



**TUGAS AKHIR - KM184801**

**DESAIN KONTROL PADA SISTEM BANGUNAN  
BERTINGKAT  $n$  DENGAN MENGGUNAKAN  
METODE  $H_{\infty}$**

**YOVIA GALUH SALSABILLA  
NRP 0611164000085**

**Dosen Pembimbing :  
Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si**

**DEPARTEMEN MATEMATIKA  
Fakultas Sains dan Analitika Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
Surabaya 2020**





**FINAL PROJECT - KM184801**

***CONTROL DESIGN ON  $n$  STOREY BUILDING  
SYSTEM USING  $H_{\infty}$  METHOD***

**YOVIA GALUH SALSABILLA  
NRP 0611164000085**

**Supervisors :  
Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si**

**DEPARTEMENT OF MATHEMATICS  
Faculty of Science and Data Analytics  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
Surabaya 2020**



**LEMBAR PENGESAHAN**  
**DESAIN KONTROL PADA SISTEM BANGUNAN**  
**BERTINGKAT  $n$  DENGAN MENGGUNAKAN**  
**METODE  $H_\infty$**   
***CONTROL DESIGN ON  $n$  STOREY BUILDING***  
***SYSTEM USING  $H_\infty$  METHOD***  
**TUGAS AKHIR**

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat  
Untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika  
Pada bidang studi Matematika Terapan  
Program Studi S-1 Departemen Matematika  
Fakultas Sains dan Analitika Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh :  
YOVIA GALUH SALSABILLA  
NRP 06111640000085

Menyetujui,  
Dosen Pembimbing I,



Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si  
NIP. 19730930 199702 1 001

Mengetahui,

Kepala Departemen Matematika  
FSAD ITS



Subchan, Ph.D  
NIP. 19710513 199702 1 001  
Surabaya, 19 Agustus 2020



# **DESAIN KONTROL PADA SISTEM BANGUNAN BERTINGKAT N DENGAN MENGGUNAKAN METODE $H_\infty$**

Nama Mahasiswa : Yovia Galuh Salsabilla  
NRP : 0611164000085  
Departemen : Matematika  
Dosen Pembimbing : Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si

## **ABSTRAK**

Dalam dunia nyata, sistem sangat rentan terhadap gangguan eksternal sehingga desain kontrol untuk mencapai kekokohan sistem sangatlah dibutuhkan. Pada penelitian ini dilakukan desain kontrol  $H_\infty$  yang diaplikasikan pada sistem bangunan bertingkat  $n$ . Sistem bangunan bertingkat akan dibuat pemodelannya hingga tingkat  $n$  lalu akan diaplikasikan desain kontrol dengan harapan bahwa desain kontrol  $H_\infty$  tersebut dapat mengurangi kerusakan bangunan apabila terjadi gangguan eksternal

Berdasarkan hasil simulasi, diperoleh hasil bahwa kontrol  $H_\infty$  terbukti dapat mempercepat kestabilan sistem dan performansi sistem dengan kontrol jauh lebih baik daripada sistem tanpa kontrol. Hal ini ditunjukkan dengan grafik dari hasil simulasi dimana puncak sistem dengan kontrol selalu di bawah puncak dari sistem tanpa kontrol. Disamping itu, terlihat juga dari hasil simulasi bahwa norm sistem dengan kontrol lebih kecil daripada norm sistem tanpa kontrol sehingga efek gangguan yang diterima oleh sistem dengan kontrol lebih kecil, hal ini berarti bahwa sistem dengan kontrol lebih kokoh terhadap gangguan daripada sistem tanpa kontrol.

**Kata Kunci :** *Desain Kontrol, H-infinity, Bangunan Bertingkat*





# **CONTROL DESIGN ON $n$ STOREY BUILDING SYSTEM USING $H_\infty$ METHOD**

*Name* : Yovia Galuh Salsabilla  
*Student Number* : 06111640000085  
*Departement* : Mathematics  
*Supervisor* : Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si

## **ABSTRACT**

*In real life, systems are vulnerable to external disturbance so that control design to achieve robustness is needed. In this research,  $H_\infty$  control is applied to an  $n$  storey building system. Storey building system will be modeled to the  $n$ -th level and a control design will be applied to reduce building damage if external disturbance happens.*

*The simulation result shows that system with  $H_\infty$  control has better performance result than system without control. This is indicated by graph of the simulation result where the peak of the close loop system always below the peak of the open loop system. Beside that, the simulation result also shows that the norm of the close loop system is smaller than the norm of the open loop system, this means that the close loop system is more robust than the open loop system.*

**Keywords : Control Design,  $H$ -infinity, Storey Building**



## KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT atas rahmat dan hidayat-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir dengan judul **Desain Kontrol pada Sistem Bangunan Bertingkat  $n$  dengan Menggunakan Metode  $H_\infty$** . Penyusunan Tugas Akhir ini tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Subchan, Ph.D selaku kepala Departemen Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
2. Bapak Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si., M.Si selaku dosen pembimbing Tugas Akhir atas segala bimbingan, dukungan dan motivasi yang diberikan pada penulis.
3. Bapak Dr. Chairul Imron, M.I.Komp., Ibu Dian Winda Setyawati, S.Si., M.Si serta Ibu Dr. Dra. Mardijah, MT selaku dosen penguji atas semua saran dan masukan yang telah diberikan.
4. Bapak dan Ibu Dosen serta para Staf Tata Usaha Departemen Matematika ITS.
5. Keluarga penulis, terutama Ayah dan Ibu atas doa dan segala dukungan yang senantiasa diberikan kepada penulis.
6. Mbak Helisyah dan Mbak Hayu selaku kakak tingkat yang turut membantu penulis.
7. Febrian Tio yang telah menemani penulis di sela-sela kesibukannya.
8. Teman-teman mahasiswa dan seluruh pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang turut membantu dalam penyusunan Tugas Akhir ini.

Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih terdapat kekurangan dan kesalahan. Oleh sebab itu, penulis sangat mengharapkan kritik maupun saran yang membangun. Akhir kata, penulis berharap semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi banyak pihak.

Surabaya, Agustus 2020

Penulis

## DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN.....	v
ABSTRAK .....	vii
<i>ABSTRACT</i> .....	ix
KATA PENGANTAR.....	xi
DAFTAR ISI.....	xiii
DAFTAR GAMBAR.....	xv
DAFTAR SIMBOL .....	xix
BAB I PENDAHULUAN .....	1
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Batasan Masalah.....	3
1.4 Tujuan .....	3
1.5 Manfaat .....	3
1.6 Sistematika Penulisan.....	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA .....	5
2.1 Penelitian Terdahulu .....	5
2.2 Landasan Teori.....	6

BAB III METODE PENELITIAN .....	11
BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN .....	15
4.1 Sistem <i>Close Loop</i> .....	15
4.2 Kontrol $H_{\infty}$ pada bangunan bertingkat .....	16
4.3 Pemodelan Sistem Bangunan Bertingkat n .....	17
4.4 Simulasi.....	23
BAB V PENUTUP .....	45
5.1 Kesimpulan .....	45
5.2 Saran.....	46
DAFTAR PUSTAKA.....	47
LAMPIRAN .....	49
BIODATA PENULIS.....	57

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1. Konfigurasi kontrol umum $H_{\infty}$ .....	6
Gambar 2.2. Model struktur bangunan bertingkat n .....	10
Gambar 3.1. Diagram alir penelitian .....	13
Gambar 4.1. Sistem Mass Damping Spring pada bangunan bertingkat n .....	18
Gambar 4.2. Sistem bangunan bertingkat pada lantai 1 .....	19
Gambar 4.3. Sistem bangunan bertingkat pada lantai 2 .....	19
Gambar 4.4. Sistem bangunan bertingkat pada lantai 3 .....	20
Gambar 4.5. Sistem bangunan bertingkat pada lantai n .....	20
Gambar 4.6. Pergeseran posisi pada bangunan bertingkat 3 .....	29
Gambar 4.7. Kecepatan relatif pada lantai 1 .....	30
Gambar 4.8. Kecepatan relatif pada lantai 2 .....	30
Gambar 4.9. Kecepatan relatif pada lantai 3 .....	31
Gambar 4.10. Pergeseran posisi pada bangunan bertingkat 5 .....	39
Gambar 4.11. Kecepatan relatif pada lantai 1 .....	40
Gambar 4.12. Kecepatan relatif pada lantai 2 .....	41
Gambar 4.13. Kecepatan relatif pada lantai 3 .....	41
Gambar 4.14. Kecepatan relatif pada lantai 4 .....	42
Gambar 4.15. Kecepatan relatif pada lantai 5 .....	42





## DAFTAR TABEL

Tabel 4.1. Data bangunan bertingkat 3 .....	24
Tabel 4.2. Nilai eigen sistem awal .....	26
Tabel 4.3. Nilai eigen sistem dengan kontrol $H_{\infty}$ .....	28
Tabel 4.4. Data bangunan bertingkat 5 .....	32
Tabel 4.5. Nilai eigen sistem awal .....	35
Tabel 4.6. Nilai eigen sistem dengan kontrol $H_{\infty}$ .....	37



## DAFTAR SIMBOL

$T_{zw}$	: fungsi transfer sistem dari $w$ ke $z$
$\  \cdot \ $	: norm
$\gamma$	: gamma
$A_T, B_T, C_T, D_T$	: Matriks-matriks dari kontrol $H_\infty$
$A_{Cl}, B_{Cl}, C_{Cl}, D_{Cl}$	: Matriks-matriks sistem dengan kontrol $H_\infty$
$M$	: Matriks massa
$D$	: Matriks peredam
$K$	: Matriks koefisien kekakuan pegas



# BAB I

## PENDAHULUAN

Pada bab ini dibahas hal-hal yang menjadi latar belakang penulisan Tugas Akhir ini. Kemudian dari permasalahan tersebut dirumuskan beberapa rumusan masalah dan selanjutnya dijabarkan pula batasan masalah untuk memperoleh tujuan serta manfaat.

### 1.1 Latar Belakang

Perancangan bangunan, terutama bangunan bertingkat tinggi perlu diperhitungkan dari segala aspek, mulai dari aspek kekuatan struktur hingga keamanan dan keselamatan bangunan. Setiap bangunan dengan tingkat tertentu memiliki banyak risiko, salah satunya risiko terhadap dimana lokasi bangunan tersebut berdiri. Indonesia yang terletak di antara tiga lempeng tektonik dan juga berada di jalur *Ring of Fire* mengakibatkan tingginya intensitas aktivitas gunung berapi dan gempa bumi. Gempa bumi yang terjadinya tidak dapat diprediksi tersebut dapat menjadi salah satu penyebab kerusakan bahkan keruntuhan struktur bangunan. Maka dari itu, pembangunan berbagai infrastruktur harus direncanakan dengan baik agar risiko kerugian akibat gempa bumi dapat diminimalisir.

Sistem, termasuk sistem bangunan bertingkat sangat rentan terhadap gangguan eksternal sehingga desain kontrol robust menjadi sangat penting di dunia nyata [1]. Kontrol tersebut diperlukan untuk mendesain pengendali yang dapat menstabilkan sistem dan meningkatkan kinerja sistem jika sistem sudah stabil [2]. Desain kontrol robust merupakan desain kontrol yang memperhatikan kekokohan sistem. Salah satu metode desain kontrol robust yang dapat diterapkan pada sistem bangunan bertingkat adalah metode  $H_\infty$ . Adapun penelitian mengenai  $H_\infty$

*optimization* pada sistem kontrol diawali pada tahun 1979 oleh Zames yang melakukan minimisasi  $\infty$  – *norm* untuk fungsi sensitivitas pada sistem SISO.

Penelitian yang membahas tentang  $H_\infty$  salah satunya dilakukan oleh Shirdel yang pada tahun 2010 yang membandingkan keefektifan metode  $H_\infty$  dengan metode optimized-Linear Quadratic Regulation dengan hasil bahwa metode  $H_\infty$  lebih efektif dari metode lainnya [3]. Kemudian Hayu Martha Febrian dalam penelitiannya pada tahun 2018 yang berjudul “Kajian Desain Kontrol Sistem menggunakan Metode  $H_\infty$ ” mengkaji tentang langkah-langkah dalam melakukan desain kontrol  $H_\infty$  dan implementasinya dalam sistem [4].

Lalu terdapat juga beberapa penelitian tentang desain kontrol robust pada bangunan. Salah satunya adalah penelitian yang dilakukan oleh Schmitendorf pada tahun 1994 yang berjudul “*Robust Control Techniques for Building Under Seismic Excitation*” yang membahas tentang desain kontrol robust yang diaplikasikan pada bangunan rawan gempa [5]. Sementara itu, penelitian yang membahas tentang metode desain kontrol  $H_\infty$  pada bangunan pernah dilakukan oleh Rubio Massegu pada tahun 2012. Jurnal penelitian ini menyajikan tentang desentralisasi kontrol  $H_\infty$  untuk mengantisipasi kerusakan akibat guncangan gempa [6].

Berdasarkan latar belakang tersebut, pada Tugas Akhir ini akan dilakukan desain kontrol  $H_\infty$  yang diaplikasikan pada sistem bangunan bertingkat dengan harapan bahwa desain kontrol dengan menggunakan metode  $H_\infty$  tersebut dapat meminimalisir kerusakan bangunan bila terjadi gangguan eksternal seperti gempa bumi.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, penulis menuliskan beberapa rumusan masalah yang akan menjadi fokus utama dalam Tugas Akhir ini sebagai berikut.

1. Bagaimana model matematika dari struktur bangunan bertingkat  $n$ ?
2. Bagaimana desain kontrol  $H_\infty$  pada sistem bangunan bertingkat  $n$ ?
3. Bagaimana simulasi numerik dari desain kontrol  $H_\infty$  pada sistem bangunan bertingkat  $n$ ?

## 1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah yang digunakan dalam Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut.

1. Dalam penelitian ini akan digunakan model struktur bangunan yang akan dimodelkan hingga tingkat ke  $n$ .
2. Bentuk bangunan bertingkat tidak menjadi fokus utama dalam pemodelan matematika dari sistem bangunan bertingkat.
3. Letak korrroller tidak menjadi fokus utama dalam penerapan desain kontrol pada sistem bangunan.

## 1.4 Tujuan

Tujuan dari penelitian ini adalah.

1. Mendapatkan model matematika bangunan bertingkat- $n$ .
2. Mendapatkan desain kontrol  $H_\infty$  pada sistem bangunan bertingkat  $n$ .
3. Mengetahui simulasi numerik dari desain kontrol  $H_\infty$  pada sistem bangunan bertingkat  $n$ .

## 1.5 Manfaat

Adapun manfaat dari Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut.

1. Memberikan kontribusi untuk pengetahuan mengenai robust kontrol, khususnya metode kontrol  $H_\infty$
2. Memberi wawasan dan gambaran untuk pengambil kebijakan dari pembangunan bangunan bertingkat.

## **1.6 Sistematika Penulisan**

Tugas akhir ini terdiri dari lima bab dan lampiran. Secara garis besar dalam masing-masing bab dibahas hal-hal sebagai berikut :

### **BAB I PENDAHULUAN**

Pada bab I dijabarkan gambaran umum dari penulisan Tugas Akhir yang meliputi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat, dan sistematika penulisan.

### **BAB II TINJAUAN PUSTAKA**

Pada bab II dibahas tentang teori-teori yang terkait dengan permasalahan dalam Tugas Akhir ini.

### **BAB III METODE PENELITIAN**

Pada bab III dijelaskan metode yang digunakan serta tahapan-tahapan yang dilakukan dalam pengerjaan Tugas Akhir ini.

### **BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN**

Pada bab IV membahas mengenai pemodelan bangunan bertingkat n serta aplikasi desain kontrol pada bangunan bertingkat n.

### **BAB V PENUTUP**

Pada bab V berisi kesimpulan yang diperoleh dari hasil analisis dan pembahasan Tugas Akhir serta saran untuk penelitian selanjutnya.



## **BAB II**

### **TINJAUAN PUSTAKA**

Pada bab ini dibahas tinjauan pustaka yang mendasari penulisan Tugas Akhir serta metode penunjang yang digunakan dalam penelitian ini, yaitu didalamnya mencakup penelitian yang telah ada dan landasan teori.

#### **2.1 Penelitian Terdahulu**

Pada penelitian ini, penulis merujuk beberapa penelitian terdahulu yang sesuai dengan topik yang diambil. Penelitian yang mengkaji tentang desain kontrol  $H_\infty$  telah dilakukan oleh Hayu Martha Febrian pada tahun 2018 yang berjudul “Kajian Desain Kontrol Sistem menggunakan Metode  $H_\infty$ ”. Penelitian tersebut membahas tentang langkah-langkah untuk melakukan desain kontrol dan implementasinya pada sistem [4]. Lalu penelitian yang dilakukan oleh Shirdel pada tahun 2010 dengan judul “*Comparison of  $H_\infty$  and optimized-LQR controller in active suspension system*” membandingkan keefektifan metode  $H_\infty$  dengan metode *optimized-Linear Quadratic Regulation* dengan hasil bahwa metode *optimized-LQR* lebih baik daripada metode LQR. Namun, ternyata diperoleh hasil bahwa metode  $H_\infty$  merupakan metode dengan hasil yang terbaik [3].

Penelitian yang membahas tentang desain kontrol pada bangunan pernah dilakukan oleh Schmitendorf pada tahun 1994 yang berjudul “*Robust Control Techniques for Building Under Seismic Excitation*” membahas tentang desain kontrol robust yang diaplikasikan kepada struktur teknik sipil yang rawan gempa [5]. Dalam penelitian tersebut, desain kontrol robust disimulasikan untuk mengurangi respon bangunan terhadap gempa dengan hasil bahwa metode kontrol tersebut sangat efektif untuk mengurangi

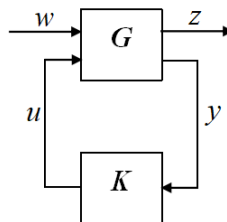
respon bangunan terhadap gempa dan hasilnya lebih baik daripada metode kontrol lain. Adapun penelitian yang dilakukan oleh Helisyah Nur Fadhilah pada tahun 2018 dengan judul “Desain Desentralisasi Pengontrol  $H_\infty$  pada Sistem Storey Building dengan Pendekatan Matrix Inequality” membahas tentang desentralisasi pengontrol  $H_\infty$  yang diaplikasikan pada sistem bangunan bertingkat lima. Pada tahapan awal dicari model matematika untuk bangunan bertingkat lima, kemudian dicari pengontrol  $H_\infty$  dan dilakukan desentralisasi kontrol [2].

Berdasarkan penelitian-penelitian terdahulu, maka pada penelitian ini akan dilakukan pemodelan bangunan bertingkat  $n$ , lalu kemudian diaplikasikan kontrol  $H_\infty$  pada sistem bangunan bertingkat  $n$  tersebut untuk mengurangi efek yang diterima bangunan jika terjadi suatu gangguan eksternal.

## 2.2 Landasan Teori

### 2.2.1 Kontrol $H_\infty$

Didefinisikan sistem kontrol  $H_\infty$  secara umum yang digambarkan dalam *block diagram* berikut [9].



**Gambar 2.1.** Konfigurasi kontrol umum  $H_\infty$

Diberikan pengontrol sebagai berikut

$$\begin{aligned} \dot{x}_k &= A_k \dot{x}_k + B_k y \\ u &= C_k \dot{x}_k + D_k y \end{aligned} \quad (2.2.1)$$

Realisasi *state space* dari *generalized plant*  $G$  dengan asumsi  $D_{22} = 0$  adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1w + B_2u \\ z &= C_1x + D_{11}w + D_{12}u \\ y &= C_2x + D_{21}w + D_{22}u \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

dengan  $x$  adalah vektor state,  $z$  merupakan output terkontrol,  $w$  merupakan input gangguan eksternal,  $y$  adalah hasil pengukuran, dan  $u$  adalah input kontrol.

Plant  $G$  memiliki dua input yaitu  $w$  dan  $u$  dan dua output yaitu  $z$  dan  $y$  dimana  $u$  dan  $y$  masing masing adalah input dan output dari sistem. Sementara  $w$  dan  $z$  masing-masing adalah input dan output dari luar sistem. Plant  $G$  dapat dinotasikan sebagai

$$G = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \quad (2.2.3)$$

*Generalized plant* sederhana memiliki beberapa asumsi sebagai berikut [9].

- i.  $(A, B_1)$  dapat dikendalikan dan  $(C_1, A)$  teramati.
- ii.  $(A, B_2)$  dapat distabilkan dan  $(C_2, A)$  teramati.
- iii.  $D_{12}^T [C_1 \ D_{12}] = [0 \ I]$
- iv.  $\begin{bmatrix} B_1 \\ D_{21} \end{bmatrix} D_{21}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$

Adapun tujuan dari kontrol optimal  $H_\infty$  adalah menentukan controller  $K$  yang dapat meminimumkan fungsi transfer sistem dari  $w$  ke  $z$  dalam  $\infty$ -norm.

**$H_\infty$  optimal kontrol:** Didapatkan semua pengontrol  $K$  sehingga  $\|T_{zw}\|_\infty$  minimum. [9]

$T_{zw}$  merupakan fungsi transfer dari  $w$  ke  $z$  yang akan diminimumkan dengan  $\infty$ -norm sesuai dengan definisi kontrol optimal  $H_\infty$ . Akan dicari  $T_{zw}$  sebagai berikut.

Dari *block diagram* pada gambar 2.1 dapat diketahui bahwa,

$$u = Ky \quad (2.2.4)$$

$$y = Gu \quad (2.2.5)$$

Dan kemudian dapat dibentuk fungsi transfer dari system sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} &= G(s) \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.2.6)$$

Persamaan (2.2.6) dapat diuraikan menjadi

$$z = G_{11}w + G_{12}u \quad (2.2.7)$$

$$y = G_{21}w + G_{22}u \quad (2.2.8)$$

Substitusi persamaan (2.2.4) ke persamaan (2.2.8) diperoleh

$$y = G_{21}w + G_{22}Ky \quad (2.2.9)$$

$$y - G_{22}Ky = G_{21}w \quad (2.2.10)$$

$$(I - G_{22}K)y = G_{21}w \quad (2.2.11)$$

$$y = (I - G_{22}K)^{-1}G_{21}w \quad (2.2.12)$$

Dari substitusi persamaan (2.2.4) ke persamaan (2.2.7) didapatkan

$$z = G_{11}w + G_{12}Ky \quad (2.2.13)$$

substitusi persamaan (2.2.12) ke persamaan (2.2.13)

$$z = G_{11}w + G_{12}K(I - G_{22}K)^{-1}G_{21}w \quad (2.2.14)$$

$$z = (G_{11} + G_{12}K(I - G_{22}K)^{-1}G_{21})w \quad (2.2.15)$$

$$T_{zw} = G_{11} + G_{12}K(I - G_{22}K)^{-1}G_{21} \quad (2.2.16)$$

Namun ternyata dalam praktiknya sulit untuk mendesain kontrol optimal  $H_\infty$  sehingga biasanya lebih mudah untuk mendesain kontrol sub optimal  $H_\infty$  [9].

**$H_\infty$  sub optimal kontrol:** Diberikan  $\gamma > 0$ , akan ditentukan pengontrol  $K$  sedemikian hingga  $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$ . [9]

Digunakan algoritma biseksi untuk mencari nilai  $\gamma$  terkecil sehingga diperoleh kontrol suboptimal yang mendekati kontrol optimal.

### 2.2.2 Norm $H_\infty$

Norm  $H_\infty$  didefinisikan sebagai [9]

$$\|G(s)\|_\infty = \sup_\omega \bar{\sigma}[G(j\omega)] \quad (2.2.17)$$

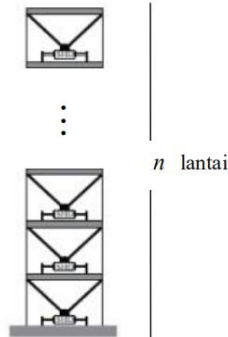
dengan  $\bar{\sigma}$  sebagai nilai singular terbesar. Norm  $H_\infty$  juga dapat diinterpretasikan sebagai

$$\|G(s)\|_\infty = \max_{w(t) \neq 0} \frac{\int_0^\infty z(t)^T z(t) dt}{\int_0^\infty w(t)^T w(t) dt} \quad (2.2.18)$$

dengan  $G(s)$  sebagai fungsi transfer sistem dari  $w$  ke  $z$ ,  $w$  adalah input sistem, dan  $z$  adalah output sistem. Norm  $H_\infty$  menggambarkan besarnya tingkat kekokohan controller yang telah didesain untuk menghadapi sinyal gangguan yang masuk ke sistem.

### 2.2.3 Model Storey Building

Penelitian Tugas Akhir ini menggunakan struktur bangunan yang akan dimodelkan hingga tingkat ke  $n$  yang disajikan pada gambar berikut [6].



**Gambar 2.2.** Model struktur bangunan bertingkat n

Jika dilakukan penurunan dari Hukum Newton II dimana  $\sum f = ma$  terhadap bangunan bertingkat maka persamaan dari sistem gerak bangunan pada gambar 2.1 dapat didefinisikan sebagai berikut [6].

$$M\ddot{q}(t) + C\dot{q}(t) + Kq(t) = B_0u(t) + Lw(t) \quad (2.2.19)$$

dengan  $q(t)$  adalah vektor perpindahan,  $u(t)$  adalah vektor gaya yang dikontrol, dan  $w(t)$  adalah vektor dari gangguan eksternal yang diakibatkan oleh gempa bumi. Serta  $M$ ,  $C$ , dan  $K$  masing masing adalah matriks dari massa, peredam, dan *stiffness* dari sistem.

Jika diasumsikan bahwa matriks  $M$  memiliki invers, maka persamaan (2.2.1) dapat dituliskan kembali menjadi [7].

$$\ddot{q}(t) + M^{-1}C\dot{q}(t) + M^{-1}Kq(t) = M^{-1}B_0u(t) + M^{-1}Lw(t) \quad (2.2.20)$$

dengan  $B_0$  merepresentasikan letak dari gaya yang akan dikontrol dan  $L$  merupakan matriks simulasi eksternal.

## **BAB III**

### **METODE PENELITIAN**

Pada bab ini dijelaskan mengenai langkah-langkah penelitian pada Tugas Akhir ini. Kemudian dijelaskan pula prosedur dalam pelaksanaan setiap langkah yang digunakan.

#### **1. Studi Literatur**

Pada tahap ini dilakukan studi referensi tentang desain kontrol dengan menggunakan metode  $H_\infty$ . Referensi yang digunakan adalah buku-buku, skripsi, thesis, dan berbagai paper dalam jurnal ilmiah yang berkaitan dengan topik penelitian ini.

#### **2. Tahap pembentukan model matematika.**

Pada penelitian Tugas Akhir ini akan dibentuk model matematika untuk bangunan bertingkat  $n$ . Dilakukan penurunan rumus berdasarkan konsep hukum Newton kedua untuk menurunkan persamaan dari pergerakan struktur bangunan bertingkat.

#### **3. Kontrol $H_\infty$**

Pada tahap ini, akan dilakukan desain kontrol untuk sistem bangunan bertingkat  $n$ . Akan dibentuk *generalized plant* atau sistem awal dengan mengobservasi gangguan serta input dan output baik dari dalam maupun dari luar sistem. Lalu akan dicari pengontrol  $K$  yang kemudian akan diterapkan ke sistem awal atau *generalized plant* sehingga akan diperoleh *close loop* sistem atau sistem dengan kontrol.

#### **4. Tahap simulasi dan analisa**

Setelah dilakukan pembentukan model dan pengumpulan data, pada tahap ini akan dilakukan simulasi dan analisa hasil. Hasil dari kontrol yang telah diterapkan pada sistem bangunan bertingkat akan dibuat simulasinya. Simulasi tersebut

dilakukan menggunakan software MATLAB serta kemudian dilakukan analisa terhadap hasil dari simulasi.

#### **5. Penarikan Kesimpulan**

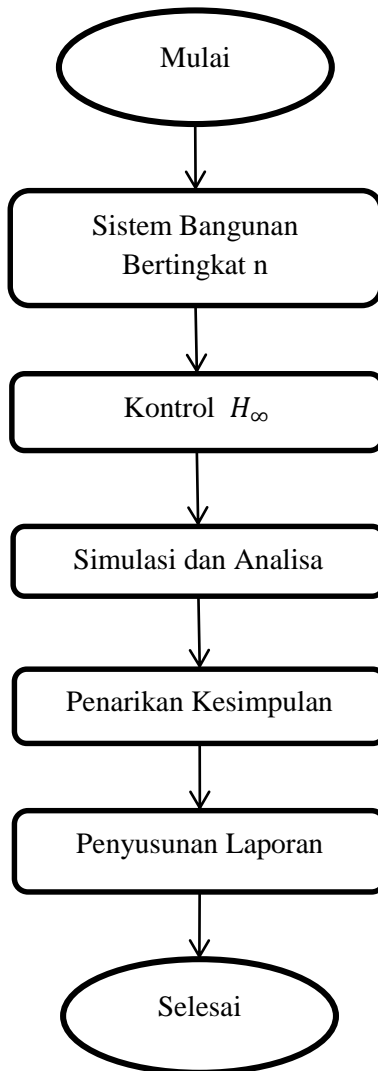
Pada tahap ini akan dilakukan penarikan kesimpulan berdasarkan hasil akhir yang diperoleh dari hasil simulasi.

#### **6. Penyusunan Laporan**

Setelah mendapat hasil akhir yang diinginkan, kemudian akan dibuat laporan akhir dari pengerjaan Tugas Akhir.

Diagram alir pengerjaan tugas akhir ini ditunjukkan pada Gambar 3.1.





**Gambar 3.1.** Diagram alir penelitian



## BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dibahas mengenai desain kontrol pada sistem bangunan bertingkat dengan menggunakan metode  $H_\infty$ . Pembahasan dimulai dari desain kontrol  $H_\infty$ , kemudian dilakukan penerapan desain kontrol  $H_\infty$  pada sistem bangunan, lalu setelah itu dilakukan simulasi menggunakan bantuan *software* MATLAB.

### 4.1 Sistem *Close Loop*

Untuk memperoleh sistem *close loop* atau sistem dengan kontrol, pengontrol pada persamaan (2.2.1) diterapkan ke sistem awal yaitu persamaan (2.2.2).

$$\begin{aligned}\dot{x}_k &= A_k x_k + B_k y \\ \dot{x}_k &= A_k x_k + B_k (C_2 x + D_{21} w) \\ \dot{x}_k &= A_k x_k + B_k C_2 x + B_k D_{21} w\end{aligned}\tag{4.1.1}$$

$$\begin{aligned}u &= C_k x_k + D_k y \\ u &= C_k x_k + D_k (C_2 x + D_{21} w) \\ u &= C_k x_k + D_k C_2 x + D_k D_{21} w\end{aligned}\tag{4.1.2}$$

Kemudian disubstitusikan persamaan (4.1.1) dan (4.1.2) ke persamaan (2.2.2) sehingga didapat persamaan untuk sistem dengan kontrol  $\dot{x}$  dengan  $x = \begin{bmatrix} x \\ x_k \end{bmatrix}$  dan  $z$  sebagai berikut

$$\begin{aligned}\dot{x}_c &= Ax + B_1 w + B_2 u \\ &= Ax + B_1 w + B_2 (C_k x_k + D_k C_2 x + D_k D_{21} w) \\ &= Ax + B_1 w + B_2 C_k x_k + B_2 D_k C_2 x + B_2 D_k D_{21} w \\ &= (A + B_2 D_k C_2) x + B_2 C_k x_k + (B_1 + B_2 D_k D_{21}) w\end{aligned}\tag{4.1.3}$$

$$\begin{aligned}z &= C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \\ &= C_1 x + D_{11} w + D_{12} C_k x_k + D_{12} D_k C_2 x + D_{12} D_k D_{21} w \\ &= (C_1 + D_{12} D_k C_2) x + D_{12} C_k x_k + (D_{11} + D_{12} D_k D_{21}) w\end{aligned}\tag{4.1.4}$$

Dari persamaan (4.1.1), persamaan (4.1.3) dan persamaan (4.1.4), dapat dibentuk matriks sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_k \\ z \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{cc|c} A + B_2 D_k C_2 & B_2 C_k & B_1 + B_2 D_k D_{21} \\ B_k C_2 & A_k & B_k D_{21} \\ \hline C_1 + D_{12} D_k C_2 & D_{12} C_k & D_{11} + D_{12} D_k D_{21} \end{array} \right] \begin{bmatrix} x \\ x_k \\ w \end{bmatrix} \quad (4.1.5)$$

Kemudian matriks pada persamaan (4.1.5) dapat ditulis kembali menjadi

$$G_C: \begin{bmatrix} \dot{x} \\ z \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{c|c} A_C & B_C \\ \hline C_C & D_C \end{array} \right] \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix} \quad (4.1.6)$$

Persamaan (4.1.6) dapat dituliskan kembali sebagai fungsi transfer sistem dari  $w$  ke  $z$  sebagai berikut

$$T_{zw}(s) = C_C(sI - A_C)^{-1} B_C + D_C \quad (4.1.7)$$

## 4.2 Kontrol $H_\infty$ pada bangunan bertingkat

Diberikan sistem pada persamaan (2.2.2) dan diberikan pengontrol  $H_\infty$  untuk sistem sebagai berikut.

$$\begin{cases} \dot{x}_T = A_T x_T + B_T y \\ u = C_T x_T + D_T y \end{cases} \quad (4.2.1)$$

Berdasarkan persamaan (4.2.1), kontrol  $H_\infty$  dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut

$$G_T = \left[ \begin{array}{c|c} A_T & B_T \\ \hline C_T & D_T \end{array} \right] \quad (4.2.2)$$

Pengontrol  $H_\infty$  pada persamaan (4.2.1) diterapkan ke sistem awal yaitu persamaan (2.2.2) sehingga didapat

$$\dot{x}_T = A_T x_T + B_T C_2 x + B_T D_{21} w \quad (4.2.3)$$

$$u = C_T x_T + D_T C_2 x + D_T D_{21} w \quad (4.2.4)$$

Kemudian persamaan (4.2.3) dan (4.2.4) disubstitusikan ke persamaan (2.2.2) sehingga didapat sistem dengan kontrol  $H_\infty$  sebagai berikut.

$$\begin{cases} \dot{x}_C = (A + B_2 G_T C_2) x_C + (B_1 + B_2 G_T D_{21}) w \\ z = (C_1 + D_{12} G_T C_2) x_C + (D_{11} + D_{12} G_T D_{21}) w \end{cases} \quad (4.2.5)$$

Persamaan (4.2.5) dapat ditulis kembali dalam bentuk matriks sebagai berikut

$$G_{Cl} = \left[ \begin{array}{c|c} A_{Cl} & B_{Cl} \\ \hline C_{Cl} & D_{Cl} \end{array} \right] \quad (4.2.6)$$

dengan

$$A_{Cl} = A + B_2 G_T C_2,$$

$$B_{Cl} = B_1 + B_2 G_T D_{21},$$

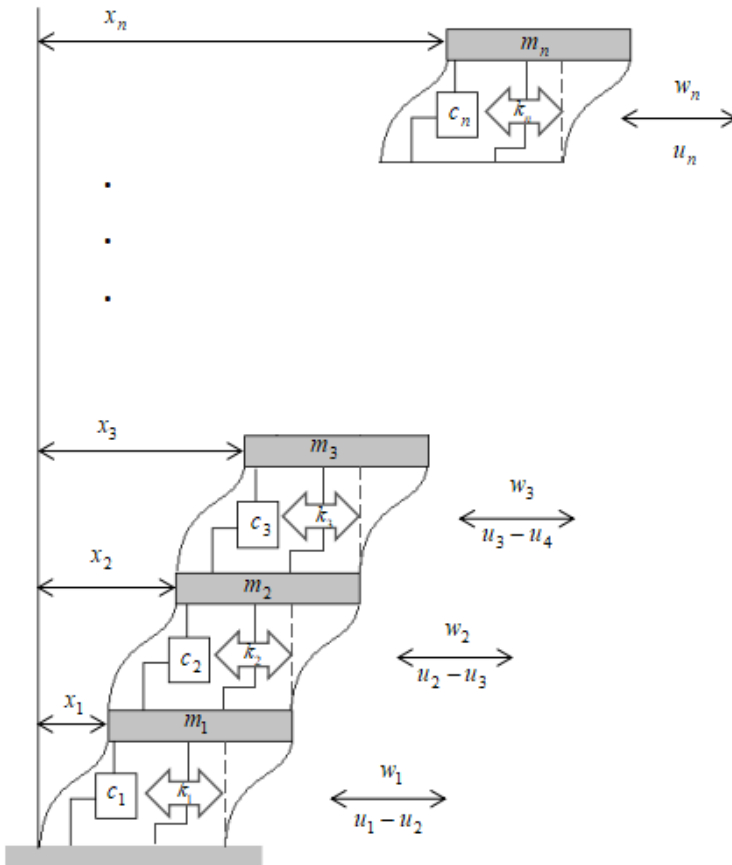
$$C_{Cl} = C_1 + D_{12} G_T C_2,$$

$$D_{Cl} = D_{11} + D_{12} G_T D_{21}.$$

### 4.3 Pemodelan Sistem Bangunan Bertingkat n

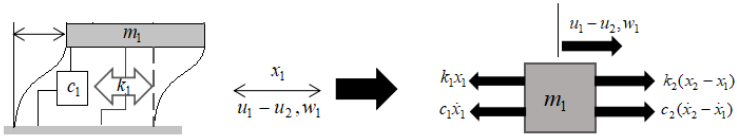
Berdasarkan ilustrasi model bangunan bertingkat n yang disajikan pada Gambar (4.1), dapat diketahui bahwa massa pada tiap-tiap tingkat saling berhubungan dan di setiap massa tersebut dipasang peredam dan pegas. Kontrol  $u$  didefinisikan sebagai kontrol kekuatan antar lantai yang saling berdekatan dengan memindahkan lantai di atas perangkat kontrol ke arah kiri dan memindahkan lantai di bawah perangkat kontrol ke arah kanan didefinisikan sebagai gaya kontrol positif. Selanjutnya dapat dijabarkan kontrol gaya pada masing-masing tingkat sebagai berikut.

- i. Kontrol gaya pada lantai 1 adalah  $u_1 - u_2$
- ii. Kontrol gaya pada lantai 2 adalah  $u_2 - u_3$
- iii. Kontrol gaya pada lantai 3 adalah  $u_3 - u_4$
- iv. Kontrol gaya pada lantai ke  $n$  adalah  $u_n$



**Gambar 4.1.** Sistem Mass Damping Spring pada bangunan bertingkat n

Ilustrasi model bangunan pada lantai 1 disajikan pada gambar berikut.

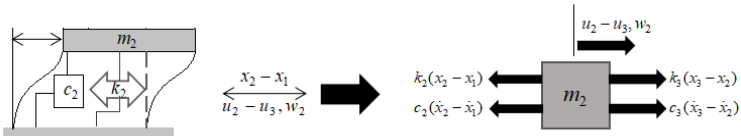


**Gambar 4.2.** Sistem bangunan bertingkat pada lantai 1

dengan menggunakan Hukum Newton II, dapat diturunkan sebuah persamaan dari Gambar (4.2) sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 F_1 &= m_1 \ddot{x}_1 \\
 u_1 - u_2 + w_1 + k_2(x_2 - x_1) + d_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_1x_1 - \\
 d_1\dot{x}_1 &= m_1 \ddot{x}_1 \\
 u_1 - u_2 + w_1 + k_2x_2 - k_2x_1 + d_2\dot{x}_2 - d_2\dot{x}_1 - k_1x_1 - \\
 d_1\dot{x}_1 &= m_1 \ddot{x}_1 \\
 m_1 \ddot{x}_1 + (d_1 + d_2)\dot{x}_1 - d_2\dot{x}_2 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2x_2 &= \\
 u_1 - u_2 + w_1 & \quad (4.3.1)
 \end{aligned}$$

Ilustrasi model bangunan pada lantai 2 disajikan pada gambar berikut.



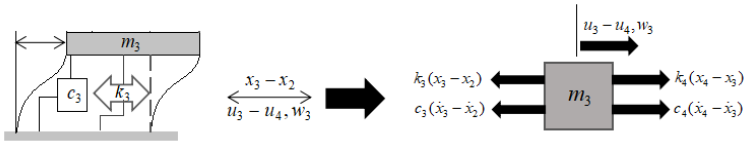
**Gambar 4.3.** Sistem bangunan bertingkat pada lantai 2

dengan menggunakan Hukum Newton II dapat diturunkan persamaan dari Gambar (4.3) sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 F_2 &= m_2 \ddot{x}_2 \\
 u_2 - u_3 + w_2 + k_3(x_3 - x_2) + d_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) - k_2(x_2 - x_1) - \\
 d_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) &= m_2 \ddot{x}_2 \\
 u_2 - u_3 + w_2 + k_3x_3 - k_3x_2 + d_3\dot{x}_3 - d_3\dot{x}_2 - k_2x_2 - k_2x_1 - \\
 d_2\dot{x}_2 - d_2\dot{x}_1 &= m_2 \ddot{x}_2
 \end{aligned}$$

$$m_2\ddot{x}_2 - d_2\dot{x}_1 + (d_2 + d_3)\dot{x}_2 - d_3\dot{x}_3 - k_2x_1 + (k_2 + k_3)x_2 - k_3x_3 = u_2 - u_3 + w_2 \quad (4.3.2)$$

Ilustrasi model bangunan pada lantai 3 disajikan pada gambar berikut.

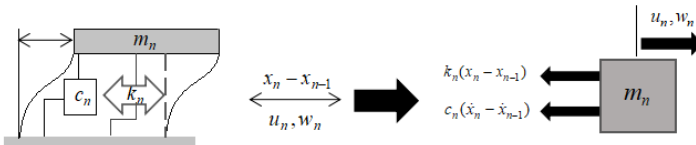


**Gambar 4.4.** Sistem bangunan bertingkat pada lantai 3

dengan menggunakan Hukum Newton II dapat diturunkan persamaan dari Gambar (4.4) sebagai berikut.

$$\begin{aligned} F_3 &= m_3\ddot{x}_3 \\ u_3 - u_4 + w_3 + k_4(x_4 - x_3) + d_4(\dot{x}_4 - \dot{x}_3) - k_3(x_3 - x_2) - d_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) &= m_3\ddot{x}_3 \\ u_3 - u_4 + w_3 + k_4x_4 - k_4x_3 + d_4\dot{x}_4 - d_4\dot{x}_3 - k_3x_3 - k_3x_2 - d_3\dot{x}_3 - d_3\dot{x}_2 &= m_3\ddot{x}_3 \\ m_3\ddot{x}_3 - d_3\dot{x}_2 + (d_3 + d_4)\dot{x}_3 - d_4\dot{x}_4 - k_3x_2 + (k_3 + k_4)x_3 - k_4x_4 &= u_3 - u_4 + w_3 \end{aligned} \quad (4.3.3)$$

Ilustrasi model bangunan pada lantai ke  $n$  disajikan pada gambar berikut.



**Gambar 4.5.** Sistem bangunan bertingkat pada lantai  $n$

dengan menggunakan Hukum Newton II dapat diturunkan persamaan dari Gambar (4.5) sebagai berikut.



$$\begin{aligned}
F_n &= m_n \ddot{x}_n \\
u_n + w_n - k_n(x_n - x_{n-1}) - d_n(\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}) &= m_n \ddot{x}_n \\
u_n + w_n - k_n x_n + k_n x_{n-1} - d_n \dot{x}_n + d_n \dot{x}_{n-1} &= m_n \ddot{x}_n \\
m_n \ddot{x}_n - d_n \dot{x}_{n-1} + d_n \dot{x}_n - k_n x_{n-1} + k_n x_n &= u_n + w_n \quad (4.3.4)
\end{aligned}$$

Dan diperoleh pula persamaan untuk lantai ke  $i$  sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
F_i &= m_i \ddot{x}_i \\
u_i - u_{i+1} + w_1 + k_{i+1}(x_{i+1} - x_i) + d_{i+1}(\dot{x}_{i+1} - \dot{x}_i) - \\
k_i(x_i - x_{i-1}) - d_i(\dot{x}_i - \dot{x}_{i-1}) &= m_i \ddot{x}_i \\
u_i - u_{i+1} + w_i + k_{i+1}x_{i+1} - k_{i+1}x_i + d_{i+1}\dot{x}_{i+1} - \\
d_{i+1}\dot{x}_i - k_ix_i - k_ix_{i-1} - d_i\dot{x}_i - d_i\dot{x}_{i-1} &= m_i \ddot{x}_i \\
m_i \ddot{x}_i - d_i \dot{x}_{i-1} + (d_i + d_{i+1})\dot{x}_i - d_{i+1}\dot{x}_{i+1} - k_ix_{i-1} + \\
(k_i + k_{i+1})x_i - k_{i+1}x_{i+1} &= u_i - u_{i+1} + w_i \quad (4.3.5)
\end{aligned}$$

dengan  $i = 1, 2, \dots, n - 1$

Dari persamaan (4.3.1)-(4.3.5), didapatkan matriks massa, peredam, dan koefisien kekakuan pegas yang dapat dituliskan sebagai berikut:

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & 0 & m_i & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & m_n \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (4.3.6)$$

$$D = \begin{bmatrix} d_1 + d_2 & -d_2 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ -d_2 & d_2 + d_3 & -d_3 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -d_3 & d_3 + d_4 & \ddots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & -d_n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -d_n & d_n \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (4.3.7)$$

$$K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & \ddots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & -k_n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_n & k_n \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (4.3.8)$$

Diketahui matriks  $B_0$  yang merupakan matriks lokasi dari kontrol gaya dan matriks  $L$  sebagai vektor yang merepresentasikan letak gangguan yang dapat ditulis sebagai berikut.

$$B_0 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.3.9)$$

$$L = -M[1 \quad 1 \quad 1 \quad \cdots \quad 1]^T \quad (4.3.10)$$

Persamaan (2.2.19) akan diturunkan menjadi persamaan diferensial orde satu dengan memisalkan

$$\begin{aligned} X &= x_i \\ \dot{X} &= \dot{x}_i \end{aligned} \quad (4.3.11)$$

dengan  $x_i$  adalah pergeseran bangunan pada lantai ke- $i$  dan  $\dot{x}_i$  adalah kecepatan pergeseran bangunan pada lantai ke- $i$ .

Diasumsikan matriks  $M$  mempunyai invers, maka jika persamaan (4.3.11) disubstitusikan ke persamaan (2.2.20) diperoleh

$$\begin{aligned} \dot{X} &= \dot{X} \\ \ddot{X} &= -M^{-1}KX - M^{-1}D\dot{X} + M^{-1}Lw + M^{-1}B_0 \end{aligned}$$

Kemudian dapat dibentuk persamaan matriks sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \ddot{X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ \dot{X} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -M^{-1}L \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} 0 \\ -M^{-1}B_0 \end{bmatrix} u \quad (4.3.12)$$

Persamaan (4.3.12) merupakan model dari sistem gedung bertingkat  $n$ . Dimisalkan jika diambil  $i = 5$  (gedung bertingkat 5), maka didapat matriks  $X$  dan matriks  $\dot{X}$  sebagai berikut

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}, \quad \dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix}$$

Persamaan (4.3.12) dapat dituliskan kembali sebagai

$$\dot{x} = Ax + B_1w + B_2u \quad (4.3.13)$$

dengan  $A = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ -M^{-1}K & -M^{-1}D \end{bmatrix}$  merupakan matriks sistem yang berukuran  $2n \times 2n$ ,  $B_1 = \begin{bmatrix} 0_{n \times 1} \\ -M^{-1}L \end{bmatrix}$  sebagai matriks gangguan, dan  $B_2 = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ -M^{-1}B_0 \end{bmatrix}$  sebagai matriks kontrol.

Lalu didefinisikan  $C_1$ ,  $C_2$ , dan  $D_{12}$  sebagai berikut.

$$C_1 = \begin{bmatrix} I_{2n \times 2n} \\ 0_{n \times 2n} \end{bmatrix} \quad (4.3.14)$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (4.3.15)$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0_{2n \times n} \\ I_{n \times n} \end{bmatrix} \quad (4.3.16)$$

Kemudian  $D_{11}$ ,  $D_{21}$ , dan  $D_{22}$  adalah matriks nol dengan ukuran yang bersesuaian.

#### 4.4 Simulasi

Dalam subbab ini ini akan dibahas mengenai simulasi dari penerapan desain kontrol pada bangunan bertingkat  $n$  menggunakan metode  $H_\infty$  dan selanjutnya akan dilakukan analisa

dari hasil simulasi. Untuk simulasi, diambil dua contoh kasus dari sistem bangunan bertingkat.

### Contoh kasus 1: sistem bangunan bertingkat 3

Nilai-nilai parameter massa, peredam, dan koefisien kekakuan pegas dari bangunan bertingkat 3 disajikan dalam tabel berikut.

**Tabel 4.1.** Data bangunan bertingkat 3

Lantai ke-	Massa	Peredam	Koefisien Kekakuan Pegas	Lantai yang terhubung
1	2100	3675	1262450	0-1
2	2100	10500	2607500	1-2
3	2100	10500	2607500	2-3

dengan satuan massa dalam  $Kg$ , koefisien peredam dalam  $Ns/m$ , dan koefisien kekakuan pegas dalam  $N/m$ .

Kemudian data pada Tabel (4.1) disubstitusikan ke persamaan (4.3.6)-(4.3.8) sehingga didapatkan matriks  $M$ ,  $D$ , dan  $K$  sebagai berikut

$$M = \begin{bmatrix} 2100 & 0 & 0 \\ 0 & 2100 & 0 \\ 0 & 0 & 2100 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 14175 & -10500 & 0 \\ -10500 & 21000 & -10500 \\ 0 & -10500 & 10500 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 3869950 & -2607500 & 0 \\ -2607500 & 5215000 & -2607500 \\ 0 & -2607500 & 2607500 \end{bmatrix}$$

Dilakukan substitusi parameter ke sehingga didapatkan matriks  $A$ ,  $B_1$ , dan  $B_2$  sebagai berikut.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1842,8 & 1241,7 & 0 & -6,75 & 5 & 0 \\ 1241,7 & -2483,3 & 1241,7 & 5 & -10 & 5 \\ 0 & 1241,7 & -1241,7 & 0 & 5 & -5 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0,00047619 & -0,00047619 & 0 \\ 0 & 0,00047619 & -0,00047619 \\ 0 & 0 & 0,00047619 \end{bmatrix}$$

Dan diperoleh matriks  $C_1$ ,  $C_2$ , dan  $D_{12}$  sebagai berikut.

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Dapat dihitung nilai eigen dari sistem awal seperti yang disajikan pada tabel berikut

**Tabel 4.2.** Nilai eigen sistem awal

Nilai eigen
$-7.6624 + 61.535i$
$-7.6624 - 61.535i$
$-2.9671 + 39.497i$
$-2.9671 - 39.497i$
$-0.24558 + 12.393i$
$-0.24558 - 12.393i$

Berdasarkan nilai eigen yang telah diperoleh pada Tabel (4.2), terlihat bahwa sistem awal memiliki sifat stabil. Kemudian berdasarkan hasil perhitungan pada MATLAB, didapat  $rank M_C = 6$ , dari rank matriks keterkontrolan tersebut dapat disimpulkan pula bahwa sistem awal memiliki sifat terkontrol.

Setelah mengetahui sifat-sifat sistem, selanjutnya ditentukan kontrol sistem dengan menggunakan metode  $H_\infty$  dengan bantuan *toolbox hinflmi* pada MATLAB. Setelah dibentuk sistem awal dengan menggabungkan semua *input* dan *output* dari sistem,

*toolbox hinflmi* pada MATLAB akan menentukan pengontrol yang sesuai dengan sistem yang terbentuk sehingga konsep suboptimal  $H_\infty$  terpenuhi. Sehingga dari hasil simulasi diperoleh kontrol dengan bentuk sebagai berikut:

$$G_T = \left[ \begin{array}{c|c} A_T & B_T \\ \hline C_T & D_T \end{array} \right]$$

dengan

$$A_{T_{6 \times 6}} =$$

$$\left[ \begin{array}{cccc} -65337 & -2500,8 & -44821 & \dots \\ -15164 & -62738 & -9606,3 & \dots \\ -66379 & -5606 & -45719 & \dots \\ -12149 & 80956 & -9436,2 & \dots \\ -42103 & 1,2508e + 05 & -30669 & \dots \\ -1,5656e + 05 & 3,2207e + 05 & -1,1207e + 05 & \dots \end{array} \right],$$

$$B_T = \left[ \begin{array}{ccc} 3,4037e + 05 & -49950 & -73172 \\ -37098 & -63156 & 17423 \\ -7,1768e + 05 & -49093 & -68084 \\ 2,3194e + 05 & 60130 & -56776 \\ -6,2421e + 05 & 77353 & -1,1267e + 05 \\ -7,0503e + 05 & 1,6121e + 05 & -3,4801e + 05 \end{array} \right],$$

$$C_{T_{3 \times 6}} = \left[ \begin{array}{ccc} 4,0712e + 05 & 70489 & 1,4191e + 05 & \dots \\ 83411 & -72358 & 6,0671e + 05 & \dots \\ 1,9013e + 05 & -71519 & 2,7951e + 05 & \dots \end{array} \right],$$

$$D_T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Selanjutnya, kontrol  $G_T$  yang telah diperoleh diaplikasikan ke sistem awal yaitu persamaan (4.3.12) sehingga diperoleh sistem dengan kontrol  $H_\infty$  yang nilai eigennya disajikan dalam Tabel (4.3) sebagai berikut.

**Tabel 4.3.** Nilai eigen sistem dengan kontrol  $H_\infty$ 

Nilai eigen
$-1,0753e + 05 + 01$
$-67323 + 0i$
$-37291 + 0i$
$-1644,4 + 0i$
$-740,53 + 0i$
$-2,635 + 0i$
$-21,852 + 37,09i$
$-21,852 - 37,09i$
$-68,131 + 30,421i$
$-68,131 - 30,421i$
$-40,418 + 16,483i$
$-40,418 - 16,483i$

Berdasarkan nilai eigen pada Tabel (4.3), disimpulkan bahwa sistem dengan kontrol  $H_\infty$  merupakan sistem yang stabil. Dengan hasil perhitungan, diperoleh nilai suboptimal  $\gamma = 0,76878$ . Dapat diketahui pula bahwa konsep suboptimal kontrol  $H_\infty$  terpenuhi dimana  $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$  dengan norm sistem dengan kontrol sebesar 0,7656. Didapat juga norm sistem awal sebesar 4,47133. Karena nilai norm sistem dengan kontrol lebih kecil daripada norm sistem awal, maka efek gangguan yang diterima sistem dengan kontrol lebih kecil daripada sistem tanpa kontrol sehingga diperoleh hasil bahwa sistem dengan kontrol lebih kokoh daripada sistem awal. Dan terlihat pula dari nilai norm tersebut bahwa kontrol  $H_\infty$

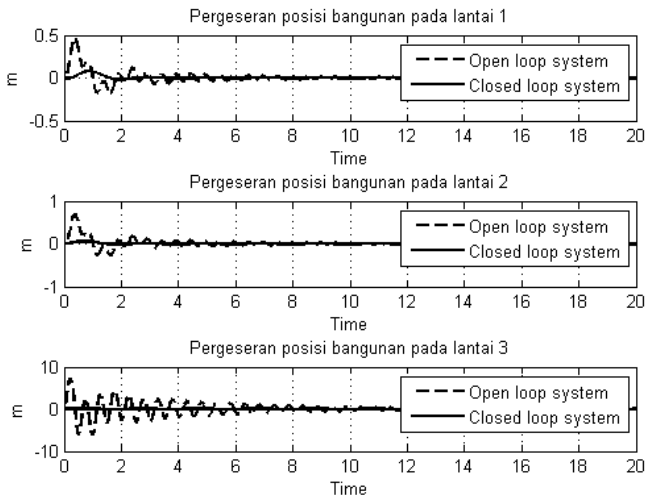


menjamin tingkat kekokohan bangunan bertingkat 3 sebesar 17,12%.

Dalam simulasi ini diberikan gangguan sebagai berikut.

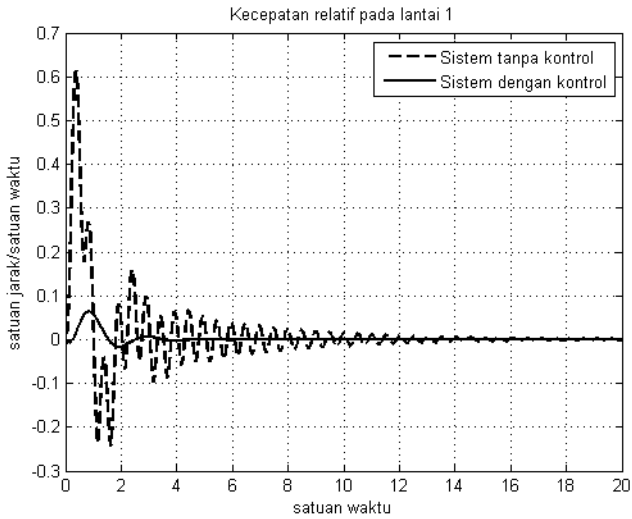
$$w = 10^2 e^{-t} \sin(\pi t)$$

Hasil dari simulasi pada sistem bangunan bertingkat 3 disajikan pada gambar berikut.

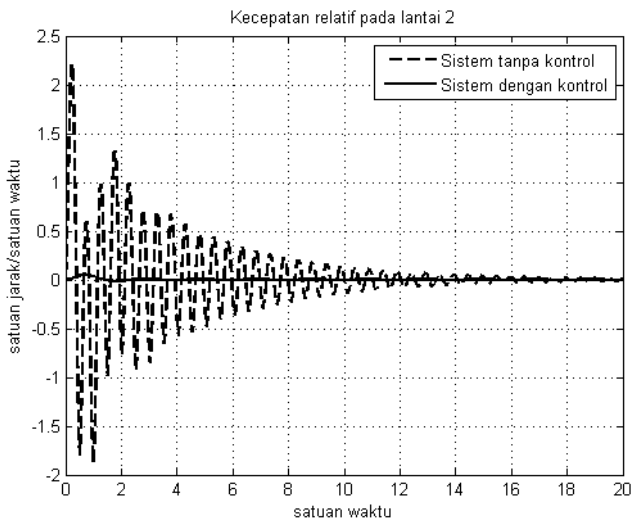


**Gambar 4.6.** Pergeseran posisi pada bangunan bertingkat 3

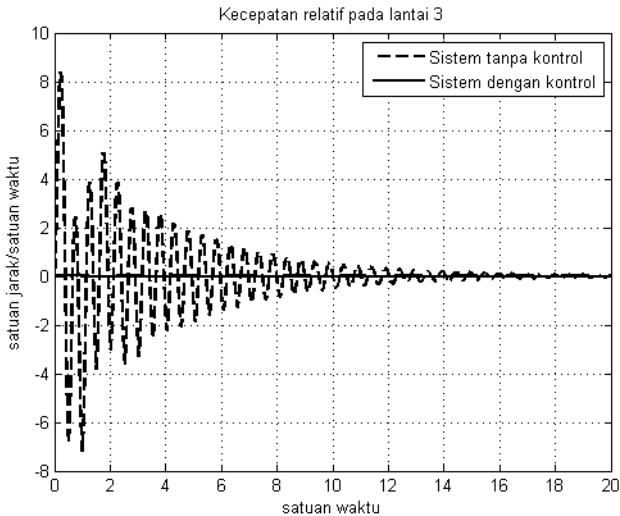
Pada Gambar (4.6), terlihat bahwa pergeseran posisi sistem dengan kontrol selalu lebih kecil daripada sistem tanpa kontrol dan grafik dari sistem dengan kontrol di tiap-tiap lantai lebih cepat menuju 0 daripada sistem tanpa kontrol.



**Gambar 4.7.** Kecepatan relatif pada lantai 1



**Gambar 4.8.** Kecepatan relatif pada lantai 2



**Gambar 4.9.** Kecepatan relatif pada lantai 3

Dari hasil simulasi pada sistem bangunan bertingkat 3, diperoleh perbandingan gambaran antara sistem tanpa kontrol dengan sistem yang telah diberi kontrol  $H_{\infty}$ . Pada Gambar (4.7)- Gambar (4.9) terlihat bahwa puncak dari sistem dengan kontrol selalu di bawah puncak sistem tanpa kontrol dan kestabilan sistem dengan kontrol lebih cepat menuju 0 daripada sistem tanpa kontrol.

### **Contoh kasus 2: bangunan bertingkat 5**

Nilai-nilai parameter dari bangunan bertingkat 5 disajikan pada tabel berikut.

**Tabel 4.4.** Data bangunan bertingkat 5

Lantai ke-	Massa	Nilai peredam	Koefisien Kekakuan Pegas	Lantai yang terhubung
1	$215,2 \times 10^3$	$419,3 \times 10^3$	$147 \times 10^6$	0-1
2	$209,2 \times 10^3$	$231,1 \times 10^3$	$113 \times 10^6$	1-2
3	$207,0 \times 10^3$	$202,5 \times 10^3$	$99 \times 10^6$	2-3
4	$204,8 \times 10^3$	$182,0 \times 10^3$	$89 \times 10^6$	3-4
5	$266,1 \times 10^3$	$171,8 \times 10^3$	$84 \times 10^6$	4-5

dengan satuan massa dalam  $Kg$ , koefisien peredam dalam  $Kg/m$ , dan koefisien kekakuan pegas dalam  $N/m$ .

Kemudian data pada Tabel (4.4) disubstitusikan ke persamaan (4.3.6)-(4.3.8) sehingga didapatkan matriks  $M$ ,  $D$ , dan  $K$  sebagai berikut

$$M = 10^3 \times \begin{bmatrix} 215,2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 209,2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 207,0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 204,8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 266,1 \end{bmatrix}$$

$$D = 10^3 \times \begin{bmatrix} 650,4 & -231,1 & 0 & 0 & 0 \\ -231,1 & 433,6 & -202,5 & 0 & 0 \\ 0 & -202,5 & 384,5 & -182,0 & 0 \\ 0 & 0 & -182,0 & 353,8 & -171,8 \\ 0 & 0 & 0 & -171,8 & 171,8 \end{bmatrix}$$

$$K = 10^6 \times \begin{bmatrix} 260 & -113 & 0 & 0 & 0 \\ -113 & 212 & -99 & 0 & 0 \\ 0 & -99 & 188 & -89 & 0 \\ 0 & 0 & -89 & 173 & -84 \\ 0 & 0 & 0 & -84 & 84 \end{bmatrix}$$

Dilakukan substitusi parameter ke sehingga didapatkan matriks  $A$ ,  $B_1$ , dan  $B_2$  sebagai berikut.

$$A_{10 \times 10} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ -1208,2 & 525,09 & 0 & 0 & \dots \\ 540,15 & -1013,4 & 473,23 & 0 & \dots \\ 0 & 478,26 & -908,21 & 429,95 & \dots \\ 0 & 0 & 434,57 & -844,73 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 315,67 & \dots \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$B_{2_{10 \times 5}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0,046468 & -0,046468 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0,047801 & -0,047801 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0,048309 & -0,048309 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0,048828 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \end{bmatrix}$$



$$D_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Dapat dihitung nilai eigen dari sistem awal seperti yang disajikan pada tabel berikut

**Tabel 4.5.** Nilai eigen sistem awal

Nilai eigen
$-1.9427 + 42.513i$
$-1.9427 - 42.513i$
$-1.4337 + 36.398i$
$-1.4337 - 36.398i$
$-0.88569 + 28.216i$
$-0.88569 - 28.216i$
$-0.35557 + 17.744i$
$-0.35557 - 17.744i$
$-0.045071 + 6.3346i$
$-0.045071 - 6.3346i$

Berdasarkan nilai eigen yang telah diperoleh pada Tabel (4.5), terlihat bahwa sistem awal memiliki sifat stabil. Kemudian berdasarkan hasil perhitungan pada MATLAB, didapat  $rank M_C = 10$ , dari rank matriks keterkontrolan tersebut dapat disimpulkan pula bahwa sistem awal memiliki sifat terkontrol.

Setelah mengetahui sifat-sifat sistem, selanjutnya ditentukan kontrol sistem dengan menggunakan metode  $H_\infty$  dengan bantuan *toolbox hinflmi* pada MATLAB. Setelah dibentuk sistem awal dengan menggabungkan semua *input* dan *output* dari sistem, *toolbox hinflmi* pada MATLAB akan menentukan pengontrol yang sesuai dengan sistem yang terbentuk sehingga konsep suboptimal  $H_\infty$  terpenuhi. Sehingga dari hasil simulasi diperoleh kontrol dengan bentuk sebagai berikut:

$$G_T = \left[ \begin{array}{c|c} A_T & B_T \\ \hline C_T & D_T \end{array} \right]$$

dengan

$$A_{T_{10 \times 10}} = \begin{bmatrix} -4599,7 & -4838,5 & -1121,3 & \dots \\ 7821,8 & -7003,5 & 4611,6 & \dots \\ -8730,9 & -3618,1 & -2978,1 & \dots \\ 77651 & 27219 & 2042,9 & \dots \\ 1,4728e + 05 & 43245 & 19173 & \dots \\ -2,9472e + 06 & -1,189e + 05 & 44582 & \dots \\ -1,5734e + 06 & -6,495e + 05 & 33585 & \dots \\ -1,8689e + 06 & -7,4725e + 05 & 19792 & \dots \\ -1,4011e + 06 & -5,534e + 05 & 13582 & \dots \\ 1,6752e + 05 & 78518 & -2889,1 & \dots \end{bmatrix},$$



$$\begin{aligned}
 B_{T_{10 \times 5}} &= \begin{bmatrix} -7,7717e + 06 & 1,6737e + 05 & 9863,6 & \dots \\ -9,1918e + 06 & 2,149e + 05 & -4444,5 & \dots \\ -4,3622e + 06 & 60615 & 12215 & \dots \\ -8,2795e + 06 & 4,5481e + 05 & -62551 & \dots \\ -3,1864e + 07 & 1,134e + 06 & -1,1247e + 06 & \dots \\ 1,4703e + 07 & -1,2055e + 07 & 2,5393e + 06 & \dots \\ 4,2408e + 06 & -6,34e + 06 & 1,3496e + 06 & \dots \\ -9,8944e + 05 & -7,3802e + 06 & 1,6248e + 06 & \dots \\ 9,7874e + 06 & -5,7196e + 06 & 1,2122e + 06 & \dots \\ 1,4244e + 07 & 3,7052e + 05 & -1,527e + 05 & \dots \end{bmatrix}, \\
 C_{T_{5 \times 10}} &= \begin{bmatrix} -6017,9 & 5337,4 & -9590,8 & 13484 & \dots \\ 12156 & -5540,5 & 1926 & 9923,8 & \dots \\ -9172,7 & -7306,2 & 14268 & -3200,6 & \dots \\ 3200,5 & 15116 & 4585,2 & -16963 & \dots \\ 61,129 & -9151,3 & -16339 & -20808 & \dots \end{bmatrix}, \\
 D_{T_{5 \times 5}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

Kontrol  $G_T$  yang telah diperoleh diaplikasikan ke sistem awal yaitu persamaan (4.3.12) sehingga diperoleh sistem dengan kontrol  $H_\infty$  yang nilai eigennya disajikan dalam Tabel (4.6) sebagai berikut.

**Tabel 4.6.** Nilai eigen sistem dengan kontrol  $H_\infty$

Nilai eigen
$-1.0979e + 06 + 0i$
$-6.7361e + 05 + 0i$
$-16643 + 0i$

$-6655.2 + 0i$
$-3533.6 + 0i$
$-260.65 + 0i$
$-123.41 + 0i$
$-2.0194 + 42.511i$
$-2.0194 - 42.511i$
$-1.5173 + 36.396i$
$-1.5173 - 36.396i$
$-0.96282 + 28.215i$
$-0.96282 - 28.215i$
$-16.637 + 22.635i$
$-16.637 - 22.635i$
$-0.42643 + 17.743i$
$-0.42643 - 17.743i$
$-0.13631 + 6.3333i$
$-0.13631 - 6.3333i$
$-1.5049 + 0i$

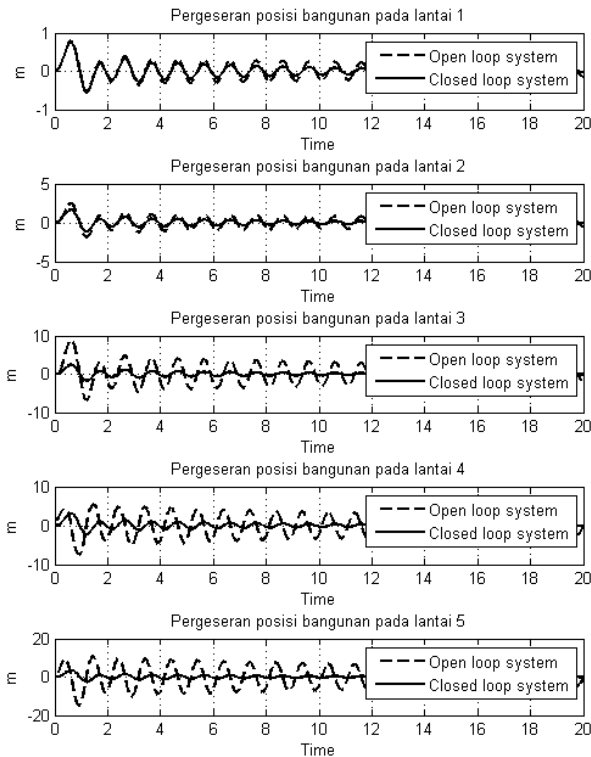
Berdasarkan nilai eigen pada Tabel (4.6), disimpulkan bahwa sistem dengan kontrol  $H_\infty$  merupakan sistem yang stabil. Dengan hasil perhitungan, diperoleh nilai suboptimal  $\gamma = 12,855308$  dan dapat diketahui pula bahwa konsep suboptimal kontrol  $H_\infty$  terpenuhi dimana  $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$  dengan norm sistem dengan kontrol sebesar 12,85383. Didapat juga norm sistem awal sebesar 28,29480. Karena nilai norm sistem dengan kontrol lebih kecil daripada norm sistem awal, maka efek gangguan yang diterima sistem dengan kontrol lebih kecil daripada sistem tanpa kontrol sehingga diperoleh hasil bahwa sistem dengan kontrol lebih kokoh daripada sistem awal. Dan terlihat pula dari nilai norm tersebut

bahwa kontrol  $H_\infty$  menjamin tingkat kekakuan bangunan bertingkat 5 sebesar 45,42%.

Dalam simulasi ini diberikan gangguan sebagai berikut.

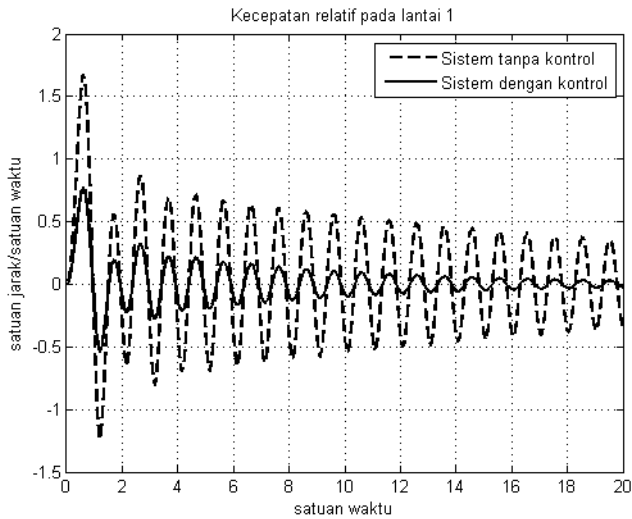
$$w = 10^2 e^{-t} \sin(\pi t)$$

Hasil dari simulasi pada sistem bangunan bertingkat 5 disajikan pada gambar berikut.

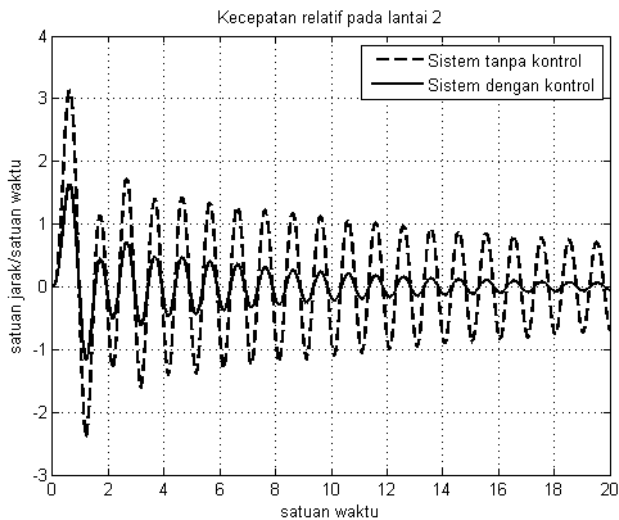


**Gambar 4.10.** Pergeseran posisi pada bangunan bertingkat 5

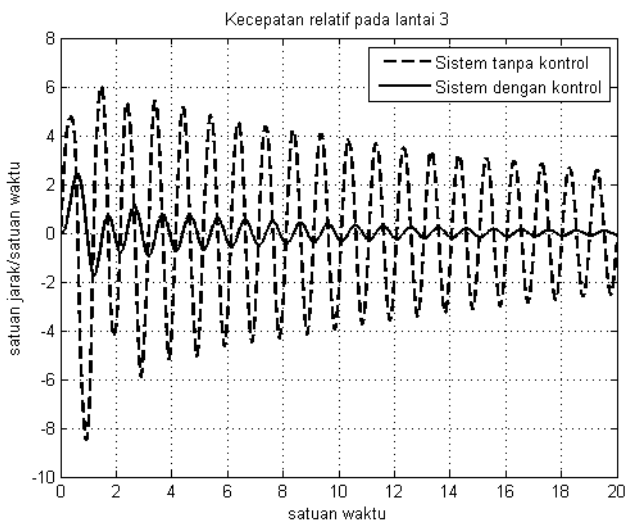
Pada Gambar (4.10), terlihat bahwa pergeseran posisi sistem dengan kontrol selalu lebih kecil daripada sistem tanpa kontrol dan grafik dari sistem dengan kontrol lebih cepat menuju 0 daripada sistem tanpa kontrol.



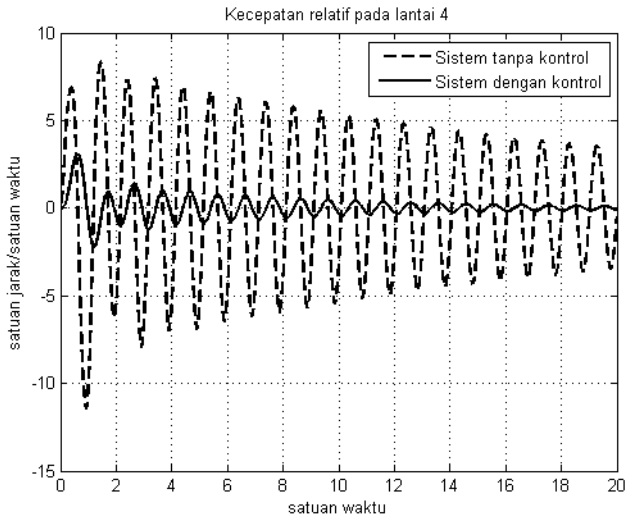
**Gambar 4.11.** Kecepatan relatif pada lantai 1



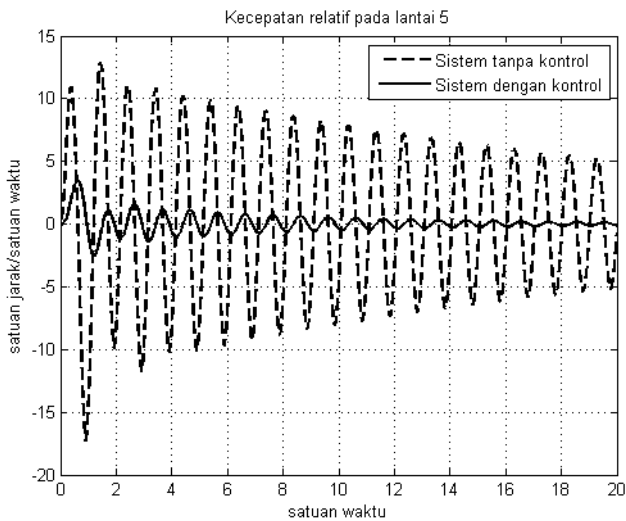
**Gambar 4.12.** Kecepatan relatif pada lantai 2



**Gambar 4.13.** Kecepatan relatif pada lantai 3



**Gambar 4.14.** Kecepatan relatif pada lantai 4



**Gambar 4.15.** Kecepatan relatif pada lantai 5

Dari hasil dari simulasi pada sistem bangunan bertingkat 5, diperoleh perbandingan gambaran antara sistem tanpa kontrol dengan sistem yang telah diberi kontrol  $H_\infty$ . Pada Gambar (4.11)- Gambar (4.15) terlihat bahwa puncak dari sistem dengan kontrol selalu di bawah puncak sistem tanpa kontrol dan kestabilan sistem dengan kontrol lebih cepat menuju 0 daripada sistem tanpa kontrol.

Berdasarkan hasil simulasi dari dua contoh kasus, dapat disimpulkan bahwa kontrol  $H_\infty$  berfungsi dengan baik dalam mengendalikan tiap tiap lantai pada bangunan dan kontrol  $H_\infty$  juga mempercepat kestabilan sistem saat terjadi gangguan pada sistem serta membuat sistem lebih kokoh yang dapat ditunjukkan dari nilai norm dimana telah diketahui bahwa norm sistem dengan kontrol lebih kecil daripada norm sistem tanpa kontrol sehingga efek gangguan yang diterima oleh sistem dengan kontrol lebih kecil daripada sistem tanpa kontrol. Dengan kata lain, performansi sistem dengan kontrol  $H_\infty$  lebih baik daripada performansi sistem tanpa kontrol.





## BAB V PENUTUP

Pada bab ini diberikan kesimpulan yang diperoleh dari Tugas Akhir serta saran untuk penelitian selanjutnya.

### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis dan pembahasan pada Tugas Akhir ini, dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut.

Model matematika untuk bangunan bertingkat  $n$  dapat disajikan pada persamaan berikut.

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -M^{-1}L \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} 0 \\ -M^{-1}B_0 \end{bmatrix} u$$

Kemudian untuk mendesain kontrol  $H_\infty$ , dibentuk sistem awal dengan mengobservasi gangguan serta *input* dan *output* sistem. Lalu pengontrol  $G_T$  yang sesuai dengan konsep suboptimal  $H_\infty$  diperoleh dengan bantuan *toolbox hinflmi* pada MATLAB. Pengontrol  $G_T$  diterapkan ke sistem awal sehingga diperoleh *close loop* sistem atau sistem dengan kontrol  $H_\infty$ .

Pada hasil simulasi dengan dua contoh kasus, diperoleh hasil bahwa konsep suboptimal  $H_\infty$  terbukti, dimana  $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$ . Dari nilai norm sistem awal dan norm sistem dengan kontrol yang telah diperoleh, didapat hasil bahwa sistem dengan kontrol lebih kokoh daripada sistem awal karena nilai norm sistem dengan kontrol lebih kecil daripada norm sistem awal sehingga efek gangguan yang diterima oleh sistem dengan kontrol tentu lebih kecil daripada sistem tanpa kontrol. Terlihat pula dari grafik hasil simulasi bahwa puncak sistem dengan kontrol selalu di bawah puncak dari sistem tanpa kontrol serta kestabilan sistem dengan kontrol lebih cepat menuju 0 daripada sistem tanpa kontrol. Oleh karena itu, dapat diambil kesimpulan bahwa performansi sistem

dengan kontrol  $H_\infty$  lebih baik daripada sistem tanpa kontrol dan kontrol  $H_\infty$  terbukti dapat mempercepat kestabilan sistem.

## **5.2 Saran**

Pada Tugas Akhir ini hanya dibahas mengenai penerapan desain kontrol menggunakan metode  $H_\infty$  pada bangunan bertingkat  $n$ , untuk penelitian selanjutnya mungkin dapat dibahas mengenai penerapan metode desain kontrol lain pada bangunan bertingkat  $n$ .

**DAFTAR PUSTAKA**

- [1] Gu, D.W., Petkov P. H., dan Konstantinov, M. M. (2005). *“Robust Control Design with MATLAB®”*, Springer.
- [2] Fadhilah, H.N. (2018). “Desain Desentralisasi Pengontrol  $H_\infty$  pada Sistem Storey Building dengan Pendekatan Matrix Inequality”. Thesis. S2 Matematika ITS.
- [3] Shirdel H., Gatavi E., dan Hashemiyani Z. (2010). “Comparison of  $H_\infty$  and optimized-LQR controller in active suspension system”. 2010 *Second International Conference on Computational Intelligence, Modeling and Simulation*, 2010, 241-246.
- [4] Febrian, H.M. (2018). “Kajian Desain Kontrol Sistem menggunakan Metode  $H_\infty$ ”. Tugas Akhir. S1 Matematika ITS.
- [5] Schmitendorf, W. E., F. Jabbari, dan J.N. Yang. (1994). *“Robust Control Techniques for Building Under Seismic Excitation”*. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 21:539-552
- [6] Rubió-Massegú, J., Palacios-Quinonero, F., dan Rossell, J.M. (2012). “Decentralized static output-feedback  $H_\infty$  controller design for buildings under seismic excitation”. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 41:1199-1205.
- [7] Gawronski, W. (2004). *“Advanced Structural Dynamics and Active Control of Structures”*. Springer, New York, NY, USA.
- [8] Javad, M., Alaeddin, M., (2015). “Synchronized Control for Five-Story Building under Earthquake Loads”. *Hindawi*. Vol 2015, 1-8.

- [9] Zhou, K., Doyle, J. C. (1998). “*Essentials of Robust Control*” (Vol. 104). Upper Saddle River, NJ: Prentice hall.

## LAMPIRAN

### Source Code

```
clc;
clear all;
format short G;
close all;

n=input('masukan jumlah lantai: ');
M_ne=zeros(n,n);
for i=1:n
    ab=fprintf(1,'masukkan massa lantai ke-%d',
i);
    m(i)=input(': ');
    M_ne(i,i)=m(i);
end
M=M_ne;
fprintf('jadi diperoleh matriks massa sebagai
berikut \n')
disp(M)

C_ne=zeros(n,n);
for i=1:n
    ac=fprintf(1,'masukkan nilai peredam pada
lantai ke-%d', i);
    c(i)=input(': ');
end
for i=1:n-1
    C_ne(i,i)=(c(i)+c(i+1));
    C_ne(i,i+1)=-c(i+1);
    C_ne(i+1,i)=-c(i+1);
    for i=n
        C_ne(i,i)=c(n);
    end
end
```

```

end
C=C_ne;
fprintf('jadi diperoleh matriks C sebagai
berikut \n')
disp(C)

K_ne=zeros(n,n);
for i=1:n
    ak=fprintf(1,'masukkan nilai koefisien
kekakuan pegas pada lantai ke-%d', i);
    k(i)=input(': ');
end
for i=1:n-1
    K_ne(i,i)=(k(i)+k(i+1));
    K_ne(i,i+1)=-k(i+1);
    K_ne(i+1,i)=-k(i+1);
    for i=n
        K_ne(i,i)=k(n);
    end
end
K=K_ne;
fprintf('jadi diperoleh matriks K sebagai
berikut \n')
disp(K)

Bo=eye(n,n);
for i = 1:n-1
    Bo(i,i+1)=-1;
end
B_0=Bo;

L_new = ones(n,1);
L = (M)*(L_new);
A = [zeros(n,n) eye(n,n)];

```

```

- (inv(M)) * (K) - (inv(M)) * (C) ]

B1 = [zeros(n,1);
      (inv(M)) * (L) ]
B2 = [zeros(n,n);
      (inv(M)) * (B_0) ]
C1 = [eye(2*n,2*n);
      zeros(n,2*n) ]

C_2=zeros(n,2*n);
for i = 1:n
    C_2(i,2*i)=1;
end
C2=C_2

D11 = zeros(3*n,1);
D12new = [zeros(2*n,n);
          eye(n,n) ]
D12 = 10^(-5) .*D12new;
D21 = 10^(-5) .*eye(n,1);
D22 = zeros(n,n);

Ab = A;
Bb = [B1 B2];
Cb = [C1;C2];
Db = [D11 D12;D21 D22];

P = ss(Ab,Bb,Cb,Db) %sistem awal
Sys = ltisys(A,[B1 B2],[C1;C2],[D11 D12;D21
D22]); %ltisys(P)
[gam,K] = hinflmi(Sys,[n n]) %pengontrol K
ditentukan pake toolbox disini

```

```

[acl,bcl,ccl,dcl]=unpck(K) % pengontrol acl bcl
ccl dcl dari K

Ac11 = A+(B2*dcl*C2);
Ac12 = B2*ccl;
Ac21 = bcl*C2;
Ac22 = acl;
Ac = [Ac11 Ac12;Ac21 Ac22]; % a dgn kontrol

Bc1 = B1+(B2*dcl*D21);
Bc2 = bcl*D21;
Bc = [Bc1;Bc2]; % b dgn kontrol

Cc1 = C1+(D12*dcl*C2);
Cc2 = D12*ccl;
Cc = [Cc1 Cc2]; % c dgn kontrol

Dc = D11+D12*dcl*D21; % d dgn kontrol

Gc = ss(Ac,Bc,Cc,Dc) %sistem dgn kontrol h
norm_kontrol = normhinf(Ac,Bc,Cc,Dc); %norm
sistem dgn kontrol
norm_awal=normhinf(Ab,Bb,Cb,Db); %norm sistem
awal

fprintf(1,'\n\n norm sistem awal: %6.5f \n',
norm_awal)
fprintf(1,'\n\n norm sistem dengan kontrol:
%6.5f \n', norm_kontrol)

% sistem awal
[Ak,Bk,Ck,Dk]=ssdata(P);
disp('nilai eigen dari sistem awal')

```



```

Eigen_A=eig(Ak)
disp('matriks keterkontrolan');
Mc = ctrb(Ak,Bk);
disp('rank matriks keterkontrolan')
disp(rank(Mc) )
if rank(Mc) == size(Ak,1)
    'terkontrol'
else
    'tidak terkontrol'
end
disp('matriks keteramatan');
Mo = obsv(Ak,Ck);
disp('rank matriks keteramatan')
disp(rank(Mo) )
if rank(Mo) == size(Ak,1)
    'teramati'
else
    'tidak teramati'
end

% sistem dengan kontrol
[Ad,Bd,Cd,Dd]=ssdata(Gc);
disp('nilai eigen dari sistem dengan kontrol')
Eigen_B=eig(Ad)
%% Figure

T = 0:0.01:20;
U = 10^(2)*exp(-T).*sin(pi*T);

figure(1)
sys = ss(A,B1,C2,D21);          %sist tanpa kontrol
[Y, Tsim, X] = lsim(sys,U,T);
sys = ss(Ac,Bc,Cc,Dc);        %sist dgn kontrol
[Ycl, Tsimcl, Xcl] = lsim(sys,U,T);

```

```

plot(Tsim,Y(:,1),'k--',Tsimcl,Ycl(:,1),'k-
','LineWidth',2)
title('Kecepatan relatif pada lantai 1')
ylabel('satuan jarak/satuan waktu')
xlabel('satuan waktu')
legend('Sistem tanpa kontrol','Sistem dengan
kontrol')
grid on

```

```

figure(2)
sys = ss(A,B1,C2,D21);
[Y, Tsim, X] = lsim(sys,U,T);
sys = ss(Ac,Bc,Cc,Dc);
[Ycl, Tsimcl, Xcl] = lsim(sys,U,T);
plot(Tsim,Y(:,2),'k--',Tsimcl,Ycl(:,2),'k-
','LineWidth',2)
title('Kecepatan relatif pada lantai 2')
ylabel('satuan jarak/satuan waktu')
xlabel('satuan waktu')
legend('Sistem tanpa kontrol','Sistem dengan
kontrol')
grid on

```

```

figure(3)
sys = ss(A,B1,C2,D21);
[Y, Tsim, X] = lsim(sys,2.5*U,T);
sys = ss(Ac,Bc,Cc,Dc);
[Ycl, Tsimcl, Xcl] = lsim(sys,U,T);
plot(Tsim,Y(:,3),'k--',Tsimcl,Ycl(:,3),'k-
','LineWidth',2)
title('Kecepatan relatif pada lantai 3')
ylabel('satuan jarak/satuan waktu')
xlabel('satuan waktu')

```

```

legend('Sistem tanpa kontrol','Sistem dengan
kontrol')
grid on

```

```

figure(4)
sys = ss(A,B1,C2,D21);
[Y, Tsim, X] = lsim(sys,U,T);
sys = ss(Ac,Bc,Cc,Dc);
[Yc1, Tsimc1, Xc1] = lsim(sys,U,T);
plot(Tsim,Y(:,4),'k--',Tsimc1,Yc1(:,4),'k-
','LineWidth',2)
title('Kecepatan relatif pada lantai 4')
ylabel('satuan jarak/satuan waktu')
xlabel('satuan waktu')
legend('Sistem tanpa kontrol','Sistem dengan
kontrol')
grid on

```

```

figure(5)
sys = ss(A,B1,C2,D21);
[Y, Tsim, X] = lsim(sys,U,T);
sys = ss(Ac,Bc,Cc,Dc);
[Yc1, Tsimc1, Xc1] = lsim(sys,U,T);
plot(Tsim,Y(:,5),'k--',Tsimc1,Yc1(:,5),'k-
','LineWidth',2)
title('Kecepatan relatif pada lantai 5')
ylabel('satuan jarak/satuan waktu')
xlabel('satuan waktu')
legend('Sistem tanpa kontrol','Sistem dengan
kontrol')
grid on

```



## BIODATA PENULIS



Yovia Galuh Salsabilla lahir di Banyumas pada tanggal 16 Februari 2000. Penulis menempuh pendidikan dari SD hingga tamat SMA di kota Purwokerto. Setelah lulus dari SMA Negeri 1 Purwokerto, penulis melanjutkan studinya di Institut Teknologi Sepuluh Nopember dengan mengambil jurusan Matematika dengan bidang minat

Matematika Terapan.

Demikian biodata tentang penulis. Jika ingin memberikan saran, kritik, maupun diskusi lebih lanjut mengenai Tugas Akhir ini dapat melalui email [yovia.salsabilla@gmail.com](mailto:yovia.salsabilla@gmail.com).