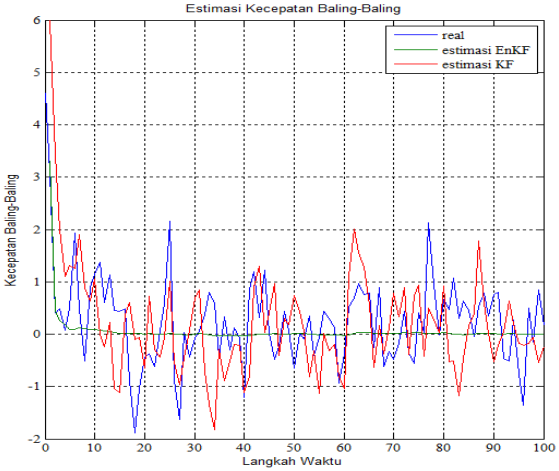
Berikut ini merupakan hasil dari estimasi kecepatan baling-baling dan momentum air pada *bow thruster Autonomous Surface Vehicle* (ASV).

4.8.1 Simulasi I

Dalam simulasi I ini, dilakukan simulasi dari estimasi kecepatan baling-baling dan momentum air pada model *bow thruster* ASV berdasarkan uji *tunnel thruster* dan dengan matriks H yang diberikan yaitu :

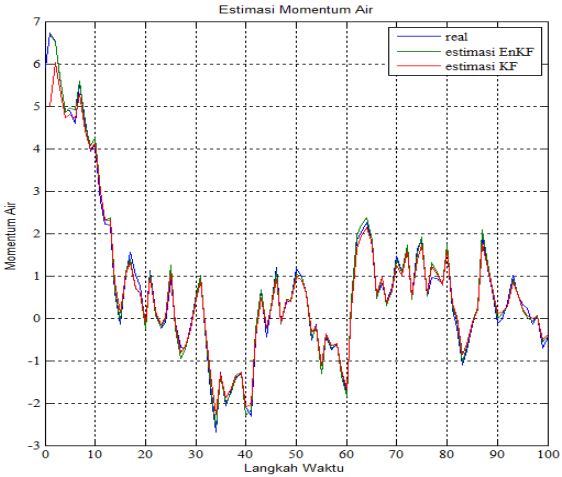
$$H = [-2.03 \quad -12.2]$$

Matriks H yang diberikan menggambarkan data yang diukur yaitu ω_m dan U_a. Pada simulasi ini diberikan nilai $k = 100$ langkah pada simulasi. Simulasi ini dilakukan perbandingan nilai real dengan hasil estimasi KF dan EnKF. Hal ini ditunjukkan untuk mengetahui hasil yang optimal dari estimasi momentum air dan kecepatan baling-baling pada model *bow thruster* ASV. Hasil dari simulasi I tampak pada gambar dibawah ini :



Gambar 4.1 Estimasi Kecepatan Baling-Baling (ω_m) Berdasarkan Uji *Tunnel Thruster*

Gambar 4.1 merupakan grafik simulasi untuk ω_m dengan keterangan warna biru pada grafik menunjukkan nilai real suatu sistem, warna hijau pada grafik menunjukkan nilai estimasi metode *Ensemble* Kalman Filter dan warna merah menunjukkan nilai estimasi Kalman Filter. Dalam simulasi didapat RMSE untuk hasil estimasi menggunakan metode KF sebesar 0,8740. Sedangkan, RMSE untuk hasil estimasi menggunakan metode EnKF sebesar 0,7920. Dari hasil estimasi kecepatan baling-baling terlihat bahwa estimasi dengan metode *Ensemble* Kalman Filter didapatkan RMSE yang relative lebih kecil dibanding Kalman Filter.



Gambar 4.2 Estimasi Momentum Air (U_a) Berdasarkan Uji *Tunnel Thruster*

Gambar 4.2 merupakan grafik simulasi untuk U_a dengan keterangan warna biru pada grafik menunjukkan nilai real suatu sistem, warna hijau pada grafik menunjukkan nilai estimasi metode *Ensemble* Kalman Filter dan warna merah menunjukkan nilai estimasi Kalman Filter. Pada simulasi didapat RMSE untuk hasil estimasi menggunakan metode KF sebesar 0,9239. Sedangkan, RMSE untuk hasil estimasi menggunakan metode EnKF sebesar 0,1352. Dari hasil estimasi momentum air terlihat bahwa estimasi dengan menggunakan metode *Ensemble* Kalman Filter didapatkan nilai RMSE yang relative lebih kecil dibanding Kalman Filter.

Sehingga, untuk hasil nilai dari *Root Mean Square Error* (RMSE) dari ω_m dan U_a terhadap uji *tunnel thruster* ditampilkan pada Tabel 4.1 sebagai berikut:

Tabel 4.1 Nilai RMSE dari ω_m dan U_a terhadap Uji *Tunnel Thruster*

Metode	ω_m	U_a
KF	0,8740	0,9239
EnKF	0,7920	0,1352

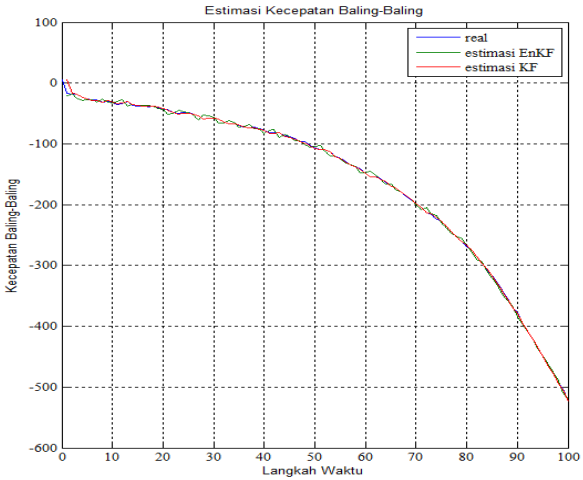
Dari **Tabel 4.1** terlihat bahwa RMSE yang dihasilkan oleh metode *Ensemble* Kalman Filter relative lebih kecil yaitu pada interval $0{,}1352 \leq \text{RMSE} \leq 0{,}7920$ dan RMSE yang dihasilkan metode Kalman Filter yaitu pada interval $0{,}8740 \leq \text{RMSE} \leq 0{,}9232$. Hal ini dapat dikatakan bahwa hasil estimasi berdasarkan uji *tunnel thruster* lebih akurat ketika menggunakan metode *Ensemble* Kalman Filter.

4.8.2 Simulasi II

Dalam simulasi II ini, dilakukan simulasi dari estimasi momentum air dan kecepatan baling-baling pada model *bow thruster* ASV berdasarkan uji *open-bladed thrutser* dan dengan matriks H yang diberikan yaitu :

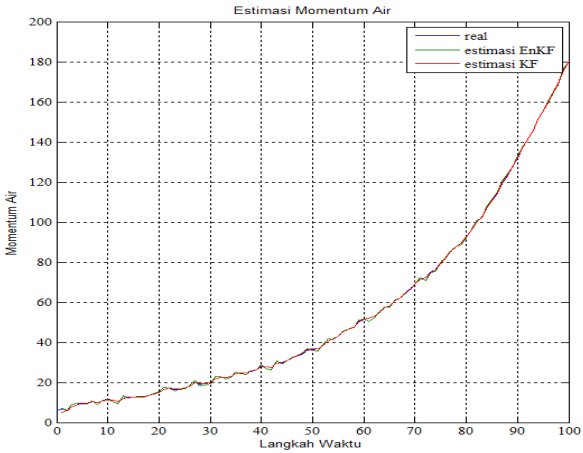
$$H = [-2.03 \quad -12.2]$$

Matriks H yang diberikan menggambarkan data yang diukur yaitu ω_m dan U_a. Pada simulasi ini diberikan nilai $k = 100$ langkah pada simulasi. Simulasi ini dilakukan perbandingan nilai real dengan hasil estimasi KF dan EnKF. Hal ini ditunjukkan untuk mengetahui hasil yang optimal dari estimasi momentum air dan kecepatan baling-baling pada model *bow thruster* ASV. Hasil dari simulasi II tampak pada gambar dibawah ini :



Gambar 4.3 Estimasi Kecepatan Baling-Baling (ω_m) Berdasarkan Uji *Open-Bladed Thrutser*

Gambar 4.3 merupakan grafik simulasi untuk ω_m dengan keterangan warna biru pada grafik menunjukkan nilai real suatu sistem, warna hijau pada grafik menunjukkan nilai estimasi metode *Ensemble* Kalman Filter dan warna merah menunjukkan nilai estimasi Kalman Filter. Pada simulasi didapat RMSE untuk hasil estimasi menggunakan metode KF sebesar 2,7061. Sedangkan RMSE untuk hasil estimasi menggunakan metode EnKF sebesar 3,6437. Hal ini dapat dikatakan bahwa hasil estimasi kecepatan baling-baling dengan metode Kalman Filter didapatkan RMSE yang relative lebih kecil dibanding *Ensemble* Kalman Filter.



Gambar 4.4 Estimasi Momentum Air (U_a) Berdasarkan Uji *Open-Bladed Thrutser*

Gambar 4.4 merupakan grafik simulasi untuk momentum air dengan keterangan warna biru pada grafik menunjukkan nilai real suatu sistem, warna hijau pada grafik menunjukkan nilai estimasi metode *Ensemble* Kalman Filter dan warna merah menunjukkan nilai estimasi Kalman Filter. Dalam simulasi didapat nilai RMSE untuk hasil estimasi menggunakan metode KF sebesar 1,9870. Sedangkan nilai RMSE untuk hasil estimasi menggunakan metode EnKF sebesar 0,6529. Hal ini dapat dikatakan bahwa hasil estimasi momentum air dengan metode *Ensemble* Kalman Filter didapatkan RMSE yang relative lebih kecil dibanding Kalman Filter.

Sehingga, untuk hasil dari *Root Mean Square Error* (RMSE) dari ω_m dan U_a terhadap uji *open-bladed thruster* ditampilkan pada Tabel 4.2 sebagai berikut:

Tabel 4.2 Nilai RMSE dari ω_m dan U_a Berdasarkan Uji *open-bladed thrutser*

Metode	ω_m	U_a
KF	2,7060	1,9870
EnKF	3,6437	0,6529

Dari **Tabel 4.2** dapat bahwa nilai RMSE yang dihasilkan oleh metode *Ensemble* Kalman Filter yaitu pada interval $0{,}6529 \leq$ RMSE $\leq 3{,}6437$ dan nilai RMSE yang dihasilkan oleh metode Kalman Filter yaitu pada interval $1{,}9870 \leq$ RMSE $\leq 2{,}7060$. Hal ini dapat dikatakan bahwa hasil estimasi berdasarkan uji *open-balded thruster* lebih akurat ketika menggunakan metode Kalman Filter.

4.8.3 Simulasi III

Dalam simulasi III ini, dilakukan simulasi dari estimasi momentum air dan kecepatan baling-baling pada model *bow thruster* ASV berdasarkan uji *tunnel thruster* dan uji *open-bladed thrutser* dengan menggunakan nilai kovarian *error* yang berbeda-beda dan matriks H sebagai berikut :

$$H = [-2.03 \quad -12.2]$$

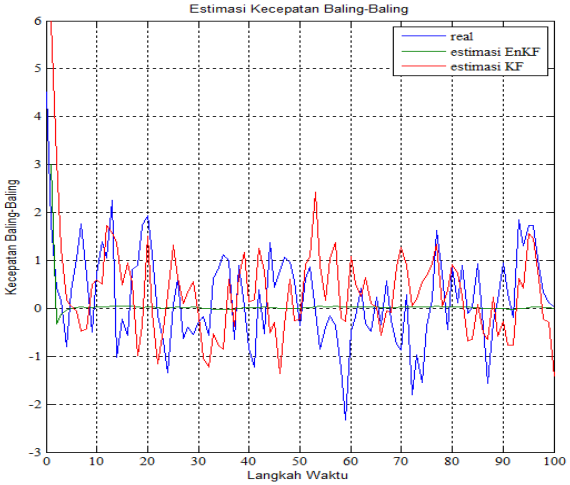
Matriks H yang diberikan menggambarkan data yang diukur yaitu ω_m dan U_a. Pada simulasi ini diberikan nilai $k = 100$ langkah pada simulasi. Tujuan dari simulasi III ini adalah untuk mengetahui pengaruh *noise* terhadap hasil estimasi metode KF dan EnKF.

4.8.3.1 Variasi Nilai Kovarian *Error* Berdasarkan Uji *Tunnel Thruster*

Pada kondisi ini diambil variasi dari nilai kovarian *noise* yaitu 0.6, 0.8 dan 1 yang akan diimplementasikan berdasarkan uji *tunnel thruster*.

a. Nilai Kovarian *Noise* 0,6

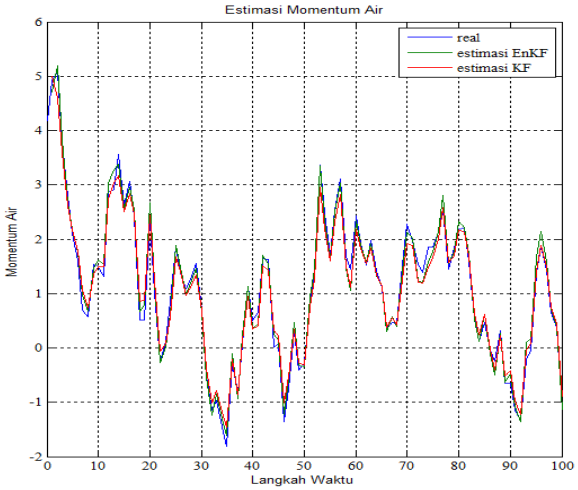
Pertama dilakukan simulasi untuk kondisi nilai kovarian *noise* 0,6 dengan penggambilan $k = 100$. Hasil simulasi dari nilai kovarian *noise* 0,6 yang diperoleh terdapat pada Gambar 4.5 dan Gambar 4.6 sebagai berikut :



Gambar 4.5 Estimasi Kecepatan Baling-Baling (ω_m) Berdasarkan Uji *Tunnel Thruster* dengan Nilai Kovarian *Noise* 0,6

Gambar 4.5 merupakan grafik variasi nilai kovarian *noise* 0,6 untuk kecepatan baling-baling dengan keterangan warna biru pada grafik menunjukkan nilai real suatu sistem, warna hijau pada grafik menunjukkan nilai estimasi metode *Ensemble* Kalman Filter dan warna merah menunjukkan nilai estimasi Kalman Filter. Dalam simulasi didapat nilai RMSE untuk hasil estimasi menggunakan metode KF sebesar 1,0138. Sedangkan nilai RMSE untuk hasil estimasi menggunakan metode EnKF sebesar 0,8941. Dari hasil estimasi kecepatan baling-baling terlihat bahwa estimasi dengan

metode *Ensemble* Kalman Filter didapatkan RMSE yang relative lebih kecil dibanding Kalman Filter.

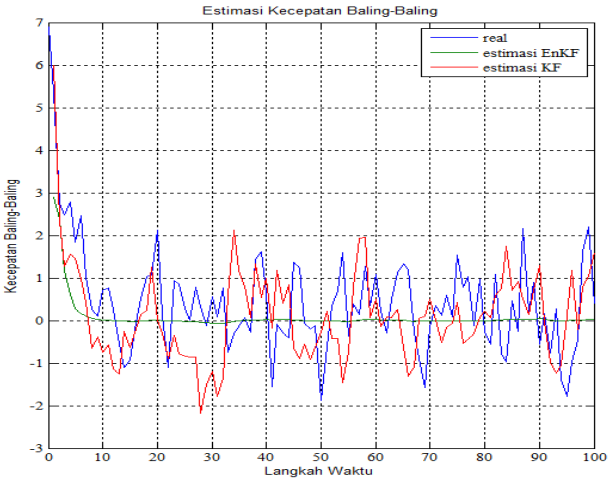


Gambar 4.6 Estimasi Momentum Air (U_a) Berdasarkan Uji *Tunnel Thruster* dengan Nilai Kovarian $Noise$ 0,6

Gambar 4.6 merupakan grafik variasi nilai kovarian *noise* 0,6 untuk U_a dengan keterangan warna biru pada grafik menunjukkan nilai real suatu sistem, warna hijau pada grafik menunjukkan nilai estimasi metode *Ensemble* Kalman Filter dan warna merah menunjukkan nilai estimasi Kalman Filter. Dalam simulasi didapat nilai RMSE untuk hasil estimasi menggunakan metode KF sebesar 1,0093. Sedangkan nilai RMSE untuk hasil estimasi dengan metode EnKF sebesar 0,1492. Dari hasil estimasi momentum air terlihat bahwa estimasi dengan metode *Ensemble* Kalman Filter didapatkan RMSE yang relative lebih kecil dibanding Kalman Filter.

b. Nilai Kovarian *Noise* 0,8

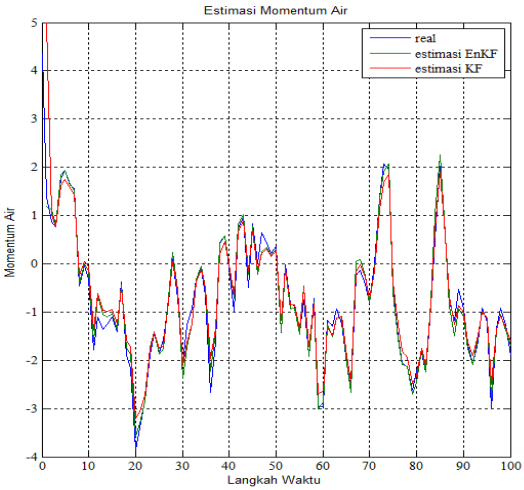
Pada hal ini dilakukan simulasi untuk kondisi nilai kovarian *noise* 0,8 dengan penggambilan $k = 100$. Hasil simulasi dari nilai kovarian *noise* 0,8 yang diperoleh terdapat pada Gambar 4.7 dan Gambar 4.8 sebagai berikut :



Gambar 4.7 Estimasi Kecepatan Baling-Baling (ω_m) Berdasarkan Uji *Tunnel Thruster* dengan Nilai Kovarian *Noise* 0,8

Gambar 4.7 merupakan grafik variasi nilai kovarian *noise* 0,8 untuk ω_m dengan keterangan warna biru pada grafik menunjukkan nilai real suatu sistem, warna hijau pada grafik menunjukkan nilai estimasi metode *Ensemble* Kalman Filter dan warna merah menunjukkan nilai estimasi Kalman Filter. Dalam simulasi didapat nilai RMSE untuk hasil estimasi menggunakan metode KF sebesar 1,1386. Sedangkan nilai RMSE untuk hasil estimasi menggunakan metode EnKF sebesar 1,0355. Dari hasil estimasi kecepatan baling-

baling terlihat bahwa estimasi dengan metode *Ensemble* Kalman Filter didapatkan RMSE yang relative lebih kecil dibanding Kalman Filter.

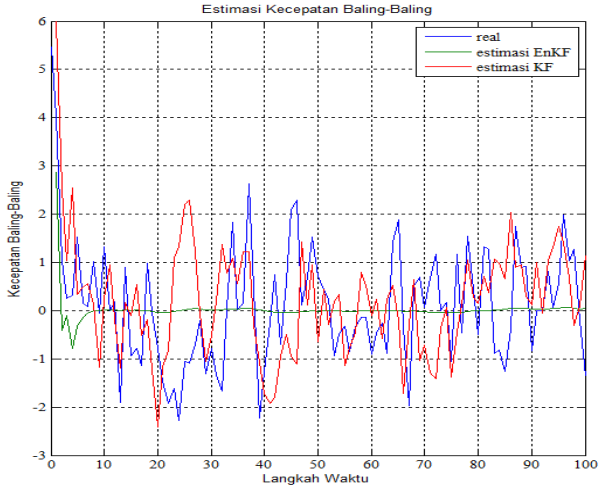


Gambar 4.8 Estimasi Momentum Air (U_a) Berdasarkan Uji *Tunnel Thruster* dengan Nilai Kovarian *Noise* 0,8

Gambar 4.8 merupakan grafik variasi nilai kovarian *noise* 0,8 untuk U_a dengan keterangan warna biru pada grafik menunjukkan nilai real suatu sistem, warna hijau pada grafik menunjukkan nilai estimasi metode *Ensemble* Kalman Filter dan warna merah menunjukkan nilai estimasi Kalman Filter. Dalam simulasi didapat nilai RMSE untuk hasil estimasi menggunakan metode KF sebesar 1,1429. Sedangkan nilai RMSE untuk hasil estimasi menggunakan metode EnKF sebesar 0,1724. Dari hasil estimasi momentum air terlihat bahwa estimasi dengan metode *Ensemble* Kalman Filter didapatkan RMSE yang relative lebih kecil dibanding Kalman Filter.

c. Nilai Kovarian *Noise* 1

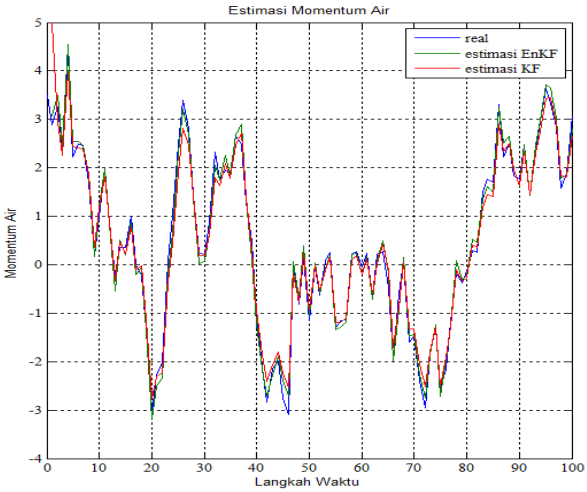
Pada hal ini dilakukan simulasi untuk kondisi nilai kovarian *noise* 1 dengan penggambilan $k = 100$. Hasil simulasi dari nilai kovarian *noise* 1 yang diperoleh terdapat pada Gambar 4.9 dan Gambar 4.10 sebagai berikut :



Gambar 4.9 Estimasi Kecepatan Baling-Baling (ω_m) Berdasarkan Uji *Tunnel Thruster* dengan Nilai Kovarian *Noise* 1

Gambar 4.9 merupakan grafik variasi nilai kovarian *noise* 1 untuk ω_m dengan keterangan warna biru pada grafik menunjukkan nilai real suatu sistem, warna hijau pada grafik menunjukkan nilai estimasi metode *Ensemble* Kalman Filter dan warna merah menunjukkan nilai estimasi Kalman Filter. Dalam simulasi didapat nilai RMSE untuk hasil estimasi menggunakan metode KF sebesar 1,3290. Sedangkan nilai RMSE untuk hasil estimasi EnKF sebesar 1,2331. Dari hasil estimasi kecepatan baling-baling terlihat bahwa

estimasi dengan metode *Ensemble* Kalman Filter didapatkan RMSE yang relative lebih kecil dibanding Kalman Filter.



Gambar 4.10 Estimasi Momentum Air (U_a) Berdasarkan Uji *Tunnel Thruster* dengan Nilai Kovarian *Noise* 1

Gambar 4.10 merupakan grafik variasi nilai kovarian *noise* 1 untuk U_a dengan keterangan warna biru pada grafik menunjukkan nilai real suatu sistem, warna hijau pada grafik menunjukkan nilai estimasi metode *Ensemble* Kalman Filter dan warna merah menunjukkan nilai estimasi Kalman Filter. Dalam simulasi didapat nilai RMSE untuk hasil estimasi menggunakan metode KF sebesar 1,3297. Sedangkan nilai RMSE untuk hasil estimasi menggunakan metode EnKF sebesar 0,2055. Dari hasil estimasi momentum air terlihat bahwa estimasi dengan metode *Ensemble* Kalman Filter didapatkan RMSE yang relative lebih kecil dibanding Kalman Filter.

Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya, bahwa dengan mengambil beberapa variasi nilai untuk kovarian *noise* mempengaruhi

hasil estimasi yang ditunjukkan dengan nilai *error* seperti yang sudah disimulasikan di atas. Sehingga, diperoleh untuk hasil dari *Root Mean Square Error* (RMSE) dari ω_m dan U_a terhadap uji *tunnel thruster* dengan variasi nilai kovarian *noise* ditampilkan pada Tabel 4.3 sebagai berikut:

Tabel 4.3 Nilai RMSE dari ω_m dan U_a Dengan Variasi Nilai Kovarian *Noise* Berdasarkan Uji *Tunnel Thruster*

Metode	0,6		0,8		1	
	ω_m	U_a	ω_m	U_a	ω_m	U_a
KF	1,0138	1,0093	1,1386	1,1429	1,3290	1,3297
EnKF	0,8941	0,1492	1,0355	0,1724	1,2331	0,2055

Dari **Tabel 4.3** dapat dilihat bahwa semakin besar variasi dari nilai kovarian *noise* maka akan berpengaruh terhadap nilai estimasi untuk metode KF dan EnKF yang ditunjukkan dengan nilai RMSE. Hal ini dapat dikatakan bahwa hasil estimasi berdasarkan uji *tunnel thruster* lebih optimal ketika menggunakan metode *Ensemble* Kalman Filter.

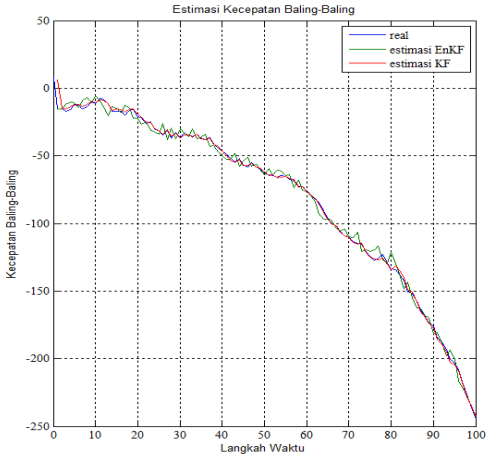
4.8.3.2Variasi Nilai Kovarian *Noise* Berdasarkan Uji *Open-Bladed Thruster*

Pada kondisi ini diambil variasi dari nilai kovarian *noise* 0.6, 0.8 dan 1 yang akan diimplementasikan berdasarkan uji *open-balded thruster*.

a. Nilai Kovarian *Noise* 0,6

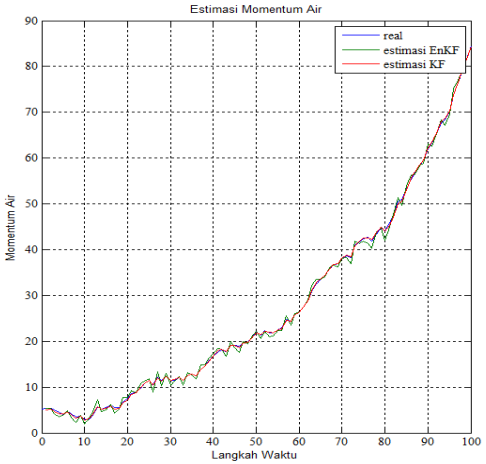
Pada hal ini dilakukan simulasi untuk kondisi nilai kovarian *noise* 0,6 dengan penggambilan $k = 100$. Hasil simulasi dari nilai

kovarian *error* 0,6 yang diperoleh terdapat pada Gambar 4.11 dan Gambar 4.12 sebagai berikut :



Gambar 4.11 Estimasi Kecepatan Baling-Baling (ω_m) Berdasarkan Uji *Open-Bladed Thrutser* dengan Nilai Kovarian *Noise* 0,6

Gambar 4.11 merupakan grafik variasi nilai kovarian *noise* 0,6 untuk ω_m dengan keterangan warna biru pada grafik menunjukkan nilai real suatu sistem, warna hijau pada grafik menunjukkan nilai estimasi metode *Ensemble* Kalman Filter dan warna merah menunjukkan nilai estimasi Kalman Filter. Dalam simulasi didapat nilai RMSE untuk hasil estimasi menggunakan metode KF sebesar 2,0690. Sedangkan nilai RMSE untuk hasil estimasi menggunakan metode EnKF sebesar 4,4253. Hal ini dapat dikatakan bahwa hasil estimasi kecepatan baling-baling dengan metode Kalman Filter didapatkan RMSE yang relative lebih kecil dibanding *Ensemble* Kalman Filter.

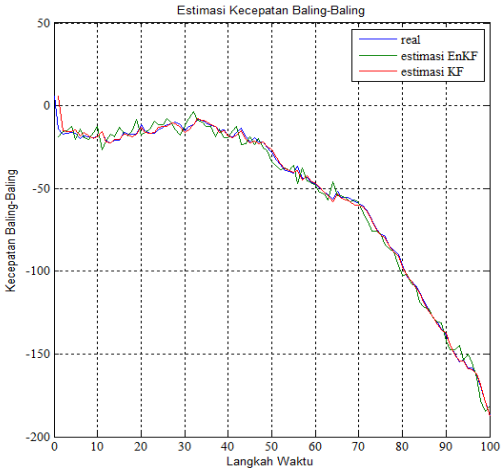


Gambar 4.12 Estimasi Momentum Air (U_a) Berdasarkan Uji *Open-Bladed Thrutser* dengan Nilai Kovarian *Noise* 0,6

Gambar 4.12 merupakan grafik variasi nilai kovarian *noise* 0,6 untuk U_a dengan keterangan warna biru pada grafik menunjukkan nilai real suatu sistem, warna hijau pada grafik menunjukkan nilai estimasi metode *Ensemble* Kalman Filter dan warna merah menunjukkan nilai estimasi Kalman Filter. Dalam simulasi didapat nilai RMSE untuk hasil estimasi menggunakan metode KF sebesar 2,0690. Sedangkan nilai RMSE untuk hasil estimasi menggunakan metode EnKF sebesar 0,6759. Hal ini dapat dikatakan bahwa hasil estimasi momentum air dengan metode *Ensemble* Kalman Filter didapatkan RMSE yang relative lebih kecil dibanding Kalman Filter.

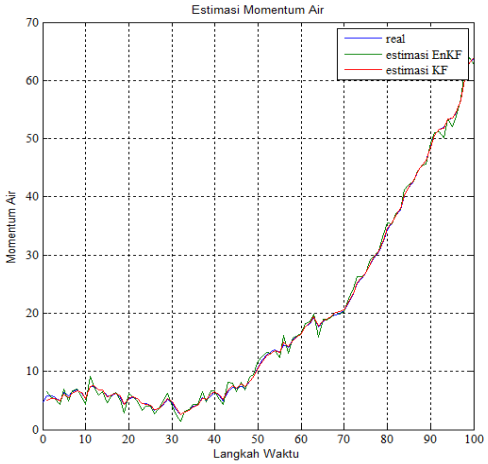
b. Nilai Kovarian *Noise* 0,8

Pada hal ini dilakukan simulasi untuk kondisi nilai kovarian *noise* 0,8 dengan penggambilan $k = 100$. Hasil simulasi dari nilai kovarian *noise* 0,8 yang diperoleh terdapat pada Gambar 4.13 dan Gambar 4.14 sebagai berikut :



Gambar 4.13 Estimasi Kecepatan Baling-Baling (ω_m) Berdasarkan Uji *Open-Bladed Thrutser* dengan Nilai Kovarian *Noise* 0,8

Gambar 4.13 merupakan grafik variasi nilai kovarian *noise* 0,8 untuk ω_m dengan keterangan warna biru pada grafik menunjukkan nilai real suatu sistem, warna hijau pada grafik menunjukkan nilai estimasi metode *Ensemble* Kalman Filter dan warna merah menunjukkan nilai estimasi Kalman Filter. Dalam simulasi didapat nilai RMSE untuk hasil estimasi menggunakan metode KF sebesar 2,6821. Sedangkan nilai RMSE untuk hasil estimasi menggunakan metode EnKF sebesar 5,2090. Hal ini dapat dikatakan bahwa hasil estimasi momentum air dengan metode Kalman Filter didapatkan RMSE yang relative lebih kecil dibanding *Ensemble* Kalman Filter

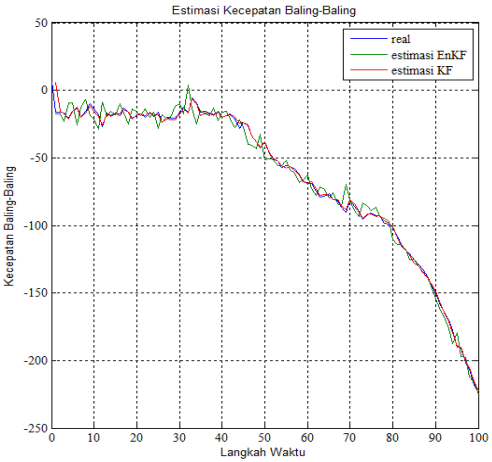


Gambar 4.14 Estimasi Momentum Air (U_a) Berdasarkan Uji *Open-Bladed Thrutser* dengan Nilai Kovarian *Noise* 0,8

Gambar 4.14 merupakan grafik variasi nilai kovarian *noise* 0,8 untuk U_a dengan keterangan warna biru pada grafik menunjukkan nilai real suatu sistem, warna hijau pada grafik menunjukkan nilai estimasi metode *Ensemble* Kalman Filter dan warna merah menunjukkan nilai estimasi Kalman Filter. Dalam simulasi didapat nilai RMSE untuk hasil estimasi menggunakan metode KF sebesar 2,6939. Sedangkan nilai RMSE untuk hasil estimasi menggunakan metode EnKF sebesar 0,8666. Hal ini dapat dikatakan bahwa hasil estimasi momentum air dengan metode *Ensemble* Kalman Filter didapatkan RMSE yang relative lebih kecil dibanding Kalman Filter.

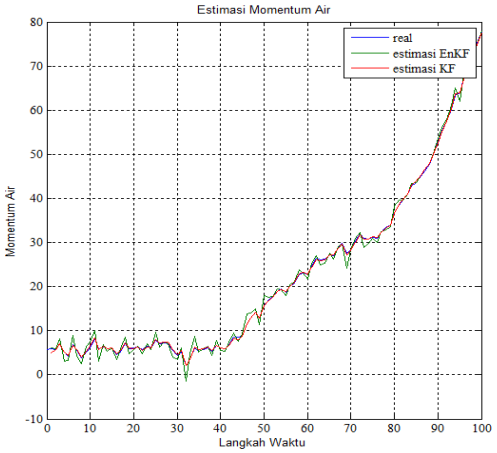
c. Nilai Kovarian *Noise* 1

Pada hal ini dilakukan simulasi untuk kondisi nilai kovarian *noise* 1 dengan pengambilan $k = 100$. Hasil simulasi dari nilai kovarian *noise* 1 yang diperoleh terdapat pada Gambar 4.15 dan Gambar 4.16 sebagai berikut :



Gambar 4.15 Estimasi Kecepatan Baling-Baling (ω_m) Berdasarkan Uji *Open-Bladed Thrutser* dengan Nilai Kovarian *Noise* 1

Gambar 4.15 merupakan grafik variasi nilai kovarian *noise* 1 untuk ω_m dengan keterangan warna biru pada grafik menunjukkan nilai real suatu sistem, warna hijau pada grafik menunjukkan nilai estimasi metode *Ensemble* Kalman Filter dan warna merah menunjukkan nilai estimasi Kalman Filter. Dalam simulasi didapat nilai RMSE untuk hasil estimasi menggunakan metode KF sebesar 2,7525. Sedangkan nilai *error* untuk hasil estimasi menggunakan metode EnKF sebesar 5,7886. Hal ini dapat dikatakan bahwa hasil estimasi kecepatan baling-baling dengan metode Kalman Filter didapatkan RMSE yang relative lebih kecil dibanding *Ensemble* Kalman Filter.



Gambar 4.16 Estimasi Momentum Air (U_a) Berdasarkan Uji *Open-Bladed Thrutser* dengan Nilai Kovarian $Noise$ 1

Gambar 4.16 U_a dengan keterangan warna biru pada grafik menunjukkan nilai real suatu sistem, warna hijau pada grafik menunjukkan nilai estimasi metode Ensemble Kalman Filter dan warna merah menunjukkan nilai estimasi Kalman Filter. Dalam simulasi didapat nilai RMSE untuk hasil estimasi menggunakan metode KF sebesar 2,7646. Sedangkan nilai RMSE untuk hasil estimasi menggunakan metode EnKF sebesar 0,9631. Hal ini dapat dikatakan bahwa hasil estimasi momentum air dengan metode *Ensemble* Kalman Filter didapatkan RMSE yang relative lebih kecil dibanding Kalman Filter.

Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya, bahwa dengan mengambil beberapa variasi nilai untuk kovarian *noise* mempengaruhi hasil estimasi yang ditunjukkan dengan nilai *error* seperti yang sudah disimulasikan di atas. Sehingga, diperoleh juga untuk hasil dari *Root Mean Square Error* (RMSE) untuk kecepatan baling-baling dan momentum air terhadap uji *open-bladed thrutser*

dengan variasi nilai kovarian *noise* ditampilkan pada Tabel 4.4 sebagai berikut:

Tabel 4.4 Nilai RMSE dari ω_m dan U_a Dengan Variasi Nilai Kovarian *Noise* Berdasarkan Uji *Open-Bladed Thrutser*

Metode	0,6		0,8		1	
	ω_m	U_a	ω_m	U_a	ω_m	U_a
KF	2,0609	2,0609	1,9957	2,6939	2,7525	2,7646
EnKF	4,4253	0,6759	5,2090	0,8666	5,7886	0,9631

Dari **Tabel 4.4** terlihat bahwa semakin besar variasi dari nilai kovarian *noise* maka akan berpengaruh terhadap nilai estimasi kecepatan baling-baling dan momentum air terhadap penerapan metode KF dan EnKF yang ditunjukkan dengan nilai RMSE. nilai RMSE yang dihasilkan oleh metode *Ensemble* Kalman Filter yaitu pada interval $0{,}6759 \leq \text{RMSE} \leq 5{,}7886$ dan nilai RMSE yang dihasilkan oleh metode Kalman Filter yaitu pada interval $1{,}9957 \leq \text{RMSE} \leq 2{,}0609$. Hal ini dapat dikatakan bahwa hasil estimasi berdasarkan uji *open-balded thruster* lebih optimal ketika menggunakan metode Kalman Filter.

BAB V
PENUTUP

Bab ini berisi kesimpulan dari penulisan tugas akhir dan saran yang dapat digunakan untuk pengembangan penelitian – penelitian selanjutnya yang berkaitan dengan topik yang sama.

5.1 Kesimpulan

1. Langkah-langkah untuk estimasi untuk kecepatan baling-baling dan momentum air pada metode Kalman Filter sebagai berikut:
   a. Menentukan model sistem untuk kecepatan baling-baling dan momentum air kemudian menentukan model pengukuran yaitu gaya dorong, selanjutnya dilakukan linierisasi.
   b. Tahap Insialisasi: Menentukan nilai awal dari kecepatan baling-baling dan momentum air, kovarian untuk *noise* sistem dan kovarian untuk *noise* pengukuran.
   c. Tahap Prediksi: menghitung nilai estimasi untuk kecepatan baling-baling dan momentum air dengan kovarian *error* yang sudah ditentukan sebelumnya.
   d. Tahap Koreksi: Selanjutnya akan dicari nilai kalman gain, nilai estimasi untuk kecepatan baling-baling dan momentum air pada tahap koreksi dengan kovarian *error* yang sudah ditentukan sebelumnya.
   e. Pada tahap koreksi dilakukan kembali ke tahap prediksi secara rekursif. Pada tahap ini perhitungan dikatakan bagus jika nilai *error* semakin kecil.

   Langkah-langkah untuk estimasi untuk kecepatan baling-baling pada metode Ensemble Kalman Filter sebagai berikut:
   a. Menentukan model sistem untuk kecepatan baling-baling dan momentum air kemudian menentukan model pengukuran yaitu gaya dorong.
   b. Tahap Inisialisasi: Pada tahap ini membangkitkan N ensemble masing-masing untuk nilai awal dari kecepatan

baling-baling dan momentum air.

c. Tahap Prediksi: Pada tahap prediksi ditentukan estimasi ensemble, mean estimasi, dan kovarian *error* estimasi.
d. Tahap Koreksi: Pada tahap koreksi dilakukan dengan membangkitkan N ensemble data pengukuran yaitu gaya dorong. Pada tahap ini ditentukan estimasi ensemble, kalman gain dan hasil mean estimasi dengan kovarian *error* yang sudah ditentukan sebelumnya.
e. Pada tahap koreksi dilakukan kembali ke tahap prediksi secara rekursif. Pada tahap ini perhitungan dikatakan bagus jika nilai *error* semakin kecil.

2. *Noise* berpengaruh terhadap akurasi hasil estimasi yang dapat dilihat saat kovarian *noise* semakin besar menyebabkan nilai RMSE semakin besar.
3. Hasil estimasi berdasarkan uji *tunnel thruster* untuk kecepatan baling-baling (ω_m) dan momentum air (U_a) lebih optimal dengan menggunakan metode *Ensemble* Kalman Filter dikarenakan nilai RMSE yang didapat relative lebih kecil. Sedangkan untuk hasil estimasi berdasarkan uji *open-bladed thruster* untuk kecepatan baling-baling (ω_m) dan momentum air (U_a) lebih optimal dengan menggunakan metode Kalman Filter.

5.2 Saran

Adapun saran dari penulis yang dapat dilakukan untuk penelitian selanjutnya, yaitu:

1. Mencari data pendekatan untuk keadaan awal, agar model dapat sesuai dengan spesifikasi *bow thruster* yang sebenarnya.
2. Mencarai parameter terbaru untuk *bow thruster*.
3. Mencoba dengan menggunakan metode estimasi untuk sistem *non*-linear.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Ralahalu, K. A at al., 2013. *"Development of Indonesia Archipelago Transportation"*. Surabaya: **Brilliant International**.

[2] Satria, M at al., 2016. **"**Integrasi Rancangan Sistem Observasi Kapal Permukaan Otomatis dengan Google Earth**"**. **Jurnal Teknik ITB**. 8,2: 1-2.

[3] Ricky, Mahrojumanto., 2019. "Efektivitas Sistem Kerja *Bow Thruster* Di Cb. Bestlink 88 Pt. Indoliziz *Marine*". **Universitas Maritim AMNI Semarang**.

[4] Setiawan, Dimas Ricky., 2019. **"**Analisa Pengoperasian *Bow Thrutser* Pada saat Manouver Di MV Nusantara Sejati**"**. **Politeknik Ilmu Pelayaran Semarang**.

[5] Kalman, R. E., 1960. *"A New Approach to Linier Filtering And Prediction Problems"*. **Journal of Basic Engineering**, 82 (Series D): 35-45. ASME.

[6] Gozali, NL at al., 2013."Estimasi Variabel Dinamik Kapal Menggunakan Metode Kalman Filter". **ITS Surabaya**.

[7] Nurhadi, H at al., 2019. *"Position Estimation of Touristant ASV Using Ensemble Kalman Filter"*.**ITS Surabaya**.

[8] Healey, A.J at al., 1995. *"Toward an Improved Understanding of Thruster Dynamics for Underwater Vehicles"*. **IEEE Journal of Oceanic Engineering.**

[9] D A Taylor., 1983. *"Introduction to Marine Engineering"*. 2nd ed. **Butterworths New York**.

[10] Lawrence, Perko., 2001. "*Differenisal Equations and Dynamical Systems"*. **USA: Departement of mathematics Northern Arizona University**.

[11] Subiono. 2016. **Sistem Linear dan Kontrol Optimal**. ITS Surabaya.

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

BIODATA PENULIS

Penulis bernama lengkap Mayga Kiki, lahir di Malang pada 29 Mei 1998. Anak tunggal dari pasangan Gatot Yulianto dan Nining Hindari. Penulis mengikuti pendidikan formal dimulai pada tahun 2002 di TK Aisyiyah Bustanul Athfal 08, kemudian melanjutkan ke jenjang SD pada tahun 2004 di SDN Sukun 02 Malang. Pada tahun 2010, penulis meneruskan Pendidikan di SMPN 12 Malang, kemudian pada tahun 2013 di SMAN 02 Malang. Dari tahun 2016 sampai saat ini, penulis sedang menempuh Pendidikan S1 di Departemen Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) melalui jalur SNMPTN.

Penulis cukup aktif berorganisasi selama menjadi mahasiswa di Departemen Matematika ITS. Organisasi yang diikuti antara lain, Himpunan Mahasiswa Matematika ITS (HIMATIKA ITS) sebagai staff Student Welfare pada periode 2017 – 2018 dan sebagai Sekretaris Departemen Student welfare pada periode 2018 – 2019, dan Ibnu Muqlah sebagai staff Departemen Kaderisasi pada periode 2017-2018 dan sebagai staff ahli Departemen Kaderisasi pada periode 2018-2019. Penulis juga mengikuti Kerja Praktik di Bank Indonesia selama satu bulan dan ditempatkan di Departemen Surveilans Sistem Keuangan (DSSK). Adapun informasi lebih lanjut mengenai Tugas Akhir ini dapat ditujukan ke penulis melalui email maygakiki2@gmail.com.