TUGAS AKHIR – TI 184833

PERANCANGAN PENINGKATAN *RELIABILITY* SISTEM PABRIK *PHOSPHORIC ACID* (PA) 3A DENGAN PENDEKATAN DISTRIBUSI *PHASE-TYPE* DAN *RELIABILITY BLOCK DIAGRAM* DI PT PETROKIMIA GRESIK

AISYAH NISRINA HAMIDAH

NRP 02411640000076

DOSEN PEMBIMBING:

Stefanus Eko Wiratno, ST., MT

NIP. 197103171998021001

DEPARTEMEN TEKNIK SISTEM DAN INDUSTRI

Fakultas Teknologi Industri dan Rekayasa Sistem

Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Surabaya 2020

FINAL PROJECT – TI 184833

DESIGNING OF RELIABILITY SYSTEM ENHANCEMENT OF PHOSPHORIC ACID (PA) 3A FACTORY WITH PHASE-TYPE DISTRIBUTION AND RELIABILITY BLOCK DIAGRAM AT PT PETROKIMIA GRESIK

AISYAH NISRINA HAMIDAH

NRP 02411640000076

SUPERVISOR:

Stefanus Eko Wiratno, ST., MT

NIP. 197103171998021001

SYSTEM AND INDUSTRIAL ENGINEERING DEPARTMENT

Faculty of Industrial Technology and Systems Engineering

Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Surabaya 2020

LEMBAR PENGESAHAN

PERANCANGAN PENINGKATAN *RELIABILITY* SISTEM PABRIK *PHOSPHORIC ACID* (PA) 3A DENGAN PENDEKATAN DISTRIBUSI *PHASE-TYPE* DAN *RELIABILITY BLOCK DIAGRAM* DI PT PETROKIMIA GRESIK

TUGAS AKHIR

Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat Memperoleh Gelar Sarjana Teknik
pada Program Studi S-1 Departemen Teknik Sistem dan Industri
Fakultas Teknologi Industri Dan Rekayasa Sistem
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya, Indonesia

Penulis:

AISYAH NISRINA HAMIDAH
NRP 02411640000076

Disetujui oleh
Dosen Pembimbing Tugas Akhir

Stefanus Eko Wiratno, ST., MT
NIP. 197103171998021001

SURABAYA, AGUSTUS 2020

PERANCANGAN PENINGKATAN *RELIABILITY* SISTEM PABRIK *PHOSPHORIC ACID* (PA) 3A DENGAN PENDEKATAN DISTRIBUSI *PHASE-TYPE* DAN *RELIABILITY BLOCK DIAGRAM* DI PT PETROKIMIA GRESIK

Nama Mahasiswa	:	Aisyah Nisrina Hamidah
NRP	:	02411640000076
Pembimbing	:	Stefanus Eko Wiratno, S.T., M.T.

ABSTRAK

Penelitian ini membahas tentang perancangan peningkatan *reliability* sistem produksi *phosphoric acid* (PA) 3A di PT Petrokimia Gresik. Pengukuran performansi *reliability* menggunakan *reliability function*, *hazard function* dan *mean time to failure* (MTTF). Perhitungan performansi *reliability* dilakukan pada 3 level yaitu level 0 adalah sistem, level 1 adalah sub-sistem, dan level 2 adalah peralatan. Penelitian ini menggunakan pendekatan distribusi *phase-type* dan *reliability block diagram* (RBD). Perhitungan menggunakan distribusi *phase-type* dilakukan secara matriks dan RBD secara skalar. Distribusi *phase-type* dapat meningkatkan fleksibilitas dan kepraktisan dalam analisa *reliability* sistem karena distribusi *phase-type* dapat mendekati semua distribusi acak apapun dan menunjukkan perilaku kegagalan komponen yang direpresentasikan dalam bentuk matriks. Hasil perhitungan kedua model tersebut dilakukan validasi dengan melihat hasil perhitungan dan grafik performansi *reliability*. Selanjutnya dilakukan identifikasi sub-sistem dan peralatan kritis menggunakan *Birnbaum importance index*. Hasil identifikasi menunjukkan sub-sistem kritis adalah *Hemhydrate Filter* dan peralatan kritis adalah *Hemhydrate Slurry Pump*. Hasil analisa sensitivitas dari tujuh skenario yang telah dilakukan maka rekomendasi untuk meningkatkan *reliability* sistem adalah menambah satu peralatan baru dan merubah ke dalam struktur *cold standby redundancy* dengan *perfect switching*.

Kata kunci: *Reliability function, Hazard Function,* MTTF, Distribusi *Phase-type, Reliability Block Diagram.*

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DESIGNING OF RELIABILITY SYSTEM ENHANCEMENT OF PHOSPHORIC ACID (PA) 3A FACTORY WITH PHASE-TYPE DISTRIBUTION AND RELIABILITY BLOCK DIAGRAM AT PT PETROKIMIA GRESIK

Nama Mahasiswa	:	Aisyah Nisrina Hamidah
NRP	:	02411640000076
Pembimbing	:	Stefanus Eko Wiratno, S.T., M.T.

ABSTRACT

This research discusses the design of improving the reliability of phosphoric acid (PA) 3A production systems at PT Petrokimia Gresik. Reliability performance is measured using reliability function, hazard function, and mean time to failure (MTTF). The reliability performance calculation is performed at 3 levels that is, level 0 is the system, level 1 is the sub-system, and level 2 is the equipment. This study uses a phase-type distribution approach and a reliability block diagram (RBD). Calculations using phase-type distributions are done in a matrix and scalar RBD. The phase-type distribution enhances the flexibility and practicality of the system reliability analysis because it well approximates any random distribution and can represent the many levels of good condition before it finally fails. The results of the calculations from the two models are validated by looking at the results of calculations and performance reliability graphs. Then, the identification of sub-systems and critical equipment was done by using the Birnbaum importance index. The identification result shows that the critical sub-system is Hemihydrate Filter and the critical equipment is Hemihydrate Slurry Pump. The result of the sensitivity analysis of 7 scenarios that had been done, then the recommendation to improve reliability system is to add one new component and change to cold standby redundancy structure with perfect switching.

Keywords: Reliability function, Hazard Function, MTTF, Phase-type Distribution, Reliability Block Diagram.

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur senantiasa penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT atas segala rahmat dan hidayah-Nya, sehingga dapat menyelesaikan Laporan Tugas Akhir ini. Serta shalawat dan salam penulis ucapkan kepada Nabi Muhammad SAW yang telah menjadi suri tauladan bagi umatnya dan untuk berbuat kebaikan. Laporan Tugas Akhir dengan judul "Perancangan Peningkatan *Reliability* Sistem Pabrik *Phosphoric Acid* (PA) 3A Dengan Pendekatan Distribusi *Phase-type* dan *Reliability Block Diagram* di PT Petrokimia Gresik" disusun sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana pada program studi Strata-1 Departemen Teknik Industri Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya. Penyelesaian laporan ini berjalan dengan lancar tidak terlepas dari bantuan banyak pihak. Oleh karena itu penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada:

1. Kedua orang tua tercinta serta keluarga besar yang selalu memberikan dukungan, semangat dan bantuan doa yang sangat luar biasa pada penulis.
2. Stefanus Eko Wiratno, S.T., MT. selaku dosen pembimbing yang telah menginspirasi, memberi arahan, ilmu dan meluangkan waktu untuk membimbing penulis dalam menyelesaikan Tugas Akhir.
3. Iwan Febrianto, S.T. dan Emil Martin Tambunan, S.T. selaku pihak dari PT Petrokimia Gresik yang telah memberikan dukungan, informasi, petunjuk, dan bimbingan dalam proses pengambilan data.
4. Prof. Dr. Ir. Budisantoso Wirdjodirdjo, M.Eng., Nurhadi Siswanto, S.T., MSIE., Ph.D., dan Nani Kurniati, S.T, M.T., Ph.D. selaku dosen penguji seminar proposal yang banyak memberi masukan kritik dan saran untuk perbaikan Tugas Akhir ini.
5. Nurhadi Siswanto, S.T., MSIE., Ph.D., selaku Kepala Departemen Teknik Sistem dan Industri, serta Ibu Ratri Wicaksono atas kelancaran proses birokrasi selama pengerjaan Tugas Akhir.
6. Seluruh Bapak dan Ibu dosen Departemen Teknik Industri ITS yang telah mengajarkan berbagai ilmu selama masa perkuliahan sebagai bekal di kemudian hari.

7. Angkatan TI-32(ADHIGANA) dan teman-teman asisten Laboratorium QMIPA yang mendukung dan memberikan motivasi dalam penyelesaian Tugas Akhir.
8. Semua pihak yang terlibat yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa Laporan Tugas Akhir ini tidak luput dari keasalahan. Maka dari itu, kritik dan saran yang membangun sangat dibutuhkan penulis dalam rangka pengembangan diri menjadi lebih baik. Penulis berharap Laporan Tugas Akhir ini dapat memberikan kebermanfaatan bagi semua yang membutuhkan. Akhir kata, penulis mengucapkan terima kasih.

Surabaya, Juli 2020

Aisyah Nisrina Hamidah

DAFTAR ISI

ABSTRAK ..... **i**

ABSTRACT ..... **iii**

KATA PENGANTAR ..... **v**

DAFTAR ISI ..... **vii**

DAFTAR TABEL ..... **xi**

DAFTAR GAMBAR ..... **xiii**

BAB 1 PENDAHULUAN **15**

1.1 Latar Belakang Masalah 15

1.2 Perumusan Permasalahan 20

1.3 Tujuan 20

1.4 Manfaat 21

1.5 Ruang Lingkup Penelitian 21

1.5.1 Batasan Penelitian 21

1.5.2 Asumsi Penelitian 22

1.6 Sistematika Penulisan 22

BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA **25**

2.1 *Dependability* 25

2.2 Formalisme Pemodelan *Dependability* Menggunakan Metode Kuantitatif 26

2.3 Konsep *Reliability* 30

2.3.1 *Reliability* 30

2.3.2 *Mean Time to Failure* 32

2.3.3 *Hazard Rate* 32

2.3.4 *Bathub Curve* 33

2.3.5 Pola Distribusi Kerusakan dalam *Reliability* 34

2.4 Distribusi *Phase-type* dalam *Reliability* 35
2.4.1 Distribusi *Phase-type* 36
2.4.2 Pengukuran *Reliability* dalam Distribusi *Phase-type* 37
2.5 *Closure Properties* dari Distribusi *Phase-type* 40
2.6 Konfigurasi Struktur *Reliability* Sistem 42
2.6.1 Sistem Seri 43
2.6.2 Sistem Seri Distribusi *Phase-type* 44
2.6.3 Sistem Paralel 46
2.6.4 Sistem Paralel Distribusi *Phase-type* 47
2.6.5 Sistem *Cold Standby Redundancy* 48
2.6.6 Sistem *Cold Standby Redundancy* Distribusi *Phase-type* 49
2.6.7 Sistem *K-out-of-N* 50
2.6.8 Sistem *K-out-of-N* Distribusi *Phase-type* 51
2.7 *Birnbaum Importance Index* 52
2.8 Pemodelan Sistem 53
BAB 3 METODOLOGI PENELITIAN 57
3.1 Tahap Studi Sistem 58
3.1.1 Elemen Permasalahan 58
3.1.2 Variabel Sistem 59
3.2 Pengumpulan Data 60
3.3 Pengolahan Data 60
3.4 Perancangan Model Konseptual *Reliability* Sistem 61
3.5 Perhitungan Performansi *Reliability* Sistem 61
3.6 Validasi Hasil Perhitungan 61
3.7 Evaluasi Sistem Eksisting 61
3.8 Usulan Perbaikan Sistem 62

3.9 Kesimpulan dan Saran 62

BAB 4 PENGUMPULAN DAN PENGOLAHAN DATA 63

4.1 Deskripsi Sistem Produksi 63

4.2 Deskripsi *Reliability* Sistem 64

4.3 *Fitting* Distribusi *Time to Failure* Peralatan Sub-sistem PA 3A 65

4.3.1 *Fitting* Distribusi *Time to Failure* Peralatan 65

4.3.2 *Fitting* Distribusi *Time to Failure* dalam Distribusi *Phase-type* 66

4.4 Perhitungan Pengukuran *Reliability* Sistem Kondisi Eksisting Secara Skalar dan Matriks 69

4.4.1 *Reliability Function*, MTTF, dan *Hazard Function* Peralatan PA 3A 69

4.4.2 *Reliability Function*,MTTF, dan *Hazard Function* Sub-sistem PA 3A 73

4.4.3 *Reliability Function*, MTTF, dan *Hazard Function* Sistem PA 3A 75

4.5 Penentuan Sub-sistem dan Peralatan Kritis 75

BAB 5 ANALISIS *RELIABILITY* SISTEM 79

5.1 Analisis Pendekatan Distribusi *Phase-type* dan RBD 79

5.2 Kondisi Eksisting Performansi *Reliability* Sistem 82

5.3 Analisis Sub-sistem dan Peralatan Kritis 85

5.4 Analisis Sensitivitas 86

5.4.1 Skenario 1: Mengganti Peralatan Kritis dengan Peralatan Baru 87

5.4.2 Skenario 2: Menambah Satu Peralatan Baru dan Merubah ke dalam Struktur Paralel 87

5.4.3 Skenario 3: Menambah Satu Peralatan Baru dan Merubah ke dalam Struktur *Cold Standby Redundancy* 88

5.4.4 Skenario 4: Menambah Dua Peralatan Baru dan Merubah ke dalam Struktur Paralel 89

5.4.5 Skenario 5: Menambah Satu Peralatan Baru dan Merubah ke dalam Struktur 2-*out-of*-3 90

5.4.6 Skenario 6: Menambah Tiga Peralatan Baru dan Merubah ke dalam Struktur paralel 91

5.4.7 Skenario 7: Menambah Tiga Peralatan Baru dan Merubah ke dalam Struktur *Cold Standby Redundancy* 91

5.5 Kondisi Perbaikan Performansi *Reliability Sistem* 92

BAB 6 KESIMPULAN DAN SARAN 97

6.1 Kesimpulan 97

6.2 Saran……98

DAFTAR PUSTAKA 99

LAMPIRAN 103

BIOGRAFI PENULIS..... 128

DAFTAR TABEL

Tabel 2. 1 Contoh Distribusi dengan banyak Bentuk Representasi 38
Tabel 3. 1 Pengumpulan Data *Reliability* Sistem PA 3A PKG 60
Tabel 4. 1 Contoh Rekap Data *Time to Failure* Peralatan di Pabrik PA 3A ……65
Tabel 4. 2 Contoh Rekap Data *Fitting* Peralatan Sub-sistem *Grinding*..... 66
Tabel 4. 3 Contoh Rekap Data *Fitting* Peralatan dalam Distribusi *Phase-type* Sub-sistem *Grinding*..... 68
Tabel 4. 4 Contoh Rekap Data *Reliability Function, Hazard Function,* dan MTTF Peralatan Sub-sistem *Grinding* 70
Tabel 4. 5 Rekap Perhitungan *Reliability Function,* MTTF dan CVTTF Sub-sistem PA 3A 74
Tabel 4. 6 Perhitungan Pengukuran *Reliability* Sistem PA 3A..... 75
Tabel 4. 7 Rekap Perhitungan *Importance Index Sub-sistem PA 3A*..... 76
Tabel 4. 8 Rekap Data Perhitungan *Importance Index* Peralatan Sub-sistem *Hemyhidrate Filter* 77
Tabel 5. 1 Representasi Fungsi *Reliability* Peralatan *Bag Filter Rotary Valve*……80
Tabel 5. 2 Perhitungan Konfigurasi Sistem Seri berdasarkan *closure properties*..... 81
Tabel 5. 3 Waktu Komputasi Metode Matriks dan Skalar Sub-sistem PA 3A..... 81
Tabel 5. 4 Performansi *Reliability* Sistem Kondisi eksisting dan Perbaikan Skenario 1..... 87
Tabel 5. 5 Performansi *Reliability* Sistem Kondisi eksisting dan Perbaikan Skenario 2..... 88
Tabel 5. 6 Performansi *Reliability* Sistem Kondisi eksisting dan Perbaikan Skenario 3..... 88
Tabel 5. 7 Performansi *Reliability* Sistem Kondisi eksisting dan Perbaikan Skenario 4..... 89
Tabel 5. 8 Performansi *Reliability* Sistem Kondisi eksisting dan Perbaikan Skenario 5..... 90
Tabel 5. 9 Performansi *Reliability* Sistem Kondisi eksisting dan Perbaikan Skenario 6..... 91

Tabel 5. 10 Performansi *Reliability* Sistem Kondisi eksisting dan
Perbaikan Skenario 7 92

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. 1 *Unscheduled Downtime* PA 3A Tahun 2018-2019 16
Gambar 2. 1 *Dependability Tree* (Trivedi & Bobbio, 2017)……25
Gambar 2. 2 Formalisme Pemodelan (Trivedi & Bobbio, 2017)..... 28
Gambar 2. 3 Grafik Fungsi CDF $FX(t)$dan $RX(t)$ (Trivedi & Bobbio, 2017) 31
Gambar 2. 4 Grafik *Bathub Curve* (Trivedi & Bobbio, 2017)..... 33
Gambar 2. 5 Grafik PDF Weibull dan Distribusi APH dengan beberapa orde (Alkaff & Qomarudin, 2020)..... 40
Gambar 2. 6 Rangkaian Sistem Seri (Dhillon, 2006)..... 43
Gambar 2. 7 Struktur Sistem Paralel (Dhillon, 2006)..... 47
Gambar 2. 8 Blok Diagram dari Sistem *Standby redundancy* (Dhillon, 2006). ... 48
Gambar 2. 9 Struktur Sistem *K-out-of-N* (Dhillon, 2006) 50
Gambar 2. 10 *State transition matrix* dari sistem 2-out-of-3 dari *infinitesimal generator* dari sistem tiga-paralel (Alkaff & Qomarudin, 2020)..... 51
Gambar 2. 11 Tahapan Membangun Sebuah Model (Daellenbach, et al., 2012) . 54
Gambar 3. 1 *Flowchart* Metodologi Penelitian……...57
Gambar 3. 2 *Mind Map* Ringkasan Permasalahan..... 59
Gambar 4. 1 Blok Diagram Sistem PA 3A PKG…….63
Gambar 4. 2 Struktur Sub-sistem *Grinding* 64
Gambar 4. 3 Fitting Distribusi Weibull ke dalam Distribusi *Phase-type* pada Peralatan V-2206 A. 67
Gambar 4. 4 Plot Fungsi *Reliability* Peralatan V-2206 A..... 71
Gambar 4. 5 Plot Fungsi *Hazard* Peralatan V-2206 A 71
Gambar 4. 6 Plot Fungsi *Reliability* Sub-sistem *Grinding* 73
Gambar 4. 7 Plot Fungsi *Hazard* Sub-sistem *Grinding* 73
Gambar 5. 1 Grafik *Reliability Function* Sistem PA 3A Kondisi Eksisting……..83
Gambar 5. 2 Grafik *Hazard Function* Sistem PA 3A Kondisi Eksisting..... 84
Gambar 5. 3 *Reliability Function* Sistem PA 3A Kondisi Eksisting Perbaikan ... 93
Gambar 5. 4 *Hazard Function* Sistem PA 3A Kondsi Eksisting Vs Perbaikan.... 94
Gambar 5. 5 Perbaikan Struktur P-2321 95

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB 1
PENDAHULUAN

Pada bab ini akan menjelaskan mengenai latar belakang penilitian, perumusan permasalahan, manfaat penelitian, tujuan penelitian, ruang lingkup penelitian yang terdiri atas batasan dan asumsi yang digunakan pada penelitian ini serta sistematika penulisan penelitian.

1.1 Latar Belakang Masalah

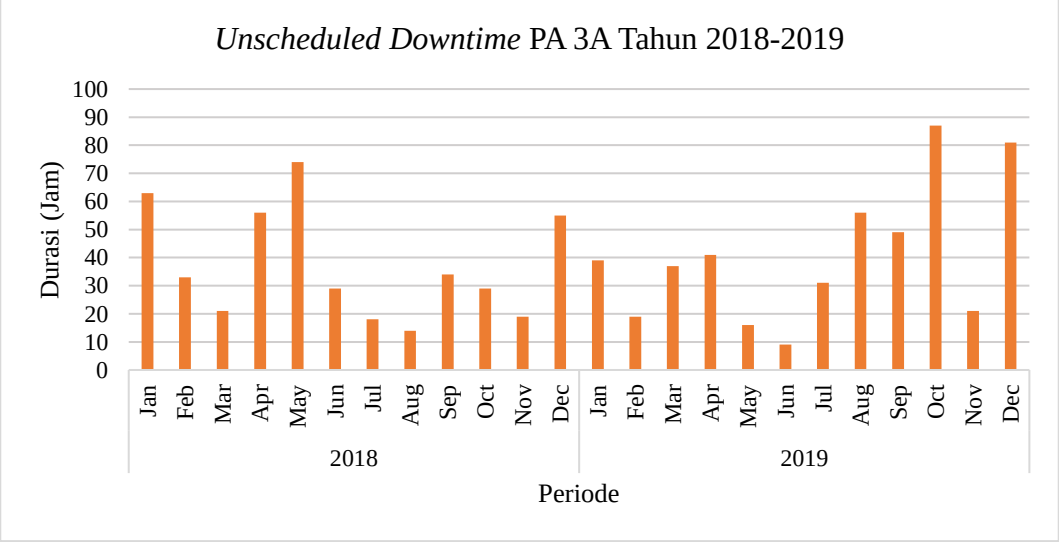
Keberhasilan proses produksi dalam dunia industri tidak terlepas dari aspek *reliability* komponen dan atau sistem (Kim, 2017). *Reliability* didefinisikan sebagai probabilitas suatu item (komponen, *equipment*, atau sistem) akan beroperasi tanpa kegagalan (*failure*) untuk suatu periode tertentu (Ushakov, 1994). Suatu peralatan apabila dioperasikan secara terus menerus akan mengalami penurunan tingkat *reliability* selaras dengan fungsi waktu seperti yang terjadi di salah satu *plant* milik PT Petrokimia Gresik (PKG).

PKG merupakan anak perusahaan dari Badan Usaha Milik Negara (BUMN), PT Pupuk Indonesia (Persero) yang memproduksi pupuk terlengkap di Indonesia. Selain itu PKG juga memproduksi produk non-pupuk seperti asam fosfat (P_2O_5). Sejak tahun 2015, PKG mempunyai dua unit pabrik asam fosfat berada di bawah Direktorat Produksi Kompartemen Pabrik 3. Pabrik asam fosfat 1/PA 3A berdiri mulai tahun 1983 berkapasitas produksi 610 ton/hari atau 180.000 ton/tahun. Sedangkan asam fosfat 2/PA 3B berkapasitas 650 ton.hari atau 200.000 ton/tahun.

Direktorat Produksi Kompartemen Pabrik 3 terbagi atas PA 3A dan PA 3B. PA 3A mempunyai 6 Sub-departemen yang terdiri atas Produksi, Mekanik, Listrik, Turnaround (TA), Pemeliharaan dan Reliability. Sub-departemen Reliability merupakan bagian yang baru saja memisah dengan Sub-departemen TA pada Septemeber 2019. Sub-departemen Reliability bertugas untuk menganalisis penyebab masalah peralatan yang tidak berfungsi saat mesin beroperasi dan merekomendasikan serta mengevaluasi *Predictive Preventive Maintenance* (PPM) terhadap mesin dan atau peralatan di pabrik PA 3A. Sub-departemen Reliability memiliki tugas baru yaitu melakukan perhitungan performansi *reliability* untuk

melakukan alokasi waktu kerusakan yang terjadi pada mesin dan atau peralatan yang tidak dijadwalkan (*unscheduled downtime*) dan *scheduled downtime* pada proses produksi asam fosfat guna mencapai target produksi.

Produksi asam fosfat dilakukan dengan proses kontinyu. Pabrik yang berjalan dengan proses kontinyu akan mengalami jumlah kerugian yang besar apabila proses produksinya berhenti tiba-tiba atau mengalami *breakdown*. Penyebab terjadinya *breakdown* pada industri proses kontinyu adalah kerusakan peralatan dikarenakan peralatan tersebut dioperasikan secara terus menerus (fungsi pemakaian) dan faktor *aging* (fungsi waktu) yang dapat menyebabkan penurunan nilai *reliability*. Penurunan nilai *reliability* suatu peralatan secara tidak langsung dapat menurunkan total hari produksi dalam satu tahun (*stream days*). Hasil *brainstorming* dengan Departemen Produksi PA 3A diperoleh informasi bahwa proses produksi asam fosfat 3A sangat bergantung pada *stream days*. Penurunan *stream days* akan mengakibatkan penurunan target produksi dikarenakan pabrik harus memberhentikan proses produksi guna melakukan perbaikan pada peralatan yang mengalami *breakdown*. Salah satu tanda terjadinya *breakdown* adalah adanya getaran pada peralatan yang terdengar oleh pengawas produksi.



Gambar 1. 1 *Unscheduled Downtime* PA 3A Tahun 2018-2019 (Pabrik PA 3A PT Petrokimia Gresik, 2020)

Mesin dan atau peralatan yang digunakan untuk produksi asam fosfat memiliki variasi yang beragam, baik dari segi fungsi maupun dari segi karakteristik mesinnya sendiri. Berdasarkan Gambar 1.1 *unscheduled downtime* pada interval tahun 2018 hingga 2019 selalu terjadi di tiap bulannya. Total *unscheduled downtime* tertinggi pada bulan Oktober 2019 dikarenakan terjadi kerusakan pada Sub-sistem *Hemyhydrate Filter* dan *Hemyhydrate Reaction*. Salah satu cara untuk meminimumkan terjadinya *unscheduled downtime* adalah melakukan *preventive maintence* dengan pertimbangan *reliability* dari tiap peralatan yang beroperasi. Kegiatan *preventive maintenance* termasuk dalam *scheduled downtime*.

Sub-departemen Reliability PA 3A belum melakukan perhitungan performansi *reliability* sistem produksi untuk pertimbangan alokasi *scheduled* dan *unscheduled downtime*. *Reliability* sistem suatu pabrik sangat berperan penting dalam menentukan kelayakan komponen yang ada pada sistem seperti peralatan saat digunakan untuk kegiatan produksi. Selain itu, pentingnya melakukan perhitungan dan analisa terkait *reliability* peralatan yaitu dapat menjadi data input untuk memprediksi kapan sebaiknya dilakukan perawatan (*maintenance*) terhadap komponen atau peralatan sebelum terjadinya kerusakan.

Tingkat *reliability* peralatan dan atau sistem ditentukan dengan mengadakan pemeriksaan melalui perhitungan maupun analisa terkait tingkat keberhasilan operasi dari sistem yang ditinjau. *Design reliability* suatu sistem mempunyai dua metode secara umum yang biasa digunakan yaitu metode kualitatif dan metode kuantitatif (Ebeling, 1997). Metode kualitatif memiliki kelebihan yaitu dapat mengidentifikasi dan menganalisa penyebab kegagalan atau *failure mode* dari suatu komponen atau peralatan. Kekurangan dari metode kualitatif yaitu tidak mampu menggambarkan persamaan matematis hubungan antar komponen atau peralatan dalam suatu sistem (Trivedi & Bobbio, 2017). Contoh dari metode kualitatif yaitu *Failure Mode and Effect Analysis* (FMEA), *Hazard Operability Analysis* (HAZOP), *Fault/Error Handling* (FEH), dan *maintenance*.

Metode kuantitatif dikategorikan menjadi dua grup yaitu pemodelan secara *non-state-space* (*or combinatorial*) dan *state-space models*. *Non-state-space models* adalah pemodelan menghasilkan solusi yang relatif efisien dengan menggunakan asumsi bahwa hubungan antar komponen secara statistik

independen. Kelebihan dari metode *non-state-space models* adalah mampu menyediakan traktabilitas analitis yang tinggi karena ruang keadaan (*state space*) tidak perlu dihasilkan. Kekurangan dari metode ini adalah kekuatan pemodelan rendah karena sifat ketergantungan (*dependence*) tidak diperbolehkan. Contoh dari metode ini adalah *reliability block diagrams* (RBD), *reliability graphs or networks,* dan *fault trees*.

Salah satu metode yang sering digunakan peneliti dalam perhitungan *reliability* adalah RBD (Trivedi & Bobbio, 2017). RBD merupakan sebuah metode untuk melakukan analisis *reliability* sistem dan ketersediaan pada sistem besar dan kompleks dengan menggunakan diagram blok sistem (Ebeling, 1997). Dalam RBD, sistem diwakili secara grafis, di mana komponen-komponennya terhubung secara seri, paralel, *k-out-of-n*, *standby*, dan *bridge* (non-paralel-seri). Kelebihan RBD adalah kesederhanaan dalam melakukan evaluasi *reliability* dikarenakan solusi dari model ini dapat ditentukan secara relatif efisien dengan asumsi bahwa komponen-komponen tersebut secara statistik independen (Kim, 2017). Kekurangan dari RBD adalah ketidakmampuan menggambarkan faktor *time dependencies* (Trivedi & Bobbio, 2017). Kekurangan dari RBD dapat dilengkapi menggunakan *state-space models.*

State-space models merupakan pemodelan yang menjelaskan secara statistik serta dependensi *state* dan waktu. Kelebihan dari *state-space models* adalah kekuatan pemodelan tinggi dikarenakan terdapat sifat ketergantuangan terhadap waktu. Kekurangan dari metode ini adalah kurang mampu untuk melacak secara analitis karena terdapat kutukan dimensi tinggi (*curse of dimensionality*). *State space models* terklasifikasikan secara luas dalam model *Markovian* (*continous time markov chain*) dan *non-markovian* (distribusi *phase-type*). Berdasarkan kedua model tersebut,distribusi *phase type* dapat menghilangkan batasan dari distribusi eksponensial yang diasumsikan pada model *homogeneous continuous-time Markov chains*.

Distribusi *phase-type* merupakan distribusi waktu yang dapat digunakan dalam pemodelan berbagai fenomena nyata secara lebih akurat (Sbeity, et al., 2008). Tujuan dari menggunakan distribusi ini adalah untuk merancang algoritma yang dengan mudah dapat diimplementasikan sebagai program komputer untuk

memperoleh ekspresi matematika *reliability function* sistem langsung dari ekspresi matematika *reliability function* komponennya dengan melihat umur (*lifetime*) dari komponen. Keunggulan menggunakan distribusi *phase-type* diantaranya adalah pertama, distribusi ini dapat digunakan sebagai model pengganti dalam *bathub curve* yang terdiri atas *constant failure rate* (CFR) , *increasing failure rate* (IFR), dan *decreasing failure rate* (DFR) (Trivedi & Bobbio, 2017). Kedua, distribusi ini memiliki *closure properties*, yaitu agar suatu himpunan memenuhi sifat pentup untuk beberapa operasi matematika (Assaf D, 1982). Ketiga, distribusi ini dapat mengurangi kebutuhan integrasi numerik ke dalam aljabar numerik dan dapat menghasilkan solusi bentuk tetutup secara sederhana dalam ekspresi aljabar (Neuts, 1994).

Sebuah studi terkini menyarankan untuk membuat *reliability function* daripada nilai *reliability* (*reliability value*) (Ardakan, et al., 2017). Pendekatan ideal dalam melakukan analisis *reliability* sistem adalah mengekspresikan *reliability function* sistem sebagai *reliability function* komponennya secara matematis. *Reliability function* merupakan sebuah besaran atau nilai yang bergantung pada nilai yang lain (dalam hal ini adalah waktu). Mencari ekspresi matematika *reliability function* sistem dari yang sudah ada sekarang merupakan pekerjaan yang tidak mudah. Terlebih, ketika *reliability function* komponennya merupakan *mixture* dan *convolution* dari beberapa *reliability function* umum (Alkaff & Qomarudin, 2020). Namun, penelitian yang selama ini ada masih sebatas menghitung fungsi *reliability* sistem dari fungsi *reliaility* komponen secara skalar. Wang et al. (2004) menggunakan model RBD dengan asumsi waktu kerusakan tiap komponen berdistribusi eksponensial. Sadeghi (2017) menggunakan model *fault tree analysis* (FTA) dengan asumsi komponen berdistribusi eksponensial. Penelitian terbaru oleh Alkaff & Qomarudin (2020) menggunakan pendekatan distribusi *phase-type* dengan perhitungan secara matriks dan skalar untuk mendapatkan suatu fungsi *reliability* yang berdistribusi *phase-type*.

Penelitian tugas akhir ini menghitung performansi *reliability* yaitu *reliability function*, MTTF, dan *hazard function* menggunakan metode kuantitatif dengan pendekatan distribusi *phase-type* dan RBD. Pendekatan distribusi *phase-type* dilakukan perhitungan secara matriks dan RBD dilakukan perhitungan secara

skalar. Model RBD juga digunakan untuk menggambarkan hubungan komponen-komponennya sesuai konfigurasi struktur dasar sistem guna memudahkan perhitungan dalam distribusi *phase-type*. Penggunaan distribusi *phase-type* mempunyai waktu komputasi yang lebih cepat dan dapat digunakan secara efesien untuk metode eksak dibandingkan dengan metode konvensional (Alkaff & Qomarudin, 2020). Struktur *reliability* sistem dijelaskan melalui mekanisme operasi yang digambarkan dalam *state* CTMC di mana masing-masing komponen memiliki *time-dependent reliability* yang menggunakan metode analitik matriks. Hasil perhitungan pendekatan distribusi *phase-type* dan RBD dilakukan untuk interval waktu selama satu tahun atau 8760 jam berupa performansi *reliability*. Hasil perhitungan kedua metode tersebut nantinya akan dibandingkan melalui perhitungan dan grafik *reliability, hazard function* dan perhitungan MTTF. Selanjutnya dilakukan uji sensitivitas dengan merubah parameter input berupa *failure rate* dan struktur peralatan kritis untuk mengetahui perubahan terhadap performansi *reliability* sistem.

1.2 Perumusan Permasalahan

Permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah bagaimana merancang *reliability* sistem produksi asam fosfat Pabrik 3A PKG menggunakan pendekatan distribusi *phase-type* dan RBD. Perancangan *reliability* sistem diturunkan hingga level komponen atau peralatan dan didasarkan dengan perhitungan secara matriks (distribusi *phase-type*) dan skalar (RBD). Selain itu dilakukan analisis sensitivitas pada peralatan kritis yang bertujun untuk meningkatkan *reliability* sistem.

1.3 Tujuan

Tujuan yang ingin dicapai dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mendapatkan performansi *reliability* sistem untuk interval waktu selama 1 tahun atau 8.760 jam menggunakan pendekatan distribusi *phase-type* dan RBD pada kondisi eksisting.
2. Mengidentifikasi sub-sistem dan peralatan yang kritis pada sistem.

3. Melakukan analisis sensitivitas pada peralatan sistem yang kritis dengan perubahan struktur mesin menjadi struktur redundan (paralel, *k-out-of-n,* dan atau *standby*).
4. Memberikan rekomendasi terkait desain struktur peralatan yang kritis dengan penambahan peralatan baru dan alokasi struktur redundan untuk meningkatkan performansi *reliability* sistem.

1.4 Manfaat

Manfaat yang ingin didapatkan dalam penelitian ini adalah:

1. Sub-Departemen Reliability pabrik PA 3A mendapatkan informasi mengenai kondisi eksisting performansi *reliability* sistem berupa *reliability function,* MTTF, dan *hazard function.*
2. Perusahaan dapat mengaplikasikan pendekatan distribusi *phase-type* dalam perhitungan performansi *reliability* yang dihitung secara analitik matriks.
3. Perusahaan mendapatkan rekomendasi perbaikan struktur sistem *relibality* pada perlatan kritis melalui pertimbangan penambahan peralatan baru dan alokasi struktur redundan.

1.5 Ruang Lingkup Penelitian

Ruang lingkup penelitian terdiri dari batasan dan asumsi yang dipaparkan sebagai berikut:

1.5.1 Batasan Penelitian

Batasan yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Penelitian ini hanya membahas mesin dan atau peralatan *rotating* (pompa, *fan, valve,* dll.). Peralatan *rotating* cenderung mengalami kerusakan dibandingkan peralatan *non rotating* dikarenakan terkena degradasi pada lingkungan operasi; misalnya korosi, erosi, *fatigue, stress,* dan *friction* (gesekan).
2. Penelitian ini hanya memperhitungkan performansi *reliability* dilakukan pada level 0 yaitu sistem produksi pabrik, level 1 yaitu sub-sistem produksi dan level 2 yaitu komponen (peralatan) PA 3A.

3. Penelitian ini tidak mempertimbangkan biaya investasi untuk solusi pembelian mesin atau peralatan baru.
4. Struktur peralatan *standby redundancy* terbatas pada kategori *cold standby redundancy*.

1.5.2 Asumsi Penelitian

Asumsi yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Apabila terjadi kerusakan pada peralatan akan diganti atau ditambah pada usulan perbaikan sistem dalam kondisi kembali seperti baru (*as good as new*).
2. *Block diagram plant* sebagai suatu sistem di mana jika terdapat konfigurasi *network reliability* yang diberikan dapat dianggap sebagai sebuah blok item dengan nilai *reliability* tertentu dan dihitung terpisah secara manual.
3. Kerusakan yang terjadi pada mesin dan atau peralatan *rotating* bukan disebabkan oleh *human error*.
4. *Fault detection* dan *switching device* pada struktur peralatan *cold standby redundancy* adalah *perfect*.
5. Penggantian (*replacement*) peralatan yang mengalami kerusakan dilakukan secara instan.

1.6 Sistematika Penulisan

Berikut merupakan sistematika penulisan dalam penelitian ini yang terdiri dari beberapa bab sebagai berikut:

BAB 1 PENDAHULUAN

Pada bab pendahuluan akan diuraikan mengenai latar belakang penelitian, perumusan permasalahan berdasarkan latar belakang, tujuan penelitian, manfaat penelitian yang diharapkan, ruang lingkup penelitian yang meliputi batasan dan asumsi serta sistematika penulisan laporan.

BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini akan memuat mengenai tinjauan pustaka yang bersumber dari buku, jurnal maupun sumber lainnya yang dipercaya sebagai referensi dalam penelitian yang dilakukan. Tinjauan pustaka yang mendukung penelitian ini adalah konsep *dependability*, *reliability*, *phase type distribution* dalam *reliability*,

closure properties dari distribusi *phase*-type, konfigurasi struktur *reliability* sistem, *Birnbaum Importance Index,* dan permodelan sistem.

BAB 3 METODOLOGI PENELITIAN

Pada bab ini akan dijelaskan mengenai alur pengerjaan penelitian yang dilakukan. Metodologi penelitian berisi langkah-langkah yang sistematis dan terarah dalam menyelesaikan masalah yang digambarkan dengan diagram alir.

BAB 4 PENGUMPULAN DAN PENGOLAHAN DATA

Pada bab ini akan dijelaskan mengenai deskripsi sistem produksi, deskripsi *reliability* sistem, *fitting* distribusi *time to failure* peralatan, perhitungan pengukuran *reliability* peralatan, sub-sistem dan Sistem PA 3A. Kemudian dilakukan identifikasi sub-sistem dan peralatan kritis menggunakan *Birnbaum Importance Index*.

BAB 5 ANALISIS *RELIABILITY* SISTEM

Pada bab ini akan dijelaskan mengenai analisis pendekatan distribusi *phase-type* dan RBD. Kemudian dilakukan analisa hasil eksperimen di kondisi eksisting, analisis sub-sistem dan peralatan kritis, analisis sensitivitas, dan analisis kondisi perbaikan.

BAB 6 KESIMPULAN DAN SARAN

Pada bab ini akan dijelaskan mengenai kesimpulan yang menjawab dari tujuan penelitian ini. Selain itu juga terdapat saran kepada pihak perusahaan serta saran untuk rekomendasi pada penelitian selanjutnya.

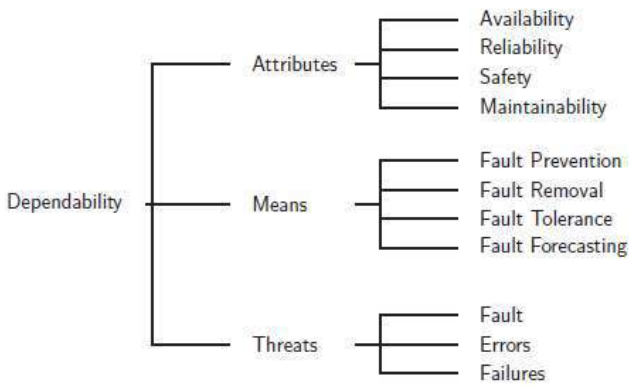
(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB 2
TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini akan dibahas mengenai tinjauan pustaka yang digunakan sebagai dasar teori pada peneletian yang dilakukan. Dasar teori yang ada dalam penelitian ini yaitu terkait *dependability, reliability, distribusi phase-type* dalam *reliability, closure properties* dari distribusi *phase*-type, konfigurasi struktur *reliability* sistem, *Birnbaum importance index*, dan permodelan sistem.

2.1 *Dependability*

Penggunaan istilah ilmiah seperti *dependability*, *availability*, *reliability*, *maintainability*, dan *safety* pertama kali didefinisakan secara selektif oleh Laprie (2000). *Dependability* merupakan ukuran kualitatif, ibarat seperti payung yang memiliki atribut seperti: *reliability*, *availability*, *safety*, *integrity*, dan *maintainability*. *Dependability* untuk sebuah komponen atau sistem adalah kemampuan untuk memenuhi kriteria fungsi yang dijalankan, di bawah kondisi penggunaan dan perbaikan yang diberikan (IEC 60050, 2001). *International Federation for Information Processing* (IFIP) *Working* Group WG10.4 mengkategorikan *dependability* menjadi 3 aspek yaitu: *threats, attributes, and means*. Gambar 2.1 merupakan taksonomi yang menggambarkan istilah-istilah dan hubungan yang tepat yang digambarkan dalam *dependability tree*.



Gambar 2. 1 *Dependability Tree* (Trivedi & Bobbio, 2017)

Dependability memiliki 4 atribut yang digunakan sebagai pengukuran secara kuantitatif. Atribut tersebut terdiri atas *reliability*, *availability, maintainability*, dan *safety*. Menurut IEC *international vocabulary* dan IFIP WG10.4 (2001) *reliability* merupakan kemampuan untuk menjalankan fungsi yang dibutuhkan dalam kondisi dan interval waktu tertentu. *Availability* adalah kemampuan untuk berada dalam kondisi guna melakukan fungsi yang dibutuhkan pada waktu tertentu atau setelah waktu yang cukup berlalu, dengan asumsi bahwa sumber daya eksternal selalu tersedia. Sedangkan *maintainability* merupakan kemampuan untuk dipertahankan atau dikembalikan kedalam keadaan di mana komponen atau sistem dapat melakukan fungsi yang dibutuhkan dalam kondisi penggunaan dan pemeliharaan yang diberikan.

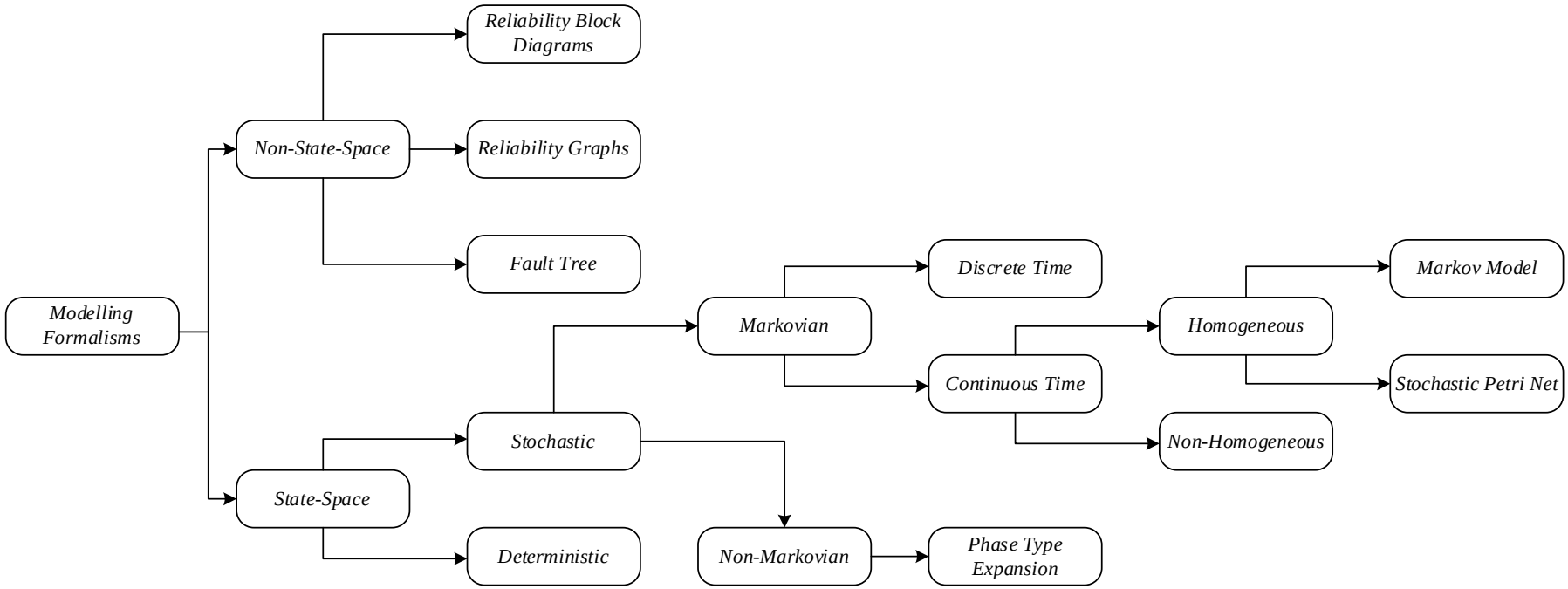
Permasalahan atau ancaman dalam *dependability* dapat dilihat dari tiga aspek yaitu *faults*, *errors*, dan *failures*. *Fault* atau kesalahan diputuskan sebagai penyebab dari *errors* dan *failures*. Ketika *fault* dilakukan dapat menghasilkan *internal errors*. *Errors* yang terjadi secara akumulasi maupun *single* dapat menimbulkan *failure* atau kegagalan. Sarana untuk mencapai dan memastikan *dependability* pada sebuah komponen atau sistem melingkupi adanya *fault prevention* atau pencegahan terjadinya *faults*, yang terdiri atas perancangan sistem dengan jumlah *faults* yang minimal, dan *fault removal*. *Fault removal* merupakan proses menemukan dan memperbaiki bug selama pengujian atau operasi. *Fault tolerance* merupakan serangkaian teknik yang memungkinkan keseluruhan sistem untuk terus berfungsi terlepas dari *fault* komponen atau subsistem. Sedangkan *fault forecasting* merupakan metode untuk memprediksi terjadinya *faults*, *errors, failures,* atau yang terkait dengan atribut *dependability.*

2.2 Formalisme Pemodelan *Dependability* Menggunakan Metode Kuantitatif

Beberapa formalisme pemodelan merupakan hal umum yang digunakan dalam bidang evaluasi *dependability*. Pemilihan formalisme pemodelan yang sesuai untuk pemodelan *dependability* tertentu sering menjadi titik perdebatan di antara pemodel. Berikut merupakan daftar poin penting untuk dipertimbangakan ketika memilih formalisme pemodelan yang sesuai:

1. Struktur dan perilaku sistem yang dimodelkan
2. Kemudahan representasi karakteristik dan properti sistem dalam formalisme pemodelan yang dipilih
3. Himpunan atribut *dependability* yang menarik dalam upaya pemodelan

Hal paling umum bagi seorang pemodel adalah menggunakan formalisme pemodelan yang paling dikenalnya atau formalisme yang tersedia untuk *toolkit* pemodelan. Penting untuk lebih diskriminatif dalam memilih formalisme yang tepat berdasarkan pertimbangan yang diberikan poin di atas. Selain itu, beberapa formalisme dapat digunakan untuk model yang sama sebagai metode verifikasi model. Formalisme pemodelan dapat secara luas diklasifikasikan menjadi dua jenis yaitu *non-state-space* dan *state-space*. Gambar 2.2 merupakan rangkuman berbagai formalisme pemodelan yang digunakan.



Gambar 2. 2 Formalisme Pemodelan (Trivedi & Bobbio, 2017)

Model *non-state space* (atau *combinatorial*) merupakan model yang menghasilkan solusi relatif efisien yang menggunakan asumsi bahwa hubungan antar komponen adalah statistik independen. Keunggulan model *non-state-space* adalah mampu menyediakan traktabilitas analitis yang tinggi karena ruang keadaan (*state space*) tidak perlu dihasilkan. Kelemahan dari model ini adalah kekuatan pemodelan rendah karena sifat ketergantungan (*dependence*) tidak diperbolehkan. Beberapa contoh model ini adalah *reliability block diagrams* (RBD), *reliability graphs or networks*, dan *fault trees*.

Teknik analisis *reliability* yang paling banyak digunakan adalah menentukan *reliability* sistem dalam bentuk *reliability* komponennya. Metode diagram *reliability* (RBD) merupakan metode yang menerapkan fungsi atau persamaan hukum-hukum logika *failure* pada setiap komponen dan direpresentasikan dalam bentuk diagram blok. RBD dapat disusun secara seri, paralel, ataupun *standby*. Sistem dengan beberapa komponen yang kompleks, RBD merupakan diagram blok fungsional yang menggambarkan hubungan antar komponen membentuk fungsi kerja dari sistem dan sub-sistem yang ada di pabrik secara keseluruhan.

Sedangkan model *state space* merupakan pemodelan yang dapat menjelaskan secara statistik dependensi *state* dan waktu. Keunggulan model ini adalah kekuatan pemodelan tinggi dikarenakan terdapat sifat ketergantuangan terhadap waktu. Kekurangan dari model ini adalah kurang mampu untuk melacak secara analitis karena terdapat kutukan dimensi tinggi (*curse of dimensionality*). Model *state space* terbagi menjadi dua jenis yaitu *stochastic* dan *deterministic*. Dalam *stochastic state space* terklasifikasikan secara luas dalam model Markovian (*homogeneous* dan *non-homogeneous*) dan non-markovian. Untuk menghilangkan pembatasan distribusi eksponensial yang diasumsikan oleh *homogeneous continuous-time Markov chains* dapat menggunakan pendekatan distribusi *phase-type* (*non-markovian*). Penjelasan terkait penggunaan pendekatan distribusi *phase-type* dalam evaluasi *reliability* sistem akan dijelaskan lebih detail pada Subbab 2.4.

2.3 Konsep *Reliability*

Trivedi (2006) mendefinisikan *reliability* atau keandalan merupakan probabilitas dari sebuah sistem atau komponen dapat beroperasi sesuai fungsi yang dijalankan dengan baik dalam periode interval waktu tertentu. Dalam suatu industri, keberhasilan proses produksi dipengaruhi oleh aspek *reliability* yang melingkupi *reliability* komponenen, *reliability* sub-sistem atau *reliability* sistem produksi yang tidak mengalami *failure* dalam interval waktu tertentu. Penerapan konsep *reliability* dapat membantu untuk memperkirakan jangan waktu berapa lama suatu komponen, sub-sistem atau sistem mempunyai peluang untuk menjalankan fungsinya dengan baik. Konsep *reliability* digunakan untuk *non-repairable unit*. *Non-repairable unit* merupakan sebuah komponen atau sistem yang tidak dapat diperbaiki ketika komponen atau sistem tersebut mengalami *failure*.

Pada subbab ini akan dibahas mengenai *reliability*, *hazard rate, mean time to failure, bathub curve*, dan model distribusi dalam *reliability*.

2.3.1 *Reliability*

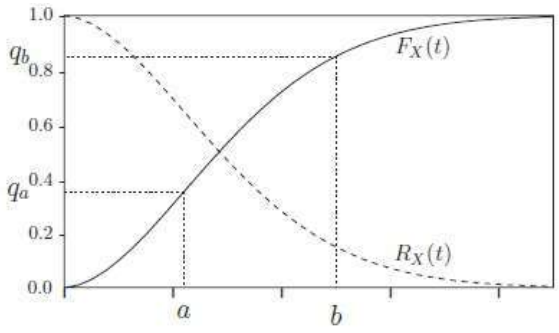
Konsep *reliability* menggunakan pendekatan teori probabilitas dikarenakan kompleksitas dalam mekanisme *failure* sebuah item tidak bisa dideskripsikan dengan hukum deterministik (Trivedi & Bobbio, 2017). Dikarenakan *non-repairable unit,* satu-satunya *event* atau kejadian yang menarik terjadi secara instan atau langsung di mana unit mengalami kegagalan. Misalkan unit A pada waktu $t = 0$ berada pada kondisi *up state* atau kondisi beroperasi. Waktu instan unit A mengalami *failure* atau memasuki kondisi *down state* adalah variabel *random* atau acak kontinu, $X \geq 0$, di mana X merepresentasikan *time to failure* atau durasi beroperasi unit A. Karena X merupakan variabel acak maka kisarannya adalah himpunan semua bilangan real positif termasuk nol ($X \in R + \cup \{0\}$). Maka, *cumulative distribution function* (CDF) $F_X(t)$ dari *time to failure* X adalah probabilitas unit A telah mengalami *failure* pada atau sebelum waktu t atau dikenal sebagai *unreliability* dari unit A. Berikut merupakan fungsi CDF $F_X(t)$ dari *time to failure* X:

$$F_X(t) = P\{X \leq t\} \quad (1)$$

Berdasarkan teori probabilitas dapat diketahui bahwa (Trivedi, 2001):

$$\begin{cases} F_X(0) \geq 0, \\ \lim_{t \to \infty} F_X(t) = 1, \\ F_X(t) \text{ adalah } non - decreasing \text{ pada } t \end{cases} \quad (2)$$

Adapun sifat khusus dari fungsi CDF $F_X(t)$ yang dapat dilihat pada Gambar 2.3.



Gambar 2. 3 Grafik Fungsi CDF $F_X(t)$dan $R_X(t)$ (Trivedi & Bobbio, 2017)

Dapat dilihat bahwa fungsi $F_X(t)$ yang digambarkan dengan garis padat, q_a adalah probabilitas variabel acak $X \leq a$, dengan kata lain, probabiltas yang terkait dengan kejadian bahwa unit *A* telah mengalami *failure* pada waktu $t = a$. Demikian juga dengan diberikan waktu instan $t = a$ dan $t = b\ (a \leq b)$, probabilitas dari variabel acak X terletak dalam interval waktu $(a \leq b]$ memberikan probabilitas bahwa unit *A* mengalami *failure* pada interval tersebut. Maka dapat ditulis fungsi probabilitas *failure* unit X sebagai berikut:

$$F_X(b) - F_X(a) = P\{a < X \leq b\} \quad (3)$$

Definisi Persamaan (3) dapat diketahui bahwa fungsi *survival function* (SF) atau yang dikenal sebagai *reliability* dari variabel acak X dilambangkan dengan $R_X(t)$ didefinisikan sebagai:

$$R_X(t) = P\{X < t\} = 1 - F_X(t) \quad (4)$$

Fungsi $R_X(t)$ menunjukkan probabilitas variabel random X lebih besar dari t, dengan kata lain unit telah harus beroperasi dari waktu 0 hingga t atau *failure* yang dialami tidak terjadi hingga t. Fungsi $R_X(t)$ juga memenuhi kondisi berikut :

$$\begin{cases} R_X(0) = 1, \\ \lim_{t \to \infty} R_X(t) = 0, \\ R_X(t) \text{ adalah } non - increasing \text{ pada } t \end{cases} \quad (5)$$

Pada Gambar 2.2 dapat dilihat fungsi $R_X(t)$ digambarkan dengan garis putus-putus. Diberikan waktu instan yaitu pada waktu ke a dan b (dengan $a \leq$ b) maka probabilitas bahwa masa pakai unit X berada pada interval $(a, b]$. Jika fungsi CDF $F_X(t)$ mempunyai turunan, maka *probability density function* (PDF) $f_X(t)$ dari variabel random X adalah:

$$f_X(t)dt = \frac{dF_X(t)}{dt} = -\frac{dR_X(t)}{dt} \quad (6)$$

Berdasarkan definisi dari PDF yang telah disebutkan, maka dengan kata lain fungsi $F_X(t)$ pada interval waktu $(a, b]$ yaitu:

$$\int_a^b f_x(t)dt = P\{a < X \leq b\} = F_X(b) - F_X(a) \quad (7)$$

2.3.2 *Mean Time to Failure*

Dalam statiska deskriptif terdapat istilah yaitu momen, momen merupakan ukuran kuantitatif yang spesifik dari bentuk suatu distribusi. Momen dengan orde satu atau dikenal dengan momen pertama merupakan nilai yang diharapkan (*expected* value). Dalam *reliability*, juga dikenal istilah momen pertama yang biasanya disebut sebagai *mean time to failure* (MTTF). MTTF dapat mempresentasikan kira-kira seberapa lama sebuah mesin dapat diharapkan dapat menjalankan fungsinya dengan baik sebelum mengalami kegagalan (Campbell & Jardine, 2001). Jadi MTTF adalah masa kerja suatu mesin atau komponen saat pertama kali digunakan atau dihidupkan sampai mesin atau komponen tersebut mengalami kegagalan. Maka berdasarkan definisi yang telah disebutkan dapat ditulis fungsi MTTF sebagai berikut degan mempertimbangkan bahwa X adalah variabel acak non-negatif:

$$MTTF = E[X] = \int_0^\infty t \cdot f_X(t)dt = \int_0^\infty R_X(t)dt \quad (8)$$

2.3.3 *Hazard Rate*

Reliability dipengaruhi oleh fungsi *hazard rate.* Fungsi *Hazard rate* $h_X(t)$ merupakan probabilitas kondisional dari kegagalan dalam interval waktu tertentu

(Trivedi & Bobbio, 2017). Ketika X merupakan *time to failure* suatu unit, maka *hazard rate* disebut dengan *failure rate* atau laju kegagalan dan $h_X(t)dt$ adalah probabilitas bahwa unit telah mengalami *failure* antara t dan $t + dt$ mengingat bahwa unit tersebut berfungsi hingga waktu t (Papoulis, 1965). Dengan menggunakan probabilitas kondisional, maka $h_X(t)$ dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$h_X(t)dt = P\{t < X \leq t + dt | X > t\} = \frac{P\{t < X \leq t + dt | X > t\}}{P\{X > t\}} \quad (9)$$

Berdasarkan Persamaan (6) dan (9) maka fungsi *hazard rate* $h_X(t)$ menjadi:

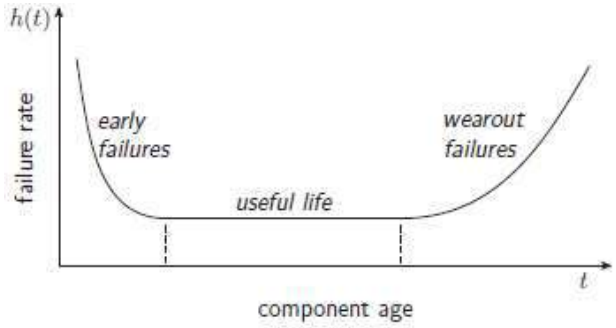
$$h_X(t) = \frac{f_X(t)}{R_X(t)} = -\frac{1}{R_X(t)} \frac{dR_X(t)}{dt} \quad (10)$$

Dengan membalikkan Persamaan (10) maka dapat dinyatakan *reliability function* $R_X(t)$ sebagai fungsi dari *hazard rate* $h_X(t)$ sebagai berikut:

$$R_X(t) = \exp\left[-\int_0^t h_X(u)du\right] = e^{-\int_0^t h_X(u)du} \quad (11)$$

2.3.4 *Bathub Curve*

Laju kegagalan atau *hazard rate* dalam beberapa kasus dapat ditunjukkan sebagai penambahan atau IFR, sebagai penurunan atau DFR, dan sebagai nilai konstan atau CFR. Konsep *hazard rate* dilatarbelakangi oleh banyak komponen atau sistem rekayasa yang ternyata menunjukkan perilaku $h(t)$ mengikuti kurva bak mandi atau *bathtub curve* (Trivedi & Bobbio, 2017). Perilaku *bathub curve* dapat ditunjukkan pada Gambar 2.4 berikut:



Gambar 2. 4 Grafik *Bathub Curve* (Trivedi & Bobbio, 2017)

Berdasarkan Gambar 2.4 sebuah komponen atau sistem akan bekerja dengan masa operasi plant yang terbagi dalam tiga periode yaitu:

1. Periode *Burn-in*

   Pada periode 0 sampai dengan t_1 (permulaan bekerjanya peralatan), kurva menunjukkan bahwa laju kerusakan menurun dengan bertambahnya waktu atau disebut sebagai DFR. *Hazard rate* $h(t)$ menunjukkan gejala menurun akibat *failure* yang dini. *Failure* tersebut diakibatkan kerusakan dalam manufaktur, retak saat pengelasan, patah, adanya kontaminasi, dan rendahnya kualitas pengendalian (Ebeling, 1997).

2. Periode *Useful Life*

   Pada periode t_1 dan t_2 laju kerusakan cenderung tetap atau disebut CFR. Periode ini biasanya dikenal sebagai *useful life period*. Komponen menunjukkan $h(t)$ yang konstan (Ebeling, 1997)

3. Periode *Wearout*

   Pada periode setelah t_2 menunjukkan bahwa laju kerusakan meningkat dengan bertambahnya waktu atau disebut dengan IFR. Fungsi *hazard rate* $h(t)$ menunjukkan peningkatan di mana peluang terjadinya *failure* komponen selama interval waktu yang sama menjadi bertambah besar. *Failure* ini diakibatkan oleh penuaan, korosi, gesekan, sehingga di sebut fase pengausan (*wearout*) (Ebeling, 1997).

2.3.5 Pola Distribusi Kerusakan dalam *Reliability*

Interval waktu antar kerusakan komponen atau sistem dapat diketahui dengan pola distribusi *reliability* yang dimiliki. Pola distribusi yang sering muncul dalam data kerusakan adalah eksponensial dan Weibull.

- Distribusi Eksponensial

Distribusi eksponensial digunakan ketika fungsi *hazard rate h(t)* memiliki nilai awal yang konstan dan akan mulai meningkat seiring dengan waktu (Trivedi & Bobbio, 2017). Kegagalan dari produk yang beroperasi dalam kondisi normal dan akan mengalami kegagalan sekunder seperti *overheating* ketika komponen, mesin atau peralatan berada dalam kondisi ekstrem yang dijelaskan menggunakan waktu

kegagalan yang berdistribusi eksponensial. Berikut adalah peluang fungsi distribusi kerapatan distribusi eksponensial (Ebeling, 1997):

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \tag{11}$$

Jika distribusi waktu antar kegagalan suatu sistem mengikuti distribusi eksponensial, maka *reliability function* menjadi sebagai berikut:

$$R(t) = e^{-\lambda t} \tag{12}$$

Fungsi *hazard rate h(t)* ditunjukkan dengan:

$$h(t) = \lambda \tag{13}$$

Waktu rata–rata kegagalan atau MTTF ditunjukkan dengan:

$$\text{MTTF} = \frac{1}{\lambda} \tag{14}$$

- Distribusi Weibull

Distribusi Weibull telah digunakan secara luas dalam teknik *Reliability*. Keuntungan dari distribusi ini adalah dapat digunakan untuk merepresentasikan banyak fungsi distribusi kerapatan serta dapat digunakan untuk variasi data (Ebeling, 1997). Distribusi Weibull memiliki dua parameter yaitu β *(shape parameter)* dan θ*(scale parameter).* Berikut merupakan fungsi yang terdapat dalam distribusi Weibull yaitu:

$$F(t) = 1 - \exp[-(\theta t)^{\beta}] \tag{15}$$

$$R(t) = \exp[-(\theta t)^{\beta}] \tag{16}$$

$$f(t) = \beta\theta \cdot (\theta t)^{\beta-1} \cdot exp[-(\theta t)^{\beta}] \tag{17}$$

$$f(t) = \beta\theta \cdot (\theta t)^{\beta-1} \tag{18}$$

$$\text{MTTF} = \frac{1}{\theta}\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \tag{19}$$

2.4 Distribusi *Phase-type* dalam *Reliability*

Distribusi *phase-type* diusulkan untuk memodelkan keacakan yang lebih realistis daripada model eksponensial dan secara matematis juga lebih sederhana. Distribusi *phase-type* merupakan distribusi berbasis matriks.Pada subbab ini akan diberikan penjelasan tentang distribusi *phase-type*, pengukuran *reliability* dalam distribusi *phase-type*, dan sifat-sifat distribusi *phase-type*.

2.4.1 Distribusi *Phase-type*

Distribusi *phase-type* menggambarkan waktu acak yang diambil untuk proses Markov guna mencapai *absorbing state* (Faddy, 1995). *Absorbing state Markov chain* adalah *fixed point* atau *steady state*, ketika mencapai *state* tersebut sistem tersebut tidak dapat kembali ke *state* lain. Distribusi *phase-type* merupakan distribusi dari *lifetime X* atau waktu yang dibutuhkan untuk masuk ke dalam *absorbing state* dari suatu kumpulan *state* transisi yang merupakan bagian dari proses *absorbing continuous time* Markov (Bucholz, et al., 2014).

Distribusi *phase-type* memiliki sejumlah kumpulan *transient state* yaitu: $(1, 2, 3, \dots, n)$ dan *absorbing state* $(n + 1)$ yang dinotasikan sebagai *transition rate matrix* $\boldsymbol{Q}$ sebagai berikut (Neuts, 1994):

$$\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{0} & 0 \end{bmatrix} \tag{20}$$

di mana $\boldsymbol{A}$ merupakan sebuah matriks transisi *state* yang berukuran $n \times n$. Sedangkan $\boldsymbol{b}$ merupakan sebuah vektor yang menunjukkan transisi dari *transient states* menuju *absorbing state*. Sementara $\boldsymbol{Q}$ adalah matriks jika dijumlahkan tiap barisnya sama dengan nol. A_{ii} merupakan nilai diagonal matriks $\boldsymbol{Q}$ yang harus negatif dan setiap elemen elemennya sama dengan jumlah seluruh elemen yang lain dalam satu baris. Sedangkan A_{ij} menunjukkan laju transisi dari keadaan transien i ke keadaan transien *j* yang merupakan *non-negative transition rate*. Berdasarkan definisi tersebut, $\boldsymbol{A}$ selalu *nonsingular*, $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{A}\boldsymbol{u}$, di mana $\boldsymbol{u}$ merupakan vektor berelemen satu dengan ukuran $n \times 1$ dan diasumsikan bahwa proses tersebut tidak dimulai pada keadaan *absorbing state*.

Neuts (1994) telah menunjukkan bahwa distribusi *phase-type* dapat dinyatakan sebagai:

$$F_X(x) = 1 - \boldsymbol{a}e^{\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}}\boldsymbol{u} \quad x \geq 0 \tag{21}$$

F_X dinotasikan sebagai distribusi X yang merepresentasikan waktu menuju absorbing *state* di mana $\boldsymbol{a}$ merupakan inisial vektor *state probability* yang menunjukkan probabilitas proses yang dimulai pada *transient states*. Oleh sebab itu, $\boldsymbol{a}\boldsymbol{u} = 1$, di mana $\boldsymbol{u}$ merupakan sebuah vektor dengan semua elemennya sama dengan 1. Distribusi $F_X(x)$ dikatakan sebagai distribusi *phase-type* dengan

representasi $(n, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{A})$ sebagai parameternya. Momen ke-i dari X pada Persamaan (21) dapat diturunkan sebagai (Alkaff & Qomarudin, 2020):

$$E[X^i] = (-1)^i i! \left(\boldsymbol{a}\boldsymbol{A}^{-i}\boldsymbol{u}\right) \quad i = 1, 2, \ldots \tag{22}$$

Squared coefficient of variation adalah sebagai berikut:

$$CV^2 = \frac{E[X]^2}{(E[X])^2} - 1 \tag{23}$$

2.4.2 Pengukuran *Reliability* dalam Distribusi *Phase-type*

Pada umumnya, distribusi yang sering digunakan dalam *reliability* adalah distribusi Weibull. Namun, kekurangan dari ditribusi tersebut adalah parameternya berupa *hazard rate* yang *monotone*. Maka dari itu, untuk mengatasi kekurangan dari distribusi Weibull digunakanlah distribusi *phase-type*. Distribusi *phase-type* merupakan generalisasi dari distribusi eksponensial dengan menawarkan variasi bentuk *hazard rate* yang beragam dari pada Weibull. Distribusi ini berasal dari model stokastik dari dinamika penuaan dan *failure,* di mana transisinya berurutan melalui sebuah sistem *state* atau *phase* yang berhubungan dengan penuaan dan transisi yang keluar dari sistem yang berkaitan dengan *failure* (Faddy, 1995). Berikut merupakan *reliability function* dari sebuah komponen dalam distribusi *phase-type*:

$$R(t) = P(T > t) = 1 - F_T(t) = \boldsymbol{a}e^{\boldsymbol{A}t}\boldsymbol{u} \quad t \geq 0, \tag{24}$$

di mana T merupakan *lifetime* komponen. Sedangkan untuk fungsi *hazard rate* $h(t)$ dapat diturunkan sebagai:

$$h(t) = \frac{R'(t)}{R(t)} = -\boldsymbol{a}\boldsymbol{A}e^{\boldsymbol{A}t}\boldsymbol{u}(\boldsymbol{a}e^{\boldsymbol{A}t}\boldsymbol{u})^{-1} \tag{25}$$

MTTF dapat diperoleh dari Persamaan (22) sebagai:

$$MTTF = E[T] = -\boldsymbol{a}\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{u} \tag{26}$$

Untuk menghindari invers matriks dari Persamaan (25), maka diperkenalkan variabel bantu yaitu $\boldsymbol{\beta}$ didefinisikan sebagai berikut:

$$\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{a}\boldsymbol{A}^{-1} \tag{27}$$

atau

$$\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{A} = \boldsymbol{a} \tag{28}$$

dengan mensubstitusi Persamaan (27) dan (26) maka:

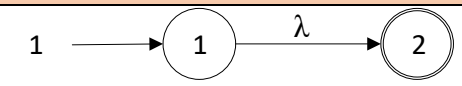
$$MTTF = -\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{u} \tag{29}$$

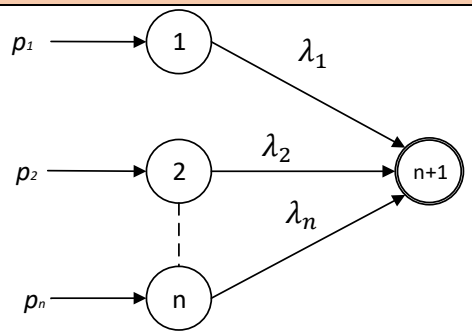
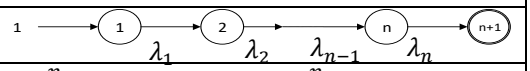
Oleh sebab itu disimpulkan bahwa MTTF dapat ditemukan dengan menyelesaikan Persamaan (28) untuk $\boldsymbol{\beta}$ dan mengganti solusi ke Persamaan (29). Jadi integrasi numerik dalam perhitungan MTTF dihilangkan dengan distribusi *phase-type*. Selain persamaan yang telah disebutkan, terdapat ukuran *reliability* lainnya seperti SDTTF dan CVTTF juga dapat dihitung dengan cara yang sama.

Transient state dalam distribusi *phase-type* yang berkaitan dengan *reliability* mewakili banyak level dari "*good condition*" atau "*good states*" dengan kata lain dalam kondisi baik, sedangkan untuk *absorbing state*-nya menunjukkan "*failed condition*" atau "*failed state*" dengan kata lain dalam kondisi gagal. Transisi dari satu *good state* ke *good state* lain menunjukkan perubahan kondisi komponen. Perubahan kondisi tersebut mungkin disebabkan oleh kerusakan atau penuaan. Sedangkan transisi dari *good state* ke *failed state* menunjukkan kondisi kegagalan. Dengan demikian, waktu *aborbing* atau penyerapan merupakan waktu kegagalan atau *lifetime*. Interpretasi tersebut memungkinkan penggunaan distribusi *phase-type* dalam analisis *reliability multistate* (Alkaff & Qomarudin, 2020).

Distribusi *phase-type* dapat mencangkup banyak distribusi. Dalam analisa *reliability*, umumnya konsep yang digunakan adalah CFR, DFR, IFR, dan BFR (Alkaff & Qomarudin, 2020). Beberapa contoh dalam distribusi yang sering digunakan dapat langsung direpresentasikan sebagai distribusi *phase-type* seperti pada Tabel 2.1 berikut:

Tabel 2. 1 Contoh Distribusi *Phase-Type* Dengan Banyak Bentuk Representasi

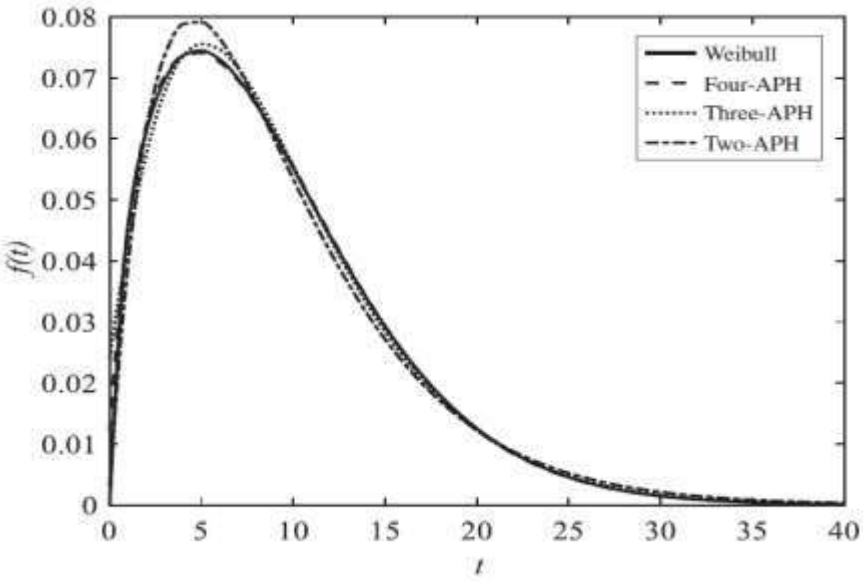
Jenis Distribusi	**Kategori**	***Reliability Function***	
Eksponensial (λ)	CFR	Grafik	
		Skalar	$e^{-\lambda t}$
		Matriks	$n = 1 \quad \boldsymbol{a} = [1] \quad \boldsymbol{A} = [-\lambda]$

Jenis Distribusi	Kategori	*Reliability Function*	
n-*stage Hyper-exponential*	DFR	Grafik	
		Skalar	$\sum_{i=1}^{n} p_i e^{-\lambda t}$
		Matriks	$n = n \quad \boldsymbol{a} = [p_1, p_2 \ldots . p_n]$ $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -\lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -\lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & -\lambda_n \end{bmatrix}$
n-*stage Hypo-exponential*	IFR	Grafik	
		Skalar	$\sum_{i=1}^{n} \frac{e^{-\lambda_i x}}{P_i} with\ P_i = \prod_{j=1, j\neq i}^{n} \left(1 - \frac{\lambda_i}{\lambda_j}\right)$
		Matriks	$n = n \quad \boldsymbol{a} = [1 \quad 0 \ldots \quad 0]$ $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -\lambda_1 & \lambda_1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & -\lambda_{n-1} & \lambda_{n-1} \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & -\lambda_2 \end{bmatrix}$

Distribusi lain juga dapat direpresentasikan dalam distribusi *phase-type* dengan memilih parameter yang tepat. Distribusi *phase-type* dapat mendekati semaksimal mungkin pada bentuk distribusi manapun ketika urutan distribusi *phase-type* tumbuh hingga tak terbatas (Trivedi & Bobbio, 2017). Sebagai aturan umum, komponen yang mempunyai *lifetime* atau masa pakai yang terdistribusi IFR, data *lifetime* $\frac{1}{n} < CVTFF < 1$, cocok untuk dimodelkan menggunakan distribusi *n-stage hypoexponential* (termasuk $n - stage\ Erlang$ sebagai kasus khusus). Sebaliknya komponen yang mempunyai *lifetime* yang berdistribusi DFR, dengan $CVTFF > 1$, cocok dimodelkan dengan distribusi *hyperexponential*. Aturan

sederhana tersebut sesuai jika sebagai pendekatan dua momen untuk data *lifetime* terbatas yang validnya direpresentasikan dengan rata-rata dan *variance*.

Selain menggunakan nilai CVTTF, *fitting* distribusi ke dalam distribusi *phase-type* juga dilakukan dengan cara melakukan iterasi pada *order* (n) representasi *phase-type*. Sebagai contoh distribusi Weibull dengan parameter (1,5, 0,1) dengan nilai CVTTF $= 0{,}46$ (Trivedi & Bobbio, 2017). Maka representasi dalam distribusi *phase-type* minimal memiliki *order* 3. Gambar 2.5 menunjukkan pendekatan grafik PDF distribusi Weibull dan distribusi *acyclic phase-type* (APH) dengan beberapa *order* yaitu 2, 3, dan 4.



Gambar 2. 5 Grafik PDF Weibull dan Distribusi APH dengan beberapa orde (Alkaff & Qomarudin, 2020).

Gambar 2.5 menunjukkan bahwa distribusi APH dengan *order* 4 tidak dapat dibedakan dari distribusi Weibull, sedangkan dengan *order* 3 dapat diterima, dan *order* 2 menunjukkan perbedaan yang signifikan. Pendekatan yang sama juga diterapkan pada distribusi lognormal.

2.5 *Closure Properties* dari Distribusi *Phase-type*

Penjelasan dari beberapa sifat yang dimiliki distribusi *phase-type* akan dijelaskan menurut Neuts (1994). Sifat dari distribusi *phase-type* menggunakan

operasi Kronecker. Operasi Kronecker merupakan operasi perkalian matriks yang umumnya digunakan dalam Markov Chains. Operasi tersebut terdiri atas Kronecker sum dan Kronecker product.

Kronecker product berasal dari matriks persegi panjang dengan $\boldsymbol{A} = [A_{ij}]$ yang berdimensi $m_1 \times m_1$ dan $\boldsymbol{B} = [B_{ij}]$ yang berdimensi $n_2 \times n_2$. Kronecker product $\boldsymbol{A} \otimes \boldsymbol{B}$ digambarkan dalam bentuk matriks berikut:

$$\boldsymbol{A} \otimes \boldsymbol{B} \begin{bmatrix} A_{11}\boldsymbol{B} & \dots & A_{1m_2}\boldsymbol{B} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{m_1\,1}\boldsymbol{B} & \dots & A_{m_1 m_2}\boldsymbol{B} \end{bmatrix} \tag{30}$$

Jika $\boldsymbol{A} = [A_{ij}]$ berdimensi $m \times m$ dan $\boldsymbol{B} = [B_{ij}]$ berdimensi $n \times n$, maka Kronecker product $\boldsymbol{A} \oplus \boldsymbol{B}$ menghasilkan matriks berdimensi $mn \times mn$ yang dijelaskan dalam persamaan berikut:

$$\boldsymbol{A} \oplus \boldsymbol{B} = \boldsymbol{A} \otimes \boldsymbol{I}_n + \boldsymbol{I}_m \otimes \boldsymbol{B} \tag{31}$$

di mana $\boldsymbol{I}_m$ dan $\boldsymbol{I}_n$ merupakan matriks identitas yang berdimensi m dan n.

Terdapat banyak sifat dalam operasi Kronecker, berikut merupakan salah satu sifat yang penting dalam operasi tersebut adalah:

$$e^{\boldsymbol{A_1}t} \otimes e^{\boldsymbol{A_2}t} = e^{(\boldsymbol{A_1} \oplus \boldsymbol{A_2})t} \tag{32}$$

$$(\boldsymbol{a}_1 e^{\boldsymbol{A}_1 t}\boldsymbol{u}_1)(\boldsymbol{a}_2 e^{\boldsymbol{A}_2 t}\boldsymbol{u}_2) = (\boldsymbol{a}_1 e^{\boldsymbol{A}_1 t}\boldsymbol{u}_1) \otimes (\boldsymbol{a}_2 e^{\boldsymbol{A}_2 t}\boldsymbol{u}_2)$$
$$= (\boldsymbol{a}_1 \otimes \boldsymbol{a}_2) e^{(\boldsymbol{A}_1 \oplus \boldsymbol{A}_2)t} (\boldsymbol{u}_1 \otimes \boldsymbol{u}_2) \tag{33}$$

Operasi Kronecker mempunyai beberapa sifat penting dalam distribusi *phase-type* untuk analisis *reliability* yang dijabarkan sebagai berikut oleh Neuts (1994). Jika T_1 dan T_2 merupakan variabel acak non-identik independen yang masing-masing berdistribusi *phase-type* dengan $(n_1, \boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{A}_1)$ dan $(n_2, \boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{A}_2)$ menunjukkan.

Teorema 1. (Alkaff & Qomarudin, 2020). Tambahkan (T_1, T_2) berdistribusi *phase-type* dengan $(n_s, \boldsymbol{a}_s, \boldsymbol{A}_s)$

$$n_s = n_1\, n_2 \tag{34}$$

$$\boldsymbol{a}_s = \boldsymbol{a}_1 \otimes \boldsymbol{a}_2 \tag{35}$$

$$\boldsymbol{A}_s = \boldsymbol{A}_1 \oplus \boldsymbol{A}_2 \tag{36}$$

Teorema 2. (Alkaff & Qomarudin, 2020). Tambahkan (T_1, T_2) berdistribusi *phase-type* dengan $(n_s, \boldsymbol{a}_s, \boldsymbol{A}_s)$

$$n_s = n_1\, n_2 + n_1 + n_2 \ , \tag{37}$$

$$\boldsymbol{a}_s = [\boldsymbol{a}_1 \otimes \boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{a}_2(n_2+1)\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_1(n_1+1)\boldsymbol{a}_2] = [\boldsymbol{a}_1 \otimes \boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{0}, \boldsymbol{0}] \quad (38)$$

$$\boldsymbol{A}_s = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_1 \oplus \boldsymbol{A}_2 & \boldsymbol{I}_{n_1} \otimes \boldsymbol{b}_2 & \boldsymbol{b}_1 \otimes \boldsymbol{I}_{n_2} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A}_1 & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A}_2 \end{bmatrix} \quad (39)$$

di mana $\boldsymbol{b}_i = -\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{u}$ dan $a_i = (n_i + 1)$ merupakan probabilitas bahwa proses dimulai pada keadaan *absorbing state*, yang diasumsikan sama dengan nol. Seperti eksponen dalam *reliability function*, blok $\boldsymbol{A}_1 \oplus \boldsymbol{A}_2$ menunjukkan *product* dari *reliability function* dua komponen, seperti yang ditunjukkan pada Persamaan (32), sedangkan $\boldsymbol{A}_1$ dan $\boldsymbol{A}_2$ menunjukkan *reliability function* masing-masing komponen. Teorema 3. (Alkaff & Qomarudin, 2020)**.**Tambahkan $(T_1, T_2) = T_1 + T_2$ berdistribusi *phase-type* dengan $(n_s, \boldsymbol{a}_s, \boldsymbol{A}_s)$

$$n_s = n_1 + n_2 \quad (40)$$

$$\boldsymbol{a}_s = [\boldsymbol{a}_1, a_1\,(n_1+1)\boldsymbol{a}_2] = [\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{0}] \quad (41)$$

$$\boldsymbol{A}_s = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_1 & \boldsymbol{b}_1\boldsymbol{a}_2 \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A}_2 \end{bmatrix} \quad (42)$$

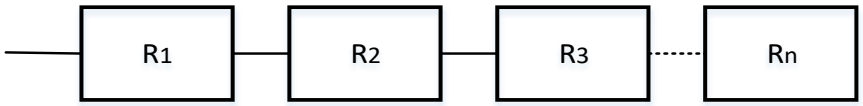
Bellman (1997) menjelaskan jika $\boldsymbol{A}_1$ dan $\boldsymbol{A}_2$ merupakan matriks non-singular begitupun $\boldsymbol{A}_1 \oplus \boldsymbol{A}_2$ juga non-singular. Oleh karena itu, semua teorema diatas akan menghasilkan $\boldsymbol{A}_s$ non-singular seperti yang ditunjukkan dengan jelas pada Persamaan (39) dan (42), $\boldsymbol{A}_s$ yang dihasilkan menggunakan sifat ini memiliki struktur blok diagonal atas (Bellman, 1997). Observasi ini penting untuk menghitung MTTF.

2.6 Konfigurasi Struktur *Reliability* Sistem

Metode RBD merupakan metode yang menerapkan fungsi atau persamaan hukum-hukum logika kegagalan tiap komponen dan direpresentasikan kedalam bentuk diagram blok. Perhitungan RBD dilakukan dengan perhitungan secara skalar. Suatu sistem dapat membentuk berbagai konfigurasi dalam melakukan analisis reliabilitas. Konfigurasi sistem dalam RBD mempunyai dua sistem dasar yaitu sistem seri dan paralel. Selain itu juga terdapat kombinasi konfigurasi seri-paralel, *K-out-of-N*, *standby redundancy*. Berikut merupakan beberapa konfigurasi dasar *reliability* sistem yang akan dijabarkan mengikuti Dhillon (2006) dan Alkaff & Qomarudin (2020):

2.6.1 Sistem Seri

Dalam sistem serial, setiap blok diagram mewakili unit atau komponen. Jika terdapat salah satu komponen mengalami kegagalan maka seluruh sistem akan gagal atau tidak dapat beroperasi. Dengan kata lain, semua komponen harus beroperasi secara normal untuk keberhasilan sistem. *Reliability* sistem seri ditunjukkan pada gambar berikut di mana R_1 merupakan *reliability* komponen 1 dan n merupakan jumlah komponen.



Gambar 2. 6 Rangkaian sistem seri (Dhillon, 2006).

Berdasarkan Gambar 2.6 misalkan $P_i = P\{Ei\}$ menjadi probabilitas yang terkait dengan kejadian E_i bahwa komponen i berfungsi. Kemudian asumsi rangkaian secara serial, maka probabilitas $P\{S\}$ bahwa sistem S berfungsi adalah:

$$P\{S\} = P\{E_1\}P\{E_2\}. \dots P\{E_n\}$$

$$= \prod_{i=1}^{n} P\{E_1\} \quad (43)$$

Perhatikan bahwa diasumsikan kejadian $E_1, E_2 \dots, E_n$ saling independen. Asumsi ini diartikan bahwa kegagalan (dan perbaikan) proses setiap komponen dalam sistem tidak tergantung pada komponen lainnya, dan karenanya setiap kmponen berperilaku seolah-olah terpisah.

Jika E_i mewakili kejadian bahwa komponen i telah terus-menerus naik dalam interval $(0, t], P\{E_i\} = R_i(\mathrm{t})$ adalah *reliability* komponen i pada waktu t. Dalam hal ini dilambangkan dengan $R_s(\mathrm{t})$ yaitu probabilitas bahwa sistem seri telah terus menerus bekerja dalam interval $(0, t]$. Maka persamaannya menjadi:

$$R_s(t) = \prod_{i=1}^{n} R_i(t) \quad (44)$$

Persamaan (44) dapat diberikan contoh untuk dua peralatan dengan waktu kerusakan berdistribusi eksponensial yang memiliki paramter $\lambda_1 = 37 \times 10^{-6}$ dan $\lambda_2 = 107 \times 10^{-6}$. Maka *reliability* sistem seri pada $t = 1000$ jam adalah sebagai berikut:

$$R_s(1000) = R_1(1000) \times R_2(1000)$$
$$R_s(1000) = e^{-\lambda_1 t} \times e^{-\lambda_2 t}$$
$$R_s(1000) = e^{-37\times10^{-6}(1000)} \times e^{-107\times10^{-6}(1000)}$$
$$R_s(1000) = 0{,}87$$

Sedangkan MTTF dapat dihitung sebagai berikut:

$$\text{MTTF} = \int_0^\infty R_s(t)\, dt$$
$$\text{MTTF} = \int_0^\infty \left(e^{-\lambda_1 t} \times e^{-\lambda_2 t}\right) dt$$
$$\text{MTTF} = \frac{1}{(\lambda_1 + \lambda_2)}$$
$$\text{MTTF} = 6.944{,}4 \text{ jam}$$

Sedangkan *hazard function* $h(1000)$ dapat dihitung sebagai berikut:

$$h_s(t) = \frac{f_s(t)}{R_s(t)}$$
$$h_s(t) = \frac{(\lambda_1 + \lambda_2) \times e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}}{e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}}$$
$$h_s(1000) = \lambda_1 + \lambda_2$$
$$h_s(1000) = 37 \times 10^{-6} + 107 \times 10^{-6}$$
$$h_s(1000) = 147 \times 10^{-6} \text{ per jam}$$

2.6.2 Sistem Seri Distribusi *Phase-type*

Sifat tertutup atau *closure properties* dari distribusi *phase-type* dinyatakan dengan variabel acak yang merepresentasikan *lifetime* atau masa hidup komponen yaitu T_1 dan T_2. Selain kompenen, *reliability* dapat dihitung untuk sebuah sistem. Umur atau *lifetime* sistem dilambangkan dengan T_s dan *lifetime* komponen i dilambangkan dengan T_i untuk $i = 1, 2, 3, \dots, N$,di mana N merupakan jumlah komponen dalam suatu sistem. Maka:

$$T_s = \varphi(T_1, T_2, T_3, \dots, T_N) \tag{45}$$

di mana φ merupakan strukrur fungsi sistem, yang terbentuk tergantung pada struktur sistem. Diasumsikan bahwa T_i , dengan $i = 1, 2, 3, \dots, N$ merupakan variabel acak independen non-identik yang berdistribusi *phase-type* dengan $(n_i, \boldsymbol{\alpha}_i, \boldsymbol{A}_i)$. Hal tersebut juga menunjukkan bahwa *lifetime* sistem juga berdistribusi *phase-type*.

Alkaff & Qomarudin (2020) menyebutkan bahwa distribusi T_s dalam struktur sistem seri dapat ditemukan langsung dari Teorema 1 dan Persamaan (34)–(36) dengan mendefinisikan $T_s^{(i)} = \min(T_1, T_2, \dots, T_i)$ yang dapat ditulis secara rekursi sebagai berikut:

$$T_s^{(i)} = \min(T_s^{(i-1)}, T_i) \text{ untuk } i = 2,3, \dots, N \quad (46)$$

Superscript (i) menunjukkan kumulatif komponen i pertama dan *subscript* i menunjukkan komponen ke- i (definisi ini akan digunakan untuk struktur dasar lainnya yang dibahas dalam subbab ini).

Pembuktian Persamaan (46) di mana distribusi *phase-type* dengan parameter $(n_i, \boldsymbol{a}_i, \boldsymbol{A}_i)$ maka parameter untuk sistem seri menjadi

$$n_s^{(i)} = n_s^{(i)} n_i, \quad (47)$$

$$\boldsymbol{a}_s^{(i)} = \boldsymbol{a}_s^{(i-1)} \otimes \boldsymbol{a}_i, \quad (48)$$

$$\boldsymbol{A}_s^{(i)} = \boldsymbol{A}_s^{(i-1)} \oplus \boldsymbol{A}_i, \quad (49)$$

untuk $i = 1, 2, 3, \dots, N$ dengan kondisi inisial

$$n_s^{(i)} = n_1 \;\; \boldsymbol{a}_s^{(1)} = \boldsymbol{a}_1 \;\; \boldsymbol{A}_s^{(1)} = \boldsymbol{A}_1 \quad (50)$$

Persamaan (46) hingga (50) dapat diberikan contoh untuk dua peralatan dengan waktu kerusakan berdistribusi eksponensial yang direpresentasikan dalam distribusi *phase-type* yaitu $n_1 = 1, \boldsymbol{a}_1 = [1], \boldsymbol{A}_1 = [-37 \times 10^{-6}]dann_2 = 1, \boldsymbol{a}_2 = [1], \boldsymbol{A}_2 = [-107 \times 10^{-6}]$ dengan kondisi inisial $T_s^{(1)} = T_1$, maka dapat dihitung T_2 dengan parameter $n_s^{(2)}$sebagai berikut:

$$n_s^{(2)} = n_s^{(1)} n_2$$

$$n_s^{(2)} = 1 \times 1$$

$$n_s^{(2)} = 1$$

Sedangkan parameter $\boldsymbol{a}_s^{(2)}$ dapat dihitung sebagai berikut:

$$\boldsymbol{a}_s^{(2)} = \boldsymbol{a}_s^{(1)} \otimes \boldsymbol{a}_2$$

$$\boldsymbol{a}_s^{(2)} = [1] \otimes [1]$$

$$\boldsymbol{a}_s^{(2)} = [1]$$

Sedangkan parameter$\boldsymbol{A}_s^{(2)}$ dapat dihitung sebagai berikut:

$$\boldsymbol{A}_s^{(2)} = \boldsymbol{A}_s^{(1)} \oplus \boldsymbol{A}_2$$

$$\boldsymbol{A}_s^{(2)} = [37 \times 10^{-6}] \oplus [107 \times 10^{-6}]$$

$$\boldsymbol{A}_s^{(2)} = [144 \times 10^{-6}]$$

Maka $T_s^{(2)}$ dapat dihitung sebagai berikut:

$$T_s^{(2)} = \min(T_s^{(1)}, T_2)$$

$$= T_2$$

Sebagai contoh untuk $t = 1000$ jam menggunakan Persamaan (24)–(26) nilai *reliability function* $R(1000)$ dapat dihitung bagai berikut:

$$R_s(t) = \boldsymbol{a}e^{\boldsymbol{A}t}\boldsymbol{u}$$

$$R_s(1000) = [1]e^{[144](1000)}[1]$$

$$R_s(1000) = 0{,}87$$

Sedangkan MTTF dapat dihitung sebagai berikut:

$$MTTF = -\boldsymbol{a}\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{u}$$

$$\text{MTTF} = -[1][144 \times 10^{-6}]^{-1}[1]$$

$$\text{MTTF} = 6.944{,}4 \text{ jam}$$

Sedangkan *hazard function* $h(1000)$ dapat dihitung sebagai berikut:

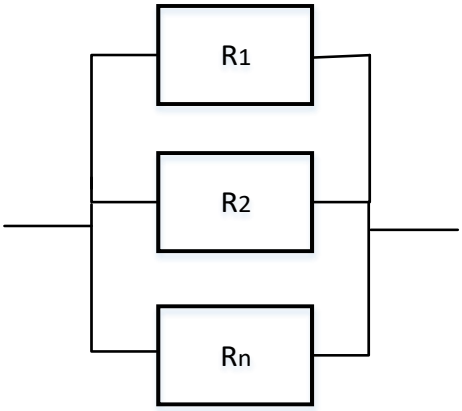
$$h(t) = -\boldsymbol{a}\boldsymbol{A}e^{\boldsymbol{A}t}\boldsymbol{u}(\boldsymbol{a}e^{\boldsymbol{A}t}\boldsymbol{u})^{-1}$$

$$h(1000) = -\frac{[1][144 \times 10^{-6}]e^{[144\times10^{-6}]1000}[1]}{\left([1]e^{[144\times10^{-6}]1000}[1]\right)^{-1}}$$

$$h(1000) = 147 \times 10^{-6} \text{ per jam}$$

2.6.3 Sistem Paralel

Sistem paralel atau juga bisa disebut *active parallel* merupakan sistem dengan komponen *R* beroperasi secara bersamaan. Setidaknya satu komponen haris beroperasi secara normal untuk keberhasilan sistem. Peralatan atau komponen secara paralel disebut juga sebagai peralatan atau komponen redundan. Redundansi merupakan aspek yang sangat penting dari desain sistem dan *reliability* dikarenakan termasuk salah satu dari beberapa metode dalam meningkatkan *reliability* sistem. Konfigurasi sistem paralel ditunjukkan pada Gambar 2.7:



Gambar 2. 7 Struktur Sistem Paralel (Dhillon, 2006).

Jika kejadian E_i menunjukkan bahwa komponen i telah bekerja terus-menerus naik dalam interval $(0, t]$, maka $P\{E_i\} = R_i(t)$ merupakan *reliability* komponen pada waktu t dan $P\{E_i\} = F_i\,(t) = 1 - R_i(t)$ merupakan komponen *unreliability* atau tidak handal. Dalam hal ini, dinotasikan dengan $R_p(t)$ *reliability* sistem paralel $F_p(t)$ (*unreliability*), didapat persamaan perhitungan *reliability* sistem paralel sebagai berikut:

$$R_p(t) = 1 - F_p(t) = 1 - \prod\nolimits_{i=1}^{n} \big(1 - R_i(t)\big) \tag{51}$$

2.6.4 *Sistem Paralel Distribusi Phase-type*

Sistem paralel merupakan sistem yang akan mati jika dan hanya jika semua komponennya mengalami kegagalan. Dengan demikian, umur sistem paralel dapat dimodelkan sebagai masa hidup maksimum komponennya dengan persamaan sebagai berikut:

$$T_s = \max\ (T_1, T_2, .., T_N) \tag{52}$$

Alkaff &Qomarudin (2019) menyebutkan bahwa distribusi dari T_s dalam sistem paralel dapat ditemukan langsung dari Teorema 2 dan Persamaan (37)−(39) dengan mendefinisikan $T_s^{(i)} = \max\,(T_1, T_2, \dots, T_i)$ yang dapat ditulis secara rekursi sebagai berikut:

$$T_s^{(i)} = \max\,(T_s^{(i-1)},\ T_i)\ \text{ untuk } i = 2,3, \dots, N \tag{53}$$

Pembuktian Persamaan (53) di mana distribusi *phase-type* dengan parameter $(n_i, \boldsymbol{\alpha}_i, \boldsymbol{A}_i)$ maka parameter untuk sistem paralel menjadi

$$n_s^{(i)} = n_s^{(i-1)} n_i + n_s^{(i-1)} n_i + n_i, \tag{54}$$

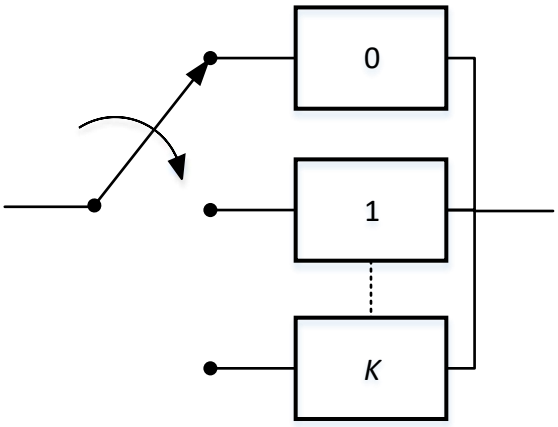
$$\boldsymbol{a}_s^{(i)} = \left[\boldsymbol{a}_s^{(i-1)} \otimes \boldsymbol{a}_i, \boldsymbol{0}, \boldsymbol{0}\right], \tag{55}$$

$$\boldsymbol{A}_s^{(i)} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_s^{(i-1)} \oplus \boldsymbol{A}_i & \boldsymbol{I}_{n_s^{(i-1)}} \otimes \boldsymbol{b}_i & \boldsymbol{b}_s^{(i-1)} \otimes \boldsymbol{I}_{n_i} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A}_s^{(i-1)} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A}_i \end{bmatrix}, \tag{56}$$

untuk $i = 1, 2, 3, \ldots, N$ dengan kondisi inisial sama seperti Persamaan (50), $\boldsymbol{b}_i = -\boldsymbol{A}_i \boldsymbol{u}$ dan $\boldsymbol{b}_s^{(i-1)} = -\boldsymbol{A}_s^{(i-1)} \boldsymbol{u}$.

2.6.5 *Sistem Cold Standby Redundancy*

Salah satu konfigurasi sistem paralel di mana hanya satu unit yang beroperasi dan *K* unit dalam mode *standby* adalah sistem *standby redundancy*. Khususnya, sistem berisi total $K + 1$ unit dan siap akan mengambil alih ketika komponen utama mengalami kegagalan. Terdapat mekanisme *switching* dalam komponen mode *standby* atau cara lain untuk mendeteksi kegagalan komponen utama yaitu *perfect* dan *imperfect switching*. *Perfect swithcing* merupakan komponen *switching* tersebut tidak pernah mengalami kegagalan. Namun pada kasus *imperfect switching*, terdapat probabilitas *switching* akan mengalami kegagalan. Struktur sistem *standby paralell* dapat dilihat seperti pada Gambar 2.8:



Gambar 2. 8 Blok Diagram dari Sistem *Standby redundancy* (Dhillon, 2006).

Gambar 2.8 menunjukkan blok diagram sistem *standby* dengan 1 unit beroperasi dan *K* unit dalam mode *standby*. Setiap blok pada diagram merepresentasikan komponen. Salah satu klasifikasi mode *standby* adalah *cold standby redundancy* di mana *failure rate* komponen dengan mode tersebut adalah

nol (*zero*). Menggunakan diagram Gambar 2.6 untuk komponen independen, identik dengan mekanisme *perfect swithcing, time-dependent failure rate* dapat ditulis dengan persamaan *reliability* berikut:

$$R_{sb}(t) = \sum_{j=0}^{K} (\lambda t)^j e^{-\lambda t}/j! \tag{57}$$

di mana $R_{sb}(t)$ adalah *reliability* sistem *standby redundancy* dengan *constant failure rate* $(\lambda(t) = \lambda)$.

2.6.6 *Sistem Cold Standby Redundancy Distribusi Phase-type*

Komponen pada sistem *cold standby redundancy* tidak mengalami deteriorasi ketika menunggu untuk beroperasi. Apabila dengan mekanisme *perfect switching* di mana peralatan tersebut tidak pernah mengalami kegagalan maka sistem akan mengalami kegagalan jika dan hanya jika Oleh karena itu, *lifetime* dari tiap komponennya diperoleh dari penjumlahan umur komponen tersebut dam dapat dimodelkan sebagai berikut:

$$T_s = T_1 + T_2 + .. + T_N = add(T_1, T_2, .. + T_N). \tag{58}$$

$$T_s^{(i)} = T_s^{(i-1)} + T_i, \text{ untuk } i = 2,3, \dots, N \tag{59}$$

dimulai dengan kondisi awal $T_s^{(i)} = T_1$, yang diketahui memiliki distribusi *phase-type*. Alkaff & Qomarudin (2020) menyebutkan bahwa distribusi T_s dalam struktur sistem *cold standby redundancy* dapat ditemukan langsung dari Teorema 3 dan Persamaan (40)– (42) sebagai berikut:

$$\boldsymbol{b}_s^{(i-1)} \boldsymbol{a}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{b}_{i-1} \boldsymbol{a}_i \end{bmatrix} \tag{60}$$

Maka didapat sebuah *infinitesimal genarotor* berikut:

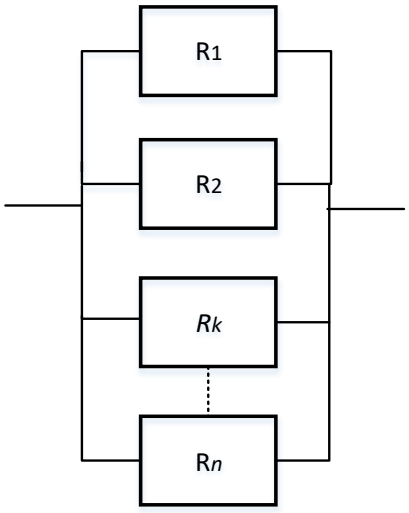
$$\boldsymbol{Q}_s = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_1 & \boldsymbol{b}_1\boldsymbol{a}_2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{A}_2 & \boldsymbol{b}_2\boldsymbol{a}_3 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \boldsymbol{A}_i & \boldsymbol{b}_i\boldsymbol{a}_i & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \mathbf{0} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \boldsymbol{A}_N & \boldsymbol{b}_N \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \tag{61}$$

Sedangakan parameter $\boldsymbol{A}_s$ dapat dijabarkan sebagai berikut:

$$A_s^{(i)} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_s^{(i-1)} & \boldsymbol{b}_{i-1}\boldsymbol{a}_i \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{A}_i \end{bmatrix} \tag{62}$$

2.6.7 Sistem *K-out-of-N*

Konfigurasi *K-out-of-N* merupakan kasus khusus redundansi paralel. Dalam hal ini, sistem terdiri dari total *N* komponen aktif, dan setidaknya *K* komponen harus beroperasi secara normal untuk keberhasilan sistem beroperasi. Diagram blok suatu *K-out-of-N* unit ditunjukkan pada Gambar 2.9 dan setiap blok dalam diagram menunjukkan komponen. Sistem seri dan paralel merupakan kasus khusus dari *K-out-of-N* dengan masing-masing $K = N$dan $K = 1$.



Gambar 2. 9 Struktur Sistem *K-out-of-N* (Dhillon, 2006)

Komponen independen dan identik dan menggunakan distribusi binomial, dapat ditulis persamaan *reliability* berikut untuk Gambar 2.8:

$$R_{k/n} = \sum_{j=k}^{n} \binom{n}{j} R^j (1-R)^{n-j} \tag{63}$$

di mana,

$$\binom{n}{j} = \frac{n!}{(n-j)!\,j!} \tag{64}$$

R merupakan *reliability* komponen dan $R_{k/n}$ merupakan *reliability* struktur *K-out-of-N*. Komponen CFR dari komponen yang identik, maka didapat persamaan sebagai berikut:

$$\text{MTTF} = \frac{1}{\lambda} \sum_{j=k}^{n} \frac{1}{j} \tag{65}$$

di mana $\text{MTTF}_{k/n}$ merupakan MTTF dari *K-out-of-N*.

2.6.8 Sistem *K-out-of-N* Distribusi *Phase-type*

Struktur *K-out-of-N* adalah sistem beroperasi jika dan hanya jika setidaknya komponen *K-out-of-N* berada dalam kondisi baik. Hal ini dapat dianggap sebagai generalisasi dari sistem paralel di mana merupakan sistem *one-out-of-n*. Fungsi struktur dari sistem *K-out-of-N* ini dapat dimodelkan sebagai:

$$T_s = \text{kofn}\,(T_1, T_2, \ldots, T_n; k) \tag{66}$$

Subbab 2.5 menjelaskan bahwa matriks transisi keadaan sistem paralel dengan dua komponen terdiri dari matriks diagonal blok yang mewakili produk dari *reliability function* dua komponen dan dua blok diagonal matriks menunjukkan *reliability function* dari setiap komponen. Ketika rekursi pada Persamaan (66) diterapkan untuk sistem paralel dengan tiga komponen, hal tersebut akan menghasilkan matriks transisi *state* yang terdiri atas matriks blok-diagonal yang mewakili produk *reliability function* tiga komponen, tiga matriks blok-diagonal yang menunjukkan *reliability function* masing-masing komponen. Hal ini juga diberlakukan untuk $\boldsymbol{a}_s$ yang merupakan vektor probabilitas inisial. $\boldsymbol{A}_s$ untuk konfigurasi sistem *two-out-of-three* dapat diperoleh dengan mengeliminasi empat blok baris atau kolom $\boldsymbol{Q}_s$ dari sistem tiga paralel yang ditunjukkan pada Gambar 2.10:

$$Q_s = \left[\begin{array}{cccc|ccc|c}
\multicolumn{4}{c|}{\text{Two-out-of-}} & \multicolumn{3}{c|}{\text{Absorbing States of two-}} & \\
\boldsymbol{A}_1\oplus\boldsymbol{A}_2\oplus\boldsymbol{A}_3 & (\boldsymbol{I}_{n_1}\otimes\boldsymbol{b}_2)\otimes\boldsymbol{I}_{n_3} & (\boldsymbol{b}_1\otimes\boldsymbol{I}_{n_2})\otimes\boldsymbol{I}_{n_3} & \boldsymbol{I}_{n_1\,n_1}\otimes\boldsymbol{b}_3 & 0 & 0 & 0 & \\
0 & \boldsymbol{A}_1\oplus\boldsymbol{A}_3 & 0 & 0 & \boldsymbol{I}_{n_1}\otimes\boldsymbol{b}_3 & 0 & \boldsymbol{b}_1\otimes\boldsymbol{I}_{n_3} & \\
0 & 0 & \boldsymbol{A}_2\oplus\boldsymbol{A}_3 & 0 & 0 & \boldsymbol{I}_{n_2}\otimes\boldsymbol{b}_3 & \boldsymbol{b}_2\otimes\boldsymbol{I}_{n_3} & \\
0 & 0 & 0 & \boldsymbol{A}_1\oplus\boldsymbol{A}_2 & \boldsymbol{I}_{n_1}\otimes\boldsymbol{b}_2 & \boldsymbol{b}_1\otimes\boldsymbol{I}_{n_2} & 0 & -A_s\boldsymbol{u}_{n_s} \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & A_1 & 0 & 0 & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_2 & 0 & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_3 & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right]$$

Gambar 2. 10 *State transition matrix* dari sistem 2-out-of-3 dari *infinitesimal generator* dari sistem tiga-paralel (Alkaff & Qomarudin, 2020)

Distribusi T_s dari sistem *K-out-of-N* memiliki representasi *phase-type* $(n_s,\ \boldsymbol{a}_s, \boldsymbol{A}_s)$ yang diperoleh dengan mengeliminasi baris dan kolom generator yang sangat kecil dan kolom dari vektor *initial probability* sistem *N*-paralel yang menunjukkan kurang dari *K* komponen yang baik diidentifikasi menggunakan algoritma sebagai berikut:

$\boldsymbol{k} = [1]$

$for\ j = 2\ to\ N$

$\quad \boldsymbol{k} = [\boldsymbol{k} + \boldsymbol{u}^T, \boldsymbol{k}, 1];$

end

$\boldsymbol{k} = [\boldsymbol{k}, 0];$

Algoritma tersebut berfungsi untuk mengidentifikasi jumlah dari komponen yang baik dalam urutan matriks blok dalam *infinitesimal generator* dari sistem N-paralel. Sedangkan, algoritma untuk menghitung dimensi setiap matriks blok dalam *infinitesimal generator* dari sistem N-paralel adalah:

$\boldsymbol{n_B} = [n_1]$

$for\ j = 2\ to\ N$

$\quad \boldsymbol{n_B} = [\boldsymbol{n_B}\ n_j, \boldsymbol{n_B}, n_j];$

end

$\boldsymbol{n_B} = [\boldsymbol{n_B}, 1];$

Proses dalam mengidentifikasi dan mengeliminasi matriks blok dalam *infinitesimal generator* dan elemen-elemen dalam vektor *initial probability* dari sistem N-paralel adalah untuk menghasilkan representasi *phase-type* dari sistem *K-out-of-N* yang ditulis sebagai fungsi *MATLAB*. Fungsi tersebut menerima N, K, dan $(n_i,\ \boldsymbol{a}_i, \boldsymbol{A}_i)$ untuk $i = 1,2, \dots, N$ sebagai input. Representasi *phase-type* yang dihasilkan mempunyai dimensi yang sama dengan dimensi sistem N-paralel dikurangi dengan dimensi matriks yang dieliminasi; atau sama dengan $(n+1)^N - (n+1)^{K-1}$.

2.7 *Birnbaum Importance Index*

Secara umum, masing-masing komponen dalam sebuah sistem tidak memiliki kepentingan yang sama dalam menentukan *reliability* seluruh sistem. Birnbaum (1969) mengusulkan konsep ukuran kepentingan (*importance measure*) untuk komponen dalam sebuah *reliability* sistem stokastik yang koheren untuk menggambarkan pentingnya komponen individu. *Importance measure* dalam *reliability engineering* dianggap sebagai indeks untuk mengevaluasi kepentingan relatif suatu komponen individu atau sekelompok komponen dalam sebuah *reliability* sistem stokastik. Kepentingan komponen ke-i dihitung sebagai turunan

dari *reliability* sistem sehubungan dengan *reliability* komponennya. Indeks ini juga disebut *Birnbaum importance index* (Birnbaum, 1969). Berikut merupakan formulasi perhitungan *Birnbaum importance index* dalam struktur *reliability* sistem:

1) Sistem seri

   Importance index dari sistem seri didefinisikan sebagai berikut (Bobbio & Premoli, 1982):

   $$I_i = \frac{\partial R_s(t)}{\partial R_i(t)} = \frac{R_s(t)}{R_i(t)} = \prod_{j \neq i} R_j(t) \tag{67}$$

   Importance index dari komponen i tidak tergantung pada *reliability* R_i. Keuntungan maksimum dalam *reliability* sistem diperoleh dengan melakukan perbaikan pada komponen dengan *Birnbaum importance index* yang tertinggi dari Persamaan (67) atau komponen yang memiliki *reliability* terendah.

2) Sistem paralel

   Komponen pada sistem paralel tidak semua memiliki kepentingan yang sama dalam menentukan *reliability* sistem secara keseluruhan. *Importance index* I_i dari komponen i didefinisikan sebagai sensitivitas *reliability* sistem yang sehubungan dengan *reliability* R_i dari komponen i adalah sebagai berikut (Bobbio & Premoli, 1982):

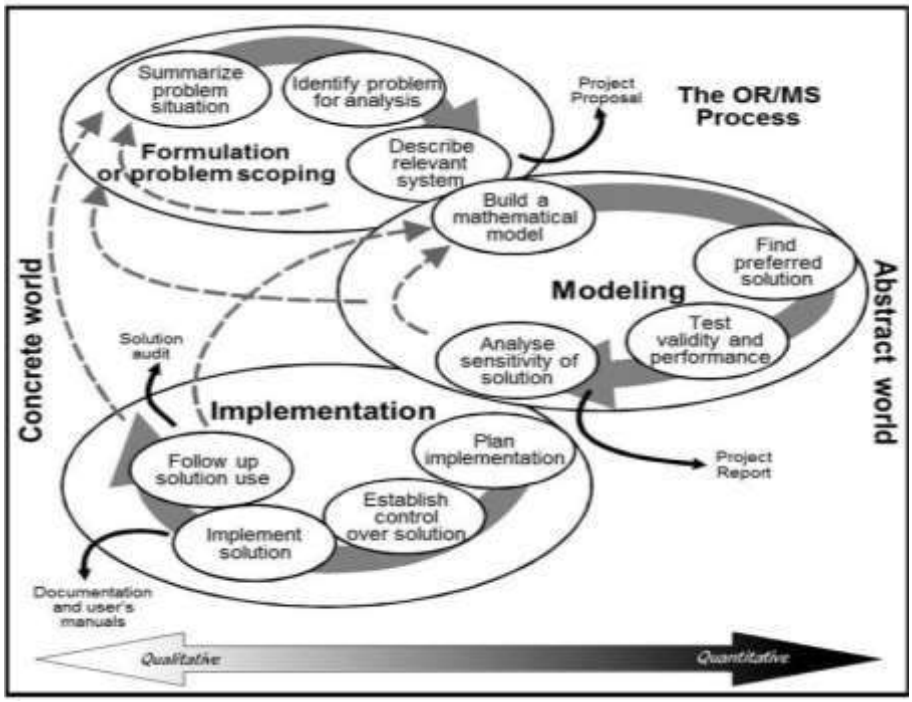
   $$I_i = \frac{\partial R_p(t)}{\partial R_i(t)} = \frac{1 - R_p(t)}{1 - R_i(t)} \tag{68}$$

   Kepentingan tertinggi diberikan pada komponen yang paling andal (*reliable*). Jadi strategi peningkatan *reliability* sistem paralel optimal adalah meningkatkan komponen yang paling *reliable*.

2.8 Pemodelan Sistem

Gabungan dari beberapa komponen yang saling berinteraksi satu dengan lainnya untuk mencapai suatu tujuan tertentu disebut sistem (Daellenbach, et al., 2012). Sedangkan pengertian dari model adalah gambaran sederhana suatu sistem secara kuantitatif atau kualitatif yang mewakili suatu kejadian yang

menggambarkan interaksi dari berbagai faktor yang diamati (Kelton, et al., 2009). Model juga dapat digambarkan dalam bentuk ikonik, simbolik, atau analogi.



Gambar 2. 11 Tahapan Membangun Sebuah Model (Daellenbach, et al., 2012)

Gambar 2.11 menjelaskan langkah-langkah dalam membuat sebuah penyelsaian permasalahan dalam sudut pandang *Operation Research*/*Management Science* sebagai berikut:

1. *Problem Formulation*

   Tahapan pertama yaitu *problem formulation* atau merumuskan permasalahan. *Problem formulation* merupakan tahapan yang digunakan untuk meringkas situasi permasalahan yang terjadi dengan memberikan batasan terhadap sistem yang akan diamati. *Problem formulation* juga mempunyai beberapa tahapan di dalamnya antara lain adalah:

   1) *Summarizing problem situation* merupakan tahap pendefinisian permasalahan melalui *system descriptions* dan menggambarkan

situasi permasalahan dalam bentuk *mind maps*, *rich pictures*, atau *cognitive maps.*

2) *Identifying problem for analysis* merupakan tahap analisa identifikasi permasalahan.
3) *Describing relevant system* merupakan penyusunan proposal yang berisi penjelasan permasalahan beserta rancangan penyelesaiannya.

2. *Modelling*

Tahapan kedua yaitu *modelling* yang digunakan untuk membuat model yang digunakan dalam penyelesaian permasalahan, mencari solusi, melakukan validasi dan verifikasi, dan melakukan analisa sensitivitas terhadap model yang telah dibuat. Berikut merupakan penjabaran dari tahapan kedua yaitu:

1) *Building a mathematical model* merupakan tahap pengembangan model matematis.
2) *Finding preferred solution* merupakan tahap pemilihan solusi terbaik yang diperoleh. Fungsi dari model matematika adalah untuk mengetahui hubungan antara komponen yang telah didefinisikan oleh sistem. Model tersebut terdiri atas *decision variable, objective funciton*¸ *uncontrollable* input, dan konstrain.
3) *Validation and performance testing* merupakan tahap pengujian validasi model matematis serta dilakukan uji performansi dari model. Terdapat dua jenis validasi yaitu validasi internal (verifikasi) dan validasi eksternal. Verifikasi bertujuan untuk mengetahui apakah model matematis yang telah dirancang sesuai dengan model konseptual. Validasi eksternal bertujuan untuk mengetahui apakah model konseptual telah sesuai dengan *real system*. Uji performansi bertujuan untuk menguji dampak dari model terhadap kinerja sistem.
4) *Analyzing sensitivity of solution* merupakan tahap uji sensitivitas dengan melakukan perubahan *input* yang akan mempengaruhi *output* pada model yang telah dirancang.

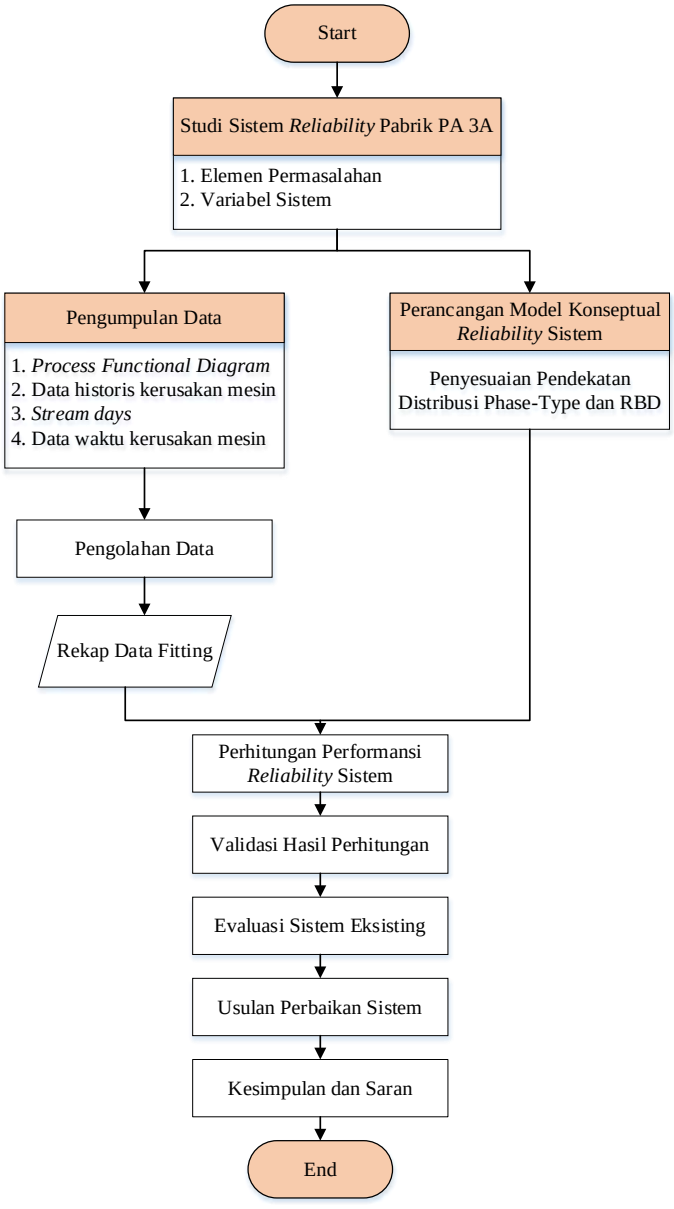
3. *Implementation*

   Tahapan terakhir yaitu *implementation* di mana bertujuan untuk penerapan solusi yang telah dirancang dan diimplementasikan guna mengatasi permasalahan yang ada di *real system. Implementation* juga mempunyai beberapa tahapan di dalamnya antara lain adalah:

   1) *Planning the implementation* merupakan tahap yang bertujuan untuk penyusunan perencanaan implementasi yang mencangkup semua hal yang berkaitan dengan hasil dari *output* model.
   2) *Establishing control over solution* merupakan tahap yang bertujuan untuk mekanisme control dalam implementasi solusi sehingga nilai optimum solusi tetap terjaga.
   3) *Following up solution use* merupakan tahap kontrol dari hasil implementasi setelah model diaplikasikan dalam interval waktu tertentu dan dilakukan evaluasi kinerja sistem.

BAB 3
METODOLOGI PENELITIAN

Pada bab ini akan dijelaskan metodologi untuk melakukan penelitian ini. *Flowchart* dari metodologi penelitian ini dapat dilihat pada Gambar 3.1:



Gambar 3. 1 *Flowchart* Metodologi Penelitian

Penjelasan *flowchart* pada Gambar 3.1 akan dibahas secara mendetail pada subbab berikut.

3.1 Tahap Studi Sistem

Pada tahap ini dijelaskan terkait studi *reliability* sistem PA 3A. Studi sistem yang dilakukan pada *reliability* sistem pabrik PA 3A dapat dijelaskan dengan memahami elemen permasalahan dan variabel sistem.

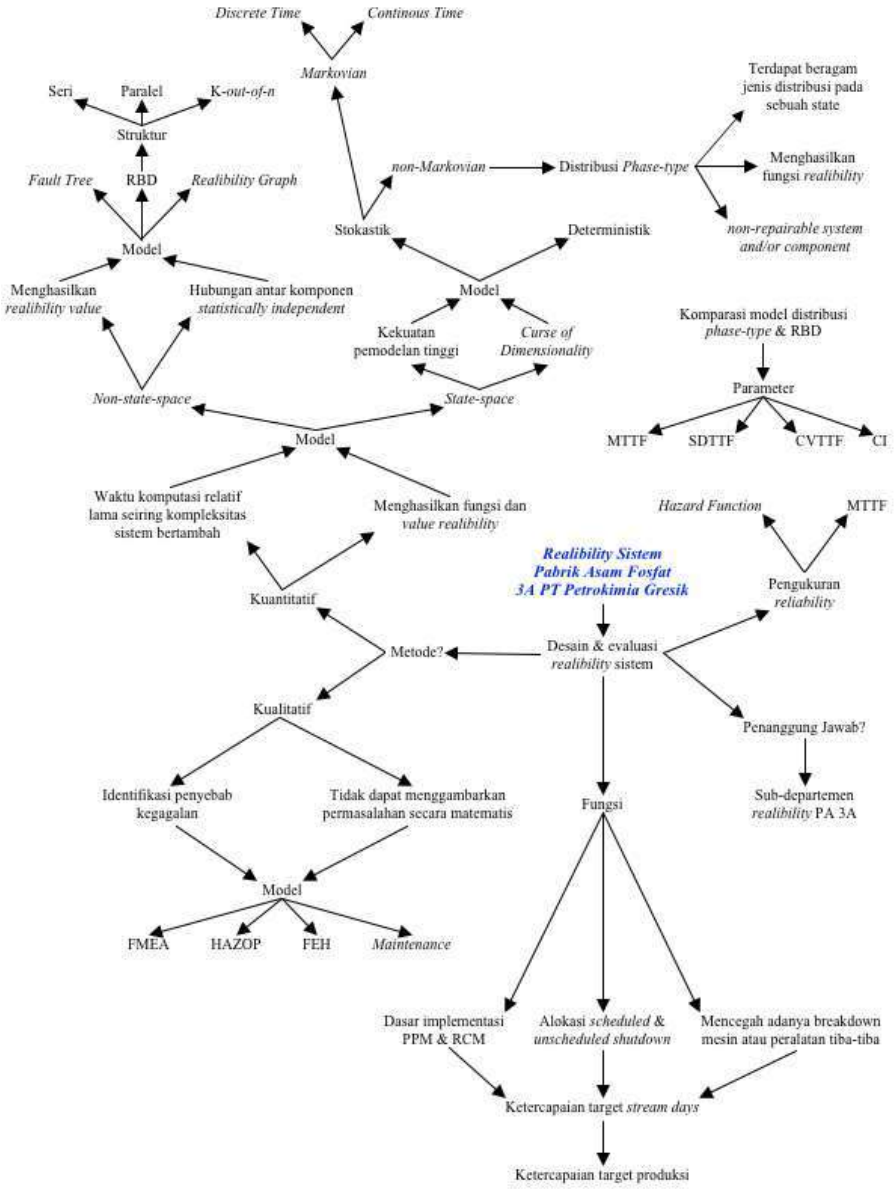
3.1.1 Elemen Permasalahan

Elemen permasalahan dalam *reliability* sistem PA 3A diantaranya adalah:

1. *Decision maker* dalam permasalahan ini adalah manajer Sub-Departemen Reliability pabrik PA 3A PKG.
2. *Decision maker's objective* dalam permasalahan ini adalah meningkatkan performansi *reliability* sistem pada produksi asam fosfat di pabrik 3A PKG.
3. *Decision criterion* dalam permasalahan ini adalah peningkatan *reliability* sistem dengan alokasi struktur redundan (paralel, *K-out-of-N*, dan atau *standby*) pada peralatan kritis di sub-sistem kritis.
4. *Performance* dalam permasalahan ini adalah performansi *reliability* sistem berupa *reliability function*, *hazard function*, dan MTTF mengalami peningkatan.
5. *Alternative courses of action* dalam permasalahan ini adalah konfigurasi struktur redundan pada peralatan kritis.
6. *Context* dalam permasalahan ini adalah *reliability* sistem pada produksi asam fosfat 3A PKG.

Deskripsi sistem pada permasalahan ini didekati dengan pendekatan proses. Pendekatan ini menggambarkan sistem yang terdiri atas input, *output* dan batasan sistem yang tedapat dalam proses transformasi. Batasan sistem pada permasalahan *reliability* ini adalah perhitungan performansi *reliability* dilakukan pada peralatan *rotating*. Input pada permasalahan ini adalah *reliability function* tiap peralatan. *Output* pada permasalahan ini adalah mendapatkan *reliability function*, *hazard function*, dan MTTF yang dihitung melalui pendekatan distribusi *phase-type* secara matriks dan RBD secara skalar. Selain itu, mencari solusi permasalahan

dengan cara analisa sensitivitas alokasi struktur redundan peralatan kritis di sub-sistem kritis agar meningkatkan *reliability* sistem. Ringkasan permasalahan dari penelitian ini disajikan dalam model *mind map* pada Gambar 3.2:



Gambar 3. 2 *Mind Map* Ringkasan Permasalahan

3.1.2 Variabel Sistem

Variabel sistem pada model matematika ini adalah parameter dan distribusi waktu antar kerusakan, *failure rate* antar perpindahan *state*, dan *reliability function*.

3.2 Pengumpulan Data

Tahap pengumpulan data dilakukan setelah melakukan tahap studi sistem dilakukan. Data-data yang dikumpulkan oleh penulis diperoleh dari Sub-departemen Reliability, Pemeliharaan, Produksi PA 3A PKG dan OREDA. Berikut merupakan data-data yang dibutuhkan dalam penelitian tugas akhir ini:

Tabel 3. 1 Pengumpulan Data *Reliability* Sistem PA 3A PKG

Jenis Data	Data	Sumber Data	Status Data
Data Struktural	*Process Flow Diagram*	Sub-departemen Pemeliharaan PA 3A PKG	Aktif
Data Operasional	Historis kerusakan *rotating equipment*	Sub-departemen Reliability PA 3A PKG	Tahun 2018-2020
	Waktu antar kerusakan	Sub-departemen Reliability PA 3A PKG	Tahun 2018-2020
		Offshore Reliability Data Handbook (OREDA)	Edisi ke-5 Tahun 2009

3.3 Pengolahan Data

Tahap pengolahan data dilakukan setelah tahap pengumpulan data telah diselesaikan. Tahapan pertama yang dilakukan adalah melakukan proses *fitting* distribusi. Data yang digunakan dalam proses *fitting* distribusi adalah data waktu antar kerusakan *rotating equipment* dalam sistem produksi PA 3A. *Fitting* data waktu antar kerusakan (*time to* failure) menggunakan *Software* Weibull ++6.

Apabila *fitting* data *time to failure* menghasilkan distribusi seperti eksponensial, *k-coxian,* dan *k-Erlang* maka tidak perlu *fitting* ke dalam distribusi *phase-type*. Alasannya adalah ketiga distribusi tersebut termasuk ke dalam distribusi *phase-type*. Apabila didapat hasil proses *fitting* tidak menghasilkan distribusi tersebut maka dapat dilakukan dengan pendekatan distribusi menggunakan nilai dari CVTTF dari salah satu distribusi tersebut. Nilai CVTTF tersebut akan didekati dengan kurva *bathup* yang telah dijelaskan pada Subbab 2.3.2 tentang pengukuran *reliability* pada distribusi *phase-type*. Selain menggunakan nilai CVTTF, *fitting* distribusi waktu kerusakan ke dalam distribusi

phase-type diperlukan beberapa iterasi dengan mengubah salah satu input yaitu *order* (n) hingga menghasilkan kesamaan antara nilai MTTF dan CVTTF secara matriks dan skalar.

3.4 Perancangan Model Konseptual *Reliability* Sistem

Tahap perancangan model konseptual *reliability* sistem dilakukan agar variabel *reliability* sistem dapat dihitung menggunakan dua jenis metode. Metode tersebut adalah distribusi *phase-type* dan RBD. Penggambaran struktur blok diagram menggunakan model RBD. Perancangan pendekatan distribusi *phase-type* berupa matriks yang menggambarkan keadaan atau *state* sebuah *rotating equipment* menyesuaikan nilai CVTTF yang telah dihitung pada pengolahan data.

3.5 Perhitungan Performansi *Reliability* Sistem

Tahap perhitungan performansi *reliability* sistem dilakukan setelah merancang model konseptual berupa RBD dan matriks distribusi *phase-type*. Performansi *reliability* sistem terdiri dari *reliability function*, MTTF, dan *hazard function*. Performansi *reliability* dihitung dengan perhitungan secara skalar dan matriks menggunakan bantuan *software* MATLAB.

3.6 Validasi Hasil Perhitungan

Hasil perhitungan performansi *reliability* sistem menggunakan kedua model yaitu distribusi *phase-type* dan RBD divalidasi menggunakan plot *reliability function, hazard function,* dan nilai MTTF. Sedangkan untuk validasi pendekatan distribusi *phase-type* digambarkan dalam bentuk matriks yang mendeskripsikan perilaku *reliability real system*.

3.7 Evaluasi Sistem Eksisting

Evaluasi sistem eksisting dilakukan untuk mengetahui performansi *reliability* sistem kondisi eksisting. Pada tahap ini juga dilakukan analisa terkait sub-sistem dan peralatan yang kritis menggunakan *Birnbaum importance index*. Proses evaluasi kondisi eksisting sistem didasarkan dengan model konseptual eksisting yang telah dibuat sebelumnya.

3.8 Usulan Perbaikan Sistem

Tahap usulan perbaikan sistem akan dilakukan uji sensitivitas pada *rotating equipment* yang kritis di sub-sistem kritis. Uji sensitivitas dilakukan dengan merubah parameter input berupa *failure rate* dan struktur peralatan kritis. Selanjutnya dirancang beberapa skenario untuk melihat hasil *reliability function*, MTTF dan *hazard function* yang terbaik. Nantinya akan dipilih performansi *reliability* sistem yang terbaik didasarkan hasil diskusi dengan pihak Manajer Reliabilitiy PA 3A PKG.

3.9 Kesimpulan dan Saran

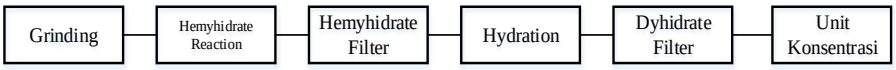
Tahap kesimpulan dilakukan untuk menjawab tujuan yang ingin dicapai pada penelitian tugas akhir ini. Selain itu juga diberikan saran dan rekomendasi terkait penelitian selanjutnya.

BAB 4
PENGUMPULAN DAN PENGOLAHAN DATA

Pada bab ini akan dijelaskan mengenai pengumpulan serta pengolahan data yang telah dikumpulkan. Data yang dikumpulkan dan ditampilkan dalam penelitian ini ada dua jenis yaitu, data kualitatif dan kuantitatif. Data kualitatif berupa deskripsi sistem produksi dan *reliability*. Data kuantitatif berupa data *time to failure*, performansi *reliability*, dan algoritma solusi dalam penelitian ini.

4.1 Deskripsi Sistem Produksi

Sistem produksi pabrik PA 3A dapat dijelaskan melalui blok diagram pada Gambar 4.1. *Block diagram* didasarkan pada sistem proses produksi asam fosfat 3A yang terdiri atas 6 sub-sistem secara serial yaitu *grinding*, *hemhydirate reaction*, *hemhydirate filter*, *hydration*, *dyhidrate filter*, dan unit konsentrasi. Masing-masing sub-sistem terdiri atas peralatan yang dapat dilihat pada Lampiran 1.



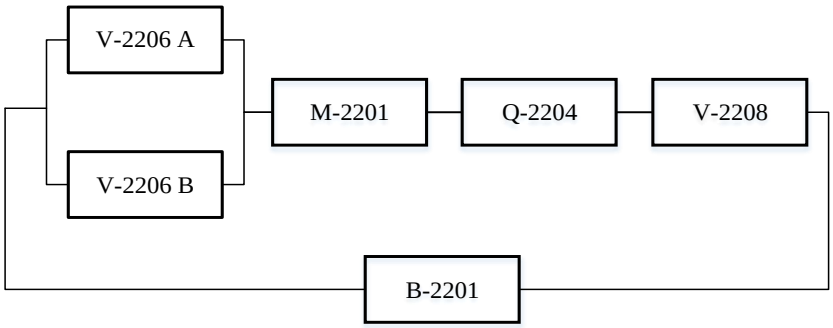
Gambar 4. 1 Blok Diagram Sistem PA 3A PKG.

Produksi asam fosfat dimulai dengan bahan baku berupa batuan fosfat yang telah dihaluskan menggunakan *Ball Mill* pada sub-sistem *grinding*. Batuan fosfat yang telah halus kemudian direaksikan dengan asam fosfat yang menghasilkan produk berupa *slurry*. *Slurry* tersebut kemudian direaksikan dengan asam sulfat 60% sehingga membentuk kristal *hemyhydrate*. Proses tersebut dilakukan pada sub-sistem *hemyhydrate reaction*. Kristal tersebut selanjutnya diproses pada Sub-sistem *hemyhydrate filter* untuk dilakukan proses filtrasi yang berfungsi untuk memisahkan kristal *hemyhydrate* dengan asam fosfat. Kristal *hemyhydrate* tersebut dicampur dengan produk *slurry* agar tidak mengendap pada permukaan mesin. *Hemyhydrate slurry* kemudian diproses pada sub-sistem *hydration* untuk mereaksikan *hemyhydrate* dengan asam sulfat encer sehingga menjadi *dihydrate*. *Slurry gypsum hemyhydrate* dari filtrasi pertama masuk ke

dalam *hydration tank* yang dicampur dengan asam sulfat 98,5% untuk menghasilkan produk berupa *slurry gypsum* ($CaSO_4.2H_2O$). Produk tersebut dialirkan ke bagian filtrasi kedua. Hasil filtrasi kedua yang berupa filtrat yang ditampung untuk digunakan sebagai *prewashing*. Tahapan selanjutnya adalah konsentrasi. Fungsi pada tahapan ini yaitu memekatkan asam fosfat dari unit filtrasi pertama sehingga dihasilkan asam fosfat dengan kadar 52-56%. Asam fosfat yang telah dipanaskan pada *heater* selanjutnya dialirkan ke dalam *vaporizer* vakum sehingga akan terbentuk asam fosfat pekat. Sebelum dikirim ke unit pabrik pupuk fosfat, asam fosfat didinganken di *cooler* hingga dihasilkan asam fosfat dengan temperatur $\pm 60^0$C.

4.2 Deskripsi *Reliability* Sistem

Deskripsi sistem *reliability* diukur melalui *reliability function*, MTTF, dan *hazard function*. *Reliability* sistem PA 3A PKG dapat dijelaskan melalui beberapa level yaitu level 0 merupakan sistem *reliability* pabrik, level 1 merupakan sub-sistem, dan level 2 merupakan peralatan atau mesin. Perhitungan performansi *reliability* dimulai dari level terendah yaitu peralatan selama 1 tahun atau 8760 jam. *Reliability* peralatan atau mesin dapat dijelaskan melalui waktu kerusakan (*time to failure*). Total *rotating equipment* pada pabrik PA 3A berjumlah 59 peralatan. Tahap selanjutnya adalah melakukan perhitungan pada level 2 yaitu sub-sistem yang terdiri dari beberapa peralatan yang membentuk beberapa struktur seperti serial, paralel, *k-out-of-n*, dll. Gambar 4.2 merupakan contoh struktur Sub-sistem *Grinding*.



Gambar 4. 2 Struktur Sub-sistem *Grinding*

Gambar 4.2 menunjukkan struktur Sub-sistem *Grinding* terdiri dari beberapa peralatan yang memiliki struktur serial dan paralel. Strukur sub-sistem lainnya dapat dilihat pada Lampiran 1. Tahap terakhir adalah melakukan perhitungan pengkuran *reliability* sistem PA 3A yang terdiri dari 6 sub-sistem seperti pada Gambar 4.1.

4.3 *Fitting* Distribusi *Time to Failure* Peralatan Sub-sistem PA 3A

Tahapan pertama untuk melakukan perhitungan pengkuran *reiability* sistem PA 3A adalah melakukan *fitting* distribusi kerusakan peralatan. Pada subbab ini akan ditunjukkan *fitting* distribusi *time to failure* menggunakan *software* Weibull++6 dan distribusi *time to failure* dalam distribusi *phase-type* menggunakan *software* Matlab.

4.3.1 Fitting Distribusi *Time to Failure* Peralatan

Peralatan atau mesin yang digunakan di pabrik asam fosfat 3A memiliki *time to failure* yang berbeda-beda. Perbedaan waktu kerusakan tiap peralatan menghasilkan distribusi kerusakan yang berbeda-beda antar satu sama lain. Berdasarkan data historis pada tahun 2018-2020 didapatkan waktu antar kerusakan pada 20 peralatan yang ada di PA 3A. Berikut merupakan contoh rekap data *time to failure* dari beberapa perlatan yang dijelaskan pada Tabel 4.1:

Tabel 4. 1 Contoh Rekap Data *Time to Failure* Peralatan di Pabrik PA 3A

E-2503 A	J-2501 A	J-2501 B	M-2302 A	M-2302 B	P-2331 A	P-2334 A
Pre-condenser	***Booster pump***	***Booster pump***	***Agitator of R-2302 A***	**Agitator of R-2302 B**	***First filtrate pump***	***Return Acid pump***
237,41	1134,79	640,24	906,23	611,94	905	426,33
62,74	1543,93	382,13	279,61	1233,67	2669	1114
564	5051,12	1172,15	19,35	157,47	767	2780
1080	630,86	657	1233,67	762,33	446,5	105,32
	6123	173	1765,24	316,41	307	3445
	1337,62		394,37		1106	1226,73
	1737,04				153,5	
					106,42	
					98	
					1072,5	

Data *time to failure* pada Tabel 4.1 merupakan contoh data yang berasal dari historis unit PA 3A selama dua tahun terakhir. Total peralatan yang ada di PA 3A berjumlah 59 peralatan. Data kerusakan untuk peralatan lain yang tidak ada pada data historis PA 3A akan diambil melalui sumber lain yaitu Offshore Reliability Data Handbook (OREDA) Edisi ke-5 dikarenakan keterbatasan data yang tersedia di perusahaan. Berdasarkan rekap data *time to failure* selanjutnya dilakukan *fitting* distribusi menggunakan *software* Weibull++6 sehingga didapatkan hasil rekap informasi dari distribusi serta parameter tiap peralatan. Berikut merupakan contoh hasil rekap *fitting* distribusi tiap perlatan di Sub-sistem *Grinding* PA 3A pada Tabel 4.2:

Tabel 4. 2 Contoh Rekap Data *Fitting* Peralatan Sub-sistem *Grinding*

Sub-sistem *Grinding*		**Fitting Distribusi**	**Parameter**				**Sumber**
Kode	**Nama Peralatan**		β	η	γ	λ	
B-2201	*Rotary furnace*	Eksponensial				96×10^{-6}	Oreda
M-2201	*Over size Rock conveyor*	Eksponensial				93×10^{-6}	Oreda
Q-2204	*Ball mill*	Eksponensial				103×10^{-6}	Oreda
V-2206 A	*Raw rock rotary valve*	Weibull 2	0,92	1576,9			Histori kerusakan
V-2206 B	*Raw rock rotary valve*	Eksponensial				71×10^{-6}	Oreda
V-2208	*Bag filter rotary valve*	Weibull 2	1,15	867,67			Histori kerusakan

Keterangan :

β = Parameter bentuk
γ = Parameter lokasi
η = Parameter skala
λ = *failure rate* (per hour)

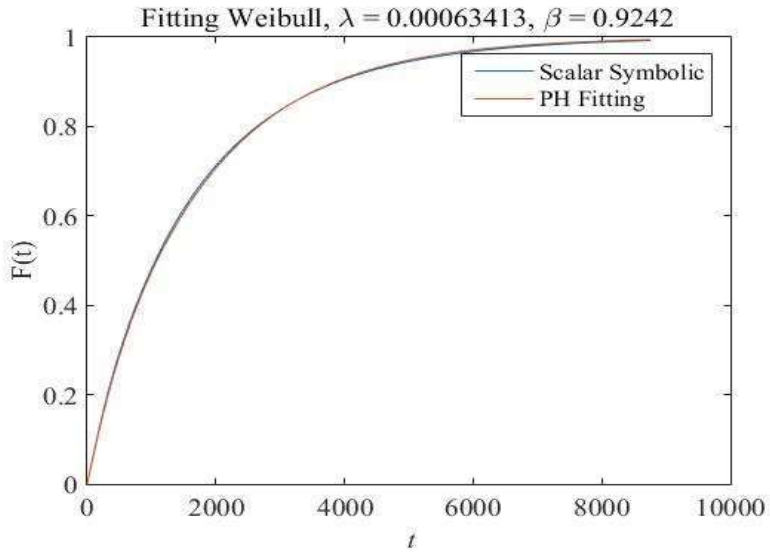
Tabel 4.2 menunjukkan data peralatan yang menghasilkan *fitting* distribusi yang berbeda-beda yaitu distribusi eksponensial dan Weibull 2 dengan masing-masing parameternya.

4.3.2 Fitting Distribusi *Time to Failure* dalam Distribusi *Phase-type*

Tahap berikutnya setelah melakukan *fitting* distribusi *time to failure* adalah *fitting* distribusi tersebut ke dalam distribusi *phase-type.* Pendekatan yang digunakan dalam melakukan *fitting* adalah menggunakan nilai CVTTF dari masing-

masing peralatan. Nilai CVTTF tersebut akan digambarkan dalam kurva *bathup*. Apabila nilai CVTTF=1 maka *lifetime* peralatan memiliki perilaku CFR, nilai $\frac{1}{n}$<CVTTF<1 maka *lifetime* peralatan memiliki perilaku IFR, dan nilai CVTTF>1 maka *lifetime* peralatan memiliki perilaku DFR. *Fitting* distribusi *phase-type* dilakukan menggunakan *software* Matlab.

Tabel 4.3 merupakan contoh rekap *fitting* data *time to failure* dalam distribusi *phase-type* pada Sub-sistem *Grinding*. Tabel 4.3 menunjukkan masing-masing peralatan memiliki *fitting* distribusi *phase-type* dan nilai paramater yang berbeda-beda. Parameter distribusi *phase-type* ditunjukkan dengan $(n, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{A})$. Pendekatan distribusi *phase-type* dalam *fitting* berbagai jenis distribusi *time to failure* juga dapat digambarkan dengan grafik CDF yang dapat dilihat pada Gambar 4.3.



Gambar 4. 3 Fitting Distribusi Weibull ke dalam Distribusi *Phase-type* pada Peralatan V-2206 A.

Tabel 4. 3 Contoh Rekap Data *Fitting* Peralatan dalam Distribusi *Phase-type* Sub-sistem *Grinding*

Sub-sistem *Grinding*		**CVTTF**	**Kategori**	**Representasi Distribusi Phase-type**
Kode	**Nama Peralatan**			
B-2201	*Rotary furnace*	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-96 \times 10^{-6}]$
M-2201	*Over size Rock conveyor*	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-155 \times 10^{-6}]$
Q-2204	*Ball mill*	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-103 \times 10^{-6}]$
V-2206 A	*Raw rock rotary valve*	1,3	DFR	$n = 3$ $\boldsymbol{a} = [0{,}94 \quad 0{,}06 \quad 0]$ $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -6 \times 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & -61 \times 10^{-4} & 61 \times 10^{-4} \\ 0 & 0 & -61 \times 10^{-4} \end{bmatrix}$
V-2206 B	*Raw rock rotary valve*	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-71 \times 10^{-6}]$
V-2208	*Bag filter rotary valve*	0,87	IFR	$n = 2$ $\boldsymbol{a} = [1 \quad 0]$ $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -12 \times 10^{-4} & 12 \times 10^{-4} \\ 0 & -24 \times 10^{-4} \end{bmatrix}$

Selain menggunakan nilai CVTTF, *fitting* distribusi ke dalam distribusi *phase-type* diperlukan beberapa iterasi dengan mengubah salah satu input yaitu *order* (n). Iterasi tersebut dilakukan hingga menghasilkan kesamaan nilai MTTF dan CVTTF secara matriks dan skalar. Diketahui *order* matriks yang akurat mendekati distribusi Weibull tersebut adalah 3. Gambar 4.3 menunjukkan grafik CDF dari *fitting* distribusi Weibull 2 ke dalam distribusi *phase-type* untuk peralatan V-2206 A atau *raw rock rotary valve*. Garis biru pada gambar menunjukkan hasil *fitting* CDF secara skalar dan garis merah menunjukkan *fitting* menggunakan pendekatan distribusi *phase-type*. Kedua garis menghasilkan hasil *fitting* yang berdekatan atau mendekati akurat. Hal tersebut menunjukkan bahwa distribusi *phase-type* dapat mendekati berbagai jenis distribusi lain dengan tingkat akurasi yang tinggi.

4.4 Perhitungan Pengukuran *Reliability* Sistem Kondisi Eksisting Secara Skalar dan Matriks

Pada subbab akan ditunjukkan perhitungan performansi *reliability* sistem kondisi eksisting. Performansi *reliability* sistem diantaranya adalah *reliability function,* MTTF, dan *hazard function*. Perhitungan performansi tersebut dilakukan dengan dua metode yaitu secara skalar atau RBD dan matriks atau distribusi *phase-type*. Perhitungan secara skalar menggunakan formulasi matematika yang ada pada Subbab 2.2.5. dan 2.5. Perhitungan secara matriks menggunakan algoritma distribusi *phase-type* dengan bantuan *software* Matlab. Perhitungan ini dilakukan pada level 1 yaitu sistem *reliability* pabrik, level 2 merupakan sub-sistem, dan level 3 merupakan peralatan atau mesin.

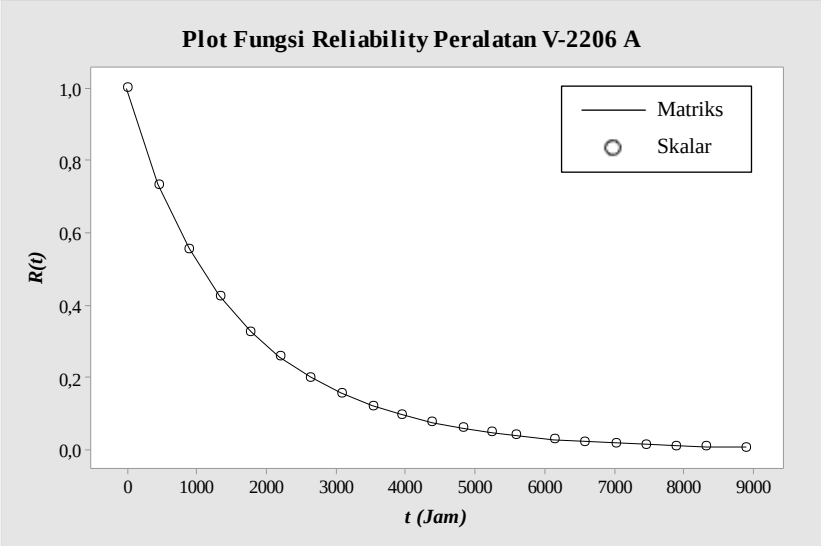
4.4.1 *Reliability Function,* MTTF, dan *Hazard Function* Peralatan PA 3A

Perhitungan *reliability function* dan MTTF tiap peralatan PA 3A dihitung berdasarkan jenis distribusi dan informasi nilai parameter pada Tabel 4.2 dan Tabel 4.3. Contoh rekap data perhitungan *reliability function,* MTTF, dan *Hazard function* peralatan di Sub-sistem *Grinding* pada interval $t = 0$ hingga $t = 8760$ jam dapat dilihat pada Tabel 4.4 berikut:

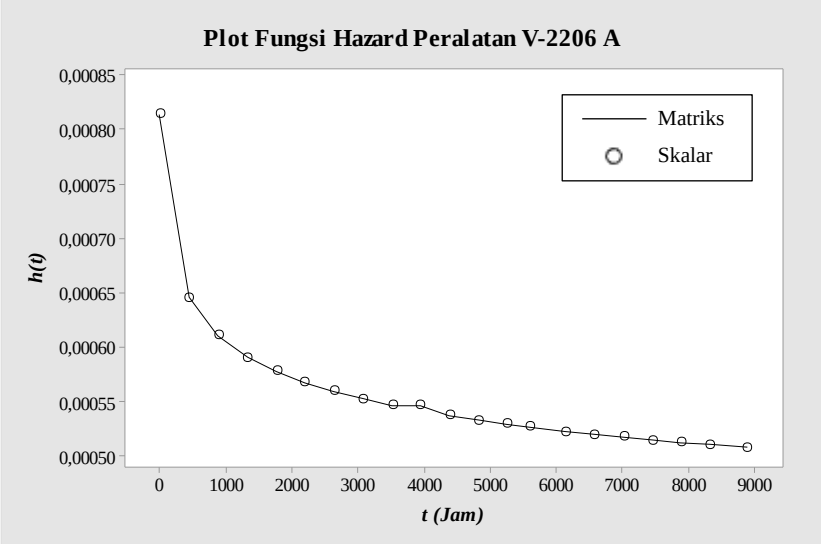
Tabel 4. 4 Contoh Rekap Data *Reliability Function*, *Hazard Function*, dan MTTF Peralatan Sub-sistem *Grinding*

Sub-sistem *Grinding*		***Reliability Function***		**MTTF**		***Hazard Function***	
Kode mesin	**Nama Peralatan**	**Matriks**	**Skalar**	**Matriks**	**Skalar**	**Matriks**	**Skalar**
B-2201	*Rotary furnace*	0,9	0,9	10.417	10.417	96×10^{-6}	96×10^{-6}
M-2201	*Over size rock conveyor*	0,26	0,26	6.452	6.452	97×10^{-6}	97×10^{-6}
Q-2204	*Ball mill*	0,41	0,41	9.708,74	9.708,74	103×10^{-6}	103×10^{-6}
V-2206 A	*Raw rock rotary valve*	79×10^{-4}	79×10^{-4}	1.639,87	1.639,87	5×10^{-4}	5×10^{-4}
V-2206 B	*Raw rock rotary valve*	0,54	0,54	14.085	14.085	71×10^{-6}	71×10^{-6}
V-2208	*Bag filter rotary valve*	6×10^{-7}	6×10^{-7}	825,7	825,7	19×10^{-4}	19×10^{-4}

Tabel 4.4 menunjukkan kesamaan hasil perhitungan performansi *reliability* yang dihitung secara matriks dan skalar. Performansi *reliability* dapat ditampilkan dalam bentuk grafik fungsi *reliability* dan hazard. Gambar 4.4 dan 4.5 merupakan contoh grafik fungsi *reliability* dan *hazard* peralatan V-2206 A.



Gambar 4. 4 Plot Fungsi *Reliability* Peralatan V-2206 A



Gambar 4. 5 Plot Fungsi *Hazard* Peralatan V-2206 A

Selain melalui grafik, *reliability function* juga dapat ditulis sebagai persamaan seperti yang dijelaskan pada Subbab 2.4.2. Persamaan fungsi tersebut

menggunakan pendekatan distribusi *phase-type* yang menghasilkan persamaan matematis seperti berikut:

Diketahui:

$t = 8760$ jam

$\boldsymbol{a} = [0{,}94 \quad 0{,}06 \quad 0]$

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -6 \times 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & -61 \times 10^{-4} & 61 \times 10^{-4} \\ 0 & 0 & -61 \times 10^{-4} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Menggunakan Persamaan (24)–(26) maka didapat persamaan *reliability function*, *hazard function*, dan MTTF peralatan V-2206 A adalah

$$R(8760) = [0{,}94 \quad 0{,}06 \quad 0]e^{\begin{bmatrix} -6\times10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & -61\times10^{-4} & 61\times10^{-4} \\ 0 & 0 & -61\times10^{-4} \end{bmatrix}8760}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$R(8760) = 79 \times 10^{-4}$$

Sedangkan *hazard function* peralatan V-2206 A adalah

$$h(8760) =$$

$$= -[0{,}94 \quad 0{,}06 \quad 0]\begin{bmatrix} -6 \times 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & -61 \times 10^{-4} & 61 \times 10^{-4} \\ 0 & 0 & -61 \times 10^{-4} \end{bmatrix}$$

$$e^{\begin{bmatrix} -6\times10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & -61\times10^{-4} & 61\times10^{-4} \\ 0 & 0 & -61\times10^{-4} \end{bmatrix}8760}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\left([0{,}94 \quad 0{,}06 \quad 0]e^{\begin{bmatrix} -6\times10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & -61\times10^{-4} & 61\times10^{-4} \\ 0 & 0 & -61\times10^{-4} \end{bmatrix}8760}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right)^{-1}$$

$h(8760) = 5 \times 10^{-4}$ *failure* per jam

Sedangkan MTTF peralatan V-2206 A adalah

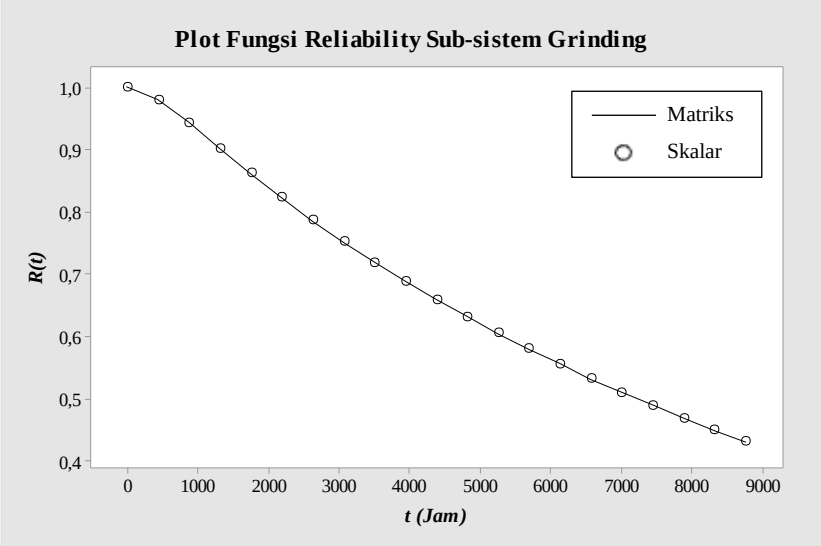
$$\text{MTTF}(8760) = -\frac{[0{,}94 \quad 0{,}06 \quad 0]}{\begin{bmatrix} -6 \times 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & -61 \times 10^{-4} & 61 \times 10^{-4} \\ 0 & 0 & -61 \times 10^{-4} \end{bmatrix}}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$\text{MTTF} = 1.639{,}87$ jam

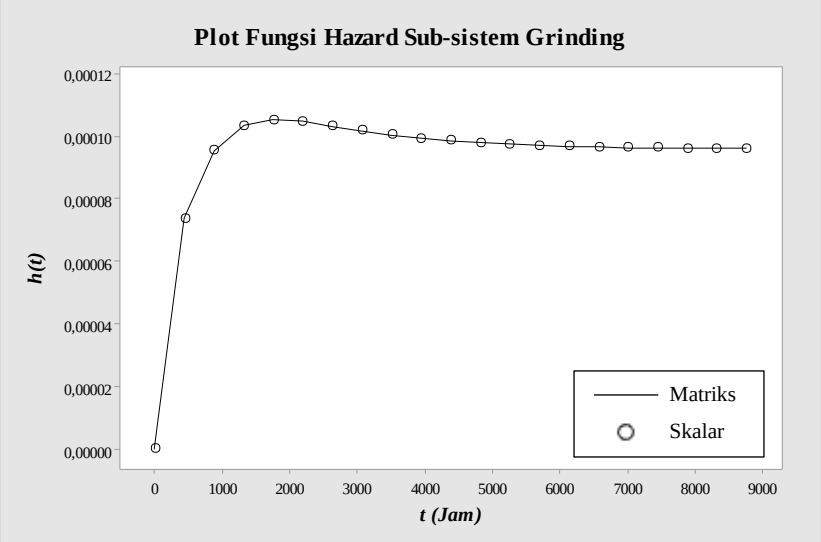
4.4.2 *Reliability Function*,MTTF, dan *Hazard Function* Sub-sistem PA 3A

Sebuah sistem terdiri dari beberapa komponen yang saling berkaitan dan mempunyai fungsi masing-masing. Tahap selanjutnya adalah melakukan perhitungan performansi *reliability* pada sub-sistem. Rekap perhitungan performansi *reliability* sub-sistem dapat dilihat pada Tabel 4.5.

Gambar 4.6 dan 4.7 merupakan contoh grafik *reliability* dan *hazard function* Sub-sistem *Grinding*.



Gambar 4. 6 Plot Fungsi *Reliability* Sub-sistem *Grinding*



Gambar 4. 7 Plot Fungsi *Hazard* Sub-sistem *Grinding*

Tabel 4. 5 Rekap Perhitungan *Reliability Function*, MTTF dan CVTTF Sub-sistem PA 3A

Sub-sistem	***Reliability Function***		**MTTF**		***Hazard Function***		**CV TTF**	**Kategori**
	Matriks	**Skalar**	**Matriks**	**Skalar**	**Matriks**	**Skalar**		
Grinding	0,43	0,43	10.513	10.513	$9{,}6\times10^{-5}$	$9{,}6\times10^{-5}$	0,8	IFR
Hemyhidrate Reaction	0,26	0,26	6.530,7	6.530,7	2×10^{-4}	2×10^{-4}	0,78	IFR
Hemyhidrate Filter *	0,11	0,11	3.986	3.986	$2{,}5\times10^{-4}$	$2{,}5\times10^{-4}$	0,76	IFR
Hydration	0,31	0,31	7.224,4	7.224,4	2×10^{-4}	2×10^{-4}	0,68	IFR
Dyhidrate Filter	0,53	0,53	13.069	13.069	$7{,}43\times10^{-5}$	$7{,}43\times10^{-5}$	0,92	IFR
Unit Konsentrasi	0,6	0,6	15.957	15.957	$7{,}46\times10^{-5}$	$7{,}46\times10^{-5}$	0,92	IFR

* Nilai *reliability* & MTTF terendah

Tabel 4.5 menunjukkan bahwa tidak terdapat perbedaan antara hasil perhitungan *reliability function*, MTTF, dan *hazard function* secara matriks dan skalar. Kelima sub-sistem menunjukkan distribusi kerusakan dalam kategori IFR di mana laju kerusakan akan meningkat seiring dengan bertambahnya waktu. Sub-sistem *Hemyhidrate Filter* memiliki nilai *reliability* dan MTTF terendah diantara keenam sub-sistem lainnya. Sedangkan untuk persamaan *reliability function* Sub-sistem *Grinding* menghasilkan *order* (n) yang cukup besar yaitu 28. Sehingga penulisan persamaan matematis cukup panjang.

4.4.3 *Reliability Function*, MTTF, dan *Hazard Function* Sistem PA 3A

Perhitungan *reliability function*, MTTF, dan *hazard function* sistem PA 3A berasal dari keenam sub-sistem dengan struktur serial. Hasil perhitungan pengukuran *reliability* sistem PA 3A pada kondisi eksisting ditunjukkan pada Tabel 4.6 berikut:

Tabel 4. 6 Perhitungan Pengukuran *Reliability* Sistem PA 3A

Reliability Function		**MTTF**		***Hazard Function***		**CV TTF**	**Kategori**
Matriks	**Skalar**	**Matriks**	**Skalar**	**Matriks**	**Skalar**		
$1{,}24\times10^{-3}$	$1{,}24\times10^{-3}$	1.287,45	1.287,45	$7{,}8\times10^{-4}$	$7{,}8\times10^{-4}$	0,77	IFR

Tabel 4.6 menunjukkan bahwa tidak terdapat perbedaan antara hasil perhitungan *reliability function*, MTTF, dan *hazard function* secara matriks dan skalar. Kondisi eksisting *reliability* sistem memiliki *reliability function* sebesar $R(8760) = 0{,}00124$ dan MTTF sebesar 1.287,45 jam atau sekitar 53,64 hari. *Hazard function* sistem sebesar $h(8760) = 7{,}8 \times 10^{-4}$. *Reliability* sistem juga termasuk dalam kategori IFR di mana laju kerusakan akan meningkat seiring dengan bertambahnya waktu.

4.5 Penentuan Sub-sistem dan Peralatan Kritis

Penentuan peralatan kritis dari suatu *reliability* sistem menggunakan indeks yang disebut *birnbaum importance index. Birnbaum importance index* menyatakan bahwa kepentingan komponen ke-i dihitung sebagai turunan dari *reliability* sistem sehubungan dengan *reliability* komponennya. Kondisi eksisting

Reliability sistem PA 3A diturunkan dari enam sub-sistem di mana masing-masing sub-sistem diturunkan menjadi beberapa peralatan. Tahapan pertama untuk menentukan peralatan kritis adalah menentukan sub-sistem yang kritis. Berdasarkan rekap data Tabel 4.5 diketahui bahwa Sub-sistem *Hemyhidrate Filter* memiliki nilai *reliability* terendah. Hal ini menunjukkan bahwa Sub-sistem *Hemyhidrate Filter* lebih kritis jika dibandingkan keenam sub-sistem lain. Hal tersebut dapat dibuktikan dengan perhitungan *birnbaum importance index.*

Struktur keenam sub-sistem berhubungan secara serial maka *Importance index* dari sistem seri didefinisikan sebagai $I_i = \partial R_s(t)/\partial R_i(t)$. Berikut merupakan contoh perhitungan *importance index* dari *reliability* Sub-sistem *Grinding* terhadap *reliability* sistem PA 3A sebagai berikut:

$$I_i = \frac{\partial R_s(t)}{\partial R_i(t)} = \frac{R_s(t)}{R_i(t)}$$

$$I_1 = \frac{R_s(8760)}{R_1(8760)} = \frac{1{,}24 \times 10^{-3}}{0{,}43} = 2{,}87 \times 10^{-3}$$

Keterangan:

I_1 = *Importance index* Sub-sistem *Grinding*

$R_s(t)$ = *Reliability* sistem pada waktu t

$R_1(t)$ = *Reliability* Sub-sistem *Grinding* waktu t

Berdasarkan formulasi tersebut maka perhitungan *importance index* untuk kelima sub-sistem lainnya dapat direkap pada Tabel 4.7 berikut:

Tabel 4. 7 Rekap Data Perhitungan *Importance Index* Sub-sistem PA 3A

Sub-sistem	I_i
Grinding	$2{,}87\times10^{-3}$
Hemyhidrate Reaction	$4{,}7\times10^{-3}$
*Hemyhidrate Filter**	$1{,}13\times10^{-2}$
Hydration	$4{,}03\times10^{-3}$
Dyhidrate Filter	$2{,}32\times10^{-3}$
Unit Konsentrasi	$2{,}05\times10^{-3}$

* *Importance index* tertinggi

Tabel 4.7 menunjukkan Sub-sistem *Hemyhidrate Filter* memiliki nilai *importance index* tertinggi. Pada sistem serial komponen yang memiliki nilai *reliability* terendah di mana nilai *importance index* tertinggi merupakan komponen kritis. Jadi Sub-sistem *Hemyhidrate Filter* termasuk kategori Sub-sistem kritis daripada kelima sub-sistem lainnya. Tahap selanjutnya adalah melakukan perhitungan *importance index* pada peralatan di Sub-sistem *Hemyhidrate Filter*. Struktur Sub-sistem *Hemyhidrate Filter* dapat dilihat pada Lampiran 1 yang terdiri dari gabungan struktur sistem seri-paralel. Berikut merupakan rekap data perhitungan *importance index* peralatan di Sub-sistem *Hemyhidrate Filter* yang dilihat pada Tabel 4.8 berikut:

Tabel 4. 8 Rekap Data Perhitungan *Importance Index* Peralatan Sub-sistem *Hemyhidrate Filter*

Kode	Nama Peralatan	I_i
C-2340	No.3 *Vacuum pump*	0,14
M-2345	*Agitator of* TK-2345	0,16
P-2341*	*Hemyhidrate slurry pump*	0,42
P-2342 A	*fume scrubber pump*	0,34
P-2342 B	*fume scrubber pump*	0,1
P-2345	No. 1 H_2SiF_6 *PUMP*	0,15
P-2346	*Silicate pump*	0,28

* *Importance index* tertinggi

Tabel 4.8 menunjukkan *importance index* yang tertinggi adalah peralatan P-2341 atau *hemyhidrate slurry pump* yang artinya peralatan tersebut termasuk kategori peralatan yang kritis. *Hemyhidrate slurry pump* merupakan pompa sentrifugal untuk mengalirkan *hemyhydrate slurry* menuju ke dalam sistem dan menahan hidrolis yang ada melalui suatu sistem perpipaan. Salah satu solusi untuk meningkatkan performansi *reliability* sistem adalah menambah peralatan dan merubah peralatan yang kritis menjadi struktur redundan.

(*Halaman ini sengaja dikosongkan*

BAB 5
ANALISIS *RELIABILITY* SISTEM

Pada bab ini akan dijelaskan mengenai analisis pendekatan *phase-type* dan RBD dalam menghitung performansi *reliability* sistem, kondisi sistem eksisting, uji sensitivitas dan kondisi sistem perbaikan.

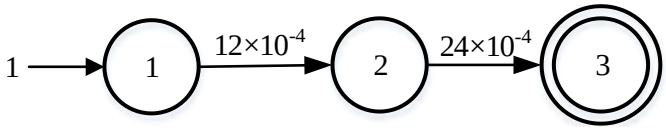
5.1 Analisis Pendekatan Distribusi *Phase-type* dan RBD

Penelitian yang dilakukan untuk menghitung performansi *reliability* sistem menggunakan 2 metode yaitu pendekatan distribusi *phase-type* yang dihitung secara matriks dan RBD yang dihitung secara skalar. Hasil perhitungan menggunakan kedua metode tersebut dapat dilihat pada Subbab 4.4 memberikan hasil perhitungan yang sama. Pendekatan distribusi *phase-type* untuk peralatan dalam suatu sistem memiliki *time to failure* berdistribusi *phase-type*. Sedangkan *time to failure* peralatan metode RBD berdistribusi sesuai dengan hasil *fitting* pada software Weibull ++6. Jenis distribusi yang dipilih adalah distribusi yang memiliki prioritas 1 pada software tersebut.

Pendekatan distribusi *phase-type* pada perhitungan *reliability* sistem memiliki berberapa keunggulan dibandingkan menggunakan metode konvensional atau RBD yang dihitung secara skalar diantara lain yaitu:

1. Distribusi *phase-type* merupakan distribusi fleksibel dan praktis yang dapat mewakili dengan baik variabel acak yang arbitrer dan empiris. Hal ini dapat ditunjukkan pada Subbab 4.3.2 tentang *fitting* distribusi *time to failure* peralatan sub-sistem dalam distribusi *phase-type*. Ditunjukkan bahwa distribusi *phase-type* dapat mendekati secara akurat berbagai *random* distribusi *time to failure* lainnya.
2. Distribusi *phase-type* dapat menggambarkan berbagai pola kegagalan peralatan yang dapat memungkinkan model stokastik untuk lebih akurat memperkirakan kinerja dan *reliability* dari *real system*. Hal ini dapat dibuktikan melalui matriks distribusi *phase-type* yang menggambarkan mekanisme operasi sistem bersifat dependen terhadap waktu yang dapat dilihat pada Tabel 5. 1 berikut:

Tabel 5. 1 Representasi Fungsi *Reliability* Peralatan *Bag Filter Rotary Valve*

Sub-sistem	*Grinding*
Kode/Nama Peralatan	V-2208/*Bag Filter Rotary Valve*
CVTTF	0,87
Kategori	IFR (*Increasing Failure Rate*)
Representasi Fungsi *Reliability*	
Grafis	 Keterangan: : *good state* : *Absorbing/failed state*
Skalar	$= \sum_{i=1}^{n} \frac{e^{-\lambda t}}{P_i}\ with\ P_i = \prod_{j-1, j\neq i}^{n} \left(1 - \frac{\lambda_i}{\lambda_j}\right)$ $= \left(\frac{e^{-\lambda_1 t}}{\left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)}\right) + \left(\frac{e^{-\lambda_2 t}}{\left(1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)}\right)$
Matriks	$n = 2$ $\boldsymbol{a} = [1 \quad 0]$ $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -12 \times 10^{-4} & 12 \times 10^{-4} \\ 0 & -24 \times 10^{-4} \end{bmatrix}$

Berdasarkan Tabel 5.1 dapat dilihat pendekatan distribusi *phase-type* mampu mendeskripsikan pola kegagalan peralatan *Bag Filter Rotary Valve* yang digambarkan dalam bentuk matriks dan grafis. Penggambaran grafis ditunjukkan dalam bentuk kumpulan *state* di mana transisi dari satu *good state* ke *good state* lain (λ_i) menunjukkan perubahan kondisi komponen. Perubahan kondisi tersebut mungkin disebabkan oleh kerusakan (*vibration, thermal fatigue, chemical and electrical stress*, dll.) atau penuaan (*aging*). Sedangkan transisi dari *good state* ke *failed state* (λ_j) menunjukkan kondisi kegagalan. Pendekatan distribusi *phase-type* juga dapat menggambarkan laju kerusakan peralatan *Bag Filter Rotary Valve* memiliki perilaku IFR di mana laju kerusakan akan terus meningkat seiring dengan bertambhanya waktu (CVTTF<1).

3. Distribusi *phase-type* memiliki *closure properties* yang berarti bahwa memiliki himpunan tertutup yang menjaga tiga bentuk operasi matematika yaitu *mixture*, *convolution*, dan *formation* di dalam *coherent system*.

Closure properties distribusi *phase-type* berupa operasi matriks aljabar yaitu Kronecker product dan Kronecker sum. Hal tersebut dapat dibuktikan dengan salah satu contoh *closure properties* pada sistem serial seperti Persamaan (34) sampai (36) yang ditunjukkan Tabel 5.2 berikut:

Tabel 5. 2 Perhitungan Konfigurasi Sistem Seri berdasarkan *closure properties*

Sub-sistem	Grinding
Kode/Nama peralatan	Q-2204/*Ball Mill*
	V-2208/*Bag Filter Rotary Valve*
Konfigurasi Peralatan	Sistem Seri
***Closure Properties* Sistem Seri**	
$n_s^{(i)} = n_s^{(i-1)} n_i$ $\boldsymbol{a}_s^{(i)} = \boldsymbol{a}_s^{(i-1)} \otimes \boldsymbol{a}_i$ $\boldsymbol{A}_s^{(i)} = \boldsymbol{A}_s^{(i-1)} \otimes \boldsymbol{A}_i$ $T_s^{(i)} = min\left(T_s^{(i-1)}, T_i\right)\ for\ i = 1, 2.$	
Representasi Distribusi *Phase-type* $(n_s, \boldsymbol{a}_s, \boldsymbol{A}_s)$	
Q-2204/*Ball Mill*	**V-2208/*Bag Filter Rotary Valve***
$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-1{,}03 \times 10^{-4}]$	$n = 2$ $\boldsymbol{a} = [1 \quad 0]$ $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -12 \times 10^{-4} & 12 \times 10^{-4} \\ 0 & -24 \times 10^{-4} \end{bmatrix}$
Hasil Perhitungan	
$n_s = 2$ $\boldsymbol{a}_s = [1 \quad 0]$ $\boldsymbol{A}_s = \begin{bmatrix} -13 \times 10^{-4} & 12 \times 10^{-4} \\ 0 & -13 \times 10^{-4} \end{bmatrix}$	

4. Pendekatan distribusi *phase-type* memberikan waktu komputasi yang lebih cepat dibandingkan RBD dalam perhitungan performansi *reliability* sistem. Waktu komputasi menggunakan spesifikasi Intel i9 dengan 32 GB RAM. Waktu yang diperlukan untuk membuat 20 poin plot *reliability* dan *hazard function* serta hasil perhitungan *reliability function*, *hazard function*, dan MTTF dapat dilihat pada Tabel 5.3 berikut:

Tabel 5. 3 Waktu Komputasi Metode Matriks dan Skalar Sub-sistem PA 3A

Sub-sistem	**Metode**	**Total Waktu Komputasi (Detik)**
Grinding	Matriks	0,0058
	Skalar	19,24
Hemyhidrate Reaction	Matriks	21,98

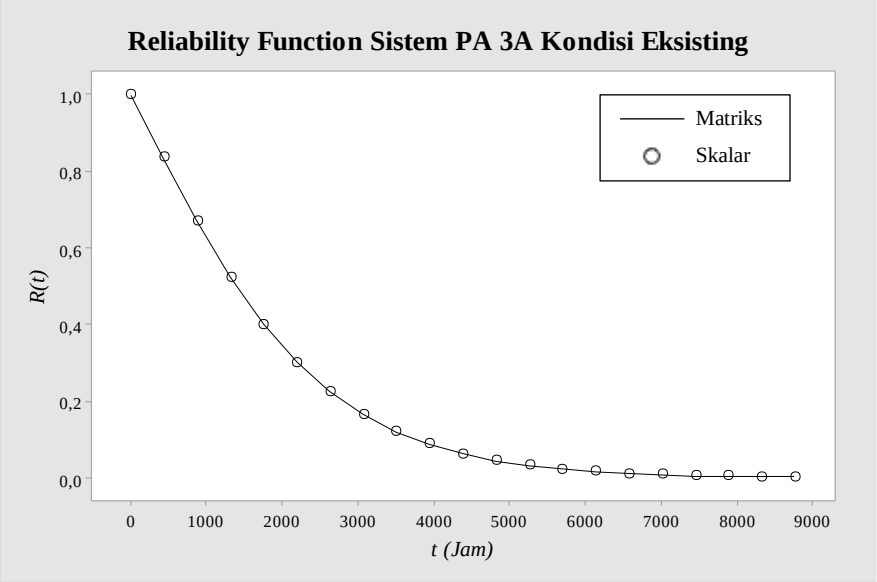
Sub-sistem	Metode	Total Waktu Komputasi (Detik)
	Skalar	100,43
Hemyhidrate Filter	Matriks	0,0055
	Skalar	20,56
Hydration	Matriks	19,17
	Skalar	81,25
Dyhidrate Filter	Matriks	0,12
	Skalar	35,89
Unit Konsentrasi	Matriks	0,07
	Skalar	29,86

Namun, pendekatan distribusi *phase-type* juga memiliki kelemahan yaitu dalam hal kompleksitas fungsi *reliability* sistem yang dihasilkan. Kompleksitas pendekatan distribusi *phase-type* menggunakan metode matriks. Matriks tersebut diukur dari dimensi representasi sistem distribusi *phase-type* yang diberikan dalam derivasi masing-masing algoritma pada Subbab 2.5. Semakin banyak orde matriks yang dihasilkan dari komponen atau peralatannya maka waktu komputasi sistemnya juga akan semakin lama dan orde matriks sistem juga semakin besar sehingga dibutuhkan spesifikasi memori komputer yang lebih besar. Sedangkan untuk metode RBD atau konvensional yang dihitung secara skalar, kompleksitas sistem diukur dari jumlah derivasi fungsi *reliability* komponenya.

5.2 Kondisi Eksisting Performansi Reliability Sistem

Performansi *reliability* sistem PA 3A diukur dari *reliability function*, MTTF, dan *hazard function*. Perhitungan performansi *reliability* sistem menggunakan dua metode yaitu RBD atau secara skalar dan pendekatan distribusi *phase-type* secara matriks menghasilkan perhitungan yang sama.

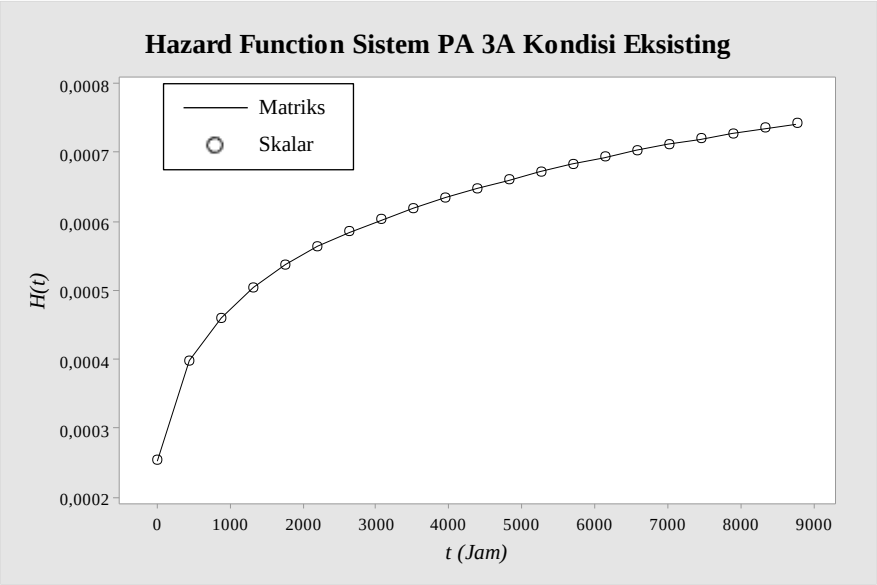
Pendekatan ideal dalam analisis *reliability* sistem adalah secara matematis menyatakan fungsi *reliability* sistem sebagai suatu fungsi *reliability* komponennya. *Reliability* sistem PA 3A disusun dari enam sub-sistem dengan struktur serial dan masing-masing sub-sistem tersebut terdiri dari beberapa peralatan yang mempunyai gabungan struktur *reliability* (serial, paralel, dan *k-out-of-n*). Kondisi eksisting *reliability function* sistem PA 3A selama beroperasi satu tahun atau sekitar 8760 jam dapat dilihat melalui grafik pada Gambar 5.1 berikut:



Gambar 5. 1 Grafik *Reliability Function* Sistem PA 3A Kondisi Eksisting

Berdasarkan Gambar 5.1 dapat dilihat bahwa *reliability function* pada saat $t > 2.190$ jam atau lebih lebih dari 3 bulan mengalami deviasi *reliability* $(\Delta R(t))$ yang semakin kecil. *Reliability function* selama satu tahun atau sekitar 8.760 jam beroperasi terus mengalami penurunan seiring bertambahnya waktu. Diketahui melalui hasil perhitungan pada Subbab 4.4.3 nilai *reliability function* pada waktu $t = 8760$ jam adalah $R(8760) = 0{,}00124$ atau 0,12%. Hal ini berarti bahwa dalam waktu $t = 8760$ jam probabilitas sistem beroperasi sesuai dengan fungsinya sebesar 0,12%, selebihnya sistem berada pada kondisi gagal beroperasi. *Reliability function* sistem sebesar 0,12% dikarenakan beberapa faktor seperti tingkat kerusakan masing-masing peralatan yang tinggi, susunan sub-sistem dibangun secara serial sehingga apabila terjadi kerusakan pada salah satu sub-sistem maka sistem akan mengalami kegagalan.

Performansi *reliability* sistem selanjutnya adalah *hazard function*. *Hazard function* sistem PA 3A selama beroperasi satu tahun atau sekitar 8760 jam dapat dilihat melalui grafik pada Gambar 5.2 berikut:



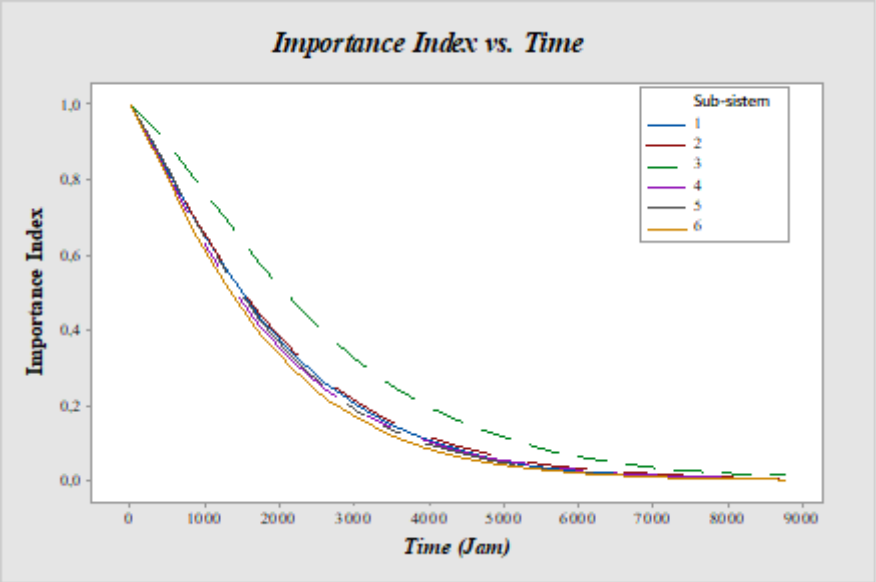
Gambar 5. 2 Grafik *Hazard Function* Sistem PA 3A Kondisi Eksisting

Hazard function berbeda dengan *reliability function* dikarenakan *hazard function* bukan merupakan probabilitas, melainkan berupa *rate* (kelajuan). Pada Gambar 5.2 dapat dilihat bahwa *hazard rate* terus meningkat yang berarti bahwa semakin bertambahnya waktu maka kelajuan kegagalannya juga semakin meningkat. Berdasarkan perhitungan Subbab 4.4. 3 *hazard function* sistem PA 3A pada waktu ke-8760 jam adalah $h(8760) = 7{,}8 \times 10^{-4}$, kelajuan ini akan terus meningkat untuk $t > 8760$ jam. Kelajuan kegagalan yang semakin meningkat tersebut dapat diakibatkan oleh peralatan yang mengalami penuaan, korosi, gesekan, dll.

Selain *hazard function*, performansi *reliability* sistem selanjutnya adalah MTTF. MTTF merupakan waktu rata-rata hingga peralatan mengalami kerusakan dan tidak dapat diperbaiki lagi. Berdasarkan perhitungan Subbab 4.4.3 MTTF sistem PA 3A adalah 1.287,45 jam atau sekitar 53,64 hari. Hal tersebut berarti bahwa sistem PA 3A akan mengalami kerusakan rata-rata setiap 1.287,45 jam sekali. Informasi nilai MTTF tersebut sangat berguna dikarenakan MTTF termasuk salah satu indikator penting bagi manajer Sub-departemen *Reliability* untuk mengukur dan merencanakan program *maintenance* dalam menjaga performa sistem.

5.3 Analisis Sub-sistem dan Peralatan Kritis

Tahapan pertama sebelum melakukan uji sensitivitas *reliability* sistem adalah melakukan identifikasi sub-sistem dan peralatan yang kritis. Identifikasi sub-sistem dan peralatan kritis menggunakan metode secara kuantitatif yaitu Birnbaum *importance index*. Pengukuran ini memiliki keunggulan yaitu perhitungan Birnbaum *importance index* bergantung pada struktur sistem, *reliability* komponen dan bersifat *time-dependent*. Indeks tersebut mengukur perubahan *reliability* sistem yang selaras dengan perubahan *reliability* pada peralatan. Gambar 5.3 merupakan grafik *importance index* sub-sistem *vs time* (jam).



Gambar 5. 3 Grafik *Importance Index* Vs. *Time* (Jam)

Pada Gambar 5.3 diketahui bahwa penentuan sub-sistem kritis bergantung pada waktu (*time-dependent*). Penentuan peralatan kritis ditentukan dengan mengidentifikasi sub-sistem yang kritis. Kategori kritis dapat diidentifikasi melalui *importance index* tertinggi. Berdasarkan perhitungan pada Subbab 4.5 sub-sistem *Hemyhydrate Filter* merupakan sub-sistem kritis dengan *importance index* $1{,}13\times10^{-2}$. Jika ditinjau dari *reliability function* Sub-sistem *Hemyhydrate Filter* memiliki nilai terendah dibandingkan dengan lima sub-sistem lainnya yang dihubungkan secara serial yaitu $R(8760)=0{,}11$ atau 11%. Sedangkan peralatan yang membuat Sub-sistem *Hemhydrate Filter* menjadi kritis adalah P-2341 atau *hemyhidrate slurry pump*. Berdasarkan perhitungan perhitungan pada Subbab 4.5

importance index P-2341 atau *hemyhidrate slurry pump* memiliki nilai indeks yang tertinggi yaitu 0,42 dengan nilai $R(8760)$=0,2 atau 20% yang dihubungkan secara serial dengan peralatan lain.

5.4 Analisis Sensitivitas

Uji sensitivitas yang dilakukan dengan merubah parameter input berupa *failure rate* dan struktur peralatan kritis. *Output* uji sensitivitas adalah perubahan terhadap performansi *reliability* sistem. Berdasarkan hasil diskusi dengan Manajer Sub-departemen Reliability PA 3A yang sudah dilakukan kajian finansial secara intuitif terdapat 3 skenario perbaikan yaitu:

Skenario 1: Mengganti peralatan kritis dengan peralatan baru.

Skenario 2: Menambah satu peralatan baru dan merubah ke dalam struktur paralel.

Skenario 3: Menambah satu peralatan baru dan merubah ke dalam struktur *cold standby redundancy*.

Berdasarkan persamaan formulasi matematika *reliability* sistem atau sebagai sudut pandang matematika terdapat 4 skenario perbaikan. Namun, skenario tersebut mengabaikan kajian secara finansial. Pada skenario 6 dan 7 penambahan peralatan baru untuk konfigurasi peralatan eksisting yang masih serial sehingga penambahan tersebut tidak hanya untuk peralatan kritis. 4 skenario perbaikan tersebut yaitu:

Skenario 4: Menambah dua peralatan baru dan merubah ke dalam struktur paralel.

Skenario 5: Menambah satu peralatan baru dan merubah ke dalam struktur 2-*out-of*-3.

Skenario 6: Menambah tiga peralatan baru dan merubah ke dalam struktur paralel.

Skenario 7: Menambah tiga peralatan baru dan merubah ke dalam struktur *cold standby redundancy*

Tujuh skenario tersebut menggunakan peralatan *hemyhidrate slurry pump* baru yang memiliki tingkat *constant failure rate* sebesar 2×10^{-5} per jam. Tingkat *failure rate* tersebut bersumber dari OREDA Handbook Edisi ke-9. Performansi *reliability* sistem perbaikan untuk masing-masing skenario dapat dilihat pada subbab berikut :

5.4.1 Skenario 1: Mengganti Peralatan Kritis dengan Peralatan Baru

Skenario pertama adalah mengganti peralatan kritis dengan peralatan baru yang sejenis. Peralatan *hemyhidrate slurry pump* lama memiliki tingkat *constant failure rate* sebesar 155×10^{-6} per jam dalam interval satu tahun. Maka didapatkan performansi *reliability* sistem perbaikan yang dapat dilihat pada Tabel 5.4 berikut:

Tabel 5. 4 Performansi *Reliability* Sistem Kondisi eksisting dan Perbaikan Skenario 1

Skenario	**Kondisi Eksisting**			**Kondisi Perbaikan**		
1	***Reliability Function***	**MTTF**	***Hazard Function***	***Reliability Function***	**MTTF**	***Hazard Function***
	$1,24\times10^{-3}$	1.287,45	$7,8\times10^{-4}$	$2,85\times10^{-3}$	1.464,7	$6,83\times10^{-4}$

Tabel 5.4 menunjukkan hasil *output* performansi *reliability* sistem mengalami peningkatan. Peningkatan performansi *reliability* sistem diantaranya adalah *reliability function* meningkat sebesar $1,61\times10^{-3}$ atau 130%, MTTF meningkat sebesar 177,25 jam atau 14%, dan *hazard function* menurun sebesar $9,4\times10^{-5}$ atau 12%. Skenario 1 memiliki kelebihan yaitu biaya investasi pembelian asset untuk 1 peralatan dan tidak perlu merubah konfigurasi struktur. Namun, skenario 1 juga memiliki kekurangan yaitu konfigurasi peralatan tersebut tetap seri sehingga apabila terjadi kerusakan menyebabkan kegagalan seluruh sistem.

5.4.2 Skenario 2: Menambah Satu Peralatan Baru dan Merubah ke dalam Struktur Paralel

Kondisi eksisting struktur *hemyhidrate slurry pump* di Sub-sistem *Hemyhidrate Filter* memiliki struktur seri terhadap peralatan lain. Skenario kedua adalah merubah struktur ke dalam paralel dengan menambah satu peralatan baru. Hal tersebut dapat lebih meningkatkan *reliability* sistem dikarenakan apabila terjadi kerusakan pada salah satu peralatan maka peralatan lainnya dapat menggantikan posisi peralatan yang mengalami kerusakan. Maka didapatkan performansi *reliability* sistem perbaikan yang dapat dilihat pada Tabel 5.5 berikut:

Tabel 5. 5 Performansi *Reliability* Sistem Kondisi eksisting dan Perbaikan Skenario 2

Skenario	Kondisi Eksisting			Kondisi Perbaikan		
2	***Reliability Function***	**MTTF**	***Hazard Function***	***Reliability Function***	**MTTF**	***Hazard Function***
	$1{,}24\times10^{-3}$	1.287,45	$7{,}8\times10^{-4}$	$3{,}05\times10^{-3}$	1.479,6	$6{,}76\times10^{-4}$

Tabel 5.5 menunjukkan hasil *output* performansi *reliability* sistem mengalami peningkatan. Peningkatan performansi *reliability* sistem diantaranya adalah *reliability function* meningkat sebesar $1{,}81\times10^{-3}$ atau 146%, MTTF meningkat sebesar 192,1 jam atau 15%, dan *hazard function* menurun sebesar $1{,}01\times10^{-5}$ atau 13%. Skenario 2 memiliki kelebihan yaitu konfigurasi dalam keadaan paralel sehingga apabila salah satu peralatan mengalami kegagalan maka sistem tetap dapat beroperasi. Namun, skenario 2 juga memiliki kekurangan yaitu biaya investasi tidak hanya untuk membeli 1 peralatan atau asset baru melainkan harus merubah konfigurasi ke dalam paralel sehingga muncul biaya lainnya seperti biaya instalasi, biaya pekerja tambahan, dll.

5.4.3 Skenario 3: Menambah Satu Peralatan Baru dan Merubah ke dalam Struktur *Cold Standby Redundancy*

Peningkatan *reliability* sistem dengan merubah struktur peralatan kritis ke dalam struktur paralel dapat juga melalui perubahan struktur peralatan kritis ke dalam *cold standby redundancy*. Peralatan pada struktur *cold standby redundancy* tidak berbagi beban (*load*) terhadap komponen lain seperti struktur paralel melainkan peralatan tersebut mulai beroperasi hanya jika komponen aktif mengalami kegagalan. Apabila skenario 3 diaplikasikan maka didapatkan performansi *reliability* sistem perbaikan yang dapat dilihat pada Tabel 5.6 berikut:

Tabel 5. 6 Performansi *Reliability* Sistem Kondisi eksisting dan Perbaikan Skenario 3

Skenario	Kondisi Eksisting			Kondisi Perbaikan		
3	***Reliability Function***	**MTTF**	***Hazard Function***	***Reliability Function***	**MTTF**	***Hazard Function***
	$1{,}24\times10^{-3}$	1.287,45	$7{,}8\times10^{-4}$	$4{,}8\times10^{-3}$	1.580,5	$6{,}33\times10^{-4}$

Berdasarkan Tabel 5.4 hingga Tabel 5.6 didapatkan skenario terbaik adalah skenario 3 yaitu menambah struktur peralatan baru dan merubah ke dalam struktur *cold standby redundancy*. Peningkatan performansi *reliability* sistem diantaranya adalah *reliability function* meningkat sebesar $3{,}51\times10^{-3}$ atau 282%, MTTF meningkat sebesar 293,08 jam atau 23%, dan *hazard function* menurun sebesar $1{,}44\times10^{-4}$ atau 19%. Skenario. Skenario 3 memiliki kelebihan yaitu performansi *reliability* peralatan konfigurasi *standby* cenderung lebih *reliable* daripada konfigurasi paralel dikarenakan peralatan mode *standby* tidak melakukan *load sharing* seperti konfigurasi paralel. Namun skenario 3 juga memiliki kekurangan yaitu biaya investasi tidak hanya untuk membeli 1 peralatan atau asset baru dan *switching device* melainkan harus merubah konfigurasi ke dalam mode *standby* sehingga muncul biaya lainnya seperti biaya instalasi, biaya pekerja tambahan, dll.

5.4.4 Skenario 4: Menambah Dua Peralatan Baru dan Merubah ke dalam Struktur Paralel

Berdasarkan konfigurasi paralel 3 peralatan diharapkan performansi *reliability* meningkat daripada konfigurasi paralel 2 peralatan. Apabila skenario 4 diaplikasikan maka didapatkan performansi *reliability* sistem perbaikan yang dapat dilihat pada Tabel 5.7 berikut:

Tabel 5. 7 Performansi *Reliability* Sistem Kondisi eksisting dan Perbaikan Skenario 4

Skenario	**Kondisi Eksisting**			**Kondisi Perbaikan**		
4	***Reliability Function***	**MTTF**	***Hazard Function***	***Reliability Function***	**MTTF**	***Hazard Function***
	$1{,}24\times10^{-3}$	1.287,45	$7{,}8\times10^{-4}$	$3{,}34\times10^{-3}$	1.501,2	$6{,}66\times10^{-4}$

Tabel 5.7 menunjukkan hasil *output* performansi *reliability* sistem mengalami peningkatan. Peningkatan performansi *reliability* sistem diantaranya adalah *reliability function* meningkat sebesar $2{,}1\times10^{-3}$ atau 169%, MTTF meningkat sebesar 213,73 jam atau 17%, dan *hazard function* menurun sebesar $1{,}11\times10^{-4}$ atau 14%.

5.4.5 Skenario 5: Menambah Satu Peralatan Baru dan Merubah ke dalam Struktur 2-*out-of*-3

Konfigurasi peralatan *Hemhydrate Slurry Pump* struktur *2*-out-of-*3* memiliki arti bahwa setidaknya dua peralatan tersebut harus dapat beroperasi setiap saat dan hanya terdapat satu kegagalan yang diperbolehkan. Dikarenakan peralatan tidak identik (mempunyai *failure rate* yang berbeda) yang berdistribusi eksponensial pada peralatan lama (P_1) memiliki *failure rate* 155×10^{-6} dan peralatan baru (P_2 & P_3) memiliki *failure rate* 2×10^{-5} maka kombinasi kejadian operasional dimungkinkan untuk keberhasilan sistem adalah:

1) Ketiga pompa dapat beroperasi
2) P_1 mengalami kegagalan sedangkan P_2 & P_3 terus beroperasi
3) P_2 mengalami kegagalan sedangkan P_1 & P_3 terus beroperasi
4) P_3 mengalami kegagalan sedangkan P_1 & P_2 terus beroperasi

Apabila skenario 4 diaplikasikan maka didapatkan performansi *reliability* sistem perbaikan yang dapat dilihat pada Tabel 5.8 berikut:

Tabel 5. 8 Performansi *Reliability* Sistem Kondisi eksisting dan Perbaikan Skenario 5

Skenario	**Kondisi Eksisting**			**Kondisi Perbaikan**		
5	***Reliability Function***	**MTTF**	***Hazard Function***	***Reliability Function***	**MTTF**	***Hazard Function***
	$1{,}24\times10^{-3}$	1.287,45	$7{,}8\times10^{-4}$	$2{,}7\times10^{-3}$	1.453,3	$6{,}88\times10^{-4}$

Tabel 5.8 menunjukkan hasil *output* performansi *reliability* sistem mengalami peningkatan. Peningkatan performansi *reliability* sistem diantaranya adalah *reliability function* meningkat sebesar $1{,}49\times10^{-3}$ atau 120%, MTTF meningkat sebesar 165,82 jam atau 13%, dan *hazard function* menurun sebesar $8{,}86\times10^{-5}$ atau 11%. Apabila dibandingkan dengan 4 skenario lainnya skenario 5 menghasilkan peningkatan performansi *reliability* sistem terendah. Hal ini dikarenakan terdapat kombinasi kejadian operasional bahwa setidaknya dua peralatan harus beroperasi agar sistem juga dapat beroperasi. Skenario 5 juga memiliki kekurangan yaitu biaya investasi pembelian aset dan biaya lainnya sama seperti skenario 4.

5.4.6 Skenario 6: Menambah Tiga Peralatan Baru dan Merubah ke dalam Struktur paralel

Penambahan peralatan baru tidak hanya untuk peralatan *Hemyhydrate Slurry Pump* (P-2341) namun juga untuk peralatan pada kondisi eksisting yang memiliki konfigurasi struktur seri. Peralatan tersebut adalah *Agitator of* TK-2345 (M-2345) dan No.1 H_2SiF_6 *Pump* (P-2345). Masing-masing penambahan peralatan baru tersebut adalah satu buah. *Failure rate* peralatan baru tersebut adalah 19×10^{-6} dan 22×10^{-6} per jam. Tingkat *failure rate* tersebut bersumber dari OREDA Handbook Edisi ke-9. Apabila skenario 6 diaplikasikan maka didapatkan performansi *reliability* sistem perbaikan yang dapat dilihat pada Tabel 5.9 berikut:

Tabel 5. 9 Performansi *Reliability* Sistem Kondisi eksisting dan Perbaikan Skenario 6

Skenario	**Kondisi Eksisting**			**Kondisi Perbaikan**		
6	***Reliability Function***	**MTTF**	***Hazard Function***	***Reliability Function***	**MTTF**	***Hazard Function***
	$1{,}24\times10^{-3}$	1.287,45	$7{,}8\times10^{-4}$	$6{,}1\times10^{-3}$	1.653,9	$6{,}05\times10^{-4}$

Tabel 5.9 menunjukkan hasil *output* performansi *reliability* sistem mengalami peningkatan. Peningkatan performansi *reliability* sistem diantaranya adalah *reliability function* meningkat sebesar $4{,}9\times10^{-3}$ atau 394%, MTTF meningkat sebesar 366,41 jam atau 28%, dan *hazard function* menurun sebesar $1{,}72\times10^{-4}$ atau 22%.

5.4.7 Skenario 7: Menambah Tiga Peralatan Baru dan Merubah ke dalam Struktur *Cold Standby Redundancy*

Konfigurasi struktur M-2345, P-2341, dan P-2345 pada kondisi eksisting adalah seri. Namun apabila konfigurasi ketiga peralatan tersebut dirubah strukturnya menjadi *cold standby redundancy* maka didapatkan performansi *reliability* sistem perbaikan yang dapat dilihat pada Tabel 5.10 berikut :

Tabel 5. 10 Performansi *Reliability* Sistem Kondisi eksisting dan Perbaikan Skenario 7

Skenario	**Kondisi Eksisting**			**Kondisi Perbaikan**		
7	***Reliability Function***	**MTTF**	***Hazard Function***	***Reliability Function***	**MTTF**	***Hazard Function***
	$1{,}24\times10^{-3}$	1.287,45	$7{,}8\times10^{-4}$	$7{,}1\times10^{-3}$	1.747,1	$5{,}72\times10^{-4}$

Tabel 5.10 menunjukkan hasil *output* peningkatan performansi *reliability* sistem diantaranya adalah *reliability function* meningkat sebesar $5{,}83\times10^{-3}$ atau 469%, MTTF meningkat sebesar 409,86 jam atau 32%, dan *hazard function* menurun sebesar $1{,}88\times10^{-4}$ atau 24%.

Peningkatan skenario 6 dan 7 memberikan peningkatan yang cukup signifikan apabila dibandingkan dengan skenario 3. Hal ini dikarenakan penambahan peralatan baru tidak hanya pada peralatan kritis namun juga untuk peralatan pada kondisi eksistingnya adalah serial. *Reliability* sistem seri selalu lebih rendah daripada *reliability* sistem *redundancy*. Alasannya yaitu pada konfigurasi sistem seri bila terjadi kegagalan 1 peralatan dapat menyebabkan kegagalan seluruh sistem sehingga persamaan matematika *reliability* sistem seri adalah perkalian *reliability* antar komponen di dalam sistem.

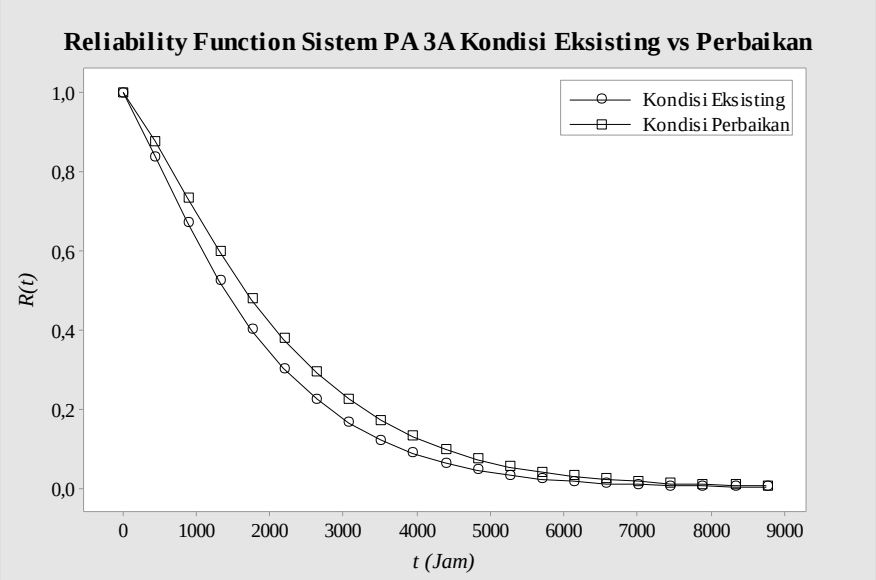
Namun skenario 6 dan 7 juga memiliki kelemahan bila dibandingkan dengan skenario 3 yaitu biaya. Biaya yang ditimbulkan akan cukup besar dikarenakan investasi tidak hanya pada pembelian 3 aset baru melainkan timbul biaya lainnya seperti biaya pemasangan (*set up*), biaya angkut, biaya asuransi, biaya tambahan pekerja, dll.

5.5 Kondisi Perbaikan Performansi *Reliability Sistem*

Perbaikan performansi *reliability* sistem dilakukan dengan menguji coba 7 skenario pada interval $t = 0$ sampai $t = 8760$ jam. Pemilihan skenario terbaik dilakukan dengan melihat perubahan performansi *reliability* yang signifikan dan hasil diskusi dengan Manajer Sub-departemen Reliability PA 3A. Berdasarkan uji coba terhadap skenario yang ada, skenario 3 merupakan skenario terbaik diantara 7 skenario lainnya. Hal ini dikarenakan skenario 3 sudah mendapat persetujuan Manajer Sub-departemen Reliability terkait kajian finansial secara intuitif. Skenario

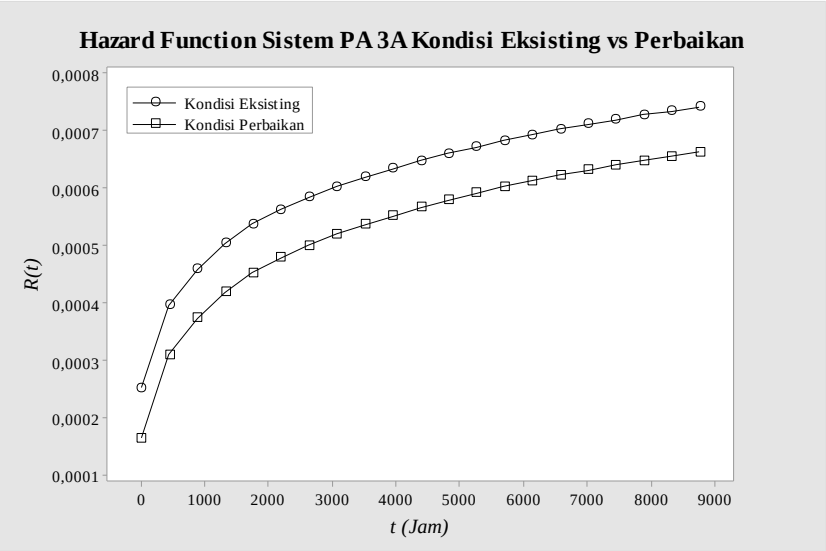
3 dilakukan dengan menambah satu peralatan dan merubah struktur yang semula adalah seri menjadi *cold standby redundancy* dengan asumsi *perfect switch* pada peralatan kritis.

Peningkatan performansi *reliability* sistem pada *reliability function* meningkat sebesar $3{,}51\times10^{-3}$ atau 282%. Kondisi perbaikan *reliability function* sistem pada waktu $t = 8760$ jam adalah $R(8760)=0{,}0048$ atau 0,48% di mana dalam waktu $t = 8760$ jam probabilitas sistem beroperasi sesuai dengan fungsinya sebesar 0,48%, selebihnya sistem berada pada kondisi gagal beroperasi. Hal ini dapat ditunjukkan pada grafik Gambar 5.4 tentang hasil *output* peningkatan *reliability function* antara kondisi eksisting dan kondisi perbaikan.



Gambar 5. 4 *Reliability Function* Sistem PA 3A Kondisi Eksisting vs Perbaikan

Peningkatan performansi *reliability* sistem lain seperti MTTF meningkat sebesar 293,08 jam setara 12,21 hari atau 23%. MTTF sistem meningkat menjadi 1.580,5 jam atau 65,86 hari di mana sistem akan mengalami kerusakan rata-rata setiap 1.580,5 jam sekali. Selain itu *hazard function* sistem juga mengalami penurunan sebesar $1{,}44\times10^{-4}$ atau 19%. *Hazard function* sistem menjadi $h(8760) = 6{,}33 \times 10^{-4}$, kelajuan kegagalan akan terus meningkat untuk $t > 8760$ jam. Hal ini dapat ditunjukkan pada grafik Gambar 5.5 tentang hasil *output* peningkatan *hazard function* antara kondisi eksisting dan kondisi perbaikan.

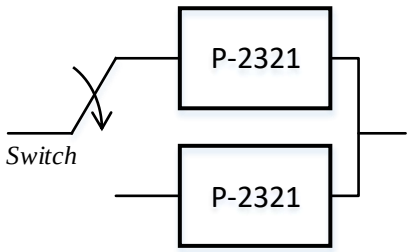


Gambar 5. 5 Hazard Function Sistem PA 3A Kondsi Eksisting Vs Perbaikan

Dengan adanya kenaikan *reliability function* sistem, Sub-departemen Reliability PA 3A dapat menentukan waktu optimum dalam kebijakan penggantian produk (*optimum age replacement policy*). Kenaikan performansi *reliability* sistem secara tidak langsung juga mempengaruhi aktivitas *maintenance plan* PA 3A. Salah satu aktivitas *maintenance plan* yaitu *preventive maintenance*. *Preventive maintenance* merupakan kegiatan perawatan dan pencegahan yang dilakukan untuk mencegah terjadinya kerusakan mesin atau peralatan. Salah satu pengukuran *reliability* yang digunakan untuk melakukan penjadwalan *preventive maintenance* adalah MTTF. MTTF sistem kondisi perbaikan nantinya dapat dijadikan sebagai input dalam menentukan interval pemeliharaan peralatan yang ada di Pabrik PA 3A. Nilai MTTF yang disebut *mean* (rata-rata) atau momen pertama dalam istilah stastik juga memiliki kelemahan yaitu nilai rata-rata sensitif terhadap *outlier* atau data yang memiliki variansi tinggi. Sedangkan nilai CVTTF sistem adalah 0,77 yang berarti variansi sistem lebih rendah dibandingkan dengan rata-rata. Jadi nilai MTTF *feasible* digunakan sebagai input untuk menentukan interval pemeliharaan peralatan yang ada di Pabrik PA 3A.

Skenario 3 merupakan skenario terbaik dikarenakan perubahan struktur peralatan yang semula adalah serial menjadi *cold standby redundancy*. Struktur *standby redundancy* lebih efektif dalam peningkatan performansi *reliability* sistem daripada struktur paralel dikarenakan struktur paralel selalu beroperasi untuk

berbagi beban dalam sistem dan mengambil beban secara otomatis apabila peralatan lain gagal. Namun, struktur peralatan dalam mode *standby* tidak memerlukan *sharing* beban dalam sistem dikarenakan peralatan tersebut tidak diberi daya sehingga tidak beroperasi sampai komponen tersebut diperlukan untuk menggantikan komponen lain apabila mengalami kegagalan. Selain itu, dalam sudut pandang biaya, struktur *standby redundancy* lebih hemat daripada membeli 3 peralatan baru dan merubah ke dalam struktur paralel seperti pada skenario 7. Alasannya adalah dalam struktur *standby* perusahaan hanya perlu membeli satu peralatan baru dan instalasi peralatan tersebut dalam mode *standby*. Maka struktur peralatan P-2321 atau *hemyhidrate slurry pump* pada Sub-sistem *Hemyhidrate Filter* menjadi seperti pada Gambar 5.6 berikut:



Gambar 5. 6 Perbaikan Struktur P-2321

Standby redundancy dapat diklasifikasikan sebagai *cold* dan *warm standby*. Pertimbangan perbaikan struktur menggunakan *cold standby* daripada *warm standby* dikarenakan peralatan pada struktur *cold standby* terlindung dari tekanan atau beban kerja terkait dengan operasi sistem; kemungkinan kegagalan dalam struktur *cold standby* sangat rendah dan dapat dianggap nol (Levitin, et al., 2014). Namun, peralatan tersebut membutuhkan *delay* waktu untuk beroperasi sebagai pengganti peralatan yang mengalami kegagalan. Oleh karena itu, klasifikasi *cold standby redundancy* dapat memberikan keandalan sistem yang lebih tinggi (Çekyay & Özekici, 2015). Selain itu dalam sudut pandang biaya, biaya pemeliharaan peralatan mode *hot standby* jauh lebih mahal daripada pemeliharaan peralatan mode *cold standby* dikarenakan peralatan tersebut menghabiskan lebih banyak energi dalam beroperasi. Alasan lainnya adalah dibutuhkan pengembangan studi lebih lanjut tentang formulasi matematis pendekatan *phase-type* pada klasifikasi *warm standby redundancy.*

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB 6
KESIMPULAN DAN SARAN

Pada bab ini akan dijelaskan mengenai kesimpulan dari hasil analisis dan pembahasan yang sesuai dengan tujuan penelitian. Selain itu juga diberikan saran untuk penelitian selanjutnya.

6.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan maka kesimpulan yang dapat diambil yaitu sebagai berikut:

1. Pendekatan distribusi *phase-type* menghasilkan fungsi *reliability* sistem yang digambarkan dalam bentuk grafik maupun matriks. Kondisi eksisting performansi *reliability* sistem PA 3A menggunakan pendekatan distribusi *phase-type* dan RBD menunjukkan kesamaan hasil perhitungan selama interval waktu $t = 0$ hingga $t = 8760$ jam yaitu *reliability function* sebesar 0,0017 atau 0,17%, MTTF sebesar 1.351 jam atau sekitar 56,3 hari, dan *hazard function* sebesar $7{,}4\times10^{-4}$. Perhitungan menggunakan pendekatan distribusi *phase-type* menghasilkan waktu komputasi yang lebih cepat dibandingkan metode RBD.
2. Penentuan sub-sistem dan peralatan yang kritis menggunakan *Birnbaum Importance Index* di mana penentuan komponen kritis didasarkan dari struktur, *reliability* komponen dan bersifat *time dependent*. Komponen kritis ditunjukkan berdasarkan komponen yang memiliki *importance index* tertinggi. Berdasarkan hasil perhitungan didapatkan bahwa sub-sistem kritis adalah Sub-sistem *Hemyhydrate Filter* dengan *importance index* sebesar $1{,}13\times10^{-2}$ dan peralatan yang kritis adalah *hemyhidrate slurry pump* dengan *importance index* sebesar 0,42.
3. Peningkatan *reliability* sistem dilakukan dengan uji sensitivitas terhadap 7 skenario pada peralatan *Hemyhidrate Slurry Pump*.

Skenario 3 merupakan skenario terbaik yaitu menambah satu peralatan baru dan merubah ke dalam struktur *cold standby redundancy*.

4. Berdasarkan hasil perbaikan struktur peralatan *hemyhidrate slurry pump* di Sub-sistem *Hemyhydrate Filter* dengan mengaplikasikan skenario 3 didapatkan performansi *reliability* sistem selama interval waktu $t = 0$ hingga $t = 8760$ jam yaitu *reliability function* sebesar 0,0048 atau 0,48%, MTTF sebesar 1.580,5 jam atau sekitar 65,86 hari, dan *hazard function* sebesar $6{,}33 \times 10^{-4}$.

6.2 Saran

Saran yang dapat dipertimabangkan untuk melakukan penelitian selanjutnya adalah sebagai berikut:

1. Mengembangkan pendekatan distribusi *phase-type* pada sistem *repairable*, struktur *reliability* komponen *network* (*bridge* dan *cross-links*), dan struktur *warm standby redundancy*.
2. Keputusan solusi perbaikan selain memerlukan kajian teknik *reliability* juga memerlkukan kajian finansial sehingga keputusan yang dibuat akan lebih komprehensif dan tepat.
3. Mengembangkan algoritma sturuktur *Kronecker* untuk mengurangi waktu komputasi perhitungan matriks dikarenakan representasi dimensi matriks distribusi *phase-type* meningkat secara eksponensial sehubungan dengan jumlah komponen.

DAFTAR PUSTAKA

Alkaff, A. & Qomarudin, M. N., 2020. Modeling and Analysis of System Reliability Using Phase-Type Distribution Closeure Properties. *Applied Stochastic Models in Business and Industry,* pp. 1-22.

Ardakan, M., Z, M., AZ, H. & A., E., 2017. Reliability optimization by considering time-dependent reliability for components. *Qual Reliab Eng Int.,* 8(33), pp. 1641-1654.

Assaf D, L. B., 1982. Closure of phase type distributions under operations arising in reliability theory. *Ann Probab.,* 1(10), pp. 265-269.

Bellman, R., 1997. *Introduction to matrix analysis.* Philadelphia: PA: Society for Industrial and Applied Mathematics.

Birnbaum, Z., 1969. On the importance of different components in a multicomponent systems, in Multivariate Analysis. *Academic Press,* Volume II, pp. 581-592.

Bobbio, A. & Premoli, A., 1982. Fast algorithm for unavailability and sensitivity analysis of series-parallel system. *IEEE Transactions on Reliability,* Volume R-31, pp. 359-361.

Bucholz, P., Kriege, J. & Felko, I., 2014. *Input Modelling with Phase-Type Distributions Markov Models Theory and Applications.* Heidelberg: SpringerBriefs in Mathematics.

Campbell, J. & Jardine, A., 2001. *Maintenance Excellence.* New York: Marcel Dekker, Inc..

Çekyay, B. & Özekici, S., 2015. Reliability, MTTF and Steady-state Availability Analysis of Systems with Exponential Lifetimes.. *Applied Mathematical Modelling,* Issue 39, pp. 284-296.

Daellenbach, H., McNickle, D. & Dye, S., 2012. *Management Science: Decision Making Through System Thinking.* s.l.:Macmillan International Higher Education.

Dhillon, B. S., 2006. *Maintainability, maintenance, and reliability for engineers.* s.l.:CRC Press.

Ebeling, E. C., 1997. *An Introduction to Reliability and Maintaiability Engineering.* Singapore: McGraw Hill.

Faddy, J., 1995. Phase-Type Distributions for Failure Times. *Mathematical Computer Modelling,* Volume 22, pp. 63-70.

Gharehpetian, G. B., 2017. Impact of Distributed Generation Integration on the Reliability of Power Distribution Systems. In: M. AlMuhaini, ed. *Distributed Generation System.* s.l.:Butterworth-Heinemann , pp. 453-508.

IEC 60050, 2001. *International Electrotechnical Vocabulary: Chapter 191: Dependability and Quality of Service.* s.l., IEC Standard No. 60050-191, 2nd edn..

Kelton, D. W., Sadowski, R. & Zupick, N., 2009. *Simulation with Arena.* New York: MC Graw Hill.

Kim, H. &. K. P., 2017. Reliability models for a nonrepairable system with heterogeneous components having a phase-type time-to-failre distribution. *Reliability Engineering & System Safety,* pp. 159, 37-46.

Kuo, W. a. R. W., 2007. Recent advances in optimal reliability allocation. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans,* pp. 143-156.

Levitin, G., Xing, L. & Dai, Y., 2014. Cold Vs. Hot Standby Mission Operation Cost Minimization for 1-out-of-N Systems. *European Journal of Operational Research,* Volume I, pp. 155-162.

Neuts, M. F., 1994. *Matrix-Geometric Solutions in Stochastic Models - An Algorithmic Approach.* New York, USA: Dover Publications, Inc..

Papoulis, A., 1965. *Probability, Random Variables and Stochastic Processes.* s.l.:McGraw Hill.

Participants, 2009. *O.R.E.D.A.* 5th ed. Norway: Det Norske Veritas (DNV).

Sbeity, I., Brenner, L., Plateau, B. & Stewart, W. J., 2008. Phase-type distributions in stochastic automata networks. *European Journal of Operational Research,* 186(3), pp. 1008-1028.

Trivedi, K., 2001. *Probability and Statistics with Reliability, Queueing and Computer Science Application.* 2nd ed. s.l.:John Wiley & Sons.

Trivedi, S. K. & Bobbio, A., 2017. *Reliability and Availability Engineering: Modeling, Analysis, and Applications.* USA: Cambridge University Press.

Ushakov, I. A., 1994. *Handbook of Reliability Engineering.* s.l.:John Wiley & Sons, Inc.

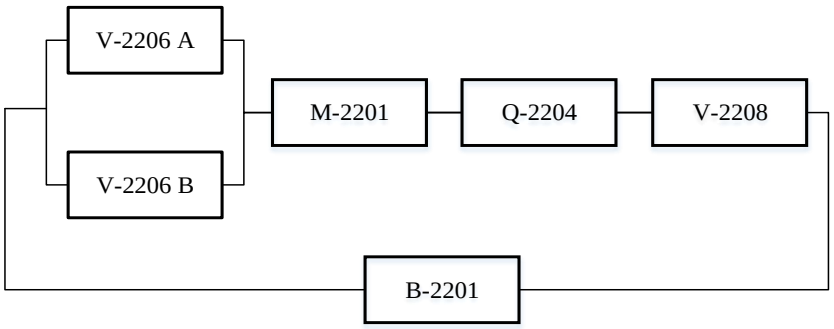
(Halaman ini sengaja dikosongkan)

LAMPIRAN 1

RBD SUB-SISTEM PA 3A

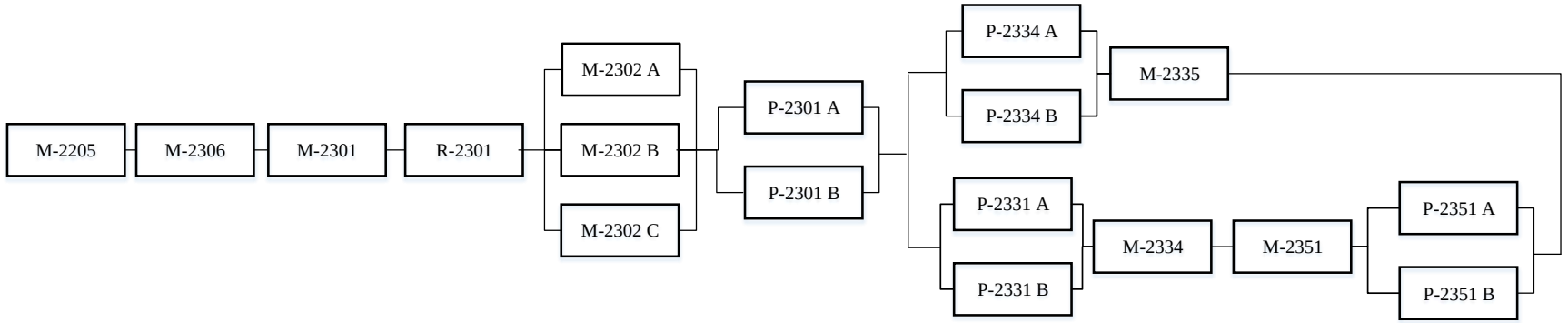
(*Halaman ini sengaja dikosongkan)*

1. Sub-sistem *Grinding*



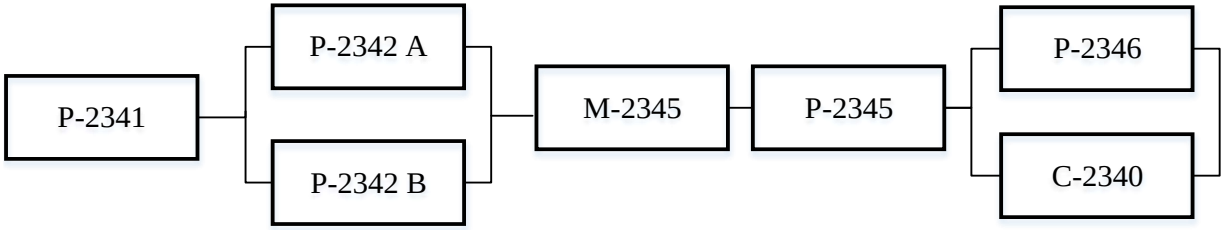
B-2201 FURNACE	M-2201 OVER SIZE ROCK CONVENYOR	Q-2204 BALL MILL	V-2206 A/B RAW ROCK ROTARY VALVE
V-2208 BAG FILTER ROTARY VALVE			

2. Sub-sistem *Hemyhidrate Reaction*



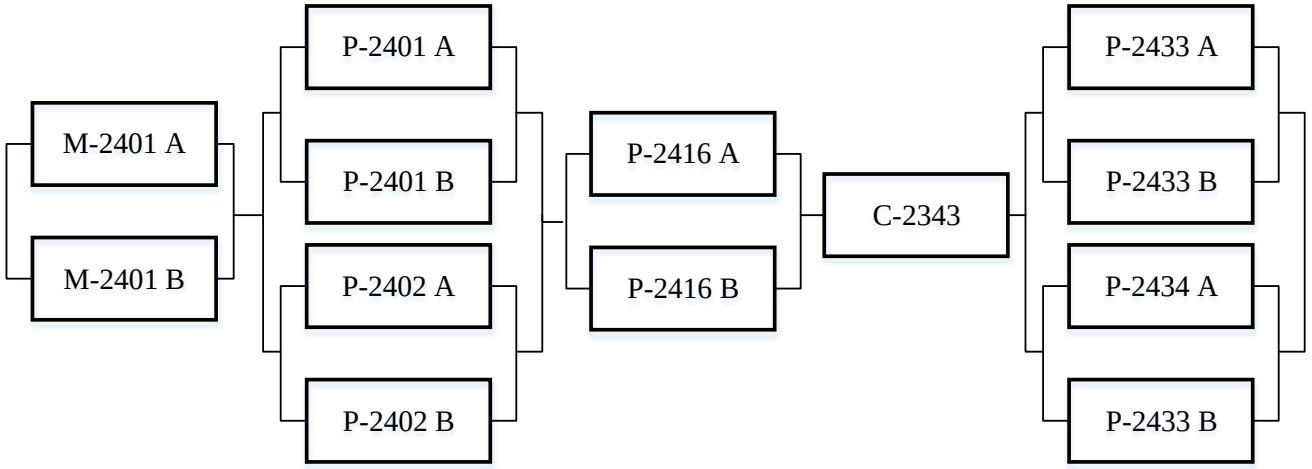
Fil-2321 No. 1 FILTER	M-2205 GROUND ROCK BUCKET ELEVATOR	M-2301 AGITATOR OF R-2301	M-2302 A AGITATOR OF R-2302A	M-2302 B/C AGITATOR OF R-2302B/C	M-2306 ROCK WEIGHER
M-2334 No. 1 FILTER CHUTE	M-2351 AGITATOR OF TK-2351	P-2301 A/B SUMP PUMP	P-2331 A/B FIRST FILTRATE PUMP	P-2334 A/B RETURN ACID PUMP	P-2351 A/B CONCENTRATOR FEED PUMP
R-2301 PREMIXER					

3. Sub-sistem *Hemyhidrate Filter*



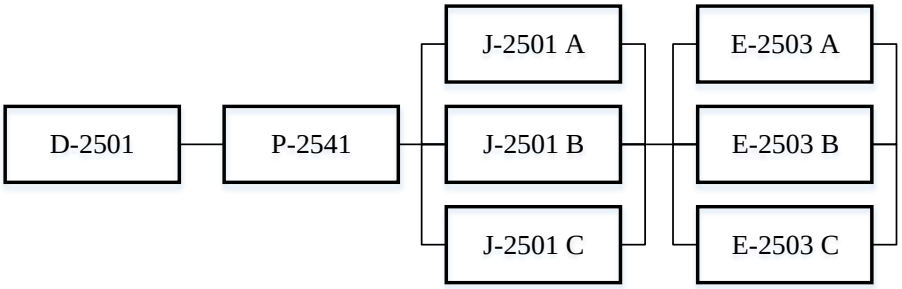
C-2340 NO. 3 VACUUM PUMP	M-2345 AGITATOR OF TK-2345	M-2346 AGITATOR OF TK-2346	P-2341 NO. 1 FUME SCRUBBER PUMP	P-2342 A/B NO. 2 FUME SCRUBBER PUMP	P-2345 No. 1 H2SiF6 PUMP
P-2346 SILICATE PUMP					

4. Sub-sistem *Hydration*



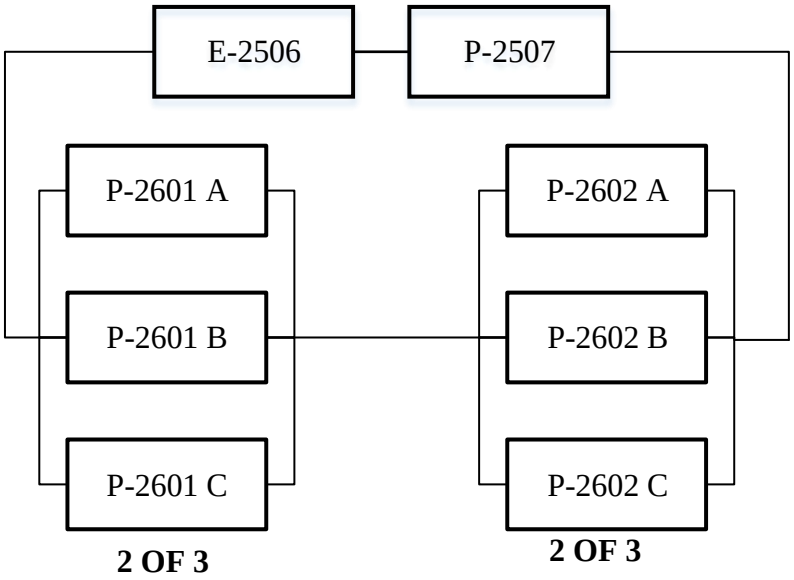
C-2343 VACCUM PUMP	M-2401 A AGITATOR OF R-2401A	M-2401 B AGITATOR OF R-2401B	P-2401 A/B DIHYDRATE SLURRY PUMP	P-2402 A/B DIHYDRATE RECYCLE PUMP	P-2416 A/B DIHYDRATE SLURRY PUMP
P-2433 A/B FIFTH FILTRATE PUMP	P-2434 A/B SPRAY ACID PUMP				

5. Sub-sistem *Dyhidrate Filter*



D-2501 VAPORIZER	E-2503 A/B/C PRE-CONDENSER	J-2501 A/B/C BOOSTER PUMP	P-2541 FLUORINE SCRUBBER PUMP

6. Sub-sistem Unit Konsentrasi



E-2506 DESUPER HEATER	P-2507 CONDENSATE PUMP	P-2601 A/B/C HOT WATER PUMP	P-2602 A/B/C COLD WATER PUMP

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

LAMPIRAN 2
FITTING DISTRIBUSI TTF
PERALATAN SUB-SISTEM

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

Sub-sistem *Hemyhidrate Reaction*		Fitting Distribusi	Parameter				Sumber
Kode mesin	Nama mesin		β	η	γ	λ	
M-2205	*Ground rock bucket elevator*	Eksponensial				57×10^{-6}	Oreda
M-2301	*Agitator of* R-2301	Eksponensial				3×10^{-5}	Oreda
M-2302 A	*Agitator of* R-2302 A	Eksponensial				12×10^{-4}	Histori kerusakan
M-2302 B	*Agitator of* R-2302 B	Weibull 2	1,3	717,1			Histori kerusakan
M-2302 C	*Agitator of* R-2302 C	Eksponensial				3×10^{-5}	Oreda
M-2306	*Rock Weigher*	Eksponensial				69×10^{-6}	Oreda
M-2334	*Agitator of* TK-2334	Eksponensial				4×10^{-5}	Oreda
M-2335	*Agitator of* TK-2335	Eksponensial				4×10^{-5}	Oreda
M-2351	*Agitator of* TK-2351	Eksponensial				4×10^{-5}	Oreda
P-2301 A	*Sump Pump*	Eksponensial				9×10^{-4}	Histori kerusakan
P-2301 B	*Sump Pump*	Eksponensial				102×10^{-6}	Oreda
P-2331 A	*First filtrate pump*	Weibull 2	1,04	771,5			Histori kerusakan
P-2331 B	*First filtrate pump*	Eksponensial				103×10^{-6}	Oreda
P-2334 A	*Return Acid pump*	Eksponensial				6×10^{-4}	Histori kerusakan
P-2334 B	*Return Acid pump*	Eksponensial				17×10^{-6}	Oreda
P-2351 A/B	*Concetrator feed pump*	Eksponensial				9×10^{-5}	Oreda
R-2301	*Premixer*	Eksponensial				23×10^{-6}	Histori kerusakan

Sub-sistem *Hemyhidrate Filter*		Fitting Distribusi	Parameter				Sumber
Kode mesin	Nama mesin		β	η	γ	λ	
C-2340	No.3 *Vacuum pump*	Eksponensial				70×10^{-6}	Oreda
M-2345	*Agitator of* TK-2345	Eksponensial				6×10^{-5}	Oreda

Sub-sistem *Hemyhidrate Filter*		Fitting Distribusi	Parameter				Sumber
Kode mesin	**Nama mesin**		β	η	γ	λ	
P-2341	*Hemhydrate Slurry Pump*	Eksponensial				155×10^{-6}	Oreda
P-2342 A	No.2 *fume scrubber pump*	Weibull 2	1,2	606,1			Histori Kerusakan
P-2342 B	No.2 *fume scrubber pump*	Eksponensial				32×10^{-6}	Oreda
P-2345	No. 1 H_2SiF_6 *pump*	Eksponensial				43×10^{-6}	Oreda

Sub-sistem *Hydration*		Fitting Distribusi	Parameter				Sumber
Kode mesin	**Nama mesin**		β	η	γ	λ	
C-2343	No.2 *vacuum pump*	Eksponensial				21×10^{-6}	Oreda
M-2401 A/B	*Agitator of* R-2401 A/B	Eksponensial				3×10^{-5}	Oreda
P-2401 A	*Dihydrate slurry pump*	Eksponensial				6×10^{-4}	Histori kerusakan
P-2401 B	*Dihydrate slurry pump*	Weibull 2	1,15	930,87			Histori kerusakan
P-2402 A	*Dihydrate recycle pump*	Eksponensial				9×10^{-4}	Histori kerusakan
P-2402 B	*Dihydrate recycle pump*	Eksponensial				81×10^{-6}	Oreda
P-2416 A/B	*Hot water pump*	Eksponensial				67×10^{-6}	Oreda
P-2433 A	*Fifth filtrate pump*	Eksponensial				12×10^{-4}	Histori kerusakan
P-2433 B	*Fifth filtrate pump*	Eksponensial				65×10^{-6}	Oreda
P-2434 A	*Spray acid pump*	Weibull 2	1,35	883,6			Histori kerusakan
P-2434 A/B	*Spray acid pump*	Eksponensial				77×10^{-6}	Oreda

Sub-sistem *Dyhidrate Filter*		Fitting Distribusi	Parameter				Sumber
Kode mesin	Nama mesin		β	η	γ	λ	
D-2501	*Vaporizer*	Eksponensial				47×10^{-6}	Oreda
E-2503 A	*Pre-condenser*	Eksponensial				55×10^{-6}	Oreda
E-2503 B/C	*Pre-condenser*	Eksponensial				32×10^{-6}	Oreda
J-2501 A	*Booster pump*	Eksponensial				4×10^{-4}	Histori kerusakan
J-2501 B	*Booster pump*	Weibull 2	1,47	704,4			Histori kerusakan
J-2501 C	*Booster pump*	Weibull 2	0,82	552,4			Histori kerusakan
P-2541	*Flourine scrubber pump*	Eksponensial				23×10^{-6}	Oreda

Sub-sistem Unit Konsentrasi		Fitting Distribusi	Parameter				Sumber
Kode mesin	Nama mesin		β	η	γ	λ	
E-2506	*Desuper heater*	Eksponensial				27×10^{-6}	Oreda
P-2507	*Condensate pump*	Eksponensial				39×10^{-6}	Oreda
P-2601 A	*Hot water pump*	Weibull 2	1,13	1020,2			Histori kerusakan
P-2601 B/C	*Hot water pump*	Eksponensial				67×10^{-6}	Oreda
P-2602 A	*Cold water pump*	Weibull 2	1,03	910,27			Histori kerusakan
P-2602 B/C	*Cold water pump*	Eksponensial				67×10^{-6}	Oreda

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

LAMPIRAN 3

FITTING DISTRIBUSI PHASE-TYPE

PERALATAN SUB-SISTEM

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

Sub-sistem *Hemyhidrate Reaction*		Distribusi	CVTTF	Kategori	Representasi Distribusi Phase-type
Kode	**Nama Peralatan**				
M-2205	*Ground Rock Bucket Elevator*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-73 \times 10^{-6}]$
M-2301	*Agitator of R-2301*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-5 \times 10^{-5}]$
M-2302 A	*Agitator of R-2302 A*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-12 \times 10^{-4}]$
M-2302 B	*Agitator of R-2302 B*	Weibull 2	0,78	IFR	$n = 2$ $\boldsymbol{a} = [0{,}7092 \quad 0{,}4878]$ $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -0{,}0067 & 0 \\ 0 & -0{,}0067 \end{bmatrix}$
M-2302 C	*Agitator of R-2302 C*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-3 \times 10^{-5}]$
M-2306	*Rock Weigher*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-69 \times 10^{-6}]$
M-2334	*Agitator of TK-2334*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-4 \times 10^{-5}]$

Sub-sistem *Hemyhidrate Reaction*		Distribusi	CVTTF	Kategori	Representasi Distribusi Phase-type
Kode	**Nama Peralatan**				
M-2335	*Agitator of TK-2335*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-4 \times 10^{-5}]$
M-2351	*Agitator of TK-2351*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-4 \times 10^{-5}]$
P-2301 A	*Sump Pump*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-9 \times 10^{-4}]$
P-2301 B	*Sump Pump*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-55 \times 10^{-6}]$
P-2331 A	*First Filtrate Pump*	Weibull 2	0,78	DFR	$n = 3$ $\boldsymbol{a} = [0{,}9255 \quad 0{,}0745 \quad 0]$ $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -0{,}0013 & 0 & 0 \\ 0 & -0{,}0042 & 0{,}0042 \\ 0 & 0 & -0{,}0042 \end{bmatrix}$
P-2331 B	*First Filtrate Pump*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-32 \times 10^{-6}]$
P-2334 A	*Return Acid Pump*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-6 \times 10^{-4}]$

Sub-sistem *Hemyhidrate Reaction*		Distribusi	CVTTF	Kategori	Representasi Distribusi Phase-type
Kode	**Nama Peralatan**				
P-2334 B	*Return Acid Pump*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{\alpha} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-17 \times 10^{-6}]$
P-2351 A	*Concentrator Feed Pump*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{\alpha} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-9 \times 10^{-5}]$
P-2351 B	*Concentrator Feed Pump*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{\alpha} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-9 \times 10^{-5}]$
R-2301	*Premixer*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{\alpha} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-23 \times 10^{-6}]$

Sub-sistem *Hemyhidrate Filter*		Distribusi	CVTTF	Kategori	Representasi Distribusi Phase-type
Kode	**Nama Peralatan**				
C-2340	*No. 3 Vacuum Pump*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{\alpha} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-7 \times 10^{-5}]$
M-2345	*Agitator of TK-2345*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{\alpha} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-7 \times 10^{-5}]$

Sub-sistem *Hemyhidrate Filter*		Distribusi	CVTTF	Kategori	Representasi Distribusi Phase-type
Kode	**Nama Peralatan**				
P-2341	*Hemhydrate Slurry Pump*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{\alpha} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-55 \times 10^{-6}]$
P-2342 A	*No. 2 Fume Scrubber Pump*	Weibull 2	1,3	CFR	$n = 4$ $\boldsymbol{\alpha} = [0{,}2354 \quad 0{,}4605 \quad 0{,}2400 \quad 0{,}0641]$ $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -0{,}0003 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0{,}0016 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0{,}0203 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0{,}5715 \end{bmatrix}$
P-2342 B	*No. 2 Fume Scrubber Pump*	Eksponensial	1	IFR	$n = 1$ $\boldsymbol{\alpha} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-32 \times 10^{-5}]$
P-2345	*No. 1 H2SiF6 Pump*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{\alpha} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-43 \times 10^{-6}]$

Sub-sistem *Hydration*		Distribusi	CVTTF	Kategori	Representasi Distribusi Phase-type
Kode	**Nama Peralatan**				
C-2343	*Vacuum Pump*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{\alpha} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-21 \times 10^{-6}]$

Sub-sistem *Hydration*		Distribusi	CVTTF	Kategori	Representasi Distribusi Phase-type
Kode	**Nama Peralatan**				
M-2401 A	*Agitator of R-2401 A*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-3 \times 10^{-5}]$
M-2401 B	*Agitator of R-2401 B*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-3 \times 10^{-5}]$
P-2401 A	*Dyhidrate Slurry Pump*	Weibull 2	1	DFR	$n = 5$ $\boldsymbol{a} = [0{,}2324 \quad 0{,}2430 \quad 0{,}2380 \quad 0{,}2561 \quad 0{,}0305]$ $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -0{,}0006 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0{,}0014 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0{,}0020 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0{,}0083 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0{,}4546 \end{bmatrix}$
P-2401 B	*Dyhidrate Slurry Pump*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-76 \times 10^{-6}]$
P-2402 A	*Dyhidrate Recycle Pump*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-9 \times 10^{-4}]$
P-2402 B	*Dyhidrate Recycle Pump*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-81 \times 10^{-6}]$

Sub-sistem *Hydration*		Distribusi	CVTTF	Kategori	Representasi Distribusi Phase-type
Kode	**Nama Peralatan**				
P-2416 A	*Hot Water Pump*	Eksponensial	0,75	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{\alpha} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-67 \times 10^{-6}]$
P-2416 B	*Hot Water Pump*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{\alpha} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-67 \times 10^{-6}]$
P-2433 A	*Fifth Filtrate Pump*	Weibull 2	0,9	DFR	$n = 2$ $\boldsymbol{\alpha} = [0{,}0698 \quad 0{,}0705]$ $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -0{,}0018 & 0 \\ 0 & -0{,}0018 \end{bmatrix}$
P-2433 B	*Fifth Filtrate Pump*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{\alpha} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-12 \times 10^{-4}]$
P-2434 A	*Spray Acid Pump*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{\alpha} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-103 \times 10^{-6}]$
P-2434 B	*Spray Acid Pump*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{\alpha} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-103 \times 10^{-6}]$

Sub-sistem *Dyhidrate Filter*		Distribusi	CVTTF	Kategori	Representasi Distribusi Phase-type
Kode	**Nama Peralatan**				
D-2501	*Vaporizer*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-47 \times 10^{-6}]$
E-2503 A	*Pre-Condenser*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-17 \times 10^{-4}]$
E-2503 B	*Pre-Condenser*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-32 \times 10^{-6}]$
E-2503 C	*Pre-Condenser*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-32 \times 10^{-6}]$
J-2501 A	*Booster Pump*	Weibull 2	0,69	IFR	$n = 3$ $\boldsymbol{a} = [0{,}3088 \quad 0{,}4224 \quad 0{,}2688]$ $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -0{,}0007 & 0 & 0 \\ 0 & -0{,}0017 & 0 \\ 0 & 0 & -0{,}0132 \end{bmatrix}$
J-2501 B	*Booster Pump*	Weibull 2	1	DFR	$n = 4$ $\boldsymbol{a} = [0{,}0312 \quad 0{,}0316 \quad 0{,}9373 \quad 0]$ $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -0{,}0026 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0{,}0026 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0{,}0031 & 0{,}0031 \\ 0 & 0 & 0 & -0{,}0031 \end{bmatrix}$

Sub-sistem *Dyhidrate Filter*		Distribusi	CVTTF	Kategori	Representasi Distribusi Phase-type
Kode	**Nama Peralatan**				
J-2501 C	*Booster Pump*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-55 \times 10^{-6}]$
P-2541	*Fluorine Scrubber Pump*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-23 \times 10^{-6}]$

Sub-sistem Unit Konsentrasi		Distribusi	CVTTF	Kategori	Representasi Distribusi Phase-type
Kode	**Nama Peralatan**				
E-2506	*Desuper Heater*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-27 \times 10^{-6}]$
P-2507	*Condensate Pump*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{a} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-39 \times 10^{-6}]$
P-2601 A	*Hot Water Pump*	Weibull 2	1	DFR	$n = 6$ $\boldsymbol{a} = [0{,}0368 \quad 0{,}3975 \quad 0{,}3913 \quad 0{,}1196 \quad 0{,}0548 \quad 0]$ $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -0{,}0001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0{,}0005 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0{,}0041 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0{,}1845 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0{,}0514 & 0{,}0514 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0{,}0514 \end{bmatrix}$

Sub-sistem Unit Konsentrasi		Distribusi	CVTTF	Kategori	Representasi Distribusi Phase-type
Kode	Nama Peralatan				
P-2601 B	*Hot Water Pump*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{\alpha} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-67 \times 10^{-6}]$
P-2601 C	*Hot Water Pump*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{\alpha} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-67 \times 10^{-6}]$
P-2602 A	*Cold Water Pump*	Weibull 2	0,7	IFR	$n = 2$ $\boldsymbol{\alpha} = [0{,}5122 \quad 0{,}4878]$ $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -0{,}0011 & 0 \\ 0 & -0{,}0011 \end{bmatrix}$
P-2602 B	*Cold Water Pump*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{\alpha} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-67 \times 10^{-6}]$
P-2602 C	*Cold Water Pump*	Eksponensial	1	CFR	$n = 1$ $\boldsymbol{\alpha} = [1]$ $\boldsymbol{A} = [-67 \times 10^{-6}]$

BIOGRAFI PENULIS

Penulis bernama lengkap Aisyah Nisrina Hamidah lahir di Sidoarjo, 30 Agustus 1997. Penulis merupakan anak pertama dari Bapak Agus Setiyawan dan Ibu Sri Widayati, S.Pd. Penulis telah menempuh pendidikan formal di SD Negeri Pucang 2 (2004 – 2010), SMP Negeri 1 Sidoarjo (2010 – 2013), SMA Negeri 1 Sidoarjo (2013 – 2016), dan Departemen Teknik Sistem dan Industri, Institut Teknologi Sepuluh November (2016 – 2020).

Selama perkuliahan, penulis aktif dalam berbagai organisasi kemahasiswaan di antaranya menjadi Pengurus Inti Divisi Humas IE Fair tahun 2017/2018 dan menjadi Staff Divisi Kemuslimahan Jamaah Masjid Manarul Ilmi tahun 2017/2018. Penulis juga aktif dalam berbagai kegiatan kepanitiaan diantaranya Liason Office dari Petroleum Integrated Days tahun 2017, Panitia Sie Acara pada ITS Edu Fair 2017, Panitia Sie Sponsor pada LSCAMP tahun 2018, dan Panitia Acara Training Arena tahun 2018. Penulis juga memenangkan Industrial Challenge (INCHALL) pada tahun 2019 yang merupakan kompetisi keilmuan Internasional Teknik Industri yang diperuntukkan bagi mahasiswa perguruan tinggi se-Asia.

Selain itu, penulis diamanahi menjadi Asisten Laboratorium Quantitative Modelling and Industrial Policy Analysis (Q-MIPA) Teknik Industri pada tahun 2018 hingga tahun 2020. Selama menjabat, penulis aktif dalam mengikuti berbagai kegiatan laboratorium seperti, Training Arena, Training Lingo, Training Matlab, dan Studi Ekskursi. Penulis juga pernah melakukan kerja praktek di FedEx, Jakarta sebagai Staff Magang Departemen Pricing selama 2 bulan pada tahun 2019 dan di Pertamina Lubricant, Gresik sebagai Staff Magang Quality Assurance selama 2 bulan pada tahun 2019.

Apabila ada pertanyaan atau membutuhkan informasi lebih lanjut mengenai penelitian ini, dapat menghubungi penulis melalui email aisyahnh076@gmail.com.