



TUGAS AKHIR - KS184822

PENGENDALIAN KUALITAS SISTEM *HEAT RECOVERY STEAM GENERATOR* (HRSG) PLTGU DI PT 'X' DENGAN DIAGRAM KONTROL *MAXIMUM MULTIVARIATE CUMULATIVE SUM*

**Erika Adhisty Iskandar
NRP 062116 4000 0037**

Dosen Pembimbing

**Dr. Muhammad Mashuri, M.T.
M. Sjahid Akbar, S.Si., M.Si**

**PROGRAM STUDI SARJANA
DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS SAINS DAN ANALITIKA DATA
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA 2020**



TUGAS AKHIR - KS184822

PENGENDALIAN KUALITAS SISTEM *HEAT RECOVERY STEAM GENERATOR* (HRSG) PLTGU DI PT 'X' DENGAN DIAGRAM KONTROL *MAXIMUM MULTIVARIATE CUMULATIVE SUM*

**Erika Adhisty Iskandar
NRP 062116 4000 0037**

**Dosen Pembimbing
Dr. Muhammad Mashuri, M.T.
M. Sjahid Akbar, S.Si., M.Si**

**PROGRAM STUDI SARJANA
DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS SAINS DAN ANALITIKA DATA
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA 2020**



FINAL PROJECT - KS184822

QUALITY CONTROL OF *HEAT RECOVERY STEAM GENERATOR (HRSG) SYSTEM* PLTGU AT PT 'X' WITH *MAXIMUM MULTIVARIATE CUMULATIVE SUM CONTROL CHART*

**Erika Adhisty Iskandar
SN 062116 4000 0037**

**Supervisors
Dr. Muhammad Mashuri, M.T.
M. Sjahid Akbar, S.Si., M.Si**

**UNDERGRADUATE PROGRAMME
DEPARTMENT OF STATISTICS
FACULTY OF SCIENCE AND DATA ANALYTICS
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA 2020**

LEMBAR PENGESAHAN

PENGENDALIAN KUALITAS SISTEM *HEAT RECOVERY STEAM GENERATOR (HRSG)* PLTGU DI PT 'X' DENGAN DIAGRAM KONTROL *MAXIMUM MULTIVARIATE CUMULATIVE SUM*

TUGAS AKHIR

Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Statistika
pada
Program Studi Sarjana Departemen Statistika
Fakultas Sains dan Analitika Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

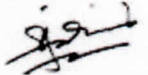
Oleh:

Erika Adhisty Iskandar
NRP 0621 16 4000 0037

Disetujui Oleh Pembimbing,
Muhammad Mashuri, M.T.
NIP. 19620408 198701 1 001

()

M. Sjahid Akbar, S.Si., M.Si
NIP. 19720705 199802 1 001

()

Mengetahui,
Kepala Departemen Statistika
FSAD ITS



Dr. Dra. Kartika Fithriasari, M.Si
NIP. 19691212 199303 2 002
SURABAYA, AGUSTUS 2020

SA

(Halaman Ini Sengaja Dikosongkan)

PENGENDALIAN KUALITAS SISTEM *HEAT RECOVERY STEAM GENERATOR (HRSG)* PLTGU DI PT 'X' DENGAN DIAGRAM KONTROL *MAXIMUM MULTIVARIATE CUMULATIVE SUM*

Nama Mahasiswa : Erika Adhisty Iskandar
NRP : 0621 16 4000 0037
Departemen : Statistika
Dosen Pembimbing : Dr. Muhammad Mashuri, M.T.
M. Sjahid Akbar, S.Si., M.Si

ABSTRAK

Tingginya elektrifikasi masyarakat mendorong perusahaan untuk sama-sama mendukung dalam menciptakan dan memproduksi energi listrik untuk memenuhi kebutuhan listrik perkapita negara. Salah satu perusahaan nasional yang berpartisipasi dalam jasa pembangkitan listrik di Indonesia adalah PT 'X'. Heat Recovery Steam Generator (HRSG) yang ada di PT 'X' memiliki mekanisme kerja mirip dengan boiler untuk tempat pemanasan air dengan memanfaatkan gas buang dari turbin gas agar menghasilkan uap yg dapat digunakan pada turbin uap dan menggerakkan generator sehingga menghasilkan listrik. Oleh sebab itu, HRSG menjadi salah satu peralatan utama yang sangat penting karena memiliki peran untuk menjaga kestabilan dan efisiensi PLTGU di PT 'X' sehingga perlu dilakukan pengendalian sebagai salah satu cara untuk menjaga dan meningkatkan kualitas gas buang. Dalam penelitian ini, akan dilakukan pengendalian kualitas pada dua karakteristik kualitas gas buang menggunakan diagram kontrol Max-MCUSUM, yaitu gas flow dan gas temperature. Hasil analisis diperoleh bahwa proses gas buang secara multivariat telah terkendali, tetapi kinerja proses gas flow dan gas temperature belum kapabel dengan tingkat presisi dan akurasi yang rendah. Oleh karena itu, perlu dilakukan perbaikan atau perhitungan kapabilitas proses dengan pembobotan yang berbeda antar karakteristik kualitas.

Kata kunci: *Elektrifikasi, Gas Flow, Gas Temperature, Kapabilitas Proses, Max-MCUSUM*

(Halaman Ini Sengaja Dikosongkan)

QUALITY CONTROL OF HEAT RECOVERY STEAM GENERATOR (HRSG) SYSTEM PLTGU AT PT 'X' WITH MAXIMUM MULTIVARIATE CUMULATIVE SUM CONTROL CHART

Name : Erika Adhistry Iskandar
Student Number : 0621 16 4000 0037
Department : Statistika
Supervisors : Dr. Muhammad Mashuri, M.T.
M. Sjahid Akbar, S.Si., M.Si

ABSTRACT

The high electrification of the community encourages companies to be equally supportive in creating and producing electrical energy to fulfill the country's per capita electricity needs. One of the national companies participating in electricity generation services in Indonesia is PT 'X'. The Steam Heat Recovery Generator (HRSG) at PT 'X' has a mechanism similar to a boiler for water heating by utilizing exhaust gas from a gas turbine to produce steam that can be used in a steam turbine and moving the generator to produce electricity. Therefore, HRSG has become one of the main equipment which is very important because it has a role to maintain the stability and efficiency of PLTGU in PT 'X' so that it needs to be controlled as a way to maintain and improve the quality of exhaust gas. In this study, quality control will be performed on two characteristics of exhaust gas quality using the Max-MCUSUM control chart, namely gas flow and gas temperature. The analysis results obtained that the multivariately exhaust gas process has been controlled, but the performance of the gas flow and gas temperature processes are not yet capable with a low level of precision and accuracy, hence it is necessary to improve or calculate the capability of the process with different weighting between quality characteristics.

Keywords: *Eletrification, Capability Process, Gas Flow, Gas Temperature, Max-MCUSUM.*

(Halaman Ini Sengaja Dikosongkan)

KATA PENGANTAR

Puji syukur senantiasa penulis panjatkan kehadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir dengan judul “Pengendalian Kualitas Sistem *Heat Recovery Steam Generator* (HRSG) PLTGU di PT. ‘X’ dengan Diagram Kontrol *Maximum Multivariate Cumulative Sum*” dengan lancar dan tepat pada waktunya. Shalawat serta salam semoga terlimpahkan kepada Nabi Muhammad SAW, kepada keluarganya, sahabatnya serta kepada seluruh umatnya sampai akhir jaman. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Dr. Muhammad Mashuri, MT selaku dosen pembimbing dan Bapak M. Sjahid Akbar, S.Si., M.Si selaku dosen Co-Pembimbing yang senantiasa memberikan waktu, ilmu, wawasan dan pengarahan dengan begitu baik serta penuh kesabaran selama penyelesaian Tugas Akhir ini.
2. Ibu Wibawati, S.Si., M.Si. dan Bapak Dr. Achmad Choiruddin, S.Si., M.Sc. selaku dosen penguji yang telah memberikan ilmu, kritik, serta saran yang membangun untuk kesempurnaan Tugas Akhir ini.
3. Ibu Dr. Dra. Kartika Fithriasari, M.Si selaku Kepala Departemen Statistika dan dosen wali Penulis yang telah memberikan banyak fasilitas dan bimbingan selama menuntut ilmu hingga fasilitas bagi Penulis guna kelancaran penyelesaian Tugas Akhir ini.
4. Seluruh Bapak-Ibu dosen Statistika atas segala bimbingan dan ilmu yang telah diberikan, serta seluruh staf dan karyawan Departemen Statistika ITS atas pelayanannya selama perkuliahan hingga penyelesaian Tugas Akhir ini.
5. Bapak Agus Priyono, Bapak Anwar Hamidi, Bapak Eko dan Bapak Taufik selaku pembimbing lapangan di PT. ‘X’ yang telah memberikan nasihat, kritik, saran dan waktu yang sangat banyak kepada penulis dalam menyelesaikan penelitian pada Tugas Akhir ini.

6. Kedua orangtua yang sangat penulis cintai, Ibu Siti Koriah dan Ayah Abdul Manaf, serta Adik Olip dan keluarga besar penulis atas doa yang selalu dipanjatkan dan dukungan serta motivasi yang tidak ada hentinya diberikan sehingga penulis terus memiliki kekuatan dan semangat dalam menjalani proses perkuliahan hingga penyelesaian Tugas Akhir ini.
7. Teman-teman terdekat; Arin Berliana Angrenani, Rizky Amalia Putri, Zevira Fitri Maghfiroh, Cahya Idznii Igawati, Thalia Marda Santika, Fransiska Yunitarani, Kinanthi Sukma Wening, Winantri Nurbuwah Insyiroh, Siti Qodriah, Ryan Effendi, dan PRIALSE yang telah mendukung dan memberikan kritik dan saran kepada penulis dalam banyak hal.
8. Teman-teman *Professional Statistics* HIMASTA-ITS 2018/2019 yang telah membantu pengembangan *softskills* penulis, dan terakhir kepada teman-teman seperjuangan Statistika ITS $\Sigma 27$ yang telah memberikan makna kebersamaan dan rasa kekeluargaan selama 4 tahun ini.
9. Serta teman-teman dan semua pihak yang telah membantu keberhasilan pengerjaan Tugas Akhir ini, baik secara langsung maupun tidak langsung.

Besar harapan bagi Penulis untuk menerima saran dan kritik yang bersifat membangun guna perbaikan di masa mendatang. Semoga laporan Tugas Akhir ini dapat memberikan manfaat baik bagi penulis, pembaca, dan semua pihak.

Surabaya,

Juni 2020

Penulis

DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	xvii
DAFTAR LAMPIRAN	xix
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	4
1.3 Tujuan.....	5
1.4 Manfaat.....	5
1.5 Batasan Penelitian.....	5
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1 Uji <i>Bartlett</i>	7
2.2 Uji Normal Multivariat.....	7
2.3 Diagram Kontrol <i>Maximum Multivariate Cumulative Sum</i> (Max-MCUSUM).....	9
2.4 Analisis Kapabilitas Proses.....	15
2.5 Diagram <i>Ishikawa</i>	17
2.6 Prinsip Kerja <i>Heat Recovery Steam Generator</i> (HRSG).....	18
2.7 Proses Produksi di PLTGU.....	20
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	23
3.1 Sumber Data.....	23
3.2 Variabel Penelitian.....	23
3.3 Struktur Data.....	24
3.4 Langkah Analisis.....	24
3.5 Diagram Alir.....	25
BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN	27
4.1 Karakteristik Kualitas Gas Buang <i>Heat Recovery Steam Generator</i> (HRSG).....	27

4.2 Uji <i>Bartlett</i>	28
4.3 Pemeriksaan Asumsi Normal Multivariat	28
4.4 Diagram Kontrol <i>Maximum Multivariate Cumulative Sum (Max-MCUSUM)</i>	29
4.4.1 Perhitungan Statistik Uji Diagram Kontrol <i>Maximum Multivariate Cumulative Sum (Max-MCUSUM)</i>	29
4.4.2 Penentuan Batas Kendali Atas atau Interval Keputusan (<i>h</i>).....	34
4.5 Pengendalian Kualitas Gas Buang Sistem HRSG	35
4.6 Analisis Kapabilitas Proses	36
BAB V PENUTUP	41
5.1 Kesimpulan	41
5.2 Saran.....	41
DAFTAR PUSTAKA	43
LAMPIRAN	46

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 <i>Heat Recovery Steam Generator</i>	19
Gambar 2.2 Bagan Siklus Kerja PLTGU di PT ‘X’	21
Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian.....	26
Gambar 4.1 Diagram Kontrol Max-MCUSUM Gas Buang Sistem HRSG.....	36

(Halaman Ini Sengaja Dikosongkan)

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Variabel Penelitian.....	23
Tabel 3.2 Struktur Data.....	24
Tabel 4.1 Deskripsi Karakteristik Kualitas Gas Buang	28

(Halaman Ini Sengaja Dikosongkan)

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Karakteristik Kualitas Gas Buang sistem HRSG	45
Lampiran 2. Regresi.....	46
Lampiran 3. Uji <i>Bartlett</i>	48
Lampiran 4. Tabel <i>Chi-Square</i>	49
Lampiran 5. <i>Macro</i> Minitab Pemeriksaan Asumsi Normal Multivariat	50
Lampiran 6. <i>Output</i> Uji Normal Multivariat	52
Lampiran 7. Tabel <i>Critical Point</i> dari <i>Normal Probability Plot</i> <i>Correlation Coefficient (PPCC) Distribution</i>	53
Lampiran 8. Nilai $Ci+$, $Ci-$, $Si+$, $Si-$, dan Mi Diagram Kontrol Max-MCUSUM.....	54
Lampiran 9. Program R Diagram Kontrol Max-MCUSUM.....	71
Lampiran 10. <i>Output</i> Diagram Kontrol Max-MCUSUM.....	75
Lampiran 11. Surat Keterangan	76

(Halaman Ini Sengaja Dikosongkan)

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Energi listrik merupakan sumber energi atau tenaga utama yang sangat penting dalam kehidupan sehari-hari karena dibutuhkan untuk menjalankan peralatan listrik seperti peralatan rumah tangga, peralatan perkantoran, mesin industri, kereta api listrik, lampu umum, dan lain-lain. Sumber-sumber energi alternatif yang dapat menghasilkan listrik yaitu angin, nuklir, matahari, biomassa, dan geotermal (CNN, 2019). Macam-macam pembangkit listrik meliputi Pembangkit Listrik Tenaga Air (PLTA), Pembangkit Listrik Tenaga Uap (PLTU), Pembangkit Listrik Tenaga Gas (PLTG), Pembangkit Listrik Tenaga Gas dan Uap (PLTGU), dan lain sebagainya.

Data Kementerian Energi dan Sumber Daya Mineral (ESDM) pada surat kabar *online* Katadata menyatakan bahwa konsumsi listrik Indonesia terus meningkat dalam lima tahun, sejak 2014 sebesar 878 kWh per kapita, kemudian di 2015 sebesar 918 kWh per kapita, 2016 sebesar 956 kWh per kapita. Angka tersebut mengalami kenaikan lagi di tahun 2017 sebesar 1.012 kWh per kapita yang artinya naik 5,9 persen dari tahun sebelumnya dan pada tahun 2018 sebesar 1.064 kWh per kapita (Kementerian ESDM, 2018). Hal ini menunjukkan bahwa konsumsi listrik nasional terus menunjukkan peningkatan seiring bertambahnya akses listrik atau elektrifikasi serta perubahan gaya hidup masyarakat.

Tingginya elektrifikasi masyarakat mendorong perusahaan menciptakan dan memproduksi energi listrik untuk memenuhi kebutuhan listrik perkapita negara. Salah satu perusahaan nasional yang berpartisipasi dalam jasa pembangkitan listrik di Indonesia adalah PT 'X'. Perusahaan tersebut merupakan salah satu unit pembangkitan yang bergerak dalam bidang usaha pemeliharaan unit pembangkit tenaga listrik di Indonesia. PT 'X' berperan sebagai unit yang menangani perbaikan dan menjaga kondisi dari

suatu pembangkit agar dapat menghasilkan kinerja yang stabil. Terdapat tiga jenis pembangkit di PT 'X', yaitu Pembangkit Listrik Tenaga Gas (PLTG), Pembangkit Listrik Tenaga Uap (PLTU), dan Pembangkit Listrik Tenaga Gas dan Uap (PLTGU).

Siklus PLTGU terdiri dari gabungan siklus PLTG dan siklus PLTU atau disebut prinsip *Combined Cycle Power Plant* (CCPP). Siklus PLTG menerapkan siklus *Brayton*, sedangkan siklus PLTU menerapkan siklus ideal *Rankine*. Penggabungan siklus turbin gas dengan siklus turbin uap dilakukan melalui peralatan pemindah panas berupa boiler atau *Heat Recovery Steam Generator* (HRSG). Keuntungan prinsip CCPP yaitu penghematan bahan bakar untuk proses pembentukan uap (Prastika, 2015). *Heat Recovery Steam Generator* yang memiliki mekanisme kerja mirip dengan boiler untuk tempat pemanasan air dengan memanfaatkan gas buang dari turbin gas agar menghasilkan uap yang dapat digunakan pada turbin uap. Oleh sebab itu, HRSG merupakan peralatan utama yang sangat penting karena memiliki peran untuk menjaga kestabilan dan efisiensi PLTGU.

Martinaningtyas (2014) mengatakan permasalahan masih terjadi pada sistem HRSG sehingga menyebabkan sistem HRSG tidak bekerja secara stabil adalah terjadinya kebocoran pada *fin tube*, dimana kebocoran ini dapat disebabkan oleh *lifetime*, adanya pengikisan lapisan, dan akibat terjadinya suatu perubahan temperatur panas dan temperatur dingin. Namun, *Assistant Engineer* mengatakan bahwa saat ini yang menjadi masalah utama yaitu *deposit/falling* atau sisa hasil pembakaran gas/minyak yang dapat menyumbat *nozzle* sehingga hasil gas buang yang digunakan pada HRSG memiliki kualitas yang tidak baik.

Mengacu pada permasalahan yang telah dijelaskan sebelumnya, untuk menjaga kestabilan dan efisiensi PLTGU agar dapat selalu beroperasi secara stabil, diperlukan *monitoring* pada karakteristik kualitas gas buang yang akan digunakan untuk memanaskan air di sistem HRSG. Karakteristik kualitas pada gas buang tersebut yaitu *gas flow* dan *gas temperature* yang ada pada turbin gas. Gas buang menjadi suatu komponen yang penting pada

sistem HRSG untuk selalu dijaga aliran (*gas flow*) dan temperaturnya (*gas temperature*) karena apabila kedua parameter pada gas buang tersebut tinggi maka dapat mempengaruhi stabilitas sistem HRSG. Selanjutnya untuk *memonitoring* gas buang, maka perlu dilakukan pengendalian kualitas. *Gas flow* dan *gas temperature* saling berbanding lurus, dimana semakin tinggi *gas flow* maka akan semakin tinggi pula *gas temperature*, diduga terdapat depedensi atau antar variabel penelitian memiliki hubungan satu sama lain. Oleh karena itu, pada pengendalian kualitas sistem HRSG digunakan diagram kontrol multivariat, dimana diagram kontrol tersebut lebih sensitif dalam mendeteksi pergeseran proses secara multivariat.

Penelitian mengenai pengendalian kualitas statistik sistem HRSG menggunakan diagram kontrol belum banyak dilakukan sebelumnya. Martinaningtyas (2014) dengan studi kasus sistem HRSG di PT PJB Unit Pembangkitan Gresik menggunakan diagram kontrol T^2 *Hotelling* dan MEWMA dengan pendekatan *Regression Adjusted Control Chart*. Hasil penelitiannya tersebut menyatakan bahwa metode yang paling baik diterapkan untuk perusahaan adalah diagram kontrol T^2 *Hotteling* karena lebih sensitif dalam mendeteksi *out of control* mengingat data residual yang dimiliki mengandung *outlier*. Variabel utama penyebab tidak terkendali proses adalah *gas temperature*. Penelitian terdahulu lainnya yang melakukan penerapan pengendalian kualitas mutu pembangunan pembangkit listrik biogas di wilayah Jawa Barat yaitu kabupaten Bandung dan Majalengka oleh Sudibyo dan Wresta (2017). Penelitian ini memaparkan pengendalian kualitas pembangunan pembangkit dengan menggunakan SPC (*Statistical Process Control*) yaitu diagram sebab akibat. Pada analisis diagram sebab akibat dapat diketahui faktor penyebab kerusakan atau rendahnya mutu produksi biogas yaitu penggunaan bahan baku biogas yang belum tepat dengan *design* sistem, genset yang sering rusak, pengkondisian biogas sebelum digunakan sebagai bahan bakar untuk memasak belum ada, dan partisipasi kelompok masyarakat pengguna teknologi masih kurang. Penelitian lainnya

mengenai pengendalian kualitas air pada sistem dearator PLTU di PT. X pernah dilakukan oleh Winarno (2017) menggunakan peta kendali *Generalized Variance* dan *T²-Hotelling*. Hasil penelitian tersebut adalah variabilitas proses produksi pada sistem dearator di PT. X telah terkendali secara statistik. Namun, rata-rata proses sistem dearator berdasarkan pada hasil inspeksi belum terkendali. Indeks kapabilitas proses kualitas air bulan Februari dan Maret belum kapabel.

Pada penelitian ini akan dilakukan pengendalian kualitas sistem HRSG pada gas buang. Karakteristik kualitas yang akan dianalisis dari gas buang yaitu *gas flow* dan *gas temperature*. Diagram kontrol yang akan digunakan untuk mengontrol kualitas gas buang pada sistem HRSG yaitu diagram kontrol Max-MCUSUM. Diagram kontrol tersebut dipilih karena penggunaan diagram kontrol Max-MCUSUM lebih efektif. Hal ini dikarenakan diagram kontrol Max-MCUSUM secara simultan memonitor rata-rata maupun variabilitas dalam satu diagram kontrol yang akan digunakan untuk mendeteksi sedini mungkin adanya pergeseran kualitas yang kecil. Apabila penelitian belum terkendali secara statistik menggunakan diagram kontrol Max-MCUSUM, maka dapat dicari penyebabnya jika terdapat proses yang *out of control* dengan menggunakan diagram *ishikawa*. Diharapkan PT 'X' dapat memonitor dan meningkatkan kualitas sistem HRSG PLTGU kedepannya.

1.2 Rumusan Masalah

Kualitas sistem HRSG yang ditentukan oleh karakteristik kualitas *gas flow* dan *gas temperature* pada gas buang menjadi variabel yang sangat penting agar PLTGU dapat beroperasi dengan stabil. Kedua variabel tersebut saling memengaruhi satu sama lain, sehingga kurang tepat jika pengendalian kualitas hanya dilakukan secara univariat. Pada penelitian ini akan dilakukan pengendalian kualitas secara multivariat dengan diagram kontrol yang dapat mendeteksi pergeseran rata-rata dan variabilitas menggunakan diagram kontrol Max-MCUSUM. Selanjutnya apabila proses telah terkendali, dilakukan analisis kapabilitas untuk mengukur

kemampuan proses gas buang sistem HRSG dalam memenuhi spesifikasi yang telah ditetapkan perusahaan.

1.3 Tujuan

Berdasarkan permasalahan yang telah dirumuskan, tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Mengetahui pengendalian kualitas pada proses sistem HRSG PLTGU PT 'X' dari karakteristik kualitas *gas flow* dan *gas temperature* menggunakan diagram kontrol Max-MCUSUM.
2. Mengetahui hasil analisis kapabilitas proses gas buang sistem HRSG PLTGU PT 'X'.

1.4 Manfaat

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat bagi PT 'X' sebagai saran dan pertimbangan dalam mengambil keputusan di masa mendatang untuk melakukan peningkatan kualitas pada sistem HRSG agar tetap menjaga kestabilan proses di PLTGU PT 'X'. Selain itu, hasil dari penelitian ini diharapkan dapat menjadi suatu rekomendasi bagi perusahaan berupa *early warning system* dalam melakukan peningkatan kualitas gas buang sistem HRSG.

1.5 Batasan Penelitian

Batasan masalah yang digunakan dalam penelitian ini yaitu sistem HRSG PLTGU di PT 'X' yang dianalisis adalah pada Blok I pada tanggal 1 Juni 2019 hingga 31 Juli 2019 dengan pola operasi 1-1-1 (1 Turbin Gas, 1 HRSG, 1 Turbin Uap). Data yang digunakan adalah data sekunder yang dilakukan pencatatan pada jam-jam yang sudah ditentukan oleh perusahaan setiap hari.

(Halaman Ini Sengaja Dikosongkan)

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Uji Bartlett

Uji Bartlett bertujuan untuk mengetahui apakah terdapat homogenitas varians antar variabel dalam kasus multivariat. Jika variabel x_1, x_2, \dots, x_p bersifat saling bebas, maka matriks korelasi antar variabel sama dengan matriks identitas. Untuk menguji kebebasan antar variabel, dapat dilakukan uji *Bartlett Sphericity* (Morrison, 1990). Uji *Bartlett Sphericity* dapat dinyatakan dalam hipotesis sebagai berikut.

Hipotesis:

$H_0: \mathbf{R} = \mathbf{I}$ (tidak ada korelasi antar karakteristik kualitas)

$H_1: \mathbf{R} \neq \mathbf{I}$ (terdapat korelasi antar karakteristik kualitas)

dengan statistik uji sebagai berikut

$$\chi_{hitung}^2 = - \left[n - 1 - \frac{2p + 5}{6} \right] \ln |\mathbf{R}| \quad (2.1)$$

dengan

n : jumlah observasi ($i = 1, 2, \dots, n$)

p : jumlah karakteristik kualitas ($j = 1, 2, \dots, p$)

\mathbf{R} : matrik korelasi dari masing-masing karakteristik kualitas

$|\mathbf{R}|$: determinan matrik korelasi

Apabila ditetapkan tingkat signifikansi α sebesar 0,05, maka H_0 ditolak jika nilai $\chi_{hitung}^2 > \chi_{\left(\alpha; \frac{1}{2}p(p-1)\right)}^2$ dengan derajat bebas

sebesar $\frac{1}{2}p(p-1)$ atau dapat disimpulkan bahwa matriks korelasi tidak sama dengan matriks identitas atau terdapat korelasi antar variabel (Morrison, 1990).

2.2 Uji Normal Multivariat

Uji normal multivariat merupakan uji yang digunakan untuk mengetahui apakah data berdistribusi normal secara multivariat atau tidak. Variabel $x^T = [x_1, x_2, \dots, x_p]$ dikatakan memiliki distribusi

normal multivariat ketika mempunyai *probability density function* sebagai berikut (Johnson & Wichern, 2007).

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^p |\Sigma|}} e^{-\frac{1}{2}[(x-\mu)^T \Sigma^{-1}(x-\mu)]} \quad (2.2)$$

Keterangan:

μ : nilai rata-rata variabel

Σ : matriks kovarians

$|\Sigma|$: determinan matriks kovarians

Uji normal multivariat dapat dilakukan dengan menggunakan uji koefisien korelasi. Berikut merupakan uji koefisien korelasi untuk melihat apakah data memenuhi asumsi distribusi normal multivariat atau tidak.

Hipotesis:

H_0 : Data pengamatan mengikuti persebaran distribusi normal multivariat

H_1 : Data pengamatan tidak mengikuti persebaran distribusi normal multivariat

dengan statistik uji

$$r_q = \frac{\sum_{j=1}^n (x_{(j)} - \bar{x})(q_{(j)} - \bar{q})}{\sqrt{\sum_{j=1}^n (x_{(j)} - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{j=1}^n (q_{(j)} - \bar{q})^2}} \quad (2.3)$$

dengan

\bar{x} : rata-rata observasi

\bar{q} : rata-rata *standard normal quantiles*

dimana

$$q_j = \frac{j-1}{n}, j=1,2,\dots,n \quad (2.4)$$

daerah kritis,

tolak H_0 jika $r_q < r_{(\alpha,n)}$.

r_q merupakan koefisien korelasi antara q_j dan d_j^2 dan $r_{(\alpha,n)}$ merupakan titik kritis *scatterplot* (Q-Q plot) pada tabel uji koefisien korelasi untuk normalitas. Jika hasil dari statistik uji memiliki hasil yang kurang dari tabel uji koefisien korelasi $r_{(\alpha,n)}$, maka dapat disimpulkan bahwa data pengamatan tidak mengikuti persebaran distribusi normal multivariat, begitu pun sebaliknya (Johnson & Wichern, 2007).

2.3 Diagram Kontrol *Maximum Multivariate Cumulative Sum* (Max-MCUSUM)

Peta kendali yang digunakan dalam penelitian ini adalah peta kendali *Maximum Multivariate Cumulative Sum* atau disebut dengan Max-MCUSUM. Peta kendali Max-MCUSUM adalah peta kendali yang dapat digunakan untuk mendeteksi pergeseran proses baik pada rata-rata maupun variabilitas proses dalam satu peta kendali. Peta kendali ini memiliki keunggulan dalam mendeteksi pergeseran proses yang kecil. Peta kendali Max-MCUSUM hanya menggunakan batas kontrol atas atau dalam memonitor proses secara multivariat. Karena dalam prosedur multivariat, pemantauan signifikansi dilihat melalui besarnya pergeseran vektor rata-rata dan matriks kovarians dari target yang ditentukan, dengan demikian arah pergeseran tidak memiliki peran yang penting. Peta kendali ini disebut sebagai Max-MCUSUM karena dikembangkan dengan menggunakan nilai maksimal dari jumlah nilai kumulatif yang dihitung (Cheng & Thaga, 2005).

1. Diagram Kontrol Max-MCUSUM untuk Rata-Rata Vektor

Asumsi pada diagram kontrol Max-MCUSUM terdapat barisan variabel \mathbf{x} yang independen dan identik dengan berdistribusi normal multivariat dimana $\mathbf{x}_{ip} = (x_{1p}, x_{2p}, \dots, x_{ip})'$ adalah sebuah vektor yang berukuran $p \times 1$. Vektor $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_{m-1}$ memiliki distribusi fungsi F_G , tetapi untuk vektor berikutnya yaitu vektor $\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_{m+1}, \dots$ memiliki distribusi yang berbeda. Distribusi fungsi F_B menunjukkan pergeseran pada rata-rata vektor. Diamsusikan bahwa pergeseran proses produksi yang terjadi pada waktu yang tidak

diketahui m . Tujuannya yaitu untuk mendeteksi pergeseran yang telah terjadi serta waktu pergeseran.

Prosedur *CUSUM* menandakan bahwa pergeseran rata-rata vektor terjadi segera setelah persamaan berikut.

$$S_i = \max \left(0, S_{i-1} + \log \frac{f_B(x_i)}{f_G(x_i)} \right) > L \quad (2.5)$$

dengan

f_G : densitas yang sesuai dengan F_G

f_B : densitas yang sesuai dengan F_B

L : konstanta yang menentukan karakteristik operasi prosedur *CUSUM* (Healy, 1987).

Kemudian dilakukan *rescaling* pada persamaan (2.5) dengan membagi persamaan tersebut dengan $\log \frac{f_B(x_i)}{f_G(x_i)}$ dan L oleh nilai

konstan yang sama seperti yang ditunjukkan dalam persamaan (2.9) Nilai awal diagram kontrol *CUSUM* yang ditentukan adalah $S_0 = 0$. Setiap periode waktu, statistik *CUSUM* dibandingkan dengan batas interval L . Apabila nilainya lebih dari L artinya terjadi pergeseran proses. Setelah dilakukan pendeteksian dan perbaikan telah dilakukan, statistik *CUSUM* diatur kembali ke nilai awal S_0 .

Diasumsikan \mathbf{x}_i merupakan distribusi normal multivariat dengan rata-rata yang telah ditentukan $\boldsymbol{\mu}_G$ yaitu ketika proses pada keadaan *in control* atau terkendali, sementara rata-rata buruk $\boldsymbol{\mu}_B$ yaitu ketika proses *out control* atau tidak terkendali dimana $\boldsymbol{\mu}_B = \boldsymbol{\mu}_G + \boldsymbol{\delta}$ dengan matriks kovarians $\boldsymbol{\Sigma}$. Apabila setiap variabel random normal dependen \mathbf{x}_i , maka dapat dihitung karakteristik kualitas sebanyak p , sebuah vektor yang berukuran $p \times 1$ terbentuk dan sebuah matriks varians kovarians dengan ukuran $p \times p$ juga terbentuk. Untuk distribusi normal multivariat, diagram kontrol *CUSUM* dikembangkan melalui persamaan rasio *likelihood*, yaitu sebagai berikut.

$$\frac{f_B(x_i)}{f_G(x_i)} = \frac{(2\pi)^{-\frac{p}{2}} |\Sigma|^{-\frac{1}{2}} \exp(-0,5(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_B)' \Sigma^{-1}(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_B))}{(2\pi)^{-\frac{p}{2}} |\Sigma|^{-\frac{1}{2}} \exp(-0,5(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_G)' \Sigma^{-1}(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_G))} \quad (2.6)$$

$$\frac{f_B(x_i)}{f_G(x_i)} = \frac{\exp(-0,5(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_B)' \Sigma^{-1}(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_B))}{\exp(-0,5(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_G)' \Sigma^{-1}(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_G))} \quad (2.7)$$

Sehingga didapatkan,

$$\log \frac{f_B(x_i)}{f_G(x_i)} = (\boldsymbol{\mu}_B - \boldsymbol{\mu}_G)' \Sigma^{-1} \mathbf{x}_i - 0,5((\boldsymbol{\mu}_B + \boldsymbol{\mu}_G)' \Sigma^{-1}(\boldsymbol{\mu}_B - \boldsymbol{\mu}_G)) \quad (2.8)$$

Diagram kontrol CUSUM untuk proses multivariat dihitung dengan mensubstitusikan persamaan (2.8) ke dalam persamaan (2.5). Kemudian, persamaan baru dihilangkan dengan cara membagi kedua sisi dari persamaan dengan suatu konstanta sehingga prosedur CUSUM untuk proses multivariat adalah sebagai berikut.

$$S_i = \max(0, S_{i-1} + \mathbf{a}'\mathbf{x}_i - k) > h, \quad (2.9)$$

dimana

$$\mathbf{a}' = \frac{(\boldsymbol{\mu}_B - \boldsymbol{\mu}_G)' \Sigma^{-1}}{\left[(\boldsymbol{\mu}_B - \boldsymbol{\mu}_G)' \Sigma^{-1} (\boldsymbol{\mu}_B - \boldsymbol{\mu}_G) \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (2.10)$$

dan

$$k = 0,5 \frac{(\boldsymbol{\mu}_B - \boldsymbol{\mu}_G)' \Sigma^{-1} (\boldsymbol{\mu}_B - \boldsymbol{\mu}_G)}{\left[(\boldsymbol{\mu}_B - \boldsymbol{\mu}_G)' \Sigma^{-1} (\boldsymbol{\mu}_B - \boldsymbol{\mu}_G) \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (2.11)$$

Parameter *noncentrality* ditentukan sebagai berikut.

$$D = \sqrt{(\boldsymbol{\mu}_B - \boldsymbol{\mu}_G)' \Sigma^{-1} (\boldsymbol{\mu}_B - \boldsymbol{\mu}_G)} \quad (2.12)$$

dan

$$Z_i = \mathbf{a}'(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_G) \quad (2.13)$$

Diagram kontrol CUSUM untuk mendeteksi pergeseran pada vektor rata-rata proses normal multivariat dapat ditulis sebagai berikut.

$$C_i = \max(0, C_{i-1} + Z_i - 0,5D) > h \quad (2.14)$$

Fungsi Z_i memiliki distribusi normal univariat ketika \mathbf{x}_i memiliki rata-rata sama dengan $\boldsymbol{\mu}_G$. Jika rata-rata bergeser ke $\boldsymbol{\mu}_B$, maka $\mathbf{a}'(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_G)$ memiliki distribusi normal univariat dengan rata-rata D dan variansi 1 (Cheng & Thaga, 2005).

2. Diagram Kontrol Max-MCUSUM untuk Varians

Pada diagram kontrol Max-MCUSUM untuk varians proses umumnya dirangkum oleh suatu matriks kovarians pada kasus multivariat, penting untuk menilai apakah proses terkendali atau tidak. Healy (1987) dan Chan dan Zhang (2001) telah mempelajari beberapa skema CUSUM untuk mendeteksi pergeseran variabilitas pada proses multivariat termasuk peta kendali. Skema ini digunakan untuk menunjukkan perubahan pada proses matriks kovarians dengan mengasumsikan bahwa rata-rata vektor bernilai konstan. Dengan menggunakan rasio *likelihood* dan mengasumsikan dua keadaan produksi, yaitu keadaan baik dan keadaan buruk, Healy (1987) mengembangkan diagram kontrol CUSUM untuk proses standar deviasi. Ketika proses dalam keadaan baik, maka data berdistribusi normal multivariat dengan mean $\boldsymbol{\mu}$ dan matriks kovarians $\boldsymbol{\Sigma}$. Apabila proses varians bergeser, maka rata-rata tetap bernilai $\boldsymbol{\mu}$, tetapi matriks kovarians bergeser menjadi $b\boldsymbol{\Sigma}$, dengan $b > 0$. Asumsi ini terjadi ketika terjadi pergeseran, sehingga semua variabilitas bergeser dan korelasi antar variabel tidak berubah. Tipe pergeseran ini dapat terjadi ketika sesuatu terjadi pada proses *manufacturing* yang mempengaruhi semua variabel dalam proses (Cheng & Thaga, 2005). Rasio *likelihood* yang didapatkan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{f_B(x_i)}{f_G(x_i)} &= \frac{(2\pi)^{-\frac{p}{2}} |b\boldsymbol{\Sigma}|^{-\frac{1}{2}} \exp(-0,5(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu})' b\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}))}{(2\pi)^{-\frac{p}{2}} |\boldsymbol{\Sigma}|^{-\frac{1}{2}} \exp(-0,5(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}))} \quad (2.15) \\ &= b^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-0,5(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu})\left(\frac{1}{b} - 1\right)\right] \end{aligned}$$

Sehingga didapatkan dalam logaritma sebagai berikut.

$$\log \frac{f_B(x_i)}{f_G(x_i)} = -\frac{1}{2} \log b + 0,5(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}) \left(1 - \frac{1}{b}\right) \quad (2.16)$$

Diagram kontrol CUSUM untuk mendeteksi suatu pergeseran pada variabilitas dari suatu proses normal multivariat dapat ditulis sebagai berikut.

$$S_i = \max(S_{i-1} + (\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}) - v, 0) > h, \quad (2.17)$$

dimana

$$v = \log(b) \left(\frac{b}{b-1} \right) \quad (2.18)$$

Muirhead (1982) telah menunjukkan bahwa $(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu})$ mengikuti distribusi *chi-square* dengan derajat bebas p . Jika populasi matriks kovarians tidak diketahui, maka dihitung dengan matriks kovarians S dari sampel. Maka $(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu})' S^{-1}(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu})$ akan mengikuti distribusi F dengan derajat bebas p dan $n-p$.

Untuk mengembangkan diagram kontrol *single* multivariat CUSUM yang mana dapat memonitoring secara simultan dari proses rata-rata vektor dan varians, dibuat transformasi sebagai berikut.

$$Y_i = \Phi^{-1} \left\{ H \left[(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}); p \right] \right\} \quad (2.19)$$

dimana $\Phi(z) = P(Z \leq z)$ untuk $Z \sim N(0,1)$, berdistribusi normal standar. Fungsi Φ^{-1} adalah invers dari fungsi distribusi kumulatif normal standar dan $H(w; p) = P(W \leq w | p)$ untuk $W \sim \chi_p^2$, distribusi *chi-square* dengan derajat bebas p .

Fungsi Z_i dan Y_i pada persamaan (2.13) dan (2.19) adalah dependen dan ketika rata-rata proses dan variabilitas proses terkendali maka $\delta = 0$ dan $b = 1$, keduanya mengikuti distribusi normal standar univariat dan distribusi tersebut tidak tergantung pada ukuran sampel. Karena Z_i dan Y_i memiliki distribusi yang sama, dapat dibuat suatu diagram kontrol CUSUM yang dapat memonitor rata-rata proses maupun variabilitas proses secara

simultan menggunakan satu diagram kontrol. Statistik CUSUM berdasarkan dependensi dan distribusi normal variabel Z_i dan Y_i , diberikan sebagai berikut

$$\begin{aligned} C_i^+ &= \max(0, Z_i - 0,5D + C_{i-1}^+) \\ C_i^- &= \max(0, -0,5D - Z_i + C_{i-1}^-) \end{aligned} \quad (2.20)$$

untuk memonitor rata-rata proses,

$$\begin{aligned} S_i^+ &= \max(0, Y_i - k + S_{i-1}^+) \\ S_i^- &= \max(0, -k - Y_i + S_{i-1}^-) \end{aligned} \quad (2.21)$$

untuk memonitor variabilitas proses, dengan C_0 dan S_0 sebagai titik awal. Hal ini karena pada prosedur pengendalian kualitas multivariat dilakukan *monitoring* pada besarnya pergeseran bukan arahnya, statistik CUSUM diatas akan ditransformasi ke statistik berikut ini.

$$\begin{aligned} C_i &= \max(C_i^+, C_i^-) \\ S_i &= \max(S_i^+, S_i^-) \end{aligned} \quad (2.22)$$

Nilai dari Z_i dan Y_i mengikuti distribusi yang sama, sehingga statistik untuk diagram kontrol multivariat dapat dikembangkan menjadi sebagai berikut.

$$M_i = \max(C_i, S_i) \quad (2.23)$$

Karena digunakan maksimum CUSUM untuk mengembangkan diagram kontrol, maka disebut diagram kontrol *Maximum Multivariate Cumulative Sum (Max-MCUSUM)*. Statistik M_i akan bernilai besar ketika vektor rata-rata proses menyimpang jauh dari nilai μ_G atau ketika variabilitas proses jauh dari nilai Σ . Nilai M_i yang kecil menunjukkan bahwa proses berada dalam keadaan terkendali secara statistik. Karena $M_i \geq 0$ maka hanya digunakan batas kontrol atas atau *upper control limit* (Cheng & Thaga, 2005).

2.4 Proses Penentuan Batas Kontrol Atas (h)

Penentuan batas kontrol atas atau interval keputusan pada diagram kontrol Max-MCUSUM dilakukan dengan menggunakan pendekatan bootstrap. Bootstrap adalah salah satu metode resampling yang banyak digunakan untuk memperkirakan parameter distribusi yang tidak diketahui (Efron & Tibshirani, 1994). Metode bootstrap dapat digunakan untuk menetapkan batas kontrol dari bagan kontrol yang statistiknya tidak perlu memenuhi asumsi distribusi apapun. Beberapa peneliti telah berhasil menerapkan pendekatan bootstrap untuk menghitung batas kontrol dari berbagai diagram kontrol seperti Bajgier (1992), Seppala (1995), Liu dan Tang (1996), Polansky (2005), Lio and Park (2008), Park (2009), dan Ahsan, Mashuri, dan Khusna (2018).

Kinerja diagram kontrol Max-MCUSUM berbasis bootstrap dievaluasi menggunakan kriteria ARL. ARL adalah jumlah rata-rata pengamatan sampai pengamatan pertama terdeteksi di luar batas kontrol (Montgomery, 2009). Berikut simulasi batas kontrol Max-MCUSUM menggunakan metode bootstrap (Khusna, Mashuri, Ahsan, Suhartono, & Prastyo, 2018).

1. Tentukan tingkat signifikansi α , jumlah pengamatan n , jumlah variabel p , dan koefisien korelasi r .
2. Tentukan nilai referensi k .
3. Untuk replikasi sebanyak N , maka langkah selanjutnya sebagai berikut:
 - a. Bangkitkan data sebanyak n sampel dengan mengikuti distribusi normal multivariat $N_p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$.
 - b. Hitung nilai M_i statistik Max-MCUSUM, $i = 1, 2, \dots, n$, sesuai dengan persamaan (2.23).
 - c. Lakukan *resample* sampel B bootstrap dari nilai statistik M_i
 - d. Urutkan sampel B bootstrap dari nilai minimum ke maksimum.
 - e. Hitung persentil bootsrap ke- $100(1-\alpha)$ dari sampel B bootstrap.

f. Hitung batas kontrol atas diagram kontrol Max-MCUSUM dengan persamaan sebagai berikut.

$$h = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N M^l_{(100(1-\alpha))} \quad (2.25)$$

4. Hitung ARL *in control*. Jika ARL *in control* tidak sama dengan ARL target maka ulangi langkah ke-3 dengan nilai B yang berbeda. Selain itu, dapat dilanjutkan dengan mengikuti langkah 5.
5. Simpan batas kontrol dengan ARL yang ditentukan.
6. Ulangi langkah 1 hingga langkah 3 dengan nilai referensi yang ditentukan berbeda k , tingkat signifikansi α , jumlah pengamatan n , jumlah variabel p , dan koefisien korelasi r .

2.5 Analisis Kapabilitas Proses

Kapabilitas proses adalah suatu ukuran kinerja kritis yang menunjukkan proses mampu menghasilkan sesuai dengan spesifikasi produk yang ditetapkan manajemen berdasarkan kebutuhan dan ekspektasi pelanggan (Gazpersz, 2002). Pada kasus distribusi tidak normal, indeks kinerja proses untuk distribusi tidak normal dapat dinyatakan sebagai berikut (Sibalija & Vidosav, 2010).

$$P_p = \frac{USL - LSL}{X_{0,99865} - X_{0,00135}} \quad (2.28)$$

$$P_{pk} = \min \left\{ \frac{USL - X_{0,50}}{X_{0,99865} - X_{0,50}}, \frac{X_{0,50} - LSL}{X_{0,50} - X_{0,00135}} \right\} \quad (2.31)$$

dengan,

USL : *Upper Specification Limits*

LSL : *Lower Specification Limits*

$X_{0,00135}$: Nilai z dari kurva distribusi kumulatif tidak normal pada titik persentase 0,135

$X_{0,50}$: Nilai median

$X_{0,99865}$: Nilai z dari kurva distribusi kumulatif tidak normal pada titik persentase 99,865

Selain pendekatan yang dijelaskan berdasarkan metode persentil Clements yang umum digunakan, terdapat metode lain untuk memperkirakan kinerja proses distribusi tidak normal, seperti metode transformasi Box-Cox, metode persentil Burr, dan metode Fungsi Distribusi Kumulatif (CDF) (Pearn & Kotz, 2006).

Dalam penelitian ini, digunakan dua karakteristik kualitas, sehingga perhitungan indeks kapabilitas proses secara multivariat lebih cocok digunakan terutama dengan mempertimbangkan tidak diketahuinya nilai pembobot dari masing-masing karakteristik kualitas. Perhitungan indeks Pp dan Ppk secara multivariat dapat dihitung dengan persamaan sebagai berikut (Raissi, 2009).

$$MP_p = \sum_{j=1}^n w_j P_p(x_j) \quad (2.34)$$

$$MP_{pk} = \sum_{j=1}^n w_j P_{pk}(x_j) \quad (2.35)$$

Indeks MCp dan $MCpk$ serta MPp dan $MPpk$ berturut-turut merupakan bentuk Cp dan Cpk serta Pp dan Ppk dalam keadaan multivariat dengan w_j merupakan pembobot berdasarkan kepentingan dengan $\sum_{j=1}^n w_j = 1$, serta n adalah banyak karakteristik kualitas dalam pengamatan. Nilai w_j disesuaikan dengan pembobot karakteristik kualitas yang ditetapkan oleh perusahaan. Namun apabila tidak ada pembobotan untuk masing-masing karakteristik kualitas maka nilai pembobot dianggap sama.

2.6 Diagram Ishikawa

Diagram *ishikawa* (diagram tulang ikan atau *cause-and-effect matrix*) adalah diagram yang menunjukkan penyebab dari sebuah even yang spesifik. Diagram *ishikawa* dapat membantu mengidentifikasi faktor-faktor yang signifikan memberi efek terhadap sebuah even. Diagram ini sangat praktis dilakukan dan dapat mengarahkan satu tim untuk terus menggali suatu permasalahan. Penyebab terjadinya masalah pada umumnya adalah 5M+1E yaitu *man*, *materials*, *machine*, *methods*, *measurement*, dan *environment*. Melalui diagram ini akan ditemukan akar dari

permasalahan (Ariani, 2003). Penjelasan elemen-elemen dari diagram *ishikawa* adalah sebagai berikut (Montgomery, 2013).

- a. Manusia (*man*), karyawan atau operator berperan sangat besar di dalam pelaksanaan proses produksi karena mereka yang berhubungan langsung dengan mesin dan bahan baku. Tingkat kedisiplinan dan keahlian operator juga menjadi faktor yang penting untuk diperhatikan.
- b. Mesin (*machine*), merupakan faktor yang cukup penting karena berhubungan langsung dengan bahan baku yang akan diolah dan proses *setting* mesin juga merupakan salah satu hal yang cukup penting untuk diperhatikan.
- c. Bahan baku (*material*), faktor material dapat mempengaruhi hasil akhir dari produk dan dapat juga mengakibatkan kecacatan.
- d. Metode (*method*), kesalahan metode dapat mengakibatkan hasil akhir yang cacat atau tidak sesuai dengan yang seharusnya dibuat.
- e. Pengukuran (*measurement*), ketepatan data yang diambil dari proses yang digunakan untuk mengevaluasi kualitas proses tersebut.
- f. Lingkungan (*environment*), faktor lingkungan dapat mempengaruhi kondisi material yang akan diproses atau mempengaruhi orang atau karyawan dalam melaksanakan proses produksi.

2.7 Prinsip Kerja Heat Recovery Steam Generator (HRSG)

Heat Recovery Steam Generator merupakan ketel uap atau boiler yang memanfaatkan energi panas dari sisa gas buang turbin gas yang temperaturnya masih cukup tinggi sekitar 550°C untuk memanaskan air yang berada di dalam pipa-pipa HRSG hingga menjadi uap, dan kemudian uap tersebut dipergunakan untuk menggerakkan turbin uap. Gas sisa pembakaran dari turbin gas dilewatkan dalam HRSG untuk menghasilkan uap tekanan tinggi dan uap tekanan rendah. Peralatan utama dari HRSG adalah *Preheater, Economizer, Evaporator, Super Heater, Steam Drum*, dan *Boiler Circulating Water Pump (BWCP)*. Berikut adalah

gambar dari komponen-komponen utama yang berada pada HRSG beserta penjelasannya.



Gambar 2.1 *Heat Recovery Steam Generator*

1. *Preheater*

Preheater berfungsi sebagai pemanas air awal yang berasal dari kondensor sebelum masuk ke deaerator.

2. *Economizer*

Economizer terbagi menjadi dua, yaitu *Low Pressure Economizer* (LP *Economizer*) dan *High Pressure Economizer* (HP *Economizer*). LP *economizer* berfungsi sebagai pemanas air setelah *preheater* dari deaerator, agar air mencapai titik didihnya sebelum masuk ke LP Drum. Sedangkan HP *economizer* berfungsi sebagai pemanas air setelah *preheater* dari deaerator, agar air mencapai titik didihnya sebelum masuk ke HP Drum.

3. *Evaporator*

Evaporator terbagi menjadi dua, yaitu *Low Pressure Evaporator* (LP *Evaporator*) dan *High Pressure Evaporator* (HP *Evaporator*). LP *evaporator* berfungsi sebagai pemanas air dari LP drum agar menjadi uap jenuh. Kemudian uap ini menuju ke LP drum, lalu uap tersebut dialirkan menuju LP turbin dan deaerator. Sedangkan HP *evaporator* berfungsi sebagai pemanas air dari HP drum agar menjadi uap jenuh. Kemudian uap ini menuju ke HP Drum, untuk dialirkan menuju *superheater*.

4. *Superheater*

Superheater berfungsi untuk memanaskan uap jenuh dari HP drum untuk menghasilkan uap kering. Sebelum masuk ke dalam HP turbin, uap dipastikan benar-bener kering dan bebas kandungan

air, yang bertujuan untuk mencegah kerusakan pada turbin yang diakibatkan hantaman air pada sudu-sudu turbin.

5. *Steam Drum*

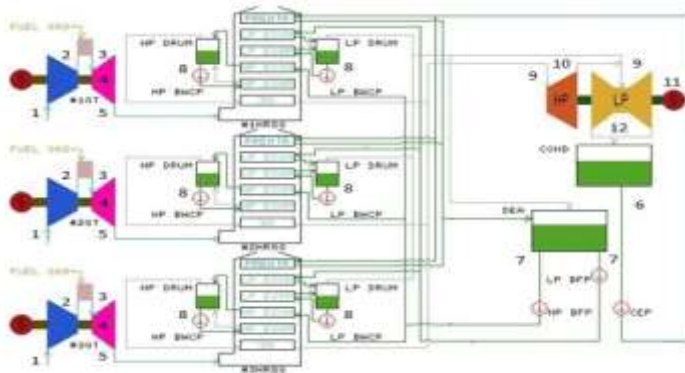
Steam drum terbagi menjadi dua, yaitu *Low Pressure Drum* (LP Drum) dan *High Pressure Drum* (HP Drum). LP drum berfungsi sebagai tempat penampung air dari deaerator dan juga sebagai pemisah uap jenuh yang dihasilkan dari LP *evaporator* dan LP *economizer* untuk dialirkan menuju LP turbin dan deaerator. Sedangkan HP drum berfungsi sebagai tempat penampung air dari deaerator dan juga sebagai pemisah uap jenuh yang dihasilkan dari HP *evaporator* dan HP *economizer* untuk dialirkan menuju HP turbin melalui *superheater*.

6. *Boiler Circulating Water Pump* (BWCP)

Boiler Circulating Water Pump (BWCP) terbagi menjadi dua, yaitu *Low Pressure Boiler Circulating Water Pump* (LP BWCP) dan *High Pressure Boiler Circulating Water Pump* (HP BWCP). LP BWCP berfungsi untuk memompa air dari drum menuju LP *evaporator* dan kembali menuju LP Drum lagi. Sedangkan HP BWCP berfungsi untuk memompa air dari HP Drum menuju HP *evaporator* dan kembali menuju HP Drum lagi.

2.8 Proses Produksi di PLTGU

Pembangkit Listrik Tenaga Gas dan Uap (PLTGU) adalah gabungan antara Pembangkit Listrik Tenaga Gas (PLTG) dengan Pembangkit Listrik Tenaga Uap (PLTU), dimana panas dari gas buang PLTG dimanfaatkan untuk memanaskan air yang berada di *Heat Recovery Steam Generator* (HRSG) hingga menghasilkan uap jenuh dan uap kering. Uap jenuh dan uap kering inilah yang akan digunakan untuk menggerakkan sudu turbin uap, dan kemudian generatornya. Sedangkan pada PLTG, gas yang dihasilkan dalam ruang bakar akan menggerakkan sudu turbin gas, dan kemudian generatornya (Astawan, 2014).



Gambar 2.2 Bagan Siklus Kerja PLTGU di PT 'X'

Gambar 2.2 merupakan siklus kerja PLTGU di PT 'X' yang dijelaskan sebagai berikut.

1. Kompresor menghisap udara bebas yang masuk melalui *inlet air section*.
2. Kemudian udara bertekanan tersebut dialirkan ke dalam ruang bakar.
3. Udara bertekanan bercampur dengan gas alam/*high speed diesel* (HSD) dan dibakar di dalam ruang bakar sehingga menghasilkan gas panas bertekanan tinggi yang diarahkan ke sudu-sudu turbin oleh *nozzle*.
4. Turbin berputar akibat pancaran gas panas yang terarah pada sudu turbin hingga menggerakkan generator dan menghasilkan energi listrik.
5. Gas panas yang keluar dari turbin gas masuk ke HRSG untuk memanaskan air.
6. *Condensate Extraction Pump* (CEP) memompa air dari kondensator menuju deaerator untuk membuang gas yang tidak terkondensasi dengan melewati *pre heater* sebagai pemanas awal.
7. *Low Pressure Boiler Feed Pump* (LP BFP) memompa air dari deaerator ke LP Drum melalui LP Economiser, dan *High Pressure Boiler Feed Pump* (HP BFP) memompa air dari deaerator ke HP Drum melalui HP Economiser.

8. *Low Pressure Boiler Water Circulating Pump* (LP BWCP) memompa air dari LP Drum menuju LP Evaporator, uap yang dihasilkan LP Evaporator dialirkan kembali ke LP Drum, dan *High Pressure Boiler Feed Pump* (HP BWCP) memompa air dari HP Drum menuju HP Evaporator, uap yang dihasilkan HP Evaporator dialirkan kembali ke HP Drum.
9. Uap pada LP Drum dialirkan menuju turbin bertekanan rendah (*LP Turbine*) untuk menggerakkan sudu-sudu LP *turbine* dan sebagian uap ke deaerator untuk memanaskan air di dalamnya. Sedangkan uap dari HP Drum dialirkan menuju *Superheater* untuk mendapatkan uap kering, lalu uap tersebut dialirkan menuju turbin bertekanan tinggi (*HP Turbine*) untuk menggerakkan sudu-sudu HP *turbine*.
10. Uap dari HP *turbine* dialirkan ke LP *turbine* guna menggerakkan sudu-sudu LP *turbine*.
11. Generator yang digerakkan turbin uap (*HP turbine* dan *LP turbine*) menghasilkan energi listrik.
12. Uap yang digunakan untuk memutar turbin dikondensasikan pada kondensor agar menjadi air dan dapat digunakan kembali.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Penelitian ini menggunakan data sekunder yang diperoleh dari PT 'X'. Data yang digunakan merupakan data dari proses hasil pembakaran pada turbin gas di unit Blok 1. Pada proses tersebut terdapat dua parameter utama yang dapat menentukan kualitas sistem HRSG berjalan stabil yaitu *gas flow* (aliran gas buang), dan *gas temperature* (temperatur gas buang). Pengukuran kualitas dilakukan dengan mengambil sampel yang dilakukan setiap hari dengan sistem pencatatan. Data diamati pada periode 1 Juni 2019 hingga 31 Juli 2019.

3.2 Variabel Penelitian

Variabel penelitian yang digunakan pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

Tabel 3.1 Variabel Penelitian

Variabel	Keterangan	Satuan	Batas Spesifikasi
X_1	<i>Gas Flow</i>	Ton/h	1100-1500
X_2	<i>Gas Temperature</i>	Celcius	481-523

Penjelasan untuk masing-masing variabel penelitian pada Tabel 3.1 adalah sebagai berikut.

1. *Gas Flow* (X_1)

Aliran gas buang yang di alirkan dari turbin gas ke HRSG. Aliran gas buang ini yang dapat mempengaruhi efisiensi sistem HRSG. Jika *gas flow* turun maka efisiensi sistem juga akan turun begitu pula jika *gas flow* terlalu tinggi maka efisiensi sistem juga akan turun.

2. *Gas Temperature* (X_2)

Temperatur gas buang yang digunakan untuk memanaskan air hingga menjadi uap dimana temperatur tersebut tidak lebih dari batas spesifikasinya.

3.3 Struktur Data

Struktur dari data yang digunakan pada penelitian ini sebagai berikut.

Tabel 3.2 Struktur Data

Sampel	Variabel	
	X1	X2
1	X _{1,1}	X _{1,2}
2	X _{2,1}	X _{2,2}
...
<i>n</i>	X _{<i>n</i>,1}	X _{<i>n</i>,2}

3.4 Langkah Analisis

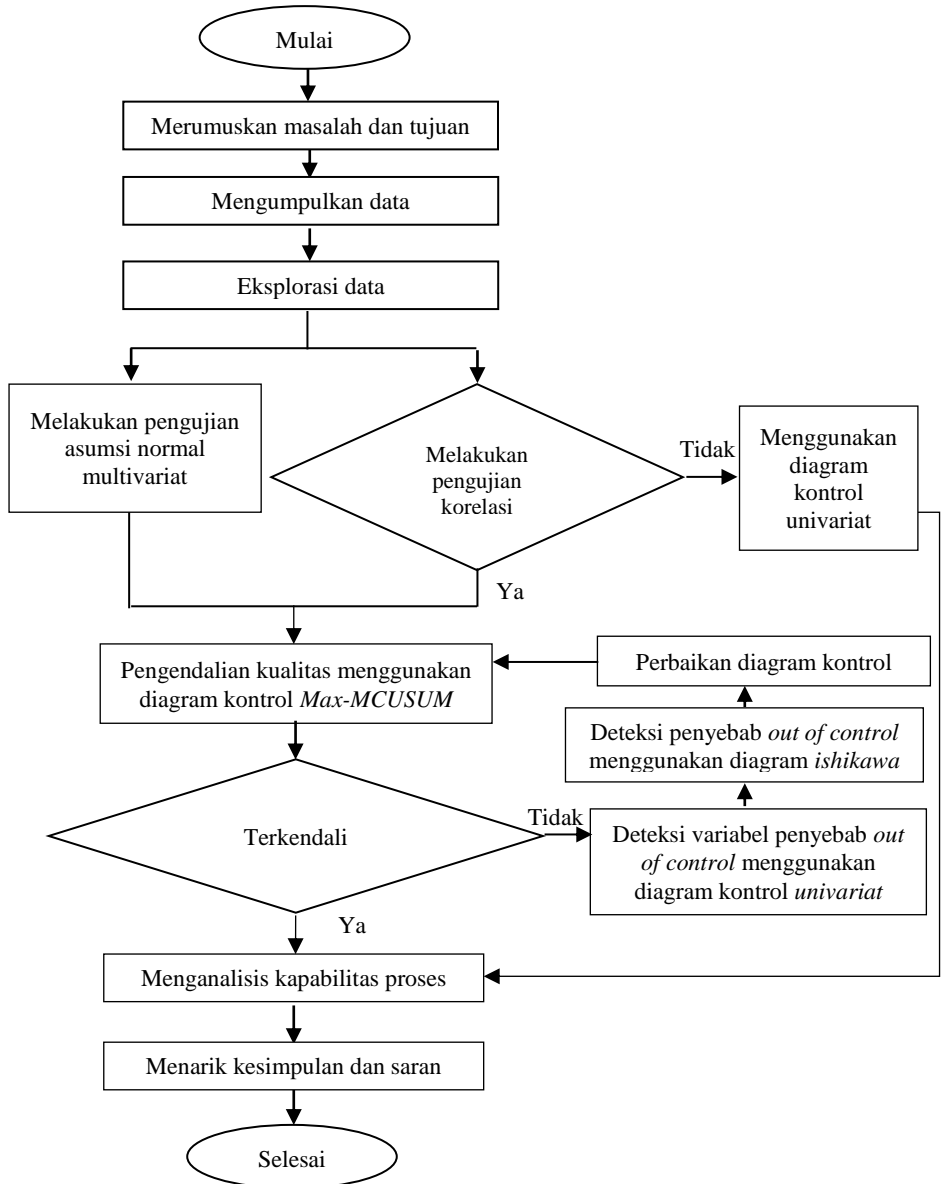
Langkah analisis digunakan untuk menggambarkan langkah-langkah penelitian yang akan dilakukan secara urut. Langkah analisis yang digunakan adalah sebagai berikut.

1. Merumuskan masalah dan menentukan tujuan penelitian.
2. Mengumpulkan data dari PT 'X'.
3. Melakukan eksplorasi data untuk mengetahui karakteristik dari data.
4. Melakukan pemeriksaan asumsi normal multivariat dan pengujian asumsi dependensi *gas flow* dan *gas temperature* pada data pengendalian kualitas sistem HRSG di PLTGU PT 'X'.
5. Melakukan pengontrolan rata-rata dan variabilitas proses menggunakan peta kendali Max-MCUSUM sebagai berikut.
 - a. Menentukan parameter p dan rata-rata vektor μ_G , rata-rata vektor μ_B , dan matriks kovarians Σ . Jika μ_G tidak diketahui, maka nilai didapatkan dari *Key Performance Indicator*. Sedangkan jika rata-rata vektor μ_B tidak diketahui, maka nilai didapatkan dengan menggunakan sampel rata-rata.
 - b. Untuk setiap sampel, hitung nilai Z_i dan Y_i dengan rumus pada persamaan (2.13) dan persamaan (2.19).

- c. Untuk mendeteksi perubahan pada rata-rata vektor proses dan matriks kovarians, hitung nilai k dan hitung *cumulative sum* $C_i^+, C_i^-, S_i^+, S_i^-$ dan transform ke nilai C_i dan S_i .
 - d. Menghitung nilai M_i dan membandingkan dengan nilai h (interval keputusan) yang didapatkan dengan simulasi seperti pada subbab 2.4.
 - e. Titik pengamatan dinyatakan dalam simbol titik atau dot. Lalu memplotkan dot tersebut. Jika $M_i \leq h$, maka proses terkendali secara statistik. Namun, jika $M_i \geq h$, maka proses tidak terkendali secara statistik dan karakter plotting (C_i dan S_i) harus digunakan untuk menunjukkan secara statistik bahwa diagram kontrol berada di atas interval.
 - 1) Jika $C_i \geq h$, plotkan C_+ yang menunjukkan pergeseran proses pada vektor rata-rata.
 - 2) Jika $S_i \geq h$, plotkan V_+ yang menunjukkan pergeseran proses pada matriks kovarians.
 - 3) Jika $C_i \geq h$ dan $S_i \geq h$, plotkan B_{++} yang menunjukkan pergeseran proses, baik pada rata-rata maupun varians
 - g. Jika proses tidak terkendali maka dilakukan identifikasi dengan mendeteksi variabel utama penyebab pengamatan *out of control*, kemudian dilanjutkan dengan mengidentifikasi sumber penyebab *out of control* pada proses produksi dengan diagram *Ishikawa*.
6. Menganalisis kapabilitas proses sistem HRSG di PLTGU.
 7. Menarik kesimpulan dan saran.

3.5 Diagram Alir

Diagram alir menggambarkan alur perjalanan pembuatan laporan ini, mulai dari proses perumusan masalah dan menentukan tujuan, pengumpulan data hingga penarikan kesimpulan dan saran. Diagram alir dari langkah analisis pada penelitian ini adalah sebagai berikut.



Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian

BAB IV

ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Sistem HRSG di PT 'X' memanfaatkan dua karakteristik gas buang dari hasil pembakaran di turbin gas untuk memanaskan air yaitu *gas flow* dan *gas temperature*. Monitoring kualitas gas buang sistem HRSG dengan diagram kontrol di PT 'X' belum pernah dilakukan. Oleh karena itu, diperlukan suatu monitoring kualitas proses dengan diagram kontrol agar dapat memonitoring proses sistem HRSG, sehingga apabila terjadi pergeseran proses dapat terdeteksi lebih awal. Jika terdeteksi lebih awal maka akan semakin baik pula dalam meminimalisir kerugian perusahaan untuk *early warning* sinyal *out-of-control*.

Sebelumnya, telah dilakukan analisis regresi untuk lebih menjelaskan pengaruh *combustion pressure* dan *efficiency compressor* terhadap *gas flow* dan *gas temperature* yang terdapat pada Lampiran 2. Tetapi, setelah dilakukan perhitungan diketahui bahwa nilai R-Sq variabel *gas temperature* yang sangat kecil sehingga diputuskan hanya melakukan analisis diagram kontrol Max-MCUSUM *gas flow* dan *gas temperature*. Pada bab ini akan dibahas secara rinci hasil analisis gas buang sistem HRSG di PLTGU PT 'X' meliputi analisis deskriptif, asumsi multivariat, dan pengendalian kualitas dengan diagram kontrol Max-MCUSUM.

4.1 Karakteristik Kualitas Gas Buang *Heat Recovery Steam Generator* (HRSG)

Sebelum melakukan tahap pengendalian kualitas proses HRSG, terlebih dahulu dilakukan analisa secara deskriptif masing-masing variabel. Analisis secara deskriptif berguna sebagai informasi awal dari data. Hasil statistika deskriptif dari variabel *gas flow* dan *gas temperature* pada karakter kualitas sistem HRSG dapat digambarkan melalui Tabel 4.1 sebagai berikut.

Tabel 4.1 Deskripsi Karakteristik Kualitas Gas Buang

Variabel	Rata-Rata	Varians	Min	Maks	Spesifikasi
<i>Gas Flow</i> (Y_1)	1205,1	8584,6	1034,3	1414,4	1100-1500
<i>Gas Temperature</i> (Y_2)	505,46	203,50	459,0	532,0	481-523

Tabel 4.1 merupakan deskripsi variabel penelitian (*gas flow* dan *gas temperature*). Rata-rata variabel penelitian berada dalam batas spesifikasi perusahaan. Namun, beberapa titik pengamatan pada kedua variabel tersebut masih berada diluar batas spesifikasi yang ditentukan. Hal ini dapat dilihat melalui nilai minimum dan maksimum variabel penelitian. *Gas flow* merupakan variabel dengan nilai varians terbesar yaitu sebesar 8584,6 dimana menunjukkan persebaran nilai hasil pengukuran terhadap rata-rata. Sedangkan, *gas temperature* merupakan variabel dengan nilai varians terkecil yaitu sebesar 203,5.

4.2 Uji Bartlett

Pengujian Bartlett dilakukan untuk mengetahui apakah terdapat korelasi antara variabel yang digunakan pada kasus multivariat. Pada pengujian ini didapatkan nilai χ^2_{hitung} sebesar 474,242 yang terdapat pada Lampiran 3. Nilai $X^2_{(\alpha, \frac{1}{2}p(p-1))}$ dengan menggunakan α sebesar 5% dan derajat bebas sebesar 1 didapatkan nilai sebesar 3,841459 sesuai dengan tabel *chi-square* seperti pada Lampiran 4. Nilai χ^2_{hitung} yang diperoleh lebih besar dari $X^2_{(\alpha, \frac{1}{2}p(p-1))}$, sehingga sesuai dengan hipotesis yang ada pada subbab 2.1 dapat disimpulkan bahwa matriks korelasi pada karakteristik kualitas gas buang sistem HRSG bukan merupakan matriks identitas atau terdapat korelasi antar variabel yang digunakan.

4.3 Pemeriksaan Asumsi Normal Multivariat

Pengujian normal multivariat digunakan untuk mengetahui apakah data penelitian berdistribusi normal multivariat atau tidak.

Pengujian asumsi normal multivariat dilakukan untuk kedua variabel gas buang yaitu *gas flow* dan *gas temperature*. Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan sesuai dengan persamaan (2.3), didapatkan nilai korelasi antara d_j^2 dan q_j adalah 0,997 yang terdapat pada Lampiran 6. Nilai tersebut kemudian dibandingkan dengan *critical point* dari *normal probability plot correlation coefficient (PPCC) distribution*. Untuk nilai *critical point* dengan menggunakan *alpha* 5% didapatkan *critical point* sebesar 0,99498 yang terdapat Lampiran 7. Nilai koefisien korelasi yang diperoleh lebih kecil dari *critical point*, sehingga sesuai dengan hipotesis yang ada pada subbab 2.2 keputusan yang diambil adalah gagal tolak H_0 dan dapat disimpulkan bahwa data mengikuti distribusi normal multivariat.

4.4 Diagram Kontrol *Maximum Multivariate Cumulative Sum (Max-MCUSUM)*

Diagram kontrol Max-MCUSUM merupakan diagram kontrol yang dikembangkan menggunakan nilai maksimal dari jumlah nilai kumulatif yang dihitung (CUSUM). Pengendalian kualitas menggunakan diagram kontrol Max-MCUSUM hanya menggunakan batas kontrol atas atau interval keputusan (h). Proses dapat dikatakan dalam keadaan terkendali apabila titik pengamatan terletak dibawah batas kendali atas dan besarnya pergeseran kecil. Sebaliknya, proses dianggap dalam keadaan tidak terkendali jika titik pengamatan yang diplot berada diatas batas kontrol atas dan besarnya pergeseran tinggi. Batas kontrol atas didapatkan melalui simulasi pada subbab 4.4.2 dengan cara membangkitkan 1000 data random yang memiliki vektor rata-rata dan matriks kovarians data pengamatan gas buang sistem HRSG.

4.4.1 Perhitungan Statistik Uji Diagram Kontrol *Maximum Multivariate Cumulative Sum (Max-MCUSUM)*

Langkah awal membuat diagram kontrol Max-MCUSUM adalah menentukan rata-rata vektor μ_G (nilai target perusahaan), rata-rata vektor μ_B (rata-rata variabel pengamatan), dan matriks kovarians Σ . Berikut merupakan nilai rata-rata vektor μ_G dan

rata-rata vektor μ_B pada data pengamatan karakteristik kualitas gas buang sistem HRSG.

$$\mu_G = \begin{bmatrix} 1500 \\ 523 \end{bmatrix} \quad \mu_B = \begin{bmatrix} 1205,0523 \\ 505,4648 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya menghitung matriks kovarians dan invers matriks kovarians dari data pengamatan karakteristik kualitas gas buang sistem HRSG sebagai berikut.

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 8584,56422 & -66,58779 \\ -66,58779 & 203,50052 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma^{-1} = \begin{bmatrix} 1,167846 \times 10^{-4} & 3,821329 \times 10^{-5} \\ 3,821329 \times 10^{-5} & 4,9264496 \times 10^{-3} \end{bmatrix}$$

Langkah berikutnya yaitu menghitung Z_i dan Y_i setiap pengamatan. Tetapi sebelum mendapatkan nilai Z_i , terlebih dahulu menghitung nilai a' seperti persamaan (2.10) sebagai berikut.

$$(\mu_B - \mu_G) = \begin{bmatrix} -0,03511542 \\ -0,09765807 \end{bmatrix}$$

$$(\mu_B - \mu_G)' = [-0,03511542 \quad -0,09765807]$$

$$a' = \frac{(\mu_B - \mu_G)' \Sigma^{-1}}{[(\mu_B - \mu_G)' \Sigma^{-1} (\mu_B - \mu_G)]^{\frac{1}{2}}}$$

$$= [-0,01010765 \quad -0,02810998]$$

Setelah mendapatkan nilai a' , dilanjutkan dengan menghitung nilai Z_i yang merupakan nilai pengendalian kualitas untuk rata-rata setiap pengamatan. Data pengamatan pertama, yaitu $x_1' = [1099,164 \quad 529]$. Berikut merupakan perhitungan nilai Z_i sesuai dengan persamaan (2.13) untuk data pengamatan pertama.

$$\begin{aligned}
Z_1 &= a'(\mathbf{x}_1 - \boldsymbol{\mu}_G) \\
&= [-0,01010765 \quad -0,02810998] \begin{bmatrix} -400,836 \\ 6 \end{bmatrix} \\
&= 3,882848
\end{aligned}$$

Selanjutnya menghitung nilai Y_i seperti pada persamaan (2.19) untuk data pengamatan pertama sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
Y_1 &= \Phi^{-1} \left\{ H \left[(\mathbf{x}_1 - \boldsymbol{\mu})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{x}_1 - \boldsymbol{\mu}); p \right] \right\} \\
&= \Phi^{-1} \left\{ H \left[\begin{pmatrix} -400,836 \\ 6 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 1,167846 \times 10^{-4} & 3,821329 \times 10^{-5} \\ 3,821329 \times 10^{-5} & 4,9264496 \times 10^{-3} \end{bmatrix} (-400,836 \quad 6); 2 \right] \right\} \\
&= \Phi^{-1} \{ 0,999915 \} \\
&= 3,7613139
\end{aligned}$$

Setelah mendapatkan nilai Z_i dan Y_i masing-masing sebesar 3,882 dan 3,761, langkah selanjutnya adalah menghitung nilai k dan D (parameter *noncentrality* atau nilai jarak dari titik tengah) sesuai dengan persamaan (2.11) dan (2.12) sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
k &= 0.5 \frac{(\boldsymbol{\mu}_B - \boldsymbol{\mu}_G)' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\boldsymbol{\mu}_B - \boldsymbol{\mu}_G)}{\left[(\boldsymbol{\mu}_B - \boldsymbol{\mu}_G)' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\boldsymbol{\mu}_B - \boldsymbol{\mu}_G) \right]^{\frac{1}{2}}} \\
&= 0.5 \frac{12,06967}{3,474143} \\
&= 1,737071 \\
D &= \sqrt{(\boldsymbol{\mu}_B - \boldsymbol{\mu}_G)' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\boldsymbol{\mu}_B - \boldsymbol{\mu}_G)} \\
&= 3,474143
\end{aligned}$$

Hasil perhitungan nilai k dan D masing-masing sebesar 1,737 dan 3,474. Langkah selanjutnya yaitu menentukan titik-titik plot rata-rata dan varians terhadap batas kontrol atas atau interval keputusan (h) dengan menghitung *cumulative sum* C_i^+ , C_i^- , S_i^+ , dan S_i^- dengan nilai inisiasi awal C_0^+ , C_0^- , S_0^+ , dan S_0^- bernilai 0 (nol). Perhitungan nilai maksimum dari C_i^+ dan C_i^- seperti pada

persamaan (2.20) untuk memonitor rata-rata proses pada data pengamatan pertama adalah sebagai berikut.

$$Z_1 = 3,882848$$

$$D = 3,474143$$

$$C_1^+ = \max(0, Z_1 - 0,5D + C_0^+)$$

$$C_1^+ = \max(0, 2,145777) = 2,145777$$

dan

$$Z_1 = 3,882848$$

$$D = 3,474143$$

$$C_1^- = \max(0, -0,5D - Z_1 + C_0^-)$$

$$C_1^- = \max(0, -5,619919) = 0$$

Hasil perhitungan diatas diketahui nilai C_1^+ sebesar 0 (nol) dan 2,145 sehingga didapatkan nilai maksimum sebesar 2,145. Selanjutnya, untuk perhitungan nilai C_1^- diketahui sebesar 0 (nol) dan -5,619. Nilai 0 (nol) lebih besar dibandingkan -5,619 sehingga untuk nilai C_1^- didapatkan nilai maksimum sebesar 0 (nol). Kemudian, untuk perhitungan nilai C_2^+ dan C_2^- berlaku rumus yang sama dengan C_{i-1}^+ dan C_{i-1}^- menggunakan nilai C_1^+ dan C_1^- , yang bukan bernilai 0 (nol). Tetapi, jika data pengamatan berada diluar dari batas kendali atas, maka untuk pengamatan berikutnya menggunakan C_1^+ dan C_1^- bernilai 0 (nol) kembali. Hasil nilai C_i^+ dan C_i^- pada data pengamatan seterusnya dapat dilihat pada lampiran 8.

Selanjutnya, dilakukan perhitungan nilai maksimum dari S_i^+ dan S_i^- seperti pada persamaan (2.21) untuk memonitor rata-rata proses pada data pengamatan pertama adalah sebagai berikut.

$$Y_1 = 3,7613139$$

$$k = 1,737071$$

$$S_1^+ = \max(0, Y_1 - k + S_0^+)$$

$$S_1^+ = \max(0, 2,024243) = 2,024243$$

dan

$$Y_1 = 3,7613139$$

$$k = 1,737071$$

$$S_1^- = \max(0, -k - Y_1 + S_0^-)$$

$$S_1^- = \max(0, -5,498385) = 0$$

Sama seperti konsep perhitungan mendapatkan nilai C_1^+ dan C_1^- , menghitung nilai S_1^+ dan S_1^- dengan nilai inisiasi awal S_0^+ bernilai 0 (nol) sehingga didapatkan masing-masing nilai S_1^+ dan S_1^- sebesar 2,024 dan 0 (nol). Untuk perhitungan nilai S_2^+ dan S_2^- berlaku rumus yang sama dengan S_{i-1}^+ dan S_{i-1}^- menggunakan nilai S_1^+ dan S_1^- , yang bukan bernilai 0 (nol). Seperti sebelumnya, jika data pengamatan berada diluar dari batas kendali atas, maka untuk pengamatan berikutnya menggunakan S_1^+ dan S_1^- bernilai 0 (nol) kembali. Hal ini juga berlaku untuk data pengamatan berikutnya dapat dilihat pada lampiran 8.

Setelah mendapatkan nilai *cumulative sum*, karena penelitian ini menggunakan metode pengendalian kualitas secara multivariat maka langkah berikutnya yaitu menghitung besar pergeseran bukan arahnya, sehingga dilakukan transformasi sesuai dengan persamaan (2.22) sebagai berikut.

$$C_1 = \max(C_1^+, C_1^-) = \max(2,145777, 0) = 2,145777$$

$$S_1 = \max(S_1^+, S_1^-) = \max(2,024243, 0) = 2,024243$$

Hasil perhitungan diatas, diketahui bahwa pada data pertama nilai C_1^+ dan C_1^- masing-masing sebesar 2,145 dan 0 (nol), sehingga dapat dikatakan bahwa nilai C_1 sebesar 2,145 yang

merupakan nilai maksimum antara C_1^+ dan C_1^- . Sama halnya dalam menghitung nilai S_1 yang mana didapatkan nilai maksimum antara S_1^+ dan S_1^- yaitu sebesar 2,024.

Selanjutnya, dilakukan perhitungan nilai M_i seperti pada persamaan (2.23). Nilai M_i merupakan nilai maksimum antara nilai C_i dan S_i yang akan diplot pada diagram kontrol Max-MCUSUM. Berikut merupakan hasil perhitungan nilai M_i untuk data pengamatan pertama.

$$M_1 = \max(C_1, S_1) = \max(2,145777, 2,024243) = 2,145777$$

Hasil perhitungan, nilai maksimum antara nilai C_i dan S_i sebesar 2,369225. Pada pengamatan berikutnya dilakukan perhitungan nilai M_i dengan cara yang sama. Hasil nilai M_i pada data pengamatan hingga ke-305 dapat dilihat pada lampiran 8.

4.4.2 Penentuan Batas Kendali Atas atau Interval Keputusan (h)

Pada penelitian ini batas kendali atas atau interval keputusan (h) diagram kontrol Max-MCUSUM dilakukan dengan cara simulasi bootsrap. Nilai batas kendali atas didapatkan melalui simulasi dengan menggunakan α sebesar 0,0027 berdasarkan diagram kontrol Shewhart (3σ) sehingga nilai ARL atau *Average Run Length* yang digunakan sebesar 370.

Simulasi dilakukan dengan membangkitkan 1000 data random berdistribusi normal multivariat sebanyak 500 kali menggunakan nilai rata-rata dan matriks kovarians yang sama dengan data pengamatan karakteristik kualitas gas buang sistem HRSG. Berikut nilai rata-rata dan matriks kovarians yang digunakan untuk membangkitkan data berdistribusi normal multivariat.

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} 1500 \\ 523 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} 65082,28 & 22728,03 \\ 22728,03 & 10028,09 \end{bmatrix}$$

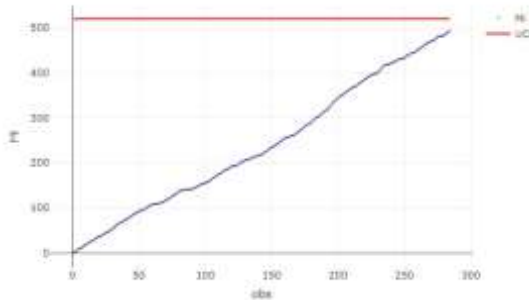
Setelah membangkitkan data, dilakukan perhitungan nilai statistik M_i dengan $i = 1, 2, \dots, 1000$. Kemudian menghitung nilai persentil bootstrap ke- $100(1 - \alpha)$ dari masing-masing 1000 sampel sebanyak 500 kali sehingga akan menghasilkan nilai 500 batas kendali atas (h). Langkah berikutnya yaitu menghitung nilai *Average Run Length* (ARL). Jika nilai rata-rata kurang dari ARL atau 370 maka nilai batas kontrol atas yang telah ditentukan diawal dapat dinaikkan. Sebaliknya, jika nilai rata-rata melebihi ARL atau 370 maka nilai batas kontrol atas awal diturunkan. Nilai batas kendali atas (h) yang terpilih ketika nilai ARL yang dihasilkan mendekati 370. Berikut hasil perhitungan nilai batas kendali atas (h) sesuai pada persamaan (2.25).

$$\begin{aligned} h &= \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N M_{(100(1-\alpha))}^l \\ &= 520,09 \end{aligned}$$

Batas kendali atas (h) yang digunakan pada pengendalian kualitas gas buang sistem HRSG menggunakan diagram kontrol Max-MCUSUM sesuai perhitungan adalah sebesar 520,09.

4.5 Pengendalian Kualitas Gas Buang Sistem HRSG

Langkah berikutnya setelah dilakukan simulasi untuk menentukan batas kendali atas (h) adalah mengendalikan kualitas gas buang sistem HRSG. Diagram kontrol yang digunakan yaitu diagram kontrol Max-MCUSUM, dimana pada diagram kontrol ini akan memplotkan nilai maksimum dari nilai statistik antara C_i dan S_i yang telah didapatkan dari perhitungan nilai M_i pada subbab 4.4.1. Berikut merupakan diagram kontrol Max-MCUSUM pada data pengamatan karakteristik kualitas gas buang sistem HRSG.



Gambar 4.1 Diagram Kontrol Max-MCUSUM Gas Buang Sistem HRSG

Gambar 4.1 menunjukkan nilai maksimum dari M_i (warna abu-abu) adalah 493,32 dan nilai batas kontrol atas (h) (warna merah) adalah 520,09. Tidak terdapat titik-titik pengamatan atau nilai statistik M_i yang berada di atas batas kontrol atas (h) sehingga dapat dikatakan bahwa tidak terjadi pergeseran proses, baik pada rata-rata maupun variabilitas proses. Sistem HRSG menggunakan diagram kontrol Max-MCUSUM telah terkendali secara statistik. Selanjutnya, dapat dilakukan perhitungan nilai kapabilitas proses kualitas gas buang sistem HRSG.

4.6 Analisis Kapabilitas Proses

Analisis kapabilitas proses pada penelitian ini digunakan untuk mengetahui secara keseluruhan kinerja dari proses kualitas gas buang sistem HRSG di PT 'X' dapat memenuhi batas spesifikasi yang telah ditentukan oleh perusahaan. Proses pengendalian dengan diagram kontrol Max-MCUSUM pada penelitian ini diketahui bahwa data pengamatan berdistribusi tidak normal multivariat sehingga dilakukan perhitungan indeks kapabilitas menggunakan P_p dan P_{pk} . Proses dikatakan kapabel dengan tingkat akurasi dan presisi tinggi jika nilai indeks kapabilitas lebih dari 1. Pada pengendalian kualitas yang telah dilakukan didapatkan perhitungan nilai P_p dan P_{pk} secara univariat sebagai berikut.

- a. Perhitungan Nilai P_p dan P_{pk} Karakteristik Kualitas *Gas Flow*

$$\begin{aligned}
 P_p &= \frac{USL - LSL}{X_{0,99865} - X_{0,00135}} \\
 &= \frac{1500 - 1100}{1405,238 - 1034,298} \\
 &= \frac{400}{370,94} \\
 &= 1,078
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{pk} &= \min \left(\frac{USL - X_{0,5}}{X_{0,99865} - X_{0,5}}, \frac{X_{0,5} - LSL}{X_{0,5} - X_{0,00135}} \right) \\
 &= \min \left(\frac{1500 - 1178,841}{1405,238 - 1178,841}, \frac{1178,841 - 1100}{1178,841 - 1034,298} \right) \\
 &= \min \left(\frac{321,159}{226,398}, \frac{78,841}{144,543} \right) \\
 &= \min(1,4185, 0,545) \\
 &= 0,545
 \end{aligned}$$

- b. Perhitungan Nilai P_p dan P_{pk} Karakteristik Kualitas *Gas Temperature*

$$\begin{aligned}
 P_p &= \frac{USL - LSL}{X_{0,99865} - X_{0,00135}} \\
 &= \frac{523 - 481}{530 - 459} \\
 &= \frac{42}{71} \\
 &= 0,591
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{pk} &= \min \left(\frac{USL - X_{0,5}}{X_{0,99865} - X_{0,5}}, \frac{X_{0,5} - LSL}{X_{0,5} - X_{0,00135}} \right) \\
&= \min \left(\frac{523 - 507}{530 - 507}, \frac{507 - 481}{507 - 459} \right) \\
&= \min \left(\frac{16}{23}, \frac{26}{48} \right) \\
&= \min(0,69, 0,541) \\
&= 0,541
\end{aligned}$$

Pada hasil perhitungan diatas, diperoleh nilai P_p masing-masing karakteristik kualitas *gas flow* dan *gas temperature* adalah sebesar 1,78 dan 0,591 sehingga secara univariat proses kualitas gas buang sistem HRSG pada karakteristik kualitas *gas flow* memiliki presisi yang baik karena nilai P_p yang lebih dari 1. Namun, karakteristik kualitas *gas temperature* memiliki presisi yang rendah karena nilai P_p kurang dari 1. Sementara, hasil perhitungan nilai P_{pk} untuk karakteristik kualitas *gas flow* dan *gas temperature* berturut-turut sebesar 0,545 dan 0,541. Secara univariat kedua karakteristik tersebut memiliki akurasi yang sangat rendah.

Selanjutnya dilakukan perhitungan indeks kapabilitas secara multivariat dengan menggunakan nilai P_p dan P_{pk} untuk menghitung nilai MP_p dan MP_{pk} . Kriteria proses produksi kapabel secara multivariat adalah ketika nilai MP_p dan MP_{pk} bernilai lebih dari 1. Bobot yang digunakan bernilai sama untuk masing-masing karakteristik kualitas dengan membagi secara rata sehingga nilai bobot tiap variabel sebesar 0,5. Hal ini karena perusahaan tidak menetapkan bobot tertentu maka digunakan bobot yang sama untuk setiap karakteristik kualitas. Berikut hasil perhitungan kapabilitas proses secara multivariat.

$$\begin{aligned}
 MP_p &= \sum_{j=1}^n w_j P_p(x_j) \\
 &= (0,5 \times 1,078) + (0,5 \times 0,591) \\
 &= 0,539 + 0,2955 \\
 &= 0,8345 \\
 MP_{pk} &= \sum_{j=1}^n w_j P_{pk}(x_j) \\
 &= (0,5 \times 0,545) + (0,5 \times 0,541) \\
 &= 0,2725 + 0,2705 \\
 &= 0,543
 \end{aligned}$$

Hasil perhitungan menunjukkan indeks kapabilitas secara multivariat dengan pembobotan yang sama, didapatkan nilai MP_p sebesar 0,8345 yang artinya bahwa kinerja proses memiliki presisi yang rendah dan belum kapabel. Sementara, nilai MP_{pk} sebesar 0,543 menunjukkan bahwa secara multivariat dengan pembobotan yang sama kinerja proses memiliki akurasi yang sangat rendah sehingga belum kapabel. Dengan demikian, nilai-nilai ini menunjukkan bahwa gas buang sistem HRSG belum dapat memenuhi spesifikasi kualitas yang ditetapkan oleh PT 'X', sehingga masih perlu dilakukan perbaikan untuk proses selanjutnya.

(Halaman Ini Sengaja Dikosongkan)

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Kesimpulan yang diperoleh berdasarkan hasil perhitungan dan analisis mengenai pengendalian kualitas gas buang sistem HRSG menggunakan diagram kontrol Max-MCUSUM adalah bahwa rata-rata variabel *gas flow* dan *gas temperature* berada dalam batas spesifikasi perusahaan. Tetapi, nilai minimum dan maksimum variabel *gas temperature* serta nilai minimum variabel *gas flow* masih berada diluar batas spesifikasi yang telah ditentukan.

Pengendalian kualitas gas buang sistem HRSG menggunakan diagram kontrol Max-MCUSUM dengan menggunakan alpha sebesar 0,0027 dan batas kontrol atas (h) sebesar 520,09. Pengendalian kualitas tersebut menghasilkan bahwa proses kualitas gas buang sistem HRSG telah terkendali secara statistik. Hal ini karena tidak terjadi pergeseran proses pada rata-rata maupun varians.

Pengukuran kinerja proses kualitas gas buang sistem HRSG menggunakan kapabilitas proses secara univariat dan multivariat. Hasil yang didapatkan dari perhitungan secara multivariat dengan pembobotan yang sama adalah nilai indeks kapabilitas kinerja proses untuk nilai MC_p dan MC_{pk} kurang dari 1 yang artinya secara multivariat kinerja proses masing-masing memiliki presisi dan akurasi yang rendah dan belum kapabel. Nilai-nilai ini menunjukkan bahwa gas buang sistem HRSG belum dapat memenuhi spesifikasi kualitas yang ditetapkan oleh PT 'X'.

5.2 Saran

Saran yang dapat diberikan berdasarkan penelitian ini kepada pihak PT 'X' adalah analisis dengan menggunakan metode diagram kontrol dapat menjadi pertimbangan untuk mengevaluasi pengendalian proses gas buang sistem HRSG. Pada masa mendatang diharapkan dapat berguna dalam rangka meningkatkan

kualitas gas buang sistem HRSG oleh perusahaan. Selain itu, untuk penelitian selanjutnya diharapkan dapat melanjutkan penelitian dengan analisis reliabilitas terhadap mesin HRSG pada proses gas buang sistem HRSG. Hal tersebut dapat dilakukan untuk mencegah kerusakan terhadap mesin dengan melakukan *maintenance* atau pergantian komponen tepat pada waktunya sehingga diharapkan akan mengurangi adanya proses pada sistem HRSG yang kurang stabil.

DAFTAR PUSTAKA

- Ariani, D. W. (2003). *Pengendalian Kualitas Statistik: Pendekatan Kuantitatif dalam Manajemen Kualitas*. Yogyakarta: Andi.
- Astawan, G. (2014). *Pembangkit Listrik Tenaga Gas dan Uap (PLTGU)*. Retrieved January 15, 2020 from <http://elektronika-listrik.blogspot.co.id/2014/06/jaringandistribusi-pembangkit.html>.
- Cheng, S. W., & Thaga, K. (2005). Multivariate Max-CUSUM Chart. *Quality Technology & Quantitative Management*, Vol. 10, 221-235.
- CNN, I. (2019). *5 Energi Alternatif untuk Menghasilkan Listrik*. Retrieved June 10, 2020 from <https://www.cnnindonesia.com>
- Efron, B., & Tibshirani, R. J. (1994). An introduction to the bootstrap. New York, NY: CRC Press.
- Gaspersz, V. (2002). *Pedoman Implementasi Program Sx Sigma Terintegrasi dengan ISO 9001:2000, MBNQA, dan HACCP*. Jakarta: PT. Gramedia Pustaka Utama.
- Healy, J. (1987). A Note on Multivariate CUSUM Procedures. *Technometrics*, 409-412.
- Johnson, R. A., & Wichern, D. W. (2007). *Applied Multivariate Statistical Analysis Sixth Edition*. New Jersey: Prentice Hall.
- Kementrian ESDM. (2018). *Inilah Konsumsi Listrik Nasional*. Retrieved January 15, 2020 from <https://databoks.katadata.co.id/datapublish/2018/01/11/inilah-konsumsi-listrik-nasional>
- Khusna, H., Mashuri, M., Ahsan, M., Suhartono, S., & Prastyo, D. D. (2018). Bootstrap-Based Maximum Multivariate CUSUM. *Quality Technology & Quantitative Management*, 7-8.

- Martinaningtyas, D. (2014). *Pengendalian Kualitas Sistem Heat Recovery Steam Generator (HRSG) PLTGU di PT PJB Unit Pembangkitan Gresik*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Montgomery, D. C. (2013). *Introduction to Statistical Quality Control Seventh Edition*. United States of America: John Wiley & Sons, Inc.
- Morrison, D. F. (1990). *Multivariate Statistical Methods Fourth Edition*. USA: McGraw-Hill, Inc.
- Pearn, W. L., Kotz S., *Encyclopaedia and Handbook of Process Capability Indices*, ISBN 981-256-759-3, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore 2006.
- Prastika, P. L. (2015). *Analisa Peningkatan Efisiensi dari Combined Cycle Power Plant*. Jakarta: Politeknik Negeri Jakarta.
- Raissi, S. (2009). Multivariate Process Capability Indices On The Presence Of Priority For Quality Characteristics. *Journal of Industrial Engineering International*, Vol.5 No. 9, 27-36.
- Sibaliya, T. V., & Vidosav, M. D. (2010). Process Performance Analysis for Non-Normal Data Distribution. *Total Quality Management & Excellence*, 3.
- Winarno, R. (2017). *Analisis Kualitas Air pada Sistem Dearator di PT. X*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember

LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Karakteristik Kualitas Gas Buang sistem HRSG

No.	<i>Gas Flow</i>	<i>Gas Temperature</i>
1	1099.164	529
2	1328.988	498
3	1283.187	494
4	1273.314	485
5	1093.826	478
6	1176.243	521
7	1392.937	511
8	1095.468	502
9	1213.471	496
10	1148.036	502
11	1156.894	512
12	1150.144	520
13	1184.612	521
14	1219.542	503
15	1160.396	507
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
305	1128.633	520

Lampiran 2. Regresi**Variabel Gas Flow****Analysis of Variance**

Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Regression	2	2022224	1011112	723.6	0.000
Combustion	1	775699	775699	555.13	0.000
Efficiency	1	83181	83181	59.53	0.000
Error	277	387061	1397		
Total	279	2409285			

Model Summary

S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)
37.3809	83.93%	83.82%	83.56%

Coefficients

Term	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant	1943	189	10.29	0.000	
Combustion	96.33	4.09	23.56	0.000	5.00
Efficiency	-2089	271	-7.72	0.000	5.00

Regression Equation

$$\begin{aligned} \text{Gas Flow} &= 1943 + 96.33 \text{ Combustion (X1)} - 2089 \text{ Efficiency} \\ \text{(Y1)} &\quad \quad \quad \text{(X2)} \end{aligned}$$

Variabel Gas Temperature**Analysis of Variance**

Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Regression	2	945.6	472.8	2.66	0.072
Combustion	1	808.2	808.2	4.55	0.034
Efficiency	1	407.4	407.4	2.29	0.131
Error	277	49197.8	177.6		
Total	279	50143.4			

Model Summary

S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)
13.3270	1.89%	1.18%	0.00%

Coefficients

Term	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant	595.6	67.3	8.85	0.000	
Combustion	3.11	1.46	2.13	0.034	5.00
Efficiency	-146.2	96.5	-1.51	0.131	5.00

Regression Equation

$$\begin{aligned} \text{Gas Temperature (Y2)} &= 595.6 + 3.11 \text{ Combustion (X1)} \\ &\quad - 146.2 \text{ Efficiency (X2)} \end{aligned}$$

Lampiran 3. Uji Bartlett**KMO and Bartlett's Test**

Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy.		.500
Approx. Chi-Square		474.242
Bartlett's Test of Sphericity	df	1
	Sig.	.000

Lampiran 4. Tabel *Chi-Square*

df	Alpha	
	0,05	0,1
1	3.841459	2.705543
2	5.991465	4.60517
3	7.814728	6.251389
4	9.487729	7.77944
5	11.0705	9.236357

Lampiran 5. Macro Minitab Pemeriksaan Asumsi Normal Multivariat

```

Macro
NormalMultivariate X.1-X.p qc dj22

MConstant i j n p Prop Tengah
MColumn x.1-x.p xj Kali d dj2 qc Prob dj22
MMatrix MCova MCovaI xjxbar

#-- 1.1. Dapatkan Nilai dj2 --#
  let n=count(x.1)
  Covariance X.1-X.p MCova
print MCova
  invers MCova MCovaI
  do i=1:n
    do j=1:p
      let xj(j)=x.j(i)-mean(x.j)
    enddo

    copy xj xjxbar
    mult MCovaI xjxbar Kali
    let d=Kali*xj
    let dj2(i)=sum(d)
  enddo
print dj2

```

Lampiran 5. Macro Minitab Pemeriksaan Asumsi Normal Multivariat (lanjutan)

```
## 1.2. Dapatkan Nilai qc ##
do i=1:n
  let Prob(i)=1-(n-i+0.5)/n
enddo
INVCDF Prob qc;
  Chisquare p.

## 1.3 Buat Plot dj2 dengan qc ##
sort dj2 dj22
plot dj22*qc;
  symbol.

## 2. Mencari Proporsi ##
INVCDF 0.5 Tengah;
  Chisquare p.
let Prop=0
do i=1:n
  if dj2(i)<=Tengah
    let Prop=Prop+1
  endif
enddo
let Prop=Prop/n
print Prop

name qc 'qc'
name dj22 'dj2'
endmacro
```

Lampiran 6. Output Uji Normal Multivariat

```
MTB > %'E:/NormMultivar.txt' C1-C14 C18 C19
```

Data Display

```
Prop      0.783607
```

```
MTB > Correlation 'qc' 'dj2'
```

Correlation: qc, dj2

```
Pearson correlation of qc and dj2 = 0.796
```

```
P-Value = 0.000
```

Lampiran 7. Tabel *Critical Point* dari *Normal Probability Plot Correlation Coefficient (PPCC) Distribution*

N	0,01	0,05
300	0,9933	0,9952
310	0,9936	0,9954

Lampiran 8. Nilai C_i^+ , C_i^- , S_i^+ , S_i^- , dan M_i Diagram Kontrol Max-MCUSUM

No.	C_i^+	No.	C_i^+	No.	C_i^+
1	2.369225	31	36.49148	61	70.36778
2	2.264554	32	38.52058	62	69.62931
3	2.477166	33	40.76688	63	69.91154
4	2.617656	34	42.33094	64	70.42261
5	4.151322	35	43.995	65	70.52564
6	5.732229	36	45.46715	66	70.7845
7	5.312587	37	47.17469	67	70.27238
8	7.246797	38	47.34258	68	70.17427
9	8.082014	39	48.78518	69	71.53245
10	9.572798	40	49.66623	70	72.98343
11	11.16152	41	49.37678	71	73.995
12	12.94532	42	50.91311	72	75.31755
13	14.45564	43	51.91739	73	75.60047
14	15.36052	44	54.38988	74	78.25031
15	16.83337	45	55.89058	75	80.85591
16	18.32355	46	57.42759	76	82.9115
17	20.24191	47	59.37697	77	81.9855
18	21.81363	48	61.53192	78	82.4075
19	23.38195	49	61.99814	79	84.69317
20	24.58675	50	62.12314	80	86.95976
21	25.79041	51	62.27044	81	88.60734
22	25.39819	52	62.47167	82	88.35001
23	25.93397	53	63.11718	83	88.39632
24	26.89849	54	63.38282	84	88.93539
25	28.45632	55	63.68243	85	88.9306
26	29.33521	56	65.65292	86	90.40735
27	28.57221	57	67.094	87	89.46955
28	31.16255	58	67.4719	88	89.68128
29	32.3077	59	68.10932	89	90.23605
30	33.73781	60	70.73236	90	90.09391

Lampiran 8. Nilai C_i^+ , C_i^- , S_i^+ , S_i^- , dan M_i Diagram Kontrol Max-MCUSUM (Lanjutan)

No.	C_i^+	No.	C_i^+	No.	C_i^+
91	90.9953	121	124.7651	151	151.0109
92	91.98473	122	124.0262	152	151.1597
93	93.46076	123	124.1943	153	152.3512
94	93.65004	124	124.6393	154	152.6473
95	95.27137	125	124.7057	155	154.8664
96	96.43467	126	125.766	156	156.4254
97	98.15586	127	127.1624	157	158.2752
98	99.72012	128	128.1392	158	159.9199
99	99.84984	129	128.7734	159	161.4342
100	99.82024	130	130.446	160	163.7127
101	100.4512	131	131.8312	161	164.7446
102	101.8823	132	133.4835	162	166.928
103	101.3833	133	133.4231	163	166.6899
104	102.7406	134	133.9125	164	167.1141
105	103.2543	135	134.031	165	167.1914
106	104.9407	136	135.6985	166	168.7337
107	106.1334	137	137.3024	167	168.2025
108	107.2103	138	136.8995	168	168.2025
109	109.0973	139	137.1482	169	170.3164
110	111.1924	140	138.3282	170	172.6227
111	113.0027	141	140.1246	171	174.6123
112	113.3514	142	139.3165	172	176.1947
113	113.0995	143	139.0003	173	174.9725
114	115.2463	144	139.3258	174	171.6667
115	117.0012	145	141.4192	175	167.7307
116	118.1253	146	143.3498	176	171.0838
117	119.3044	147	145.0308	177	174.2988
118	120.9032	148	145.9172	178	177.462
119	120.9975	149	147.2765	179	180.6253
120	123.0204	150	149.3049	180	183.7712

Lampiran 8. Nilai C_i^+ , C_i^- , S_i^+ , S_i^- , dan M_i Diagram Kontrol Max-MCUSUM (Lanjutan)

No.	C_i^+	No.	C_i^+	No.	C_i^+
181	186.8654	211	235.8815	241	276.8828
182	189.925	212	236.64	242	278.6436
183	192.9846	213	237.532	243	278.9647
184	196.0443	214	238.59	244	280.2952
185	199.1039	215	240.241	245	280.6358
186	202.129	216	241.7303	246	282.6277
187	205.9828	217	243.0534	247	284.3151
188	206.71	218	244.5315	248	284.7074
189	208.9532	219	246.5147	249	285.1581
190	211.2062	220	248.5529	250	285.4501
191	213.355	221	250.4299	251	287.027
192	214.6845	222	251.0205	252	288.0081
193	216.3219	223	251.616	253	288.7207
194	216.9687	224	252.5933	254	289.9907
195	217.1468	225	254.1257	255	290.9799
196	218.4846	226	255.9787	256	293.4581
197	219.5382	227	257.2123	257	295.3888
198	220.7432	228	259.2188	258	295.8451
199	222.1688	229	260.3176	259	296.0204
200	223.7436	230	261.4964	260	295.754
201	224.2193	231	263.0274	261	296.8779
202	225.3141	232	264.7752	262	296.2065
203	225.3228	233	265.7614	263	298.8274
204	225.5413	234	265.8129	264	299.4818
205	227.4337	235	268.9764	265	301.0965
206	228.8878	236	270.3223	266	302.2721
207	230.1305	237	270.9818	267	301.8028
208	230.7352	238	271.2638	268	302.1301
209	232.5448	239	273.5499	269	302.7661
210	234.632	240	275.3413	270	304.0833

Lampiran 8. Nilai C_i^+ , C_i^- , S_i^+ , S_i^- dan M_i Diagram Kontrol Max-MCUSUM (Lanjutan)

No.	C_i^+	No.	C_i^+
271	303.9084	301	334.7249
272	304.7497	302	336.4046
273	306.0928	303	337.5316
274	307.7672	304	338.2781
275	309.0638	305	340.2434
276	310.6208		
277	312.2632		
278	312.7221		
279	312.9534		
280	314.4862		
281	315.919		
282	317.7701		
283	319.7386		
284	320.7401		
285	322.2723		
286	324.7308		
287	325.4419		
288	326.054		
289	327.0899		
290	327.4073		
291	328.8843		
292	329.2282		
293	328.7541		
294	330.006		
295	332.5104		
296	333.3977		
297	334.5554		
298	334.4346		
299	334.4218		
300	333.792		

Lampiran 8. Nilai C_i^+ , C_i^- , S_i^+ , S_i^- , dan M_i Diagram Kontrol Max-MCUSUM (Lanjutan)

No.	C_i^-	No.	C_i^-	No.	C_i^-	No.	C_i^-
1	0.000	31	0.000	61	0.000	91	0.000
2	0.000	32	0.000	62	0.000	92	0.000
3	0.000	33	0.000	63	0.000	93	0.000
4	0.000	34	0.000	64	0.000	94	0.000
5	0.000	35	0.000	65	0.000	95	0.000
6	0.000	36	0.000	66	0.000	96	0.000
7	0.000	37	0.000	67	0.000	97	0.000
8	0.000	38	0.000	68	0.000	98	0.000
9	0.000	39	0.000	69	0.000	99	0.000
10	0.000	40	0.000	70	0.000	100	0.000
11	0.000	41	0.000	71	0.000	101	0.000
12	0.000	42	0.000	72	0.000	102	0.000
13	0.000	43	0.000	73	0.000	103	0.000
14	0.000	44	0.000	74	0.000	104	0.000
15	0.000	45	0.000	75	0.000	105	0.000
16	0.000	46	0.000	76	0.000	106	0.000
17	0.000	47	0.000	77	0.000	107	0.000
18	0.000	48	0.000	78	0.000	108	0.000
19	0.000	49	0.000	79	0.000	109	0.000
20	0.000	50	0.000	80	0.000	110	0.000
21	0.000	51	0.000	81	0.000	111	0.000
22	0.000	52	0.000	82	0.000	112	0.000
23	0.000	53	0.000	83	0.000	113	0.000
24	0.000	54	0.000	84	0.000	114	0.000
25	0.000	55	0.000	85	0.000	115	0.000
26	0.000	56	0.000	86	0.000	116	0.000
27	0.000	57	0.000	87	0.000	117	0.000
28	0.000	58	0.000	88	0.000	118	0.000
29	0.000	59	0.000	89	0.000	119	0.000
30	0.000	60	0.000	90	0.000	120	0.000

Lampiran 8. Nilai C_i^+ , C_i^- , S_i^+ , S_i^- , dan M_i Diagram Kontrol Max-MCUSUM (Lanjutan)

No.	C_i^-	No.	C_i^-	No.	C_i^-	No.	C_i^-
121	0.000	151	0.000	181	0.000	211	0.000
122	0.000	152	0.000	182	0.000	212	0.000
123	0.000	153	0.000	183	0.000	213	0.000
124	0.000	154	0.000	184	0.000	214	0.000
125	0.000	155	0.000	185	0.000	215	0.000
126	0.000	156	0.000	186	0.000	216	0.000
127	0.000	157	0.000	187	0.000	217	0.000
128	0.000	158	0.000	188	0.000	218	0.000
129	0.000	159	0.000	189	0.000	219	0.000
130	0.000	160	0.000	190	0.000	220	0.000
131	0.000	161	0.000	191	0.000	221	0.000
132	0.000	162	0.000	192	0.000	222	0.000
133	0.000	163	0.000	193	0.000	223	0.000
134	0.000	164	0.000	194	0.000	224	0.000
135	0.000	165	0.000	195	0.000	225	0.000
136	0.000	166	0.000	196	0.000	226	0.000
137	0.000	167	0.000	197	0.000	227	0.000
138	0.000	168	0.000	198	0.000	228	0.000
139	0.000	169	0.000	199	0.000	229	0.000
140	0.000	170	0.000	200	0.000	230	0.000
141	0.000	171	0.000	201	0.000	231	0.000
142	0.000	172	0.000	202	0.000	232	0.000
143	0.000	173	0.000	203	0.000	233	0.000
144	0.000	174	0.000	204	0.000	234	0.000
145	0.000	175	0.000	205	0.000	235	0.000
146	0.000	176	0.000	206	0.000	236	0.000
147	0.000	177	0.000	207	0.000	237	0.000
148	0.000	178	0.000	208	0.000	238	0.000
149	0.000	179	0.000	209	0.000	239	0.000
150	0.000	180	0.000	210	0.000	240	0.000

Lampiran 8. Nilai C_i^+ , C_i^- , S_i^+ , S_i^- , dan M_i Diagram Kontrol Max-MCUSUM (Lanjutan)

No.	C_i^-	No.	C_i^-	No.	C_i^-
241	0.000	271	0.000	301	0.000
242	0.000	272	0.000	302	0.000
243	0.000	273	0.000	303	0.000
244	0.000	274	0.000	304	0.000
245	0.000	275	0.000	305	0.000
246	0.000	276	0.000		
247	0.000	277	0.000		
248	0.000	278	0.000		
249	0.000	279	0.000		
250	0.000	280	0.000		
251	0.000	281	0.000		
252	0.000	282	0.000		
253	0.000	283	0.000		
254	0.000	284	0.000		
255	0.000	285	0.000		
256	0.000	286	0.000		
257	0.000	287	0.000		
258	0.000	288	0.000		
259	0.000	289	0.000		
260	0.000	290	0.000		
261	0.000	291	0.000		
262	0.000	292	0.000		
263	0.000	293	0.000		
264	0.000	294	0.000		
265	0.000	295	0.000		
266	0.000	296	0.000		
267	0.000	297	0.000		
268	0.000	298	0.000		
269	0.000	299	0.000		
270	0.000	300	0.000		

Lampiran 8. Nilai C_i^+ , C_i^- , S_i^+ , S_i^- , dan M_i Diagram Kontrol Max-MCUSUM (Lanjutan)

No.	S_i^+	No.	S_i^+	No.	S_i^+
1	1.798818	31	11.21002	61	19.04903
2	0.433203	32	12.59606	62	16.6416
3	-0.46392	33	14.23824	63	15.86526
4	-0.98826	34	15.06555	64	15.40212
5	0.766796	35	16.01699	65	14.35791
6	1.639242	36	16.76055	66	13.52493
7	-0.26519	37	17.79049	67	11.44506
8	1.25212	38	16.83477	68	10.08692
9	1.179439	39	17.51368	69	10.66113
10	1.913048	40	17.49936	70	11.35427
11	2.777524	41	15.86448	71	11.53031
12	3.885762	42	16.68214	72	12.05136
13	4.674675	43	16.82618	73	11.26617
14	4.695745	44	18.71644	74	13.36954
15	5.41492	45	19.46724	75	15.39848
16	6.175788	46	20.28571	76	16.83812
17	7.459887	47	21.59646	77	14.29206
18	8.299328	48	23.12107	78	13.68216
19	9.1247	49	22.57663	79	15.35742
20	9.513801	50	21.57053	80	17.01477
21	9.926116	51	20.5872	81	17.94201
22	8.072603	52	19.67366	82	16.34791
23	7.620035	53	19.36904	83	15.2114
24	7.711689	54	18.54685	84	14.81093
25	8.508369	55	17.77148	85	13.59632
26	8.493748	56	19.08632	86	14.34121
27	5.962566	57	19.74792	87	11.73896
28	8.00356	58	19.07873	88	10.87251
29	8.315166	59	18.78932	89	10.48716
30	8.973073	60	20.8506	90	9.06228

Lampiran 8. Nilai C_i^+ , C_i^- , S_i^+ , S_i^- , dan M_i Diagram Kontrol Max-MCUSUM (Lanjutan)

No.	S_i^+	No.	S_i^+	No.	S_i^+
91	9.082558	121	16.95364	151	14.63375
92	9.215746	122	14.40941	152	13.64805
93	9.945004	123	13.45902	153	14.0093
94	9.018597	124	12.90699	154	13.24442
95	9.919807	125	11.79922	155	14.83856
96	10.27907	126	12.00498	156	15.68512
97	11.30268	127	12.62263	157	16.85678
98	12.15135	128	12.7348	158	17.77476
99	11.1379	129	12.45937	159	18.54319
100	9.88534	130	13.40877	160	20.1982
101	9.627707	131	14.04638	161	20.39749
102	10.31052	132	14.97759	162	21.9493
103	8.292334	133	13.68005	163	20.3648
104	8.869207	134	13.20784	164	19.78463
105	8.380994	135	12.17715	165	18.6923
106	9.353757	136	13.13973	166	19.48012
107	9.717392	137	14.00969	167	17.36944
108	9.956139	138	12.13725	168	16.16216
109	11.18022	139	11.30218	169	17.64175
110	12.63286	140	11.666	170	19.35404
111	13.77407	141	12.79517	171	20.70475
112	13.06461	142	10.41136	172	21.54543
113	11.48886	143	8.694471	173	23.83669
114	13.00601	144	7.956596	174	27.6166
115	14.04295	145	9.399047	175	31.90115
116	14.35794	146	10.6838	176	36.30323
117	14.72803	147	11.66035	177	40.67441
118	15.61344	148	11.66742	178	45.03536
119	14.55524	149	12.24805	179	49.3963
120	15.90938	150	13.59865	180	53.754

Lampiran 8. Nilai C_i^+ , C_i^- , S_i^+ , S_i^- , dan M_i Diagram Kontrol Max-MCUSUM (Lanjutan)

No.	S_i^+	No.	S_i^+	No.	S_i^+
181	58.10246	211	94.48843	241	111.8046
182	62.44517	212	94.36918	242	112.8726
183	66.78788	213	94.38402	243	112.1255
184	71.1306	214	94.58987	244	112.6676
185	75.47331	215	95.50654	245	111.9474
186	79.81062	216	96.22178	246	113.2833
187	84.36749	217	96.74253	247	114.2789
188	84.15702	218	97.44921	248	113.639
189	85.79164	219	98.76358	249	113.0868
190	87.42983	220	100.1493	250	112.3082
191	88.96296	221	101.3678	251	113.1801
192	89.49124	222	101.0771	252	113.2908
193	90.39793	223	100.699	253	113.0847
194	90.11406	224	100.8086	254	113.5425
195	89.18342	225	101.6015	255	113.6766
196	89.71962	226	102.7823	256	115.6005
197	89.93782	227	103.196	257	116.8771
198	90.31558	228	104.5641	258	116.3548
199	90.96153	229	104.8285	259	115.4149
200	91.7796	230	105.1858	260	113.8005
201	91.34324	231	105.9874	261	114.0945
202	91.58876	232	107.0517	262	111.7727
203	90.39722	233	107.1823	263	113.8375
204	89.50958	234	106.059	264	113.5678
205	90.73606	235	108.7812	265	114.4867
206	91.40972	236	109.3273	266	114.8296
207	91.83274	237	109.0373	267	112.8692
208	91.46744	238	108.2374	268	112.1428
209	92.59057	239	109.9095	269	111.8641
210	94.05334	240	111.0133	270	112.388

Lampiran 8. Nilai C_i^+ , C_i^- , S_i^+ , S_i^- , dan M_i Diagram Kontrol Max-MCUSUM (Lanjutan)

No.	S_i^+	No.	S_i^+
271	110.9111	301	114.8995
272	110.8436	302	115.8693
273	111.4049	303	116.1553
274	112.4029	304	115.9691
275	112.9043	305	117.2876
276	113.7528		
277	114.6878		
278	114.1447		
279	113.2849		
280	114.0783		
281	114.7329		
282	115.8992		
283	117.2365		
284	117.3862		
285	118.1789		
286	120.0496		
287	119.8176		
288	119.4646		
289	119.6439		
290	118.8919		
291	119.6352		
292	118.9196		
293	116.9663		
294	117.4163		
295	119.3483		
296	119.3409		
297	119.688		
298	118.3029		
299	117.0757		
300	114.8398		

Lampiran 8. Nilai C_i^+ , C_i^- , S_i^+ , S_i^- , dan M_i Diagram Kontrol Max-MCUSUM (Lanjutan)

No.	S_i^-	No.	S_i^-	No.	S_i^-	No.	S_i^-
1	0.000	31	0.000	61	0.000	91	0.000
2	0.000	32	0.000	62	0.000	92	0.000
3	0.000	33	0.000	63	0.000	93	0.000
4	0.000	34	0.000	64	0.000	94	0.000
5	0.000	35	0.000	65	0.000	95	0.000
6	0.000	36	0.000	66	0.000	96	0.000
7	0.000	37	0.000	67	0.000	97	0.000
8	0.000	38	0.000	68	0.000	98	0.000
9	0.000	39	0.000	69	0.000	99	0.000
10	0.000	40	0.000	70	0.000	100	0.000
11	0.000	41	0.000	71	0.000	101	0.000
12	0.000	42	0.000	72	0.000	102	0.000
13	0.000	43	0.000	73	0.000	103	0.000
14	0.000	44	0.000	74	0.000	104	0.000
15	0.000	45	0.000	75	0.000	105	0.000
16	0.000	46	0.000	76	0.000	106	0.000
17	0.000	47	0.000	77	0.000	107	0.000
18	0.000	48	0.000	78	0.000	108	0.000
19	0.000	49	0.000	79	0.000	109	0.000
20	0.000	50	0.000	80	0.000	110	0.000
21	0.000	51	0.000	81	0.000	111	0.000
22	0.000	52	0.000	82	0.000	112	0.000
23	0.000	53	0.000	83	0.000	113	0.000
24	0.000	54	0.000	84	0.000	114	0.000
25	0.000	55	0.000	85	0.000	115	0.000
26	0.000	56	0.000	86	0.000	116	0.000
27	0.000	57	0.000	87	0.000	117	0.000
28	0.000	58	0.000	88	0.000	118	0.000
29	0.000	59	0.000	89	0.000	119	0.000
30	0.000	60	0.000	90	0.000	120	0.000

Lampiran 8. Nilai C_i^+ , C_i^- , S_i^+ , S_i^- , dan M_i Diagram Kontrol Max-MCUSUM (Lanjutan)

No.	S_i^-	No.	S_i^-	No.	S_i^-	No.	S_i^-
121	0.000	151	0.000	181	0.000	211	0.000
122	0.000	152	0.000	182	0.000	212	0.000
123	0.000	153	0.000	183	0.000	213	0.000
124	0.000	154	0.000	184	0.000	214	0.000
125	0.000	155	0.000	185	0.000	215	0.000
126	0.000	156	0.000	186	0.000	216	0.000
127	0.000	157	0.000	187	0.000	217	0.000
128	0.000	158	0.000	188	0.000	218	0.000
129	0.000	159	0.000	189	0.000	219	0.000
130	0.000	160	0.000	190	0.000	220	0.000
131	0.000	161	0.000	191	0.000	221	0.000
132	0.000	162	0.000	192	0.000	222	0.000
133	0.000	163	0.000	193	0.000	223	0.000
134	0.000	164	0.000	194	0.000	224	0.000
135	0.000	165	0.000	195	0.000	225	0.000
136	0.000	166	0.000	196	0.000	226	0.000
137	0.000	167	0.000	197	0.000	227	0.000
138	0.000	168	0.000	198	0.000	228	0.000
139	0.000	169	0.000	199	0.000	229	0.000
140	0.000	170	0.000	200	0.000	230	0.000
141	0.000	171	0.000	201	0.000	231	0.000
142	0.000	172	0.000	202	0.000	232	0.000
143	0.000	173	0.000	203	0.000	233	0.000
144	0.000	174	0.000	204	0.000	234	0.000
145	0.000	175	0.000	205	0.000	235	0.000
146	0.000	176	0.000	206	0.000	236	0.000
147	0.000	177	0.000	207	0.000	237	0.000
148	0.000	178	0.000	208	0.000	238	0.000
149	0.000	179	0.000	209	0.000	239	0.000
150	0.000	180	0.000	210	0.000	240	0.000

Lampiran 8. Nilai C_i^+ , C_i^- , S_i^+ , S_i^- , dan M_i Diagram Kontrol Max-MCUSUM (Lanjutan)

No.	S_i^-	No.	S_i^-	No.	S_i^-
241	0.000	271	0.000	301	0.000
242	0.000	272	0.000	302	0.000
243	0.000	273	0.000	303	0.000
244	0.000	274	0.000	304	0.000
245	0.000	275	0.000	305	0.000
246	0.000	276	0.000		
247	0.000	277	0.000		
248	0.000	278	0.000		
249	0.000	279	0.000		
250	0.000	280	0.000		
251	0.000	281	0.000		
252	0.000	282	0.000		
253	0.000	283	0.000		
254	0.000	284	0.000		
255	0.000	285	0.000		
256	0.000	286	0.000		
257	0.000	287	0.000		
258	0.000	288	0.000		
259	0.000	289	0.000		
260	0.000	290	0.000		
261	0.000	291	0.000		
262	0.000	292	0.000		
263	0.000	293	0.000		
264	0.000	294	0.000		
265	0.000	295	0.000		
266	0.000	296	0.000		
267	0.000	297	0.000		
268	0.000	298	0.000		
269	0.000	299	0.000		
270	0.000	300	0.000		

Lampiran 8. Nilai C_i^+ , C_i^- , S_i^+ , S_i^- , dan M_i Diagram Kontrol Max-MCUSUM (Lanjutan)

No.	M_i	No.	M_i	No.	M_i	No.	M_i
1	2.26455	31	36.4915	61	69.9115	91	90.9953
2	2.36923	32	38.5206	62	70.1743	92	91.9847
3	2.47717	33	40.7669	63	70.2724	93	93.4608
4	2.61766	34	42.3309	64	70.3678	94	93.65
5	4.15132	35	43.995	65	70.4226	95	95.2714
6	5.31259	36	45.4672	66	70.5256	96	96.4347
7	5.73223	37	47.1747	67	70.7324	97	98.1559
8	7.2468	38	47.3426	68	70.7845	98	99.7201
9	8.08201	39	48.7852	69	71.5324	99	99.8202
10	9.5728	40	49.3768	70	72.9834	100	99.8498
11	11.1615	41	49.6662	71	73.995	101	100.451
12	12.9453	42	50.9131	72	75.3175	102	101.383
13	14.4556	43	51.9174	73	75.6005	103	101.882
14	15.3605	44	54.3899	74	78.2503	104	102.741
15	16.8334	45	55.8906	75	80.8559	105	103.254
16	18.3235	46	57.4276	76	81.9855	106	104.941
17	20.2419	47	59.377	77	82.4075	107	106.133
18	21.8136	48	61.5319	78	82.9115	108	107.21
19	23.382	49	61.9981	79	84.6932	109	109.097
20	24.5868	50	62.1231	80	86.9598	110	111.192
21	25.3982	51	62.2704	81	88.35	111	113.003
22	25.7904	52	62.4717	82	88.3963	112	113.099
23	25.934	53	63.1172	83	88.6073	113	113.351
24	26.8985	54	63.3828	84	88.9306	114	115.246
25	28.4563	55	63.6824	85	88.9354	115	117.001
26	28.5722	56	65.6529	86	89.4696	116	118.125
27	29.3352	57	67.094	87	89.6813	117	119.304
28	31.1625	58	67.4719	88	90.0939	118	120.903
29	32.3077	59	68.1093	89	90.236	119	120.998
30	33.7378	60	69.6293	90	90.4073	120	123.02

Lampiran 8. Nilai C_i^+ , C_i^- , S_i^+ , S_i^- , dan M_i Diagram Kontrol Max-MCUSUM (Lanjutan)

No.	M_i	No.	M_i	No.	M_i	No.	M_i
121	124.026	151	151.011	181	186.865	211	235.881
122	124.194	152	151.16	182	189.925	212	236.64
123	124.639	153	152.351	183	192.985	213	237.532
124	124.706	154	152.647	184	196.044	214	238.59
125	124.765	155	154.866	185	199.104	215	240.241
126	125.766	156	156.425	186	202.129	216	241.73
127	127.162	157	158.275	187	205.983	217	243.053
128	128.139	158	159.92	188	206.71	218	244.531
129	128.773	159	161.434	189	208.953	219	246.515
130	130.446	160	163.713	190	211.206	220	248.553
131	131.831	161	164.745	191	213.355	221	250.43
132	133.423	162	166.69	192	214.684	222	251.02
133	133.483	163	166.928	193	216.322	223	251.616
134	133.913	164	167.114	194	216.969	224	252.593
135	134.031	165	167.191	195	217.147	225	254.126
136	135.699	166	167.731	196	218.485	226	255.979
137	136.899	167	168.202	197	219.538	227	257.212
138	137.148	168	168.202	198	220.743	228	259.219
139	137.302	169	168.734	199	222.169	229	260.318
140	138.328	170	170.316	200	223.744	230	261.496
141	139	171	171.084	201	224.219	231	263.027
142	139.316	172	171.667	202	225.314	232	264.775
143	139.326	173	172.623	203	225.323	233	265.761
144	140.125	174	174.299	204	225.541	234	265.813
145	141.419	175	174.612	205	227.434	235	268.976
146	143.35	176	174.973	206	228.888	236	270.322
147	145.031	177	176.195	207	230.131	237	270.982
148	145.917	178	177.462	208	230.735	238	271.264
149	147.277	179	180.625	209	232.545	239	273.55
150	149.305	180	183.771	210	234.632	240	275.341

Lampiran 8. Nilai C_i^+ , C_i^- , S_i^+ , S_i^- , dan M_i Diagram Kontrol Max-MCUSUM (Lanjutan)

No.	M_i	No.	M_i	No.	M_i
241	276.883	271	304.083	301	334.725
242	278.644	272	304.75	302	336.405
243	278.965	273	306.093	303	337.532
244	280.295	274	307.767	304	338.278
245	280.636	275	309.064	305	340.243
246	282.628	276	310.621		
247	284.315	277	312.263		
248	284.707	278	312.722		
249	285.158	279	312.953		
250	285.45	280	314.486		
251	287.027	281	315.919		
252	288.008	282	317.77		
253	288.721	283	319.739		
254	289.991	284	320.74		
255	290.98	285	322.272		
256	293.458	286	324.731		
257	295.389	287	325.442		
258	295.754	288	326.054		
259	295.845	289	327.09		
260	296.02	290	327.407		
261	296.207	291	328.754		
262	296.878	292	328.884		
263	298.827	293	329.228		
264	299.482	294	330.006		
265	301.097	295	332.51		
266	301.803	296	333.398		
267	302.13	297	333.792		
268	302.272	298	334.422		
269	302.766	299	334.435		
270	303.908	300	334.555		

Lampiran 9. Program R Diagram Kontrol Max-MCUSUM

```
#Grafik Max MCUSUM
data=read.csv("D:/Semester VIII/Data/DATASKRIPSI.csv")
head(data)

#inputmiug
miug=c(1500,523)
miug.matrix=as.matrix(miug)
miug.matrix

#inputmiub
x1=(data[1:305,1])
x1.mean=mean(x1)
x2=(data[1:305,2])
x2.mean=mean(x2)

#nilaimiub
miub=c(x1.mean,x2.mean)
miub.matrix=as.matrix(miub)
miub.matrix

#hitung(miub-miug)
miub.matrix-miug.matrix

#hitungmatriksvarkovar
x=data[1:305,1:2]
mat.cov=print(cov(x))

#hitunginvmatvarkovar
Inv.Mat.cov=print(solve(mat.cov))
Inv.Mat.cov%*%(miub.matrix-miug.matrix)

xi.trans=print(t(data[1:305,1:2]))
```

Lampiran 9. Program R Diagram Kontrol Max-MCUSUM (Lanjutan)

```

#invmatriksvarkovar(xi-miug)
n=print(Inv.Mat.cov%*%t(xi.miug))

#invmatriksvarkovar(xitrans)
o=print(Inv.Mat.cov%*%xi.trans)

#hitungmiug*inv
hasil=matrix(ncol=1,nrow=305)
for(i in 1:305){
  hasil[i]=xi.miug[i,]%*%n[,i]
}
hasil

#hitunga'
zi=matrix(ncol=1,nrow=305)
for(i in 1:305){
  zi[i]=xi.miug[i,]%*%t(z/d2)
}
zi

#hitungh(k)danyi
hk=pchisq(hasil,2,ncp=0,log=FALSE)
hk
yi=qnorm(hk)
yi

#Ci
Ci_plus=matrix(ncol=2,nrow=305)
Ci_plus[1,1]=zi[1,]-0.5*d+C0_plus
Ci_plus[1,2]=max(Ci_plus[1,1],C0_plus)
for (i in 1:304) {
  Ci_plus[i+1,1]=zi[i+1,]-0.5*d+Ci_plus[i,2]
  Ci_plus[i+1,2]=max(Ci_plus[i+1,1],C0_plus)
}
Ci_plus

```

Lampiran 9. Program R Diagram Kontrol Max-MCUSUM
(Lanjutan)

```

Ci_min=matrix(ncol=2,nrow=305)
Ci_min[1,1]=-0.5*d-zi[1,]+C0_min
Ci_min[1,2]=max(Ci_min[1,1],C0_min)
for (i in 1:304) {
  Ci_min[i+1,1]=-0.5*d-zi[i+1,]+Ci_min[i,2]
  Ci_min[i+1,2]=max(Ci_min[i+1,1],C0_min)
}
Ci_min

Ci=matrix(ncol=1,nrow=305)
for (i in 1:305) {
  S=Ci[i]=max(Ci_plus[i,2],Ci_min[i,2])
}
Ci

#Si
Si_plus=matrix(ncol=2,nrow=305)
Si_plus[1,1]=yi[1,]-k+S0_plus
Si_plus[1,2]=max(Si_plus[1,1],S0_plus)
for (i in 1:304) {
  Si_plus[i+1,1]=yi[i+1,]-k+Si_plus[i,2]
  Si_plus[i+1,2]=max(Si_plus[i+1,1],S0_plus)
}
Si_plus

Si_min=matrix(ncol=2,nrow=305)
Si_min[1,1]=-k-yi[1,]+S0_min
Si_min[1,2]=max(Si_min[1,1],S0_min)
for (i in 1:304) {
  Si_min[i+1,1]=-k-yi[i+1,]+Si_min[i,2]
  Si_min[i+1,2]=max(Si_min[i+1,1],S0_min)
}
Si_min

```


Lampiran 9. Program R Diagram Kontrol Max-MCUSUM (lanjutan)

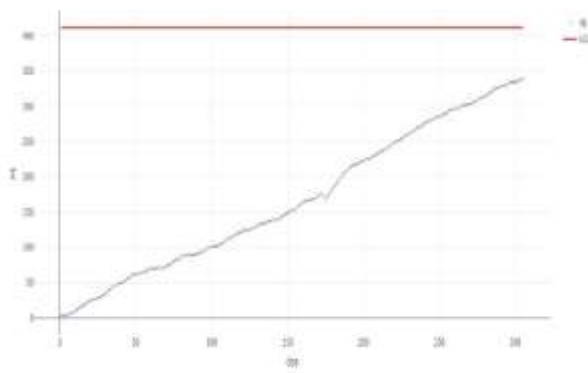
```
Si=matrix(ncol=1,nrow=305)
for (i in 1:305) {
  Si[i]=max(Si_plus[i,2],Si_min[i,2])
}
Si

#Mendapatkan Mi
Mi=matrix(ncol=1, nrow=305)
for (i in 1:305) {
  Mi[i]=max(Ci[i],Si[i])
}
Mi

UCL=as.matrix(rep(412,305))

#Grafik
library(plotly)
obs=as.matrix(c(1:nrow(Mi)))
datacu=as.data.frame(cbind(obs,Mi,UCL))
colnames(datacu)=c("Observation","Mi","UCL")

plot_ly(datacu,x=~obs)%>%
  add_markers(y=~Mi,color=I("dark
blue"),name="Mi",marker=list(size=2))%>%
  add_lines(y=~UCL,name="UCL",color=I("red"))
```

Lampiran 10. *Output* Diagram Kontrol Max-MCUSUM

Lampiran 11. Surat Keterangan**SURAT KETERANGAN**

Saya yang bertanda tangan di bawah ini menerangkan bahwa :

1. Mahasiswa Statistika FSAD-ITS dengan identitas berikut :

Nama : Erika Adhistry Iskandar

NRP : 0621 16 4000 0037

Telah mengambil data di instansi/perusahaan kami :

Nama Instansi : PT. PJB UPHT Gresik

Divisi/ bagian : Unit Pelayanan Pemeliharaan Wilayah Timur

sejak 4 Maret 2019 sampai dengan 13 April 2019 untuk keperluan Tugas

Akhir/ ~~Thesis Semester Gasal~~/Genap* 2019/ 2020.

2. ~~Tidak Keberatan~~/Keberatan* nama perusahaan dicantumkan dalam Tugas Akhir/ Thesis mahasiswa Statistika yang akan di simpan di Perpustakaan ITS dan dibaca di lingkungan ITS.
3. ~~Tidak Keberatan~~/Keberatan* bahwa hasil analisis data dari perusahaan dipublikasikan dalam E journal ITS yaitu Jurnal Sains dan Seni ITS.

Gresik, 18 Juni 2020
Manajer Teknik
(UPHAR TIMUR)



(Agus Priyono)
NIP 7907043JA

*(coret yang tidak perlu)

BIODATA PENULIS



Penulis dengan nama lengkap Erika Adhistry Iskandar dilahirkan di Kota Balikpapan pada 02 Juni 1998. Penulis menempuh Pendidikan formal di SD Negeri 007 Balikpapan (2004-2010), SMP Negeri 5 Balikpapan (2010-2013), SMA Negeri 1 Balikpapan (2013-2016). Kemudian penulis diterima sebagai mahasiswa Departemen Statistika ITS melalui jalur SNMPTN pada tahun 2016.

Selama masa perkuliahan, penulis aktif di berbagai kepanitiaan salah satunya adalah sebagai *Liaison Officer International Data Analysis Competition (DAC) 2018* yang merupakan olimpiade Statistika untuk mahasiswa di Asia Tenggara. Selain itu, penulis aktif dalam organisasi yaitu PSt HIMASTA-ITS sebagai Staff *Public Relation 2017/2018* dan Wakil Manajer *Public Relation 2018/2019*. Penulis pernah berkesempatan untuk melakukan Kerja Praktik di Otoritas Jasa Keuangan (OJK) Kantor Regional IV Jawa Timur pada bidang Edukasi dan Perlindungan Konsumen (EPK). Apabila pembaca ingin memberi kritik dan saran serta diskusi lebih lanjut mengenai Tugas Akhir ini, dapat menghubungi penulis melalui email erikaadhistry@gmail.com.