



Tesis - SM142501

**VERIFIKASI KEAMANAN MODEL EPIDEMIK  
SEITR PADA REKOMBINASI VIRUS HIV DAN  
HEPATITIS B DENGAN MODEL TAYLOR**

ASMUDIK

06111750010007

DOSEN PEMBIMBING

Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si

Dr. Dra. Mardijah, M.T.

PROGRAM MAGISTER

DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN ANALITIKA DATA

INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER

SURABAYA

2020





Tesis - SM142501

**SAFETY VERIFICATION OF SEITR EPIDEMIC MODEL  
ON REKOMBINATION HIV AND HEPATITIS B VIRUS  
USING TAYLOR MODEL**

ASMUDIK

06111750010007

SUPERVISOR

Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si

Dr. Dra. Mardijah, M.T.

MASTER PROGRAM

DEPARTMENT OF MATHEMATICS

FACULTY OF SCIENCE AND ANALITIC DATA

INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER

SURABAYA

2020



## LEMBAR PENGESAHAN TESIS

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar  
**Magister Matematika (M.Mat)**

di  
**Institut Teknologi Sepuluh Nopember**

Oleh:

**ASMUDIK**

**NRP: 06111750010007**

Tanggal Ujian: 21 Januari 2020

Periode Wisuda: September 2020


Disetujui oleh:

**Pembimbing:**

1. Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si  
NIP. 19830517 200812 1 003



2. Dr. Dra. Mardlijah, M.T.  
NIP.19670114 199102 2 001



**Penguji:**

1. Dr. Dwi Ratna S.,S.Si.,M.T  
NIP. 19690405 199403 2 003



2. Dr. Hariyanto, M.si  
NIP. 19530414 198203 1 002



Kepala Departemen Matematika  
Fakultas Sains dan Analitika Data



Subchan, Ph.D  
NIP: 19710513 199702 1 001



# Verifikasi Keamanan Model Epidemic SEITR pada Rekombinasi Virus HIV dan Hepatitis B dengan Model Taylor

Nama Mahasiswa : Asmudik

NRP : 06111750010007

Pembimbing : Dr. Dieky Adzkiya, S.si, M.si  
Dr. Dra. Mardijah, M.T.

## ABSTRAK

Human Immunodeficiency Virus (HIV) merupakan virus penyebab AIDS (Acquired Immuno Deficiency Syndrome) yang menyerang sistem kekebalan tubuh yang belum ada obatnya . Ketika kekebalan tubuh sudah menurun maka mudah terserang penyakit salah satunya penyakit Hepatitis B. Penelitian ini menyajikan model epidemik SEITR pada rekombinasi virus HIV dan Hepatitis B. Jumlah subpopulasi sering kali tidak pasti . Untuk mengurangi nilai eror jumlah subpopulasi dijadikan bentuk interval. Salah satu perhitungan simulasi yg jumlah variabel awalnya interval adalah model Taylor. Model Taylor tersebut dapat digunakan untuk memverifikasi bahwa jumlah orang yang terinfeksi HIV dan Hepatitis B tidak akan melebihi jumlah *unsafe set* yang telah ditentukan. Untuk menghitung himpunan state yang terjangkau oleh sistem dalam kurun waktu tertentu, diberikan kondisi awal dan parameter. Kondisi awal tersebut dibagi menjadi 3 skenario, dengan skenario pertama jumlah  $E_1 = 1000-1050$  dan  $E_2 = 150-200$ , dengan unsafe seat  $E_1 = 2000-2100$  dan  $E_2 = 300-400$   $I_1 = 2080-2100$  dan  $I_2 = 380-400$ . Skenario kedua jumlah  $E_1 = 1200-1260$  dan  $E_2 = 180-240$  dengan unsafe seat  $E_1 = 2400-2520$ ,  $E_2 = 360-480$ ,  $I_1 = 2080-2100$  dan  $I_2 = 380-400$  .Skenario 3 jumlah  $E_1 = 800-840$  dan  $E_2 = 120-160$  dengan unsafe seat  $E_1 = 1600-1680$  dan  $E_2 = 240-320$   $I_1 = 2080-2100$  dan  $I_2 = 380-400$ . Himpunan state yang terjangkau, dapat dilakukan verifikasi keamanannya. Hasil verifikasi keamanan dari tiga skenario yang diberikan tidak ada himpunan state yang menjakau himpunan tidak aman, sehingga hasil dari ketiga skenario tersebut aman.

**Kata Kunci** :Rekombinasi Virus HIV dan Hepatitis B, Model Taylor ,Verifikasi Keamanan.





# SAFETY VERIFICATION OF SEITR EPIDEMIK MODEL ON REKOMBINATION HIV AND HEPATITIS B VIRUS USING TAYLOR MODEL

Name : Asmudik  
NRP : 06111750010007  
Supervisor : Dr. Dieky Adzkiya, S.si, M.si  
Dr. Dra. Mardlijah, M.T.

## ABSTRACT

*Human Immunodeficiency Virus (HIV) is the virus causes of AIDS (Acquired Immuno Deficiency Syndrome) that attacks the immune system that has no cure. When immunity has decreased, it is easily infected with one of the diseases of Hepatitis B. this research presents SEITR epidemic models on the recombination of HIV and Hepatitis B. The number of subpopulations is often uncertain. To reduce the error value of the subpopulation amount is used as interval. One of the simulated calculations that the number of variables initially interval is the Taylor model. The Taylor Model can be used to verify that the number of people infected with HIV and Hepatitis B will not exceed the number of predenifed unsafe sets. To calculate the set of state that is affordable by the system within a certain time period, given the initial conditions and parameters. These initial condition are divided into 3 scenarios, with the first scenario  $E_1 = 1000-1050$  and  $E_2 = 150-200$ , whit the unsafe seat  $E_1 = 2000-2100$  and  $E_2 = 300-400$   $I_1 = 2080-2100$  and  $I_2 = 380-400$ . The second scenario amount  $E_1 = 1200-1260$  and  $E_2 = 180-240$ , whit the unsafe seat  $E_1 = 2400-2520$ ,  $E_2 = 360-480$ ,  $I_1 = 2080-2100$  and  $I_2 = 380-400$ . The third scenario  $E_1 = 800-840$  and  $E_2 = 120-160$  whit unsafe seat  $E_1 = 1600-1680$  and  $E_2 = 240-320$ ,  $I_1 = 2080-2100$  and  $I_2 = 380-400$ . An affordable set of state, safety verification is possible. The result of the safety verification of the three given scenarios is that thre is no set of state that has the insafety set, so the results of all three scenarios are safe.*

**Keywords :** *Recombination of HIV and Hepatitis B viruses, Taylor models, Safety Verification*



## KATA PENGANTAR

Segala puji bagi Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, taufik dan hidayah-Nya, sehingga penulis diberikan kesempatan untuk menyelesaikan tesis yang berjudul

### **Verifikasi Keamanan Model Epidemic SEITR pada Rekombinasi Virus HIV dan Hepatitis B dengan Model Taylor**

Tesis ini dibuat untuk memenuhi salah satu syarat dalam memperoleh gelar Magister program Magister Matematika, Fakultas Sains dan Analitika Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Penyusunan tesis ini tidak terlepas bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu pada kesempatan ini penulis menyampaikan terimakasih kepada pihak-pihak tersebut diantaranya:

1. Rektor Institut Teknologi Sepuluh Nopember
2. Dekan Fakultas Sains dan Analitika Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember
3. Kepala Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Analitika Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember
4. Kepala Program Studi Strata-2 Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Analisis Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember
5. Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si dan Dr. Dra. Mardlijah, MT selaku dosen pembimbing dalam penyelesaian tesis.
6. Dr. Hariyanto, M.Si dan Dr. Dwi Ratna Sulistyaningrum, S.Si, MT selaku dosen penguji dalam penyelesaian tesis
7. Dr. Mahmud Yunus, M.Si selaku dosen wali selama menempuh program studi strata-2
8. Istri tercintaku Madinatul Munawaroh yang selalu mendoakan, menemani serta membantuku dalam menyelesaikan tesis ini.
9. Kedua orang tua, abang ibu mertua dan adekku yang selalu memberikan do'a serta dukungan selama menempuh program studi strata-2
10. Teman-teman seperjuangan di program Studi Magister Matematika. Terimakasih banyak atas segala sesuatunya yang telah diberikan selama menjalani perkuliahan Strata-2
11. Staf Pasca Sarjana Matematika, terimakasih banyak atas bantuan dalam menginformasikan keperluan administrasi dan bersedia menampung keluh kesah penulis selama proses penyelesaian tesis hingga kelulusan.

12. Kakak dan adik angkatan di Program Studi Magister Matematika, serta semua pihak yang telah memberikan do'a dan dukungannya kepada penulis, yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu

Penulis sangat berterimakasih apabila ada kritik dan saran demi kesempurnaan penulisan selanjutnya. Penulis berharap semoga tesis ini dapat bermanfaat bagi pembaca dan semua yang telah dikerjakan ini mendapat ridho dari Allah SWT.

Surabaya, Januari 2020

Penulis

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL .....	i
HALAMAN PENGESAHAN.....	v
ABSTRAK.....	vii
ABSTRACK .....	ix
KATA PENGANTAR.....	xi
DAFTAR ISI.....	xv
DAFTAR GAMBAR .....	xix
BAB I PENDAHULUAN .....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	4
1.3 Batasan Masalah .....	4
1.4 Tujuan .....	5
1.5 Manfaat .....	5
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	7
2.1 Penelitian Terdahulu.....	7
2.2 Verifikasi Keamanan.....	7
2.3. HIV / AIDS .....	8
2.4 Model Matematika .....	9
2.5 Model Taylor. ....	11
2.6 Metode Integrasi Model Taylor.....	11
BAB III METODE PENELITIAN.....	21
3.1 Tahap Penelitian .....	21
BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN.....	23
4.1 Pendiskripsian Permasalahan .....	23
4.2 Definisi Sistem.....	23
4.3 Kondisi Awal Dan Tidak Aman.....	24
4.4 Pemeriksaan Sifat Kemanan.....	27
BAB V PENUTUP.....	41

5.1 Kesimpulan.....	41
5.2 Saran.....	43
DAFTAR PUSTAKA.....	45
LAMPIRAN.....	46

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Ilustrasi Langkah Pertama Menghitung Flowpipe Taylor Model.....	13
Gambar 2.2 Ilustrasi Langkah kedua Menghitung Flowpipe Taylor Model.....	14
Gambar 2.3 Ilustrasi Langkah ketiga Menghitung Flowpipe Taylor Model.....	14
Gambar 3.1 Diagram Alur Pengerjaan Tesis.....	22
Gambar 4.1 File Model System Permasalahan.....	23
Gambar 4.2 File Model Definisi System .....	24
Gambar 4.3 Himpunan Kondisi Awal Dan Tidak Aman Pada Scenario 1.....	25
Gambar 4.4 Himpunan Kondisi Awal Dan Tidak Aman Pada Scenario 2.....	26
Gambar 4.5 Himpunan Kondisi Awal Dan Tidak Aman Pada Scenario 3.....	26
Gambar 4.6 Hasil Running $E_1$ Skenario 1 Dengan Waktu 5 Tahun.....	27
Gambar 4.7 Hasil Plot $E_1$ Skenario 1 Dengan Waktu 5 Tahun.....	28
Gambar 4.8 Hasil Running $E_2$ Skenario 1 Dengan Waktu 5 Tahun.....	28
Gambar 4.9 Hasil Plot $E_2$ Skenario 1 Dengan Waktu 5 Tahun.....	29
Gambar 4.10 Hasil Running $I_1$ Skenario 1 Dengan Waktu 5 Tahun.....	29
Gambar 4.11 Hasil Plot $I_1$ Skenario 1 Dengan Waktu 5 Tahun.....	30
Gambar 4.12 Hasil Running $I_2$ Skenario 1 Dengan Waktu 5 Tahun.....	30
Gambar 4.13 Hasil Plot $I_2$ Skenario 1 Dengan Waktu 5 Tahun.....	31
Gambar 4.14 Hasil Running $E_1$ Skenario 2 Dengan Waktu 5 Tahun.....	31
Gambar 4.15 Hasil Plot $E_1$ Skenario 2 Dengan Waktu 5 Tahun.....	32
Gambar 4.16 Hasil Running $E_2$ Skenario 2 Dengan Waktu 5 Tahun.....	32
Gambar 4.17 Hasil Plot $E_2$ Skenario 2 Dengan Waktu 5 Tahun.....	33
Gambar 4.18 Hasil Running $I_1$ Skenario 2 Dengan Waktu 5 Tahun.....	34
Gambar 4.19 Hasil Plot $I_1$ Skenario 2 Dengan Waktu 5 Tahun.....	34
Gambar 4.20 Hasil Running $I_2$ Skenario 2 Dengan Waktu 5 Tahun.....	35
Gambar 4.21 Hasil Plot $I_2$ Skenario 2 Dengan Waktu 5 Tahun.....	35
Gambar 4.22 Hasil Running $E_1$ Skenario 3 Dengan Waktu 5 Tahun.....	36
Gambar 4.23 Hasil Plot $E_1$ Skenario 3 Dengan Waktu 5 Tahun.....	37
Gambar 4.24 Hasil Running $E_2$ Skenario 3 Dengan Waktu 5 Tahun.....	37
Gambar 4.25 Hasil Plot $E_2$ Skenario 3 Dengan Waktu 5 Tahun.....	38
Gambar 4.26 Hasil Running $I_1$ Skenario 3 Dengan Waktu 5 Tahun.....	38
Gambar 4.27 Hasil Plot $I_1$ Skenario 3 Dengan Waktu 5 Tahun.....	39

Gambar 4.28 Hasil Running $I_2$ Skenario 3 Dengan Waktu 5 Tahun.....	39
Gambar 4.29 Hasil Plot $I_2$ Skenario 3 Dengan Waktu 5 Tahun.....	40



# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Sebagian peneliti kesehatan kesulitan dalam memprediksi apakah virus dapat menyebabkan wabah penyakit atau tidak. Ketika mereka tidak bisa memprediksi hal tersebut, maka langkah langkah yang diambil pastinya kurang maksimal. Masalah tersebut bisa diatasi dengan menyimulasikan model virus penyakit tersebut. Hasil simulasi model virus penyakit tersebut kita bisa melihat virus tersebut dalam kurun waktu tertentu akan menjadi wabah atau tidak. Sehingga langkah langkah kita dalam mengatasi virus penyakit tersebut lebih maksimal.

Suatu model pasti mempunyai kelemahan karena ada sebagian variabel yang diabaikan. Beberapa model kadang juga memiliki jumlah sub variable awal yang sulit untuk di hitung secara pasti. Sebagai contoh sub populasi *Susceptible* ( $S_1$ ). Sub populasi *Susceptible* ( $S_1$ ) adalah sub populasi yang rentan terkena penyakit HIV maupun hepatitis B. hal tersebut dikarenakan kurang maksimalnya alat untuk mengukur jumlah sub populasi tersebut dan banyaknya jumlah penduduk yang tidak mau memeriksakan kesehatannya.

Sebuah penelitian pasti menginginkan hasil penelitian yang mendekati hasil sesungguhnya. Oleh karena itu setiap peneliti selalu berusaha mengurangi nilai eror. Sebagai contoh jumlah subpopulasi *Susceptible* ( $S_1$ ). Agar nilai erornya sedikit, jumlah dari sub populasi tersebut dibentuk dalam interval. Nilai interval tersebut di dapat dari nilai tunggal yang sudah ada dalam data di rumah sakit tertentu lalu direntangkan dalam bentuk interval. Pada penelitian tesis ini sebagian jumlah sub populasinya menggunakan nilai interval dan sebagian dengan nilai tunggal. Hal tersebut disesuaikan dengan kenyataan di lapangan agar hasilnya lebih maksimal dan akurat.

Banyak metode yang bisa menyelesaikan sebuah model sistem seperti *Runge kutta*. Namun kebanyakan metode tersebut mengharuskan

nilai dari kondisi awal harus berupa nilai tunggal. Hal tersebut bertentangan dengan kenyataan bahwa kebanyakan jumlah subpopulasi yang nilai ketunggalannya belum pasti. Salah satu metode yang kondisi awalnya bisa berupa interval adalah model Taylor. Kondisi awal dari model yang di hitung menggunakan model Taylor tersebut bisa berupa interval maupun tunggal. Hal tersebut akan mengurangi nilai eror dan hasil penelitian akan mendekati nilai sesungguhnya. Salah satu aplikasi yang hasil simulasinya menggunakan model Taylor adalah flow star.

Verifikasi sistem dapat dilakukan dalam suatu model. Verifikasi sistem bertujuan untuk mengetahui keadaan variabel, parameter serta perubahan yang terjadi pada kondisi sistem yang ditentukan. Penyelesaian verifikasi dapat menggunakan aplikasi, dan salah satu aplikasi yang digunakan untuk memverifikasi model atau system adalah flow star.

Salah satu sifat verifikasi (verification property) adalah keamanan (safety). Verifikasi sifat keamanan (safety verification) adalah memeriksa apakah ada keadaan tidak aman (unsafe set) yang mungkin dicapai dari keadaan awal (initial set) (Chen, Xin., Abraham, E., Sankaranarayanan, S., 2012). Pada verifikasi reachabilitas (reachability) memiliki peran penting, misalnya dalam verifikasi keamanan. Analisis reachabilitas merupakan proses menghitung himpunan state yang dapat dicapai oleh suatu sistem (Seshia, S.A., 2015). Namun karena masalah reachabilitas ini tidak dapat dipecahkan secara analitik, diperlukan sebuah metode yang dapat menghitung under approximation untuk himpunan state yang dapat dicapai (reachable).

Penyebaran penyakit menular merupakan masalah yang serius di masyarakat. Salah satu penyakit tersebut adalah penyakit AIDS yang disebabkan oleh virus HIV. Human Immunodeficiency Virus (HIV) adalah virus yang menyebabkan penurunan kekebalan tubuh pada manusia. HIV ini menyerang sistem kekebalan tubuh. Sistem kekebalan tubuh adalah sebuah system pertahanan yang digunakan dalam tubuh dari infeksi penyakit, virus atau penyakit. Hal tersebut yang menyebabkan tubuh manusia yang terinfeksi HIV kehilangan kemampuan untuk melawan penyakit (Hia ME, 2012). Ketika pada tubuh seseorang terdeteksi HIV

maka perlu waktu 5 sampai 10 tahun orang yang positif terinfeksi HIV menjadi pengindap penyakit AIDS (Acquired Immunodeficiency Syndrome) (Sutimin, I.,2009).

Tidak hanya virus HIV/AIDS salah satu yang cukup berbahaya dikalangan masyarakat saat ini adalah hepatitis B. Hepatitis B adalah infeksi virus pada hati yang disebabkan oleh virus hepatitis B (HBV). Hepatitis B bisa menyebabkan kondisi akut dan kronis pada pasien. Jika sudah memasuki level kronis, penyakit ini bisa membahayakan nyawa penderitanya. Dan jika tidak segera ditangani, penderita hepatitis B kronis beresiko terkena *sirosis, kanker hati atau gagal hati*.

Seseorang yang sudah terinfeksi virus HIV dan mengindap penyakit AIDS maka kekebalan tubuh akan menurun drastis. Hal tersebut menyebabkan penderita sangat rentan terinfeksi virus yang lain terutama hepatitis B. Pada tesis ini model yang digunakan adalah model epidemik rekombinasi virus HIV dan hepatitis B

Rekombinasi penyakit HIV dan Hepatitis B dengan prediksi perkembangan jumlah penderita yang terinfeksi dapat dimodelkan dengan menggunakan model matematis epidemiologi yaitu model persamaan non linear SEITR (*Susceptible, Exposed, Infective, Treatment and Removed*). Model tersebut membagi populasi menjadi 10 subpopulasi. Subpopulasi tersebut adalah subpopulasi *Susceptible* ( $S_1$ ), *Eksposed* HIV ( $E_1$ ), *Eksposed* hepatitis B, *Infected* HIV ( $I_1$ ), *Infected* Hepatitis B ( $I_2$ ), *Infected* AIDS ( $I_3$ ), *Infected* rekombinasi HIV dan hepatitis B ( $I_4$ ), *Treatment* HIV ( $T_1$ ), *Treatment* hepatitis B ( $T_2$ ), *Recovery* (R). Sistem model tersebut dibagi menjadi 2 model. Model pertama merepresasikan pemberian treatment HIV kemudian treatment hepatitis. Model kedua merepresasikan pemberian treatment hepatitis kemudian HIV (Zuhriah, A.,2016)

Pada penelitian ini penulis memverifikasi model epidemik SEITR rekombinasi virus HIV dan Hepatitis B. Pada penelitian sebelumnya (Zuhriah, A.,2016) kondisi awalnya berupa nilai tunggal yang diambil dari rumah sakit di Surabaya. Pada penelitian ini penulis menggunakan kondisi awal dari penelitian sebelumnya namun nilai tunggal tersebut direntangkan dalam bentuk interval. Kondisi awal tersebut dibagi menjadi 3 skenario. Skenario pertama kondisi awalnya yang disesuaikan dengan data di rumah

sakit hanya saja direntangkan dalam bentuk interval. Kondisi kedua kondisi awalnya ditingkatkan 20 % dari kondisi awal yang pertama sedangkan kondisi awal yang ketiga diturunkan 20 % dari kondisi awal yang pertama.

Proses perhitungan over approximation dari state yang dapat dicapai ,dihitung menggunakan metode integrasi model Taylor. Selanjutnya akan digunakan konstruksi flowpipe untuk penggunaan model Taylor pada analisis sistem kontinu non linier. Metode integrasi diatas merupakan metode yang yang dapat digunakan untuk memutuskan apakah model tersebut dapat menjangkau target yang ditetapkan dan apakah terdapat keadaan tidak aman yang dicapai oleh sebuah sistem.

## **1.2 Rumusan Masalah**

Dengan melihat pada latar Belakang diatas maka rumusan masalah yang akan dijabarkan dan diteliti adalah:

1. Bagaimana langkah – langkah penyelesaian permasalahan verifikasi keamanan (safety verification) dari model epidemik SEITR pada rekombinasi virus HIV dan Hepatitis B dengan model Taylor?
2. Bagaimana hasil verifikasi keamanan (safety verification) model epidemik SEITR pada rekombinasi virus HIV dan Hepatitis B dengan model Taylor untuk tigma skenario?

## **1.3 Batasan Masalah**

Untuk menghindari pembahasan yang meluas, pembahasan dibatasi dengan batasan masalah sebagai berikut:

1. Menggunakan perangkat lunak Flow star untuk memverifikasi model kontinu non linier
2. Fokus verifikasi keamanan pada sub populasi Ekposed HIV ,Exposed Hepatitis B , Infected HIV dan Infected hepatitis B
3. Skenario yang dimaksud dalam rumusan masalah diatas adalah sebagai berikut ;
  - a.Skenario 1

$$E_1 = 1000-1050$$

$$E_2 = 150-200$$

a.Skenario 2

$$E_1 = 1200- 1260$$

$$E_2 = 180-240$$

Skenario 3

$$E_1 = 800-840$$

$$E_2 = 120 -160$$

#### **1.4 Tujuan**

Tujuan yang ingin dicapai dalam mengerjakan Tesis ini adalah sebagai berikut:

1. Menganalisa langkah–langkah penyelesaian permasalahan analisis verifikasi keamanan (safety verification) dari model epidemik SEITR pada rekombinasi virus HIV dan Hepatiis B dengan model Taylor
2. Menganalisa hasil verifikasi keamanan (safety verification) model epidemik SEITR pada rekombinasi virus HIV dan Hepatitis B dengan model Taylor untuk beberapa skenario

#### **1.5 Manfaat**

Maanfaat yang akan diperoleh dari Tesis ini adalah sebagai berikut

1. Memberikan hasil verifikasi model epidemic SEITR pada rekombinasi HIV dan Hepatitis B, sehingga dapat diketahui apakah terdapat keadaan tidak aman yang dapat dicapai oleh system
2. Memperkenalkan pada pembaca mengenai perangkat lunak untuk memverifikasi keamanan pada sistem kontinu non linier



## BAB II

### TINJAUAN PUSTAKA

#### 2.1 Penelitian Terdahulu

Dalam tesis ini penulis merujuk pada penelitian yang pernah dilakukan, dimana penelitian tersebut berhubungan dengan tesis ini. Penelitian yang sebagai rujukan dalam tesis ini yaitu adalah oleh (Chen, Xin., Altho\_, M., Immler, F., Ghorbal, K.,2017). Yaitu pada penelitiannya yang memecahkan masalah analisis *reachability* pada tiga benchmark non linier yang masing-masing memiliki 2, 7, 12 variabel. Tiga perangkat lunak yang digunakan antara lain adalah Flow\*, Cora, dan Isabelle/HOL. Pada masing-masing perangkat lunak tersebut menghasilkan waktu perhitungan yang berbeda-beda dengan kondisi awal dan himpunan tidak aman (*unsafe set*) yang sama.

Penelitian selanjutnya yang berhubungan dengan verifikasi keamanan adalah (Chen,Xin.,Dutta, S., Sankaranayanan, S. , 2017) yang berjudul *Formal Verification Of Multi-Basal Insulin Infusion Control Model* . Pada penelitian tersebut disajikan studi kasus sistem control multi basal hibrida sederhana yang beralih ke tingkat pengiriman insulin preset yang berbeda pada berbagai rentang kadar glukosa. Penelitian ini menggunakan model Dalla-Man untuk memodelkan fisiologi pasien dan model automaton hibrida dari pengontrol. Tujuan penelitian ini adalah untuk memverifikasi bahwa tingkat glukosa darah tetap dalam kisaran yang aman dalam satu malam dengan menggunakan perangkat lunak Flow\*. Mereka menggunakan 2 strategi kontrol berbeda yang didefinisikan oleh himpunan tingkat insulin. Dan hasil dari penelitian tersebut adalah strategi I dan strategi II tidak menimbulkan hypoglycemia dan ketoacidosis namun glukosa darahnya tidak berada pada rentang euglycemic. Sedangkan glukosa darah harus berada pada rentang euglycemic.

#### 2.2 Verifikasi Keamanan (*Safety Verification*)

Sifat keamanan (*safety*) memiliki spesifikasi “tidak ada state tidak aman (*un safe*) yang dapat dijangkau (*reachable*)”. Masalah verifikasi

keamanan dapat ditulis, diberikan sistem dinamik n-dimensi, himpunan awal  $X_0 \in \mathbb{R}^n$ , himpunan tidak aman  $unsafe \subseteq \mathbb{R}^n$ , dan waktu terbatas  $T > 0$ . Masalah verifikasi keamanan adalah membuktikan bahwa  $Reach_u(X_0, [0, T]) \cap unsafe = \emptyset$ . Dalam verifikasi keamanan, dapat dihitung supersets untuk himpunan yang dapat dicapai dengan tepat. Jika tidak ada state tidak aman yang dapat tercapai, maka sistemnya aman. Sifat keamanan (*safety*) sangat penting bagi sistem hybrid dan verifikasinya dapat dilakukan dengan perhitungan *reachability* di state space hybrid.

Telah dibuktikan bahwa masalah verifikasi keamanan dan analisis reachabilitas sistem hibrida pada umumnya tidak dapat dipecahkan (Alur et al., 1995; Lafferriere, Pappas, & Yovine, 1999). Terdapat beberapa teknik yang dapat digunakan untuk menyelesaikan verifikasi dan reachabilitas ini, salah satunya yaitu dengan teknik aproksimasi atau *over-approximate*. Atau secara lengkapnya, Teknik dan alat yang digunakan untuk verifikasi dalam Tesis ini adalah teknik *over-approximating flowpipe construction* (konstruksi flowpipe yang diover-aproksimasi). Teknik ini diselesaikan dengan *Taylor Model* (TM). Setelah himpunan state yang tercapai (*reachable*) didapatkan, selanjutnya memverifikasi apakah sifat keamanan dilanggar dengan memeriksa apakah keadaan tidak aman berada diantara himpunan state yang dapat tercapai. Perangkat lunak yang digunakan untuk verifikasi bernama Flow, dimana berfokus pada verifikasi keamanan sistem hibrida non linier.

### 2.3 HIV / AIDS

HIV atau Human Immunodeficiency Virus adalah sejenis virus yang menginfeksi sel darah putih yang menyebabkan menurunnya kekebalan tubuh manusia. Sedangkan AIDS atau Acquire Immune Deficiency Syndrome adalah sekumpulan gejala penyakit yang timbul karena menurunnya kekebalan tubuh yang disebabkan infeksi oleh HIV. Akibat menurunnya kekebalan tubuh maka seseorang tersebut sangat mudah terkena penyakit infeksi yang sering berakibat fatal [9].

Setelah seseorang terinfeksi HIV, 2-6 minggu kemudian terjadilah sindrom *retroviral* akut. Setelah 2-6 minggu gejala menghilang disertai



*serokonversi*. Selanjutnya merupakan fase asimtomatik dan tidak ada gejala selama rata-rata 8 tahun. Sebagian besar pengidap HIV saat ini berada pada fase ini. Kemudian penderita akan mengalami fase simptomatik sebagai tanda memasuki stadium AIDS dan berlangsung rata-rata 1-3 tahun yang berakhir dengan kematian. (Departemen Kesehatan Republik Indonesia, 2006).

Verifikasi keamanan dalam penelitian ini akan memprediksi dalam kurun 5 tahun apakah dalam kurun 5 tahun apakah HIV tersebut akan menjadi wabah atau tidak. Definisi wabah disini mengambil dari (Sutrisna, B, 2013) dalam *RUU Tentang Perubahan Atas Undang-Undang Nomor 4 Tahun 1984 Tentang WaBah Penyakit Menular*, menyatakan bahwa dikatakan menjadi wabah ketika jumlah populasinya menjadi dua kali lipat dari kondisi awal dalam kurun waktu tertentu.

## 2.4 MODEL MATEMATIKA

Model dalam tesis ini adalah model epidemi matematika yang dikonstruksi bertipe SEITR (*Susceptible Exposed Infected Treatment Recovery*). Model tersebut mempresentasikan perkembangan penyebaran rekombinasi virus HIV dan Hepatitis B. Populasi dalam model tersebut dibagi menjadi 10 subpopulasi. Subpopulasi tersebut adalah subpopulasi *Susceptible* ( $S_1$ ), *Exposed HIV* ( $E_1$ ), *Exposed hepatitis B* ( $E_2$ ), *Infected HIV* ( $I_1$ ), *Infected Hepatitis B* ( $I_2$ ), *Infected AIDS* ( $I_3$ ), *Infected rekombinasi HIV dan hepatitis B* ( $I_4$ ), *Treatment HIV* ( $T_1$ ), *Treatment hepatitis B* ( $T_2$ ), *Recovery* ( $R$ ). (Zuhriah, A.,2016).

Subpopulasi *Susceptible* ( $S_1$ ) adalah kumpulan individu yang sehat tapi rentan terinfeksi virus HIV maupun hepatitis B. Subpopulasi *Exposed HIV* ( $E_1$ ) adalah kumpulan individu yang sedang dalam masa inkubasi. Jadi dalam tubuh individu mereka sudah ada benih virus HIV namun belum berkembang secara maksimal. . Semakin sering interaksi individu *Susceptible* ( $S$ ) dan individu *infected* ( $I_1$ ) maka jumlah individu  $E_1$  semakin meningkat.. Individu  $E_1$  jika tidak diobati atau tidak ditangani dengan tepat maka benih virus HIV tersebut akan berkembang biak dan menyebabkan individu terinfeksi virus HIV, sehingga sebagian subpopulasi *Exposed* ( $E_1$ ) berkurang dan berubah menjadi subpopulasi *infected* ( $I_1$ ) Subpopulasi *Exposed hepatitis B* ( $E_2$ ) adalah kumpulan individu yang sedang dalam masa inkubasi. Jadi dalam tubuh individu mereka sudah ada

benih virus hepatitis B namun belum berkembang secara maksimal. Semakin sering interaksi individu *Susceptible* ( S ) dan individu *infected* (I<sub>2</sub>) maka jumlah individu E<sub>2</sub> semakin meningkat.. Individu E<sub>2</sub> jika tidak diobati atau tidak ditangani dengan tepat maka benih virus Hepatitis B tersebut akan berkembang biak dan menyebabkan individu terinfeksi virus Hepatitis B, sehingga sebagian subpopulasi *Eksposed* ( E<sub>2</sub>) berkurang dan berubah menjadi subpopulasi *infected* (I<sub>2</sub>) .

Subpopulasi *infected* (I<sub>1</sub>) adalah subpopulasi yang terinfeksi virus HIV dimana virus tersebut sudah menyebar keseluruh tubuh. Jumlah subpopulasi *infected* (I<sub>1</sub>) bertambah karna subpopulasi *Eksposed* ( E<sub>1</sub>) tidak diobati atau tidak ditangani dengan tepat, HIV dapat mengalami tingkatan stadium yaitu menjadi AIDS (I<sub>3</sub>). Subpopulasi *infected* (I<sub>2</sub>) adalah subpopulasi yang terinfeksi virus Hepatitis B dimana virus tersebut sudah menyebar keseluruh tubuh. Jumlah subpopulasi *infected* (I<sub>2</sub>) bertambah karna subpopulasi *Eksposed* ( E<sub>2</sub>) tidak diobati atau tidak ditangani dengan tepat. Selanjutnya Jumlah subpopulasi *infected* (I<sub>2</sub>) berkurang karena adanya kontak antara individu *infected* hepatitis B dan individu *infected* AIDS sehingga mengalami infeksi rekombinasi antara HIV dan virus Hepatitis B atau disebut subpopulasi (I<sub>4</sub>)

Subpopulasi (T<sub>1</sub>) adalah sub populasi treatment HIV atau kelompok individu yang melakukan pengobatan terhadap penyakit HIV. Subpopulasi (T<sub>2</sub>) adalah sub populasi treatment HIV atau kelompok individu yang melakukan pengobatan terhadap penyakit Hepatitis B. Sedangkan subpopulasi R adalah kelompok individu yang mengalami perbaikan kondisi atau penyembuhan setelah melakukan pengobatan.

Salah satu cara untuk menanggulangi kedua virus tersebut adalah dengan penggunaan treatment atau pengobatan. Model yang diambil dalam tesis ini merepresasikan pemberian treatment HIV kemudian treatment hepatitis. Berikut model yang mempresasikan permasalahan diatas:

$$\frac{ds}{dt} = A - (\beta_1 I_1 + \beta_2 I_2 + \mu) S$$

$$\frac{dE_1}{dt} = \beta_1 S I_1 - (\gamma_1 + \mu) E_1$$

$$\frac{dE_2}{dt} = \beta_2 S I_2 - (\gamma_2 + \mu) E_2$$

$$\begin{aligned} \frac{dI_1}{dt} &= \gamma_1 E_1 - (\theta + a_1 + \mu) I_1 + (1 - c_1) \psi_1 T_1 \\ \frac{dI_2}{dt} &= \gamma_2 E_2 - (\omega_1 I_3 + a_2 + \mu) I_2 + (1 - c_2) \psi_2 T_2 \\ \frac{dI_3}{dt} &= \theta I_1 - (\omega_1 I_2 + a_2 + \mu) I_3 + (1 - c_3) \psi_3 T_1 \\ \frac{dI_4}{dt} &= \omega_1 I_3 I_2 + \omega_2 I_2 I_3 - (a_4 + \mu) I_4 + (1 - c_4) \psi_4 T_1 \\ \frac{dT_1}{dt} &= a_1 I_1 + a_3 I_3 + a_4 I_4 - (1 - c_1) \psi_1 T_1 - (1 - c_3) \psi_3 T_1 - C_4 \psi_4 T_1 - C_4 \psi T_2 - \\ &C_1 \psi_1 T_1 - C_3 \psi_3 T_1 - \mu T_1 \\ \frac{dT_2}{dt} &= a_2 I_2 - (1 - c_2) \psi_2 T_2 + C_4 \psi_4 T_1 - \mu T_2 - C_2 \psi_2 T_2 \\ \frac{dR}{dt} &= C_1 \psi_1 T_1 + C_3 \psi_3 T_1 + C_2 \psi_2 T_2 - \mu R \end{aligned}$$

Dengan

- S = Banyaknya Individu Susceptible
- $E_1$  = Banyaknya Individu Exsposed HIV
- $E_2$  = Banyaknya Individu Hepatitis
- $I_1$  = Banyaknya Individu terinfeksi HIV
- $I_2$  = Banyaknya Individu terinfeksi Hepatitis
- $I_3$  = Banyaknya Individu terinfeksi AIDS
- $I_4$  = Banyaknya Individu terinfeksi rekombinasi HIV dan Hepatitis
- $T_1$  = Banyaknya Individu yang di treatment HIV
- $T_2$  = Banyaknya Individu yang di treatment Hepatitis
- R = Banyaknya Individu yang sembuh

Parameter-parameter yang digunakan sebagai berikut

- A = Jumlah kelahiran
- $\mu$  = Rate kematian
- $\beta_i$  = Rate kontak individu susceptible dengan individu infected dengan  $i=1,2$ ,
- $\gamma_i$  = Rate individu eksposed yang masuk ke dalam sub populasi Infected  $i=1,2$ ,
- $\theta$  = Rate trasisi infeksi virus HIV dan AIDS
- $a_j$  = Rate pengobatan, dengan  $J=1,2,3,4$
- $\omega_i$  = Rate kontak antara individu terinfeksi HIV dengan Individu terinfeksi virus hepatitis  $I=1,2$

- $C_j$  = Peluang individu mengalami perubahan kondisi yang lebih baik yang disebabkan karna treatment, dengan  $J = 1,2,3,4$
- $\psi_j$  = Penyembuhan individu setelah treatment dengan  $J = 1,2,3,4$

## 2.5 Model Taylor

Model Taylor pada mulanya dikembangkan oleh Berz dan Makino untuk memberikan representasi over-aproksimasi untuk fungsi kontinu. Model Taylor (TM) dapat diterapkan untuk memberikan over-aproksimasi untuk flowpipe.

**Definisi 2.7** (Chen, Xin., 2015)

*Model Taylor dilambangkan dengan sepasang  $(p, I)$  sehingga  $p$  adalah polinomial pada himpunan variabel  $\vec{x}$  Mulai dalam domain interval  $D$ , dan  $I$  adalah sisa interval. TM mungkin juga bernilai vector TM yang bernilai riil, atau dengan cara keduanya  $p$  dan  $I$  bernilai vector dan memiliki dimensi yang sama.*

Diberikan TM  $(p, I)$  dan fungsi yang berada pada domain  $D$  yang sama, dapat dikatakan bahwa  $f$  diover-aproksimasi oleh  $(p, I)$ , dilambangkan dengan  $f \in (p, I)$  atau  $f \in p + I$ , jika  $f(\vec{x}) \in p(\vec{x}) + I, \forall \vec{x} \in D$ . Salah satu fungsi model Taylor yaitu berfungsi sebagai definisi implisit dari flowpipe yang mengover-aproksimasi flowpipe.  $\varphi f$  dalam himpunan  $\vec{x}_0 \in X_0$  dan  $t \in \Delta$ . Dengan kata lain, sebuah flowpipe  $\varphi f (X_0, t)$  untuk beberapa  $X_0, \subseteq \mathbb{R}^n$  Dan  $t \in \Delta$  Dapat diover-aproksimasi oleh model Taylor  $(p(\vec{x}_0, t), I)$  dengan  $\vec{x}_0 \in X_0$  Dan  $t \in \Delta$ .

## 2.6 Metode Integrasi Model Taylor

Sistem kontinu n-dimensional yang didefinisikan oleh  $\dot{\vec{x}} = f(\vec{x})$  dan time-step  $\delta$ , himpunan yang dapat dijangkau untuk horizon waktu terbatas  $[0, T]$  dan himpunan awal  $X_0 \subseteq \mathbb{R}^n$  yang diover-aproksimasi oleh urutan terbatas dari model Taylor  $\mathcal{F}_1, \dots, \mathcal{F}_N$  akan dihitung flowpipe over-aproksimasi sebagai model Taylor (TM) untuk system kontinu non linear. Hal tersebut juga disebut flowpipe TM. Dengan system kontinu n-dimensional non-linear  $S : \dot{\vec{x}} = f(\vec{x}, t)$  dan interval atau himpunan awal TM  $X_0 \subseteq \mathbb{R}^n$ . Asumsikan bahwa besar  $N$  time-step diberikan oleh  $\delta_1, \dots, \delta_N$ , lalu untuk  $1 \leq i \leq N$ , TM flowpipe ke  $i$  adalah bentuk  $\mathcal{F}_i(\vec{x}_0, t)$

$= (p_k(\vec{x}_0, t), I)$  dengan  $\vec{x}_0 \in X_0$  dan  $t \in [0, \delta_1]$ . ini adalah over-aproksimasi dari solusinya  $\varphi_f(\vec{x}_0, \sum_{j=1}^{i-1} \delta_j + t)$ , yaitu,  $\varphi_f(\vec{x}_0, \sum_{j=1}^{i-1} \delta_j + t) \in p_k(\vec{x}_0, t), I$

Untuk semua  $\vec{x}_0 \in X_0$  dan  $t \in [0, \delta_1]$ . Flowpipe TM mungkin berbeda orde. Metode konputasi TM flowpipes disebut integrasi TM. Diberikan uraian sebagai berikut (Chen, Xin., 2015):

Himpunan awal  $X_l$  dalam *time-step* ke- $i$  adalah  $X_0$  saat  $i = 1$ , atau diberikan oleh TM  $\mathcal{F}_{i-1}(\vec{x}_0, \delta_{i-1})$  untuk  $1 \leq i \leq N$ . Dilakukan 3 langkah berikut untuk menghitung flowpipe TM  $\mathcal{F}_i$  ke- $i$ . Dengan orde TM adalah  $k$ .

1. Menghitung polinotimeminal Taylor  $p_k$  untuk flow maju (*forward flow*)  $\varphi_f(X_l, t)$  hingga orde  $k$  di  $t$ .

Polinominal  $p_k$  dapat berasal dari  $\varphi_f(X_l, t)$  sebagai berikut,

$$p_k(\vec{x}_l, t) = \vec{x}_l + \text{Trunc}_{k-1}(\mathcal{L}_f(\varphi_f(X_l, t)))|_{t=0} \cdot t + \frac{1}{k!} \dots \text{Trunc}_0 \mathcal{L}_f^k(\varphi_f(X_l, t))|_{t=0} \cdot t^k$$

**Definisi Lie Deivative** (Chen, Xin., 2015)

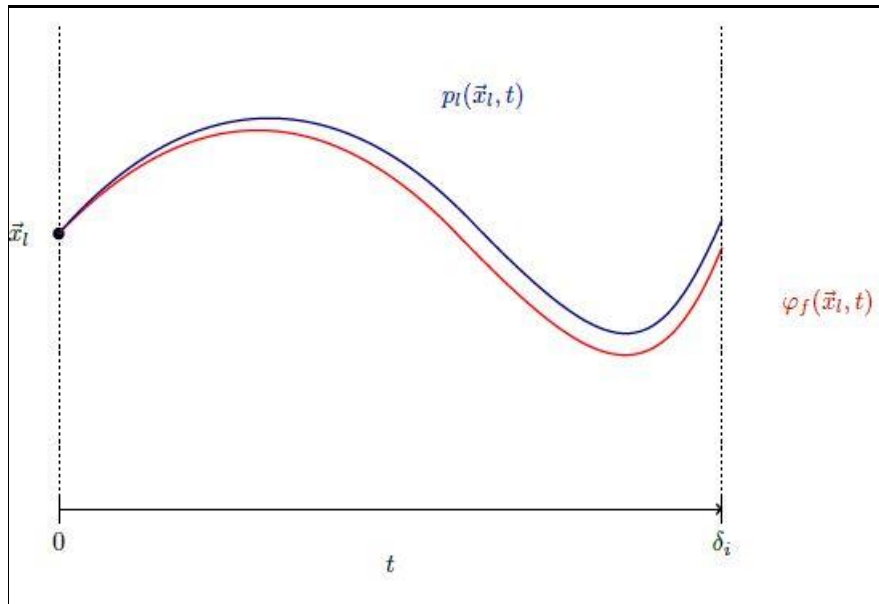
Diberikan ODE  $\dot{\vec{x}} = f(\vec{x})$  dengan  $n$ -variabel, Lie Derivative dari fungsi diferensial  $g(\vec{x}, t)$  yaitu  $f$ , didefinisikan dengan,

$$\mathcal{L}_f(g) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial x_i} \cdot f_i \right) + \frac{\partial g}{\partial t}$$

Dimana  $f_i$  adalah komponen ke- $i$  dari  $f$ . jika  $g$  adalah  $k$  terdiferensiasi, Lie Derivative orde tinggi didefinisikan,

$$\mathcal{L}_f^{m+1}(g) = \mathcal{L}_f(\mathcal{L}_f^m(g))$$

Untuk  $m = 1, 2, \dots, k-1$ . Berikut ilustrasi langkah pertama untuk menghitung flowpipe TM.



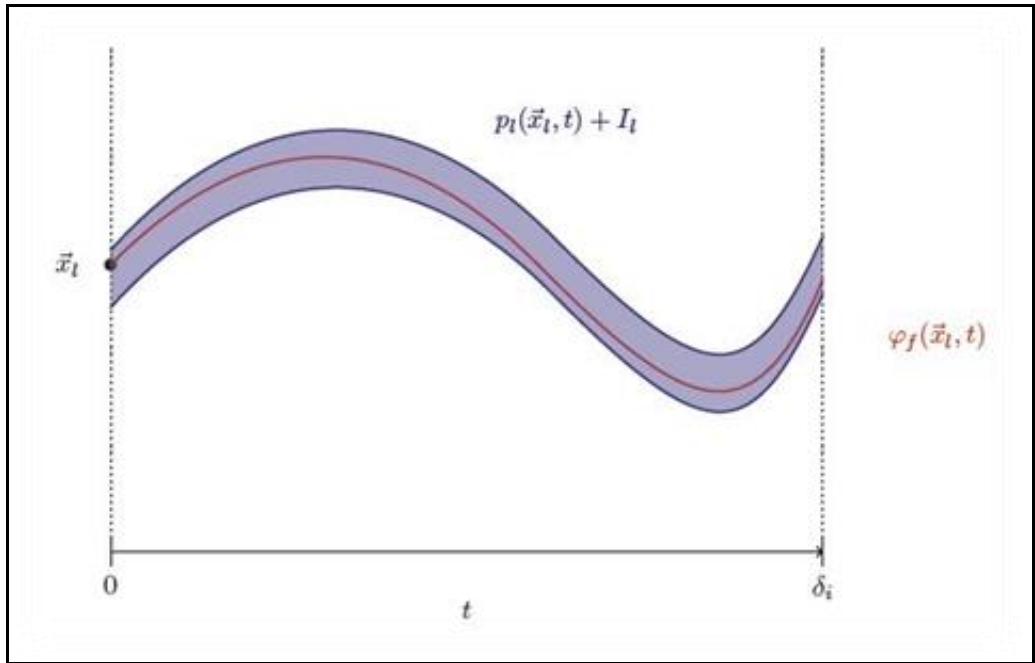
Gambar. 2. 1 Ilustrasi langkah pertama menghitung flopipe Taylor model

2. Evaluasi interval sisa aman  $I$  untuk polynomial Taylor  $p_k(\vec{x}_l, t)$  dalam  $t \in [0, \delta]$ .

Interval  $I$  adalah cukup jika operator Picard,

$$\mathbb{P}_f(g(\vec{x}_l, t)) = \vec{x}_l + \int_0^t f(g(\vec{x}_l, s), s) ds$$

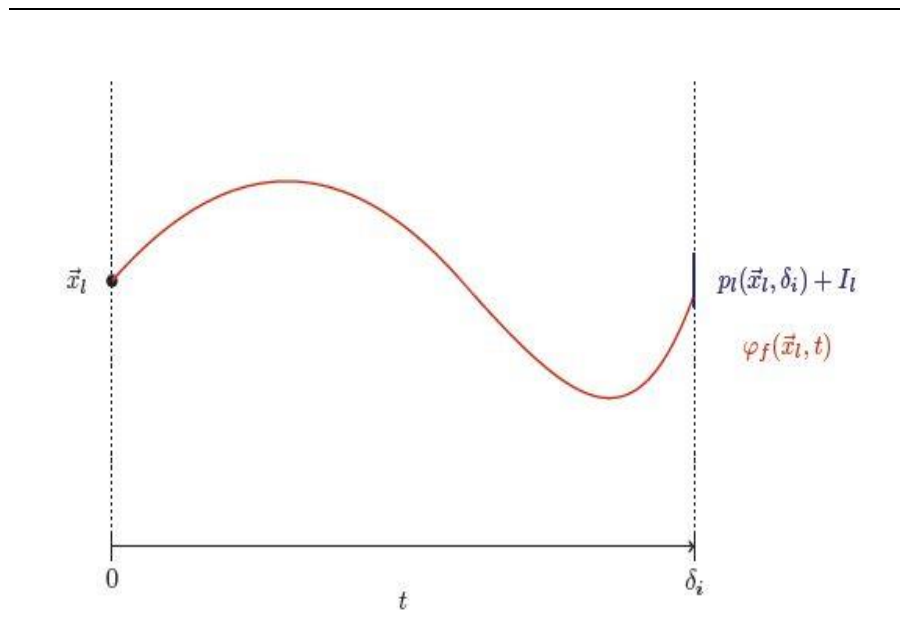
adalah kontraktif dalam  $(p_k, 1)$ . Untuk menemukan interval  $I$  yang seperti itu, kita dapat terlebih dahulu memberikan perkiraan dan memperbesarnya secara berurutan hingga didapatkan interval kontraktif. Setelah itu, Interval dapat disempurnakan dengan berulang kali menerapkan operator Picard. Berikut ilustrasi langkah kedua untuk menghitung flowpipe TM.



Gambar 2.2 Ilustrasi langkah kedua menghitung flopipe Taylor Model

3. Hitung flowpipe ke- $i$   $\mathcal{F}_i$  dengan mengevaluasi  $(\vec{x}_{l(x_l, t)} I)$ .

Model Taylor  $\mathcal{F}_i$  didapatkan dengan mensubstitusi  $x_l$  pada  $\vec{x}_l$  di  $(p_k, I)$  orde  $k$  aritmatika model Taylor. Berikut ilustrasi langkah ketiga untuk menghitung flowpipe TM.



Gambar 2.3 Ilustrasi langkah ketiga menghitung flowpipe Taylor Model

Contoh penerapan menghitung model Taylor yang lebih sederhana

$$\frac{dx(t)}{dt} = x \text{ dengan } t \in [0,10]$$

Maka solusi dari persamaan diferensial tersebut  $x = e^t$

Berikut aproksimasi dari fungsi  $f(x) = e^t$

Langkah pertama dari  $t \in [0,10]$ , dipotong menjadi 10 bagian, menjadi 10 flowpipe. Dengan potongan pertama yang mempunyai interval  $t \in [0,1]$ , potongan kedua dengan interval  $t \in [1,2]$  dan seterusnya. Berikut cara menghitung overaproksimasi setiap flowpipe :

Menghitung overaproksimasi untuk interval  $t \in [0,1]$ .

$C = \frac{1}{2}$  order 2 :

$F(x)$  mengaproksimasi  $f$  pada  $x = c$  maka dengan order  $k$

$$p_k(x) = f(c) + f^{(1)}(c)(x-c) + \frac{1}{2!} f^{(2)}(c)(x-c)^2 + \frac{1}{k!} f^{(k)}(c)(x-c)^k$$

$$p_2(x) = f\left(\frac{1}{2}\right) + f^{(1)}\left(\frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2!} f^{(2)}\left(\frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$f(x) = e^x \rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = e^{\frac{1}{2}}$$

$$f^{(1)}(x) = e^x \rightarrow f^{(1)}\left(\frac{1}{2}\right) = e^{\frac{1}{2}}$$

$$f^{(2)}(x) = e^x \rightarrow f^{(2)}\left(\frac{1}{2}\right) = e^{\frac{1}{2}}$$

$$p_2(x) = e^{0.5} + e^{0.5}\left(x - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} e^{0.5}\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

Nilai interval dari aproksimasi adalah  $= \frac{1}{3!} f^{(3)}(c)(x-c)^3$ ,  $c = \frac{1}{2}$

X interval  $[0,1]$

$$f^{(3)}(x) = e^x$$

$$f^{(3)}\left(\frac{1}{2}\right) = e^{0.5}$$

$$I = \frac{1}{6} \cdot e^{0.5} \left([0,1], -\frac{1}{2}\right)^3$$

$$I = \frac{1}{6} \cdot e^{0.5} \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]^3$$

$$I = \frac{1}{6} \cdot e^{0.5} \left[\frac{-1}{8}, \frac{1}{8}\right]^3$$

$$I = \left[\frac{1}{6} e^{0.5} \cdot -\frac{1}{8}, \frac{1}{6} e^{0.5} \cdot \frac{1}{8}\right] = \left[-\frac{1}{48} e^{0.5}, \frac{1}{48} e^{0.5}\right]$$



Jadi hasil dari aproksimasi fungsi diatas adalah =

$$\left( e^{0.5} + e^{0.5} \left( t - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{4} e^{0.5} \left( t - \frac{1}{2} \right)^2, \left[ -\frac{1}{48} e^{0.5}, \frac{1}{48} e^{0.5} \right] \right)$$

$$t \in [0,1]$$

Menghitung overaproksimasi untuk interval  $t \in [1,2]$ .

$$C = \frac{3}{2} \text{ order 2 :}$$

$$p_2(x) = f\left(\frac{3}{2}\right) + f^{(1)}\left(\frac{3}{2}\right) \left(x - \frac{3}{2}\right) + \frac{1}{2!} f^{(2)}\left(\frac{3}{2}\right) \left(x - \frac{3}{2}\right)^2$$

$$f(x) = e^x \rightarrow f\left(\frac{3}{2}\right) = e^{\frac{3}{2}}$$

$$f^{(1)}(x) = e^x \rightarrow f^{(1)}\left(\frac{3}{2}\right) = e^{\frac{3}{2}}$$

$$f^{(2)}(x) = e^x \rightarrow f^{(2)}\left(\frac{3}{2}\right) = e^{\frac{3}{2}}$$

$$p_2(x) = e^{1.5} + e^{1.5} \left(x - \frac{3}{2}\right) + \frac{1}{2} e^{1.5} \left(x - \frac{3}{2}\right)^2$$

$$\text{Nilai interval dari aproksimasi adalah } = \frac{1}{3!} f^{(3)}(c) (x - c)^3, c = \frac{3}{2}$$

X interval [1,2]

$$f^{(3)}(x) = e^x$$

$$f^{(3)}\left(\frac{3}{2}\right) = e^{0.5}$$

$$I = \frac{1}{6} \cdot e^{0.5} \left([0,1], -\frac{3}{2}\right)^3$$

$$I = \frac{1}{6} \cdot e^{0.5} \left(\left[-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right]\right)^3$$

$$I = \frac{1}{6} \cdot e^{0.5} \left[-\frac{27}{8}, -\frac{1}{8}\right]$$

$$I = \left[-\frac{1}{6} e^{0.5}, -\frac{27}{8}, \frac{1}{6} e^{0.5}, -\frac{1}{8}\right] = \left[-\frac{27}{48} e^{0.5}, -\frac{1}{48} \cdot e^{0.5}\right]$$

Jadi hasil dari aproksimasi fungsi diatas adalah =

$$\left( e^{0.5} + e^{0.5} \left( t - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} e^{0.5} \left( t - \frac{1}{2} \right)^2, \left[ -\frac{1}{48} e^{0.5}, \frac{1}{48} e^{0.5} \right] \right)$$

$$t \in [1,2]$$

Untuk perhitungan  $t \in [2,3]$ ,  $t \in [3,4]$ ... ..  $t \in [9,10]$ , sama dengan perhitungan diatas.



## **BAB III**

### **METODE PENELITIAN**

#### **3.1 Tahap Penelitian**

Berikut adalah tahap – tahap yang dilakukan dalam pengerjaan Tesis ini.

1. Studi Literatur

Pada tahap ini dilakukan studi literatur yang berkaitan dengan verifikasi keamanan model epedemik SEITR dengan model Taylor. Selain itu , studi literatur mengenai perangkat lunak Flow star untuk memperdalam pemahaman mengenai topic penelitian. Studi literatur diperoleh dari buku,jurnal, artikel dari internet ,tugas akhir atau thesis yang berkaitan dengan permasalahan.

2. Pendefinisian Permasalahan verifikasi keamanan

Pada tahap ini dilakukan pendefinisian masalah verifikasi keamanan sebuah sistem. Definisi yang dilakukan antara lain penulisan model beserta parameternya, himpunan awal, *time-horizon*, himpunan target (*unsafe*), dan lain-lain. Persamaan dinamika kontinu yang sudah itentukan harus didefinisikan dengan skema integrasi pada perangkat lunak. Pendefinisian permasalahan ini diterapkan dengan file model (model) untuk selanjutnya dapat dijalankan oleh sebuah perangkat lunak.

3. Perhitungan Himpunan Terjangkau dan Verifikasi

Dalam tahap ini, digunakan sebuah alat yang bernama Flow\* (flowstar) untuk menjalankan perhitungan verifikasi keamanan. Dari proses ini akan dihasilkan beberapa file output.

4. Analisa Hasil

Pada tahap ini dilakukan analisis terhadap hasil dari verifikasi keamanan. Analisis terhadap kondisi tidak aman dan kondisi target. Dan analisis tersebut juga digunakan untuk mengetahui jumlah orang terjangkit rekombinasi virus HIV dan Hepatitis B dalam kurun waktu yang ditentukan.

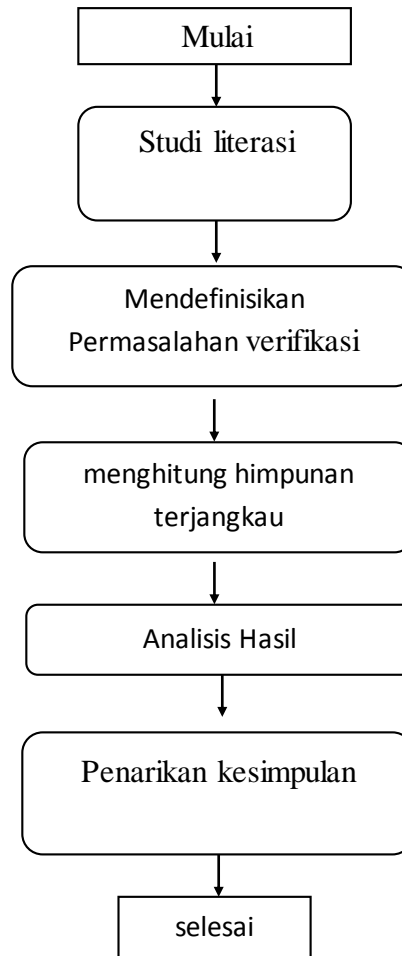
5. Penarikan Kesimpulan

Dalam tahap ini ditarik kesimpulan dari hasil analisa dan disimpulkan juga langkah langkah tahapan memverifikasi keamanan sebuah model.

6. Penyusunan Laporan dan Hasil Penelitian

Pada tahap ini penulis menyusun laporan penelitian berdasarkan proses dan hasil penelitian yang didapatkan dalam menyelesaikan tesis ini.

Diagram alur dalam pengerjaan tesis bisa dilihat pada gambar 3.1 dibawah ini:



Gambar 3.1 Diagram Alur Pengerjaan Tesis

## BAB IV

### ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dibahas analisis reachabilitas dan verifikasi sifat keamanan dari sistem kontinu non linier yaitu model deterministik rekombinasi penyakit HIV dan hepatitis B. Dua hal tersebut dilakukan dengan menghitung over aproksimasi untuk himpunan yang dicapai oleh sistem. Untuk verifikasi keamanan, apabila himpunan over aproksimasi tidak menjangkau himpunan tidak aman, maka bisa dipastikan sistem dalam keadaan aman.

#### 4.1 . Pendiskripsian Permasalahan

Flow\* dapat berjalan dengan bentuk file yang berupa *model* file. Oleh karena itu, permasalahan reachability dapat digambarkan dalam bentuk file model. File model yang dibentuk dari sistem model yang sudah dijelaskan di bab II (Zuhriah, A.,2016). Bentuk file model tersebut bisa dilihat di gambar 4.1 berikut ini:

```

nonpoly ode
{
  S'   = A-(beta1*I1+beta2*I2+mu)*S
  E1'  = beta1*S*I1-(gamma1+mu)*E1
  E2'  = beta2*S*I2-(gamma2+mu)*E2
  I1'  = gamma1*E1-(theta+alpha1+mu)*I1+(1-C1)*psi1*T1
  I1'  = gamma1*E1-(theta+alpha1+mu)*I1+(1-C1)*psi1*T1
  I2'  = gamma2*E2-(omega1*I3+alpha2+mu)*I2+(1-C2)*psi2*T2
  I3'  = gamma2*E2-(omega1*I3+alpha2+mu)*I2+(1-C3)*psi3*T1
  I4'  = omega1*I3*I2+omega2*I2*I3-(alpha4+mu)*I4+(1-C4)*psi4*T1
  T1'  = alpha1*I1+alpha3*I3+alpha4*I4-(1-C1)*psi1*T1-(1-C3)*psi3*T1
        -(1-C4)*psi4*T1-C4*psi4*T1-C1*psi1*T1-C3*psi3*T1-mu*T1
  T2'  = alpha2*I2-(1-C2)*psi2*T2-mu*T2-C2*psi2*T2+C4*psi4*T1
  R'   = C1*psi1*T1-C3*psi3*T1+C2*psi2*T2-mu*T1
  t'   = 1
}

```

Gambar 4.1 File Model Sistem Permasalahan

#### 4.2 Definisi Sistem

Sistem yang digunakan untuk mempresentasikan penyebaran penyakit rekombinasi HIV dan Hepatitis B yang merupakan sistem kontinu non linier.

Nilai parameter diambil dari sistem model yang sudah dibahas di bab II(Zuhriah, A.,2016). Nilai parameter bisa dilihat di file model di gambar 4.2 berikut ini:

```

continuous reachability
{
  state var S, E1, E2, I1, I2, I3, I4, T1, T2, R, t

  par
  {
    A      = 50000
    alpha1 = 0.784
    alpha2 = 0.984
    alpha3 = 0.694
    alpha4 = 0.774
    gamma1 = 1
    gamma2 = 1
    C1     = 0.634
    C2     = 0.869
    C3     = 0.4
    C4     = 0.452
    psi1   = 0.804
    psi2   = 0.883
    psi3   = 0.577
    psi4   = 0.583
    theta  = 0.615
    mu     = 0.013
    beta1  = 35e-26
    beta2  = 6e-26
    omega1 = 6e-26
    omega2 = 35e-26
  }
}

```

```

setting
{
  fixed steps 0.01
  time 5
  remainder estimation 1e-4
  identity precondition
  gnuplot octagon t,I1
  adaptive orders
  { min { S :1, E1 :1, E2 :1, I1 :1, I2 :1, I3 :1, I4 :1, T1 :1, T2 : 1, R :1, t :1 } ,
  max { S :10 , E1 :10, E2 :10, I1 :10, I2 :10, I3 :10, I4 :10, T1 :10, T2 : 10, R :10, t : 10 } }
  cutoff 1e-9
  precision 256
  output hiv5
  print on
}

```

Gambar 4.2 File Model Definisi Sistem

### 4.3 Kondisi Awal Dan Tidak Aman

Pada penyebaran virus rekombinasi HIV dan Hepatitis B terdapat target dan sifat keamanan yang akan dilihat keterjangkauannya (reachable). Target yang diharapkan akan terjangkau yaitu jumlah penderita HIV dan Hepatitis B ketinggian yang cukup rendah dan sifat kemanan yang harus diverifikasi, jumlah penderita

HIV dan Hepatitis B jumlahnya tidak lebih dari dua kali lipat jumlah awal dalam kurun waktu tertentu (Sutrisna, B, 2013). Oleh karena itu diperlukan himpunan kondisi awal yang dapat diberikan dengan interval atau model Taylor (TM). Untuk interval himpunan awal perlu menentukan rentang interval untuk setiap variable state. Interval himpunan awal dalam sistem ini diambil dari sistem model. Selanjutnya, himpunan kondisi tidak aman juga diperlukan dan dapat didefinisikan oleh sistem ketidaksetaraan polinomial. Interval himpunan tidak aman diambil dari dua kali interval himpunan awal. Berikut beberapa skenario himpunan kondisi awal dan tidak aman berupa interval untuk model matematika yang mempresentasikan penyebaran rekombinasi HIV dan Hepatitis B dengan t masing masing 5 tahun.

Kondisi awal skenario 1 disesuaikan dengan data yang diambil dari model sebelumnya (Zuhriah, A.,2016). Kondisi awal skenario 1 beserta nilai tidak amannya bisa dilihat di gambar 4.3 berikut ini:

```

init
{
  S in [2900000,3000000]
  E1 in [1000,1050]
  E2 in [150,200]
  I1 in [1040,1050]
  I2 in [190,200]
  I3 in [641,641]
  I4 in [50,70]
  T1 in [1267,1267]
  T2 in [188,188]
  R in [1112,1112]
}

unsafe set
{
  E1 in [2000,2100]
  E2 in [300,400]
  I1 in [2080,2100]
  I2 in [380,400]
}

```

Gambar 4.3 Himpunan Kondisi Awal Dan Tidak Aman Pada Skenario 1

Kondisi awal skenario 2 diambil dari kondisi awal skenario 1 namun dinaikan 20%. Kondisi awal skenario 2 beserta nilai tidak amannya bisa dilihat di gambar 4.4 berikut ini:

```
init
{
  S in [2900000,3000000]
  E1 in [1200,1260]
  E2 in [180,240]
  I1 in [1040,1050]
  I2 in [190,200]
  I3 in [641,641]
  I4 in [50,70]
  T1 in [1267,1267]
  T2 in [188,188]
  R in [1112,1112]
}

unsafe set
{
  E1 in [2400,2520]
  E2 in [360,480]
  I1 in [2080,2100]
  I2 in [380,400]
}
```

Gambar 4.4 Himpunan kondisi awal dan tidak aman pada skenario 2

Kondisi awal skenario 3 diambil dari kondisi awal skenario 1 namun diturunkankan 20%. Kondisi awal skenario 3 beserta nilai tidak amannya bisa dilihat di gambar 4.5 berikut ini:



```

init
{
  S in [2900000,3000000]
  E1 in [800,840]
  E2 in [120,160]
  I1 in [1040,1050]
  I2 in [190,200]
  I3 in [641,641]
  I4 in [50,70]
  T1 in [1267,1267]
  T2 in [188,188]
  R in [1112,1112]
}

unsafe set
{
  E1 in [1800,1900]
  E2 in [200,300]
  I1 in [2080,2100]
  I2 in [380,400]
}

```

Gambar 4.5 Himpunan kondisi awal dan tidak aman pada skenario 3

#### 4.4 Pemeriksaan Sifat Keamanan

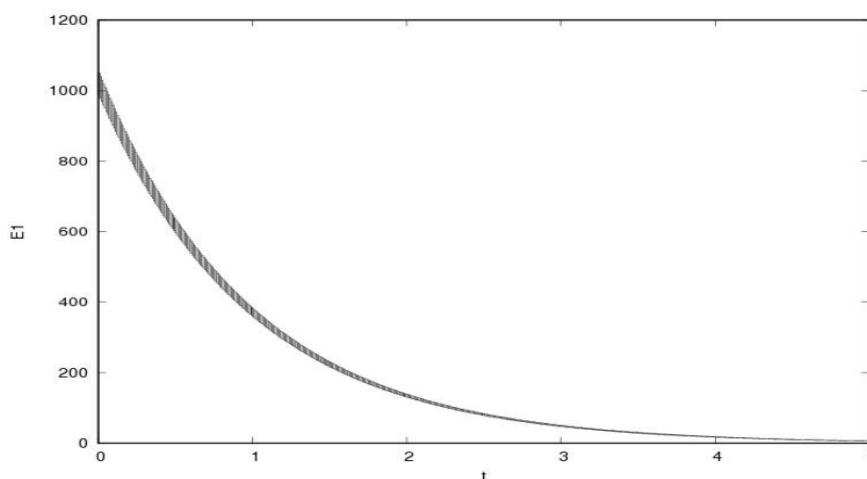
Tugas komputasi reachability dilakukan dengan menggunakan perangkat lunak Flow\*. Flow\* menyimpan semua flowpipe model Taylor dengan definisi state space dan perhitungannya pada flow pipe (flow). File flowpipe (flow) pada semua skenario telah dilampirkan pada lampiran B. Eksperimen dilakukan menggunakan komputer dengan memori RAM 4 GB dan prosesor Intel Core I5

Pada penelitian tesis ini, ditampilkan hasil keluaran pada terminal. Selain itu juga ditampilkan beberapa plotting yang merupakan visualisasi dari flowpipe model taylor (TM) dari model penyebaran rekombinasi virus HIV dan hepatitis B yang dihitung. Plot dari himpunan over-aproksimasi nantinya berupa proyeksi 2 dimensi bentuk octagon. Pada verifikasi keamanan digunakan 4 skenario, skenario tersebut untuk mengetahui apakah penyakit rekombinasi virus HIV dan hepatitis B dalam kurun tertentu akan menjadi wabah atau tidak. Pemeriksaan pertama yaitu pada skenario 1. Hasil runningnya bisa dilihat di gambar 4.6 berikut ini:

```
500 flowpipes computed.
time cost: 72.547000
Preparing for plotting and dumping...
Done.
Generating the plotting file...
Done.
Dumping the Taylor model flowpipes...
Done.
Safety checking ...
Done.
time cost for safety checking: 1.969000
Result: SAFE
```

Gambar 4.6 Hasil Running  $E_1$  Skenario 1 Dengan Waktu 5 Tahun

Setelah dilakukan perhitungan verifikasi sifat keamanan dengan menggunakan Flow\* diperoleh hasil pada gambar 4.6. Hasil running tersebut tidak ditemui eror dan waktu yang dibutuhkan perangkat lunak Flow\* adalah 72,547000 detik dengan jumlah flowpipe over- aproksimasi sebanyak 500 flowpipe dan membutuhkan waktu 1,969000 detik untuk memverikasi keamanan sistem tersebut. Hasil dari verifikasi keamanan tersebut adalah aman yang berarti flowpipe tidak memotong daerah tidak aman. Hasil plot  $E_1$  bisa dilihat di gambar 4.7 berikut ini.



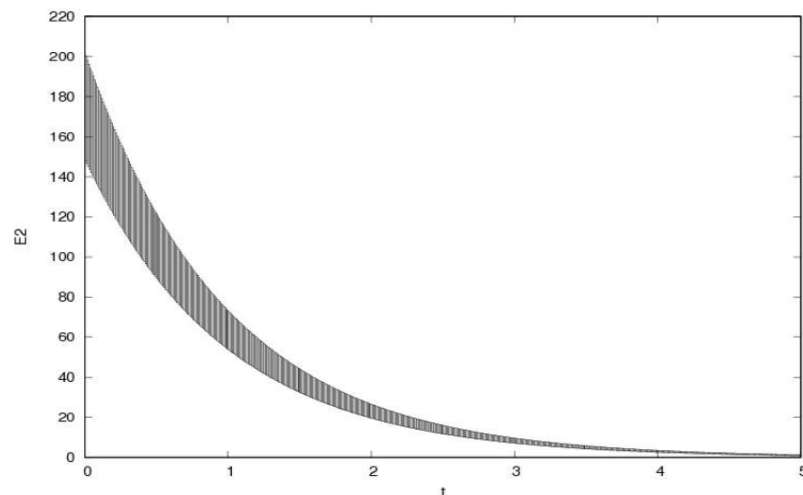
Gambar 4.7 Hasil plot  $E_1$  skenario 1 dengan waktu 5 tahun

Hasil dari gambar bisa dilihat  $E_1$  dari awal sampai akhir turun. Jumlah  $E_1$  turun dari awal yang jumlahnya 1000 -1050 hingga mendekati nilai 0. Gambar tersebut menunjukkan jumlahnya tidak mencapai dua kali jumlah awal, oleh karena itu hasil dari sistem safe atau aman. Pemeriksaan selanjutnya adalah sub populasi  $E_2$ . Hasil running  $E_2$  dapat dilihat pada gambar 4.8 berikut ini:

```
500 flowpipes computed.
time cost: 72.453000
Preparing for plotting and dumping...
Done.
Generating the plotting file..
Done.
Dumping the Taylor model flowpipes...
Done.
Safety checking ...
Done.
time cost for safety checking: 1.968000
Result: SAFE
```

Gambar 4.8 Hasil Running  $E_2$  Skenario 1 Dengan Waktu 5 Tahun

Setelah dilakukan perhitungan verifikasi sifat keamanan dengan menggunakan Flow\* diperoleh hasil pada gambar 4.8. Hasil running tersebut tidak ditemui eror dan waktu yang dibutuhkan perangkat lunak Flow\* adalah 72,453000 detik .Jumlah flowpipe over- aproksimasi sebanyak 500 flowpipe dan membutuhkan waktu 1,968000 detik untuk memverikasi keamanan sistem tersebut. Hasil dari verifikasi keamanan tersebut adalah aman yang berarti flowpipe tidak memotong daerah tidak aman. Hasil plot hasil  $E_2$  bisa dilihat di gambar 4.9 berikut ini:



Gambar 4.9 Hasil plot  $E_2$  skenario 1 dengan waktu 5 tahun

Hasil dari gambar bisa dilihat  $E_2$  dari awal sampai akhir turun. Jumlah  $E_2$  turun dari awal yang jumlahnya 150 -200 hingga mendekati nilai 0. Gambar tersebut menunjukkan jumlahnya tidak mencapai dua kali jumlah awal, oleh karena itu hasil dari sistem safe atau aman. Hasil running dari  $I_1$  dapat dilihat pada gambar 4.10 berikut ini:

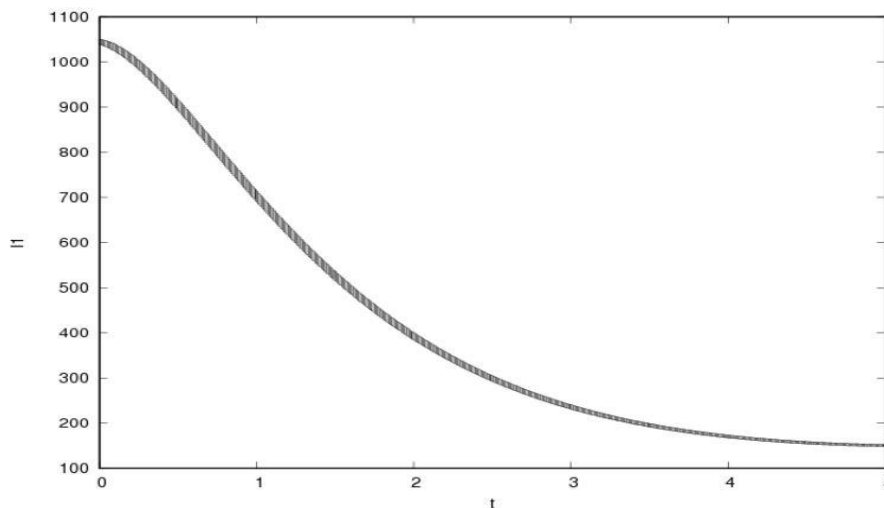
```

500 flowpipes computed.
time cost: 72.484000
Preparing for plotting and dumping...
Done.
Generating the plotting file...
Done.
Dumping the Taylor model flowpipes...
Done.
Safety checking ...
Done.
time cost for safety checking: 1.984000
Result: SAFE

```

Gambar 4.10 Hasil Running  $I_1$  Skenario 1 Dengan Waktu 5 Tahun

Setelah dilakukan perhitungan verifikasi sifat keamanan dengan menggunakan Flow\* diperoleh hasil pada gambar 4.10. Hasil running tersebut tidak ditemui eror dan waktu yang dibutuhkan perangkat lunak Flow\* adalah 72,484000 detik dengan jumlah flowpipe over- aproksimasi sebanyak 500 flowpipe dan membutuhkan waktu 1,984000 detik untuk memverikasi keamanan sistem tersebut. Hasil dari verifikasi keamanan tersebut adalah aman yang berarti flowpipe tidak memotong daerah tidak aman. Hasil plot hasil  $I_1$  dapat dilihat dari gambar 4.11 berikut ini:



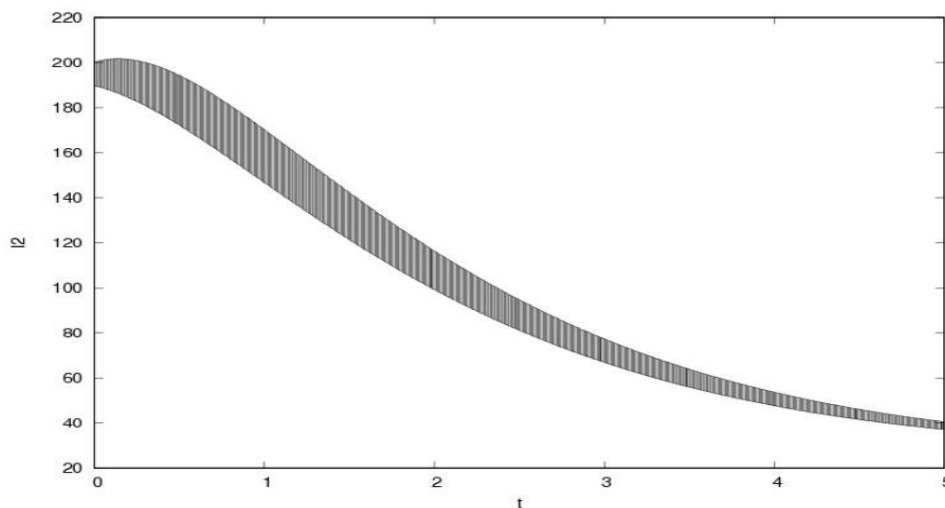
Gambar 4.11 Hasil plot  $I_1$  skenario 1 dengan waktu 5 tahun

Hasil dari gambar bisa dilihat  $I_1$  dari awal sampai akhir turun. Jumlah  $I_1$  turun dari awal yang jumlahnya 1140 -1150 hingga 150- 155. Gambar tersebut menunjukkan jumlahnya tidak mencapai dua kali jumlah awal, oleh karena itu hasil dari sistem safe atau aman. Hasil running dari  $I_2$  bisa dilihat di gambar 4.12 berikut ini:

```
500 flowpipes computed.
time cost: 72.594000
Preparing for plotting and dumping...
Done.
Generating the plotting file...
Done.
Dumping the Taylor model flowpipes...
Done.
Safety checking ...
Done.
time cost for safety checking: 1.999000
Result: SAFE
```

Gambar 4.12 Hasil Running  $I_2$  Skenario 1 Dengan Waktu 5 Tahun

Setelah dilakukan perhitungan verifikasi sifat keamanan dengan menggunakan Flow\* diperoleh hasil pada gambar 4.8. Dari hasil tersebut tidak ditemui eror dan waktu yang dibutuhkan perangkat lunak Flow\* adalah 72,594000 detik dengan jumlah flowpipe over- aproksimasi sebanyak 500 flowpipe dan membutuhkan waktu 1,999000 detik untuk memverikasi keamanan sistem tersebut. Hasil dari verifikasi keamanan tersebut adalah aman yang berarti flowpipe tidak memotong daerah tidak aman. hasil plot hasil  $I_2$  dapat dilihat pada gambar berikut ini:



Gambar 4.13 Hasil plot  $g I_2$  skenario 1 dengan waktu 5 tahun

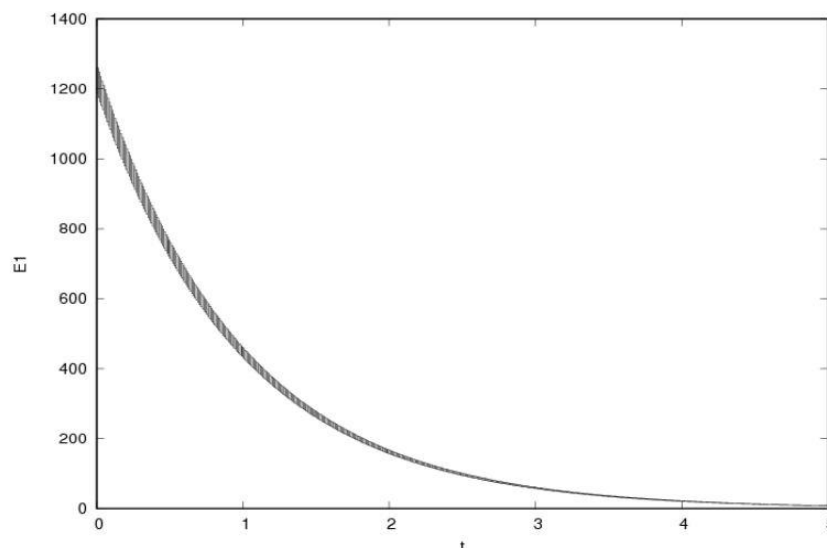
Hasil dari gambar bisa dilihat  $g I_2$  awalnya konstan beberapa bulan lalu sampai akhir turun. Jumlah  $g I_2$  awalnya 190 -200 kontan beberapa bulan lalu turun sampai akhir tahun hingga 40 -45. Gambar tersebut menunjukkan jumlahnya tidak mencapai dua kali jumlah awal, oleh karena itu hasil dari sistem

safe atau aman. Pemeriksaan kedua yaitu pada skenario 2 , hasil running  $E_1$  dari skenario 2 dapat dilihat pada gambar berikut ini:

```
500 flowpipes computed.
time cost: 71.703000
Preparing for plotting and dumping...
Done.
Generating the plotting file...
Done.
Dumping the Taylor model flowpipes...
Done.
Safety checking ...
Done.
time cost for safety checking: 1.922000
Result: SAFE
```

Gambar 4.14 Hasil Running  $E_1$  Skenario 2 Dengan Waktu 5 Tahun

Setelah dilakukan perhitungan verifikasi sifat keamanan dengan menggunakan Flow\* diperoleh hasil pada gambar 4.6. Dari hasil tersebut tidak ditemui eror dan waktu yang dibutuhkan perangkat lunak Flow\* adalah 71,703000 detik dengan jumlah flowpipe over- aproksimasi sebanyak 500 flowpipe dan membutuhkan waktu 1,922000 detik untuk memverifikasi keamanan sistem tersebut. Hasil dari verifikasi keamanan tersebut adalah aman yang berarti flowpipe tidak memotong daerah tidak aman. Hasil plot  $E_1$  skenario 2 dapat dilihat pada gambar berikut ini:



Gambar 4.15 Hasil plot  $E_1$  skenario 2 dengan waktu 5 tahun

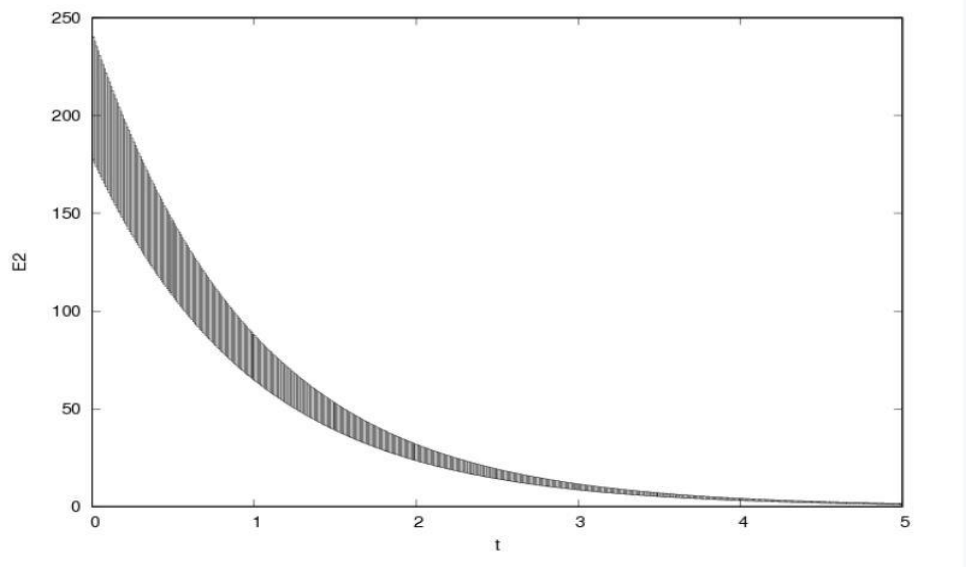
Hasil dari gambar bisa dilihat  $E_1$  dari awal sampai akhir turun. Jumlah  $E_1$  turun dari awal yang jumlahnya 1200 -1260 hingga mendekati nilai 0. Gambar tersebut menunjukkan jumlahnya tidak mencapai dua kali jumlah awal, oleh

karena itu hasil dari sistem safe atau aman. Hasil running  $E_2$  skenario 2 bisa dilihat pada gambar 4.16 berikut ini:

```
500 flowpipes computed.
time cost: 71.733000
Preparing for plotting and dumping...
Done.
Generating the plotting file...
Done.
Dumping the Taylor model flowpipes...
Done.
Safety checking ...
Done.
time cost for safety checking: 1.969000
Result: SAFE
```

Gambar 4.16 Hasil Running  $E_2$  Skenario 2 Dengan Waktu 5 Tahun

Setelah dilakukan perhitungan verifikasi sifat keamanan dengan menggunakan Flow\* diperoleh hasil pada gambar 4.8. Dari hasil tersebut tidak ditemui eror dan waktu yang dibutuhkan perangkat lunak Flow\* adalah 71,733000 detik dengan jumlah flowpipe over- aproksimasi sebanyak 500 flowpipe dan membutuhkan waktu 1,969000 detik untuk memverikasi keamanan sistem tersebut. Hasil dari verifikasi keamanan tersebut adalah aman yang berarti flowpipe tidak memotong daerah tidak aman. Hasil plot  $E_2$  skenario 2 dapat dilihat pada gambar dibawah ini:



Gambar 4.17 Hasil plot  $E_2$  skenario 2 dengan waktu 5 tahun

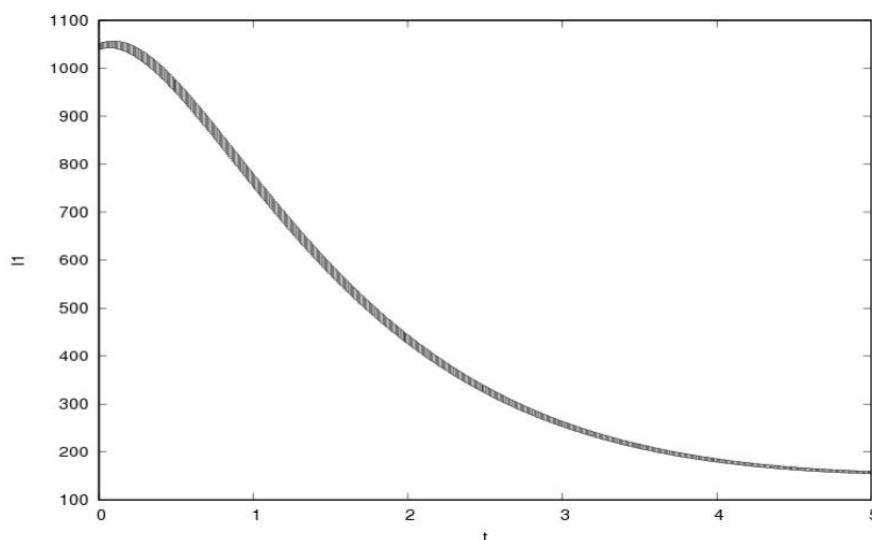
Hasil dari gambar bisa dilihat  $E_2$  dari awal sampai akhir turun. Jumlah  $E_2$  turun dari awal yang jumlahnya 180 -240 hingga mendekati nilai 0. Gambar

tersebut menunjukkan jumlahnya tidak mencapai dua kali jumlah awal, oleh karena itu hasil dari sistem safe atau aman. Berikut hasil running dari  $I_1$ .

```
500 flowpipes computed.
time cost: 71.562000
Preparing for plotting and dumping...
Done.
Generating the plotting file...
Done.
Dumping the Taylor model flowpipes...
Done.
Safety checking ...
Done.
time cost for safety checking: 1.938000
Result: SAFE
```

Gambar 4.18 Hasil Running  $I_1$  Skenario 2 Dengan Waktu 5 Tahun

Setelah dilakukan perhitungan verifikasi sifat keamanan dengan menggunakan Flow\* diperoleh hasil pada gambar 4.8. Dari hasil tersebut tidak ditemui eror dan waktu yang dibutuhkan perangkat lunak Flow\* adalah 71,562000 detik dengan jumlah flowpipe over- aproksimasi sebanyak 500 flowpipe dan membutuhkan waktu 1,938000 detik untuk memverikasi keamanan sistem tersebut. Hasil dari verifikasi keamanan tersebut adalah aman yang berarti flowpipe tidak memotong daerah tidak aman. Hasil plot  $I_1$  skenario 2 dapat dilihat pada gambar dibawah ini:



Gambar 4.19 Hasil plot  $I_1$  skenario 2 dengan waktu 5 tahun

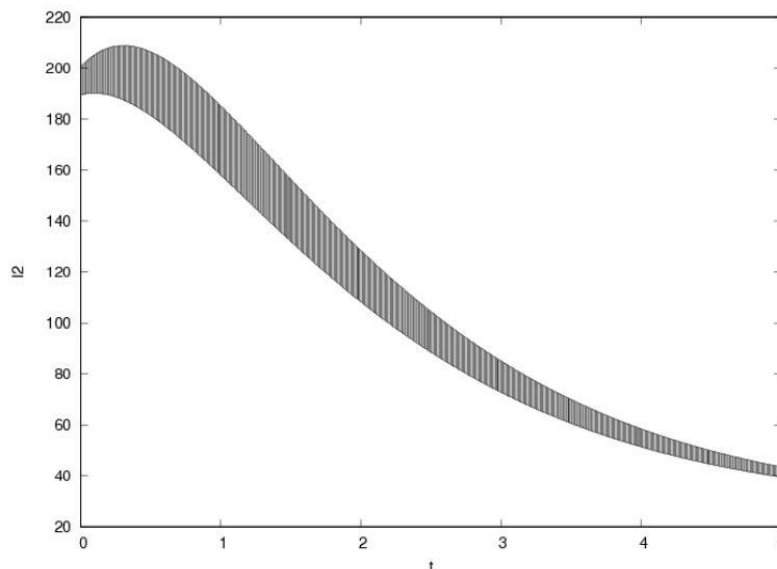


Hasil dari gambar bisa dilihat  $I_1$  dari awal sampai akhir turun. Jumlah  $I_1$  turun dari awal yang jumlahnya 1140 -1150 hingga 160- 165. Gambar tersebut menunjukkan jumlahnya tidak mencapai dua kali jumlah awal, oleh karena itu hasil dari sistem safe atau aman. Hasil running  $I_2$  skenario 2 dapat dilihat pada gambar dibawah ini:

```
500 flowpipes computed.
time cost: 71.687000
Preparing for plotting and dumping...
Done.
Generating the plotting file...
Done.
Dumping the Taylor model flowpipes...
Done.
Safety checking ...
Done.
time cost for safety checking: 1.985000
Result: SAFE
```

Gambar 4.20 Hasil Running  $I_2$  Skenario 2 Dengan Waktu 5 Tahun

Setelah dilakukan perhitungan verifikasi sifat keamanan dengan menggunakan Flow\* diperoleh hasil pada gambar 4.8. Dari hasil tersebut tidak ditemui eror dan waktu yang dibutuhkan perangkat lunak Flow\* adalah 71,687000 detik dengan jumlah flowpipe over- aproksimasi sebanyak 500 flowpipe dan membutuhkan waktu 1,985000 detik untuk memverikasi keamanan sistem tersebut. Hasil dari verifikasi keamanan tersebut adalah aman yang berarti flowpipe tidak memotong daerah tidak aman. Hasil plot  $I_2$  skenario 2 bisa dilihat pada gambar 4.21 berikut ini:



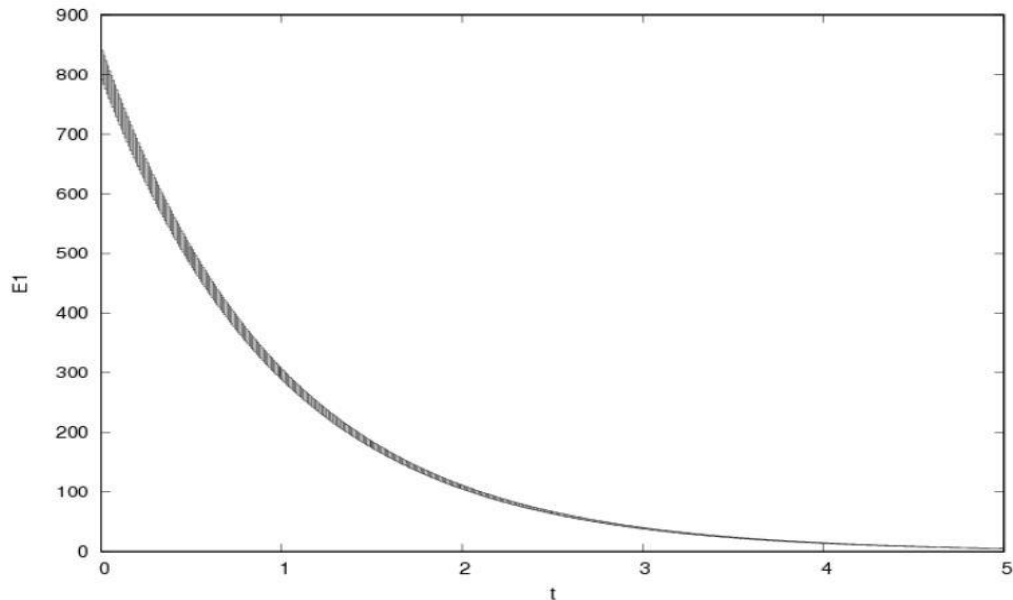
Gambar 4.21 Hasil plot  $I_2$  skenario 2 dengan waktu 5 tahun

Hasil dari gambar bisa dilihat  $I_2$  awalnya hanya naik sedikit beberapa bulan lalu sampai akhir turun. Jumlah  $I_2$  awalnya 190 -200 naik sedikit beberapa bulan hingga 195 – 210 lalu turun sampai akhir tahun hingga 40 -45. Gambar tersebut menunjukkan jumlahnya tidak mencapai dua kali jumlah awal, oleh karena itu hasil dari sistem safe atau aman. Pemeriksaan ketiga yaitu pada skenario 3, hasil running  $E_1$  skenario 3 dapat dilihat pada gambar dibawah ini:

```
500 flowpipes computed.
time cost: 66.484000
Preparing for plotting and dumping...
Done.
Generating the plotting file...
Done.
Dumping the Taylor model flowpipes...
Done.
Safety checking ...
Done.
time cost for safety checking: 1.907000
Result: SAFE
```

Gambar 4.22 Hasil Running  $E_1$  Skenario 3 Dengan Waktu 5 Tahun

Setelah dilakukan perhitungan verifikasi sifat keamanan dengan menggunakan Flow\* diperoleh hasil pada gambar 4.6. Dari hasil tersebut tidak ditemui eror dan waktu yang dibutuhkan perangkat lunak Flow\* adalah 66,484000 detik dengan jumlah flowpipe over- aproksimasi sebanyak 500 flowpipe dan membutuhkan waktu 1,907000 detik untuk memverikasi keamanan sistem tersebut. Hasil dari verifikasi keamanan tersebut adalah aman yang berarti flowpipe tidak memotong daerah tidak aman. Hasil plot  $E_1$  skenario 3 bisa dilihat pada gambar 4.23 berikut ini:



Gambar 4.23 Hasil plot  $E_1$  skenario 3 dengan waktu 5 tahun

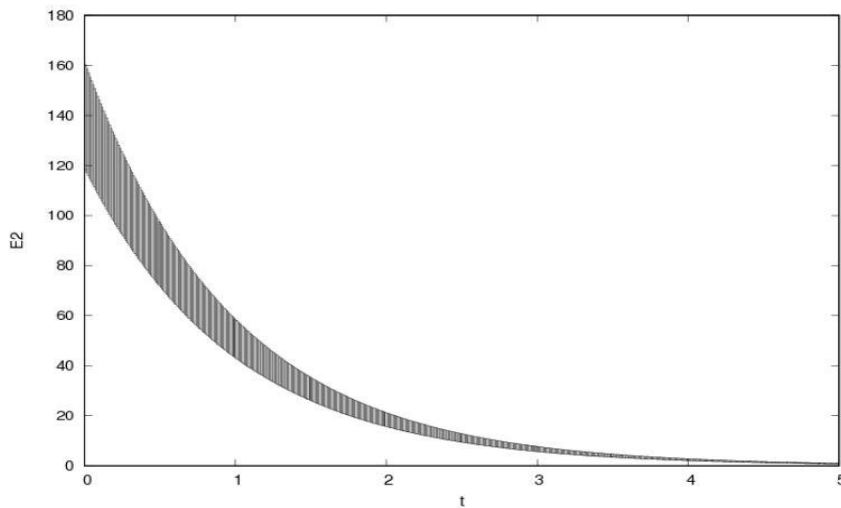
Hasil dari gambar bisa dilihat  $E_1$  dari awal sampai akhir turun. Jumlah  $E_1$  turun dari awal yang jumlahnya 800 -840 hingga mendekati nilai 0. Gambar tersebut menunjukkan jumlahnya tidak mencapai dua kali jumlah awal, oleh karena itu hasil dari sistem safe atau aman. Adapun hasil running  $E_2$  skenario 3 dapat dilihat pada gambar 4.24 berikut ini:

```
500 flowpipes computed.
time cost: 66.484000
Preparing for plotting and dumping...
Done.
Generating the plotting file...
Done.
Dumping the Taylor model flowpipes...
Done.
Safety checking ...
Done.
time cost for safety checking: 1.922000
Result: SAFE
```

Gambar 4.24 Hasil Running  $E_2$  Skenario 3 Dengan Waktu 5 Tahun

Setelah dilakukan perhitungan verifikasi sifat keamanan dengan menggunakan Flow\* diperoleh hasil pada gambar 4.8. Dari hasil tersebut tidak ditemui eror dan waktu yang dibutuhkan perangkat lunak Flow\* adalah 66,484000 detik dengan jumlah flowpipe over- aproksimasi sebanyak 500 flowpipe dan membutuhkan waktu 1,922000 detik untuk memverikasi keamanan sistem tersebut. Hasil dari verifikasi keamanan tersebut adalah aman yang berarti

flowpipe tidak memotong daerah tidak aman. Hasil plot  $E_2$  skenario 3 bisa dilihat pada gambar 4.25 berikut ini:



Gambar 4.25 Hasil plot  $E_2$  skenario 3 dengan waktu 5 tahun

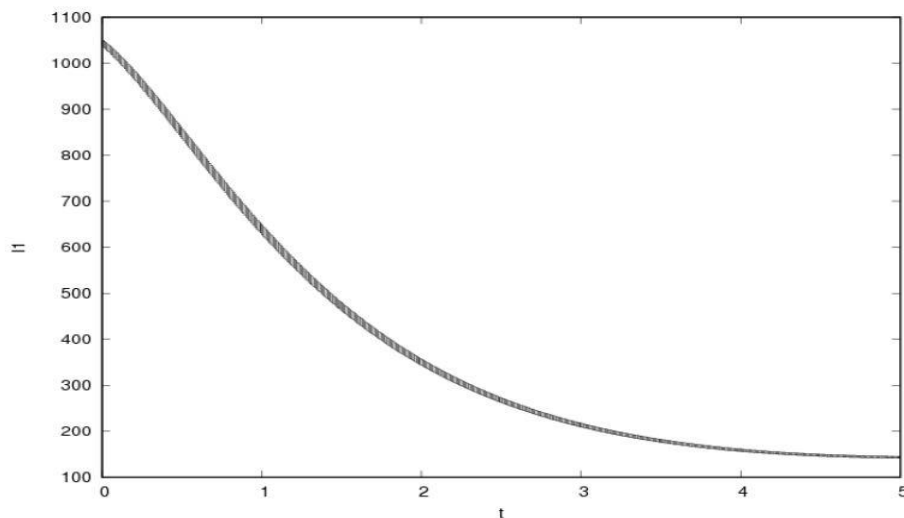
Hasil dari gambar bisa dilihat  $E_2$  dari awal sampai akhir turun. Jumlah  $E_2$  turun dari awal yang jumlahnya 120 - 160 hingga mendekati nilai 0. Gambar tersebut menunjukkan jumlahnya tidak mencapai dua kali jumlah awal, oleh karena itu hasil dari sistem safe atau aman. Hasil running dari  $I_1$  skenario 3 dapat dilihat pada gambar 4.26 berikut ini:

```
500 flowpipes computed.
time cost: 66.249000
Preparing for plotting and dumping...
Done.
Generating the plotting file...
Done.
Dumping the Taylor model flowpipes...
Done.
Safety checking ...
Done.
time cost for safety checking: 1.937000
Result: SAFE
```

Gambar 4.26 Hasil Running  $I_1$  Skenario 3 Dengan Waktu 5 Tahun

Setelah dilakukan perhitungan verifikasi sifat keamanan dengan menggunakan Flow\* diperoleh hasil pada gambar 4.8. Dari hasil tersebut tidak ditemui error dan waktu yang dibutuhkan perangkat lunak Flow\* adalah 66,249000 detik dengan jumlah flowpipe over- aproksimasi sebanyak 500 flowpipe dan

membutuhkan waktu 1,937000 detik untuk memverikasi keamanan sistem tersebut. Hasil dari verifikasi keamanan tersebut adalah aman yang berarti flowpipe tidak memotong daerah tidak aman. Hasil plot  $I_1$  skenario 3 bisa dilihat pada gambar dibawah ini:



Gambar 4.27 Hasil plot  $I_1$  skenario 3 dengan waktu 5 tahun

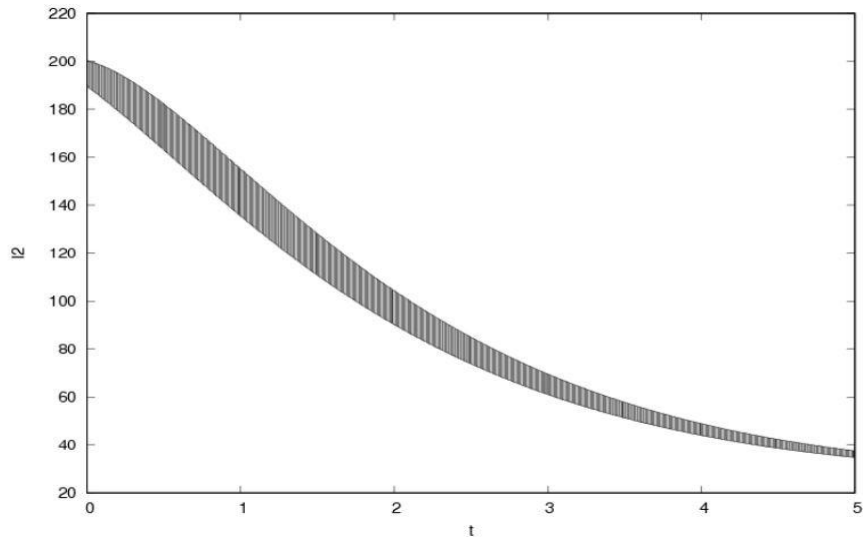
Hasil dari gambar bisa dilihat  $I_1$  dari awal sampai akhir turun. Jumlah  $I_1$  turun dari awal yang jumlahnya 1140 -1150 hingga 140- 145. Gambar tersebut menunjukkan jumlahnya tidak mencapai dua kali jumlah awal, oleh karena itu hasil dari sistem safe atau aman. Hasil running dari  $I_2$  skenario 3 dapat dilihat pada gambar 4.28 berikut ini:

```
500 flowpipes computed.
time cost: 66.421000
Preparing for plotting and dumping...
Done.
Generating the plotting file...
Done.
Dumping the Taylor model flowpipes...
Done.
Safety checking ...
Done.
time cost for safety checking: 1.937000
Result: SAFE
```

Gambar 4.28 Hasil Running  $I_2$  Skenario 3 Dengan Waktu 5 Tahun

Setelah dilakukan perhitungan verifikasi sifat keamanan dengan menggunakan Flow\* diperoleh hasil pada gambar 4.8. Dari hasil tersebut tidak ditemui eror dan waktu yang dibutuhkan perangkat lunak Flow\* adalah 66,412000

detik dengan jumlah flowpipe over- aproksimasi sebanyak 500 flowpipe dan membutuhkan waktu 1,937000 detik untuk memverikasi keamanan sistem tersebut. Hasil dari verifikasi keamanan tersebut adalah aman yang berarti flowpipe tidak memotong daerah tidak aman. Hasil plot  $I_2$  skenario 3 dapat dilihat pada gambar 4.29 berikut ini:



Gambar 4.29 Hasil plot  $I_2$  skenario 3 dengan waktu 5 tahun

Hasil dari gambar bisa dilihat  $I_2$  awal sampai akhir turun. Jumlah  $I_2$  awalnya 190 -200 lalu turun sampai akhir tahun hingga 33 -38. Gambar tersebut menunjukkan jumlahnya tidak mencapai dua kali jumlah awal, oleh karena itu hasil dari sistem safe atau aman.

## **BAB V**

### **PENUTUP**

#### **1.1 KESIMPULAN**

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan dalam tesis ini dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. langkah – langkah penyelesaian permasalahan verifikasi keamanan (safety verification) dari model epidemik SEITR pada rekombinasi virus HIV dan Hepatitis B dengan model Taylor:
  - a. Menentukan model yang akan diverifikasi
  - b. Menentukan variabel yang akan diamati dan menentukan kondisi tidak aman
  - c. Menentukan waktu pengamatan
  - d. Menentukan interval waktu
  - e. Menghitung overaproksimasi dari model taylor, berikut langkah garis besar dalam perhitungan tersebut ersebut:
    1. Membagi waktu pengamatan menjadi beberapa interval
    2. Menghitung overaproksimasi dari state yang dapat dicapai untuk setiap interval waktu
    3. Penentuan hasil verifikasi, jika hasil overaproksimasi tidak beririsan dengan state tidak aman maka hasil verifikasi SAFE (aman) dan jika beririsan maka hasil verifikasi UNKNOWN ( belum bisa dikatakan aman)
2. Hasil verifikasi keamanan model epidemik SEITR rekombinasi virus HIV dan hepatitis B dengan model Taylor sebagai berikut dengan waktu 5 tahun:
  - a. Hasil skenario 1 ,2 dan 3 menunjukkan jumlah  $E_1$  dari awal sampai akhir tahun kelima menunjukkan penurunan hingga jumlah akhir tahun mendekati 0. Waktu running progam adalah 72 detik untuk skenario 1 , 71 detik untuk skenario 2 dan 66 detik untuk skenario 3 dan waktu pemeriksaan keamanan untuk semua skenario 1,9 detik . Hasil tersebut menunjukkan jumlahnya tidak mencapai dua kali jumlah awal, dengan begitu hasil verifikasi keamanan yaitu safe.

- b. Hasil skenario 1 ,2 dan 3 menunjukkan jumlah  $E_2$  dari awal sampai akhir tahun kelima menunjukkan penurunan hingga jumlah akhir tahun mendekati 0. Waktu running program adalah 72 detik untuk skenario 1 , 71 detik untuk skenario 2 dan 66 detik untuk skenario 3 dan waktu pemeriksaan keamanan untuk semua skenario 1,9 detik . Hasil tersebut menunjukkan jumlahnya tidak mencapai dua kali jumlah awal, dengan begitu hasil verifikasi keamanan yaitu safe.
- c. Hasil skenario 1 ,2 dan 3 menunjukkan jumlah  $I_1$  dari awal sampai akhir tahun kelima menunjukkan penurunan dengan jumlah akhir  $I_1$  , 140 -165. Waktu running program adalah 72 detik untuk skenario 1 , 71 detik untuk skenario 2 dan 66 detik untuk skenario 3 dan waktu pemeriksaan keamanan untuk semua skenario 1,9 detik. Hasil tersebut menunjukkan jumlahnya tidak mencapai kondisi tidak aman (2080 -2100) dengan begitu hasil verifikasi keamanan yaitu safe.
- d. Hasil skenario 1 ,menunjukkan jumlah  $I_2$  awalnya kontan beberapa bulan lalu sampai akhir tahun kelima menunjukkan penurunan dengan jumlah  $I_2$  40 -45. Hasil skenario 2 ,menunjukkan jumlah  $I_2$  awalnya naik beberapa bulan dengan jumlah 195- 210 lalu sampai akhir tahun kelima menunjukkan penurunan dengan jumlah  $I_2$  40 -45 . Hasil skenario 3 ,menunjukkan jumlah  $I_2$  dari awal sampai akhir tahun kelima menunjukkan penurunan dengan jumlah  $I_2$  33 -38.Waktu running program adalah 72 detik untuk skenario 1 , 71 detik untuk skenario 2 dan 66 detik untuk skenario 3 dan waktu pemeriksaan keamanan untuk semua skenario 1,9 detik. Hasil dari ketiga skenario tersebut menunjukkan jumlahnya tidak mencapai kondisi tidak aman (380 -400) dengan begitu hasil verifikasi keamanan yaitu safe.

## 1.2 SARAN



1. Melanjutkan penelitian verifikasi keamanan Verifikasi Keamanan Model Epidemik SEITR pada Rekombinasi Virus HIV dan Hepatitis B dengan Model Taylor dengan menggunakan model kedua
2. Membandingkan model Taylor dengan representasi himpunan yang lain, yaitu representasi geometri.



## DAFTAR PUSTAKA

1. Chen, Xin., (2015), Reachability Analysis of Non- Linear Hybrid Systems Using Taylor Models, Doctoral dissertation, PhD thesis, RWTH Aachen University.
2. Chen, Xin., Abraham, E., Sankaranarayanan, S., (2012), Taylor Model Flowpipe Construction for Non-linear Hybrid Systems, In Proc. RTSS12, IEEE, pp. 183-192.
3. Chen, Xin., Altho\_, M., Immler, F., Ghorbal, K.,(2017) "ARCH-COMP17 Category Report: Continuous System
4. Chen,Xin.,Dutta, S., Sankaranayanan, S., (2017), formal Verification of Multi Insulin Infusion Control Model" ARCH@CPSWeek
5. Departemen Kesehatan Republik Indonesia. (2006). *Situasi HIV/AIDS Di Indonesia Tahun 1997-2006*. Jakarta: Departemen Kesehatan Republik Indonesia.
6. Hia ME, Balatif O, Ferjouchia H, Labriji EH, Rachik M. (2012), Modelling the Spread of HIV/AIDS in Morocco. *International Journal of Computer Sciences Issues Morocco*.
7. Kementrian Kesehatan Republik Indonesia. (2014). *Situasi dan Analisis HIV AIDS*. Jakarta: Kementrian Kesehatan Republik Indonesia.
8. Seshia, S.A., (2015), Reachability Analysis and Model Checking, Introduction to Embedded Systems.
9. Sutimin, Imamudin. Model Dinamika Penularan Human Immunodeficiency Virus (HIV). (2009), *Jurnal Sains dan Matematika Universitas Diponegoro*. 2009;17(1).
10. Sutrisna, B. (2013), *RUU Tentang Perubahan Atas Undang-Undang Nomor 4 Tahun 1984 Tentang WaBah Penyakit Menular*, Naskah Akademik., Badan Pembinaan Hukum Nasional Kementerian Hukum Dan Hak Asasi Manusia.

11. Zuhriah, A.(2016) *Analisa dinamik dari model matematika rekombinasi antara HIV dan Virus Hepatitis B*, Thesis., Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

## Lampiran A

## FILE MODEL SKENARIO 1

```

continuous reachability
{
  state var S, E1, E2, I1, I2, I3, I4, T1, T2, R, t

  par
  {
    A      = 50000
    alpha1 = 0.784
    alpha2 = 0.984
    alpha3 = 0.694
    alpha4 = 0.774
    gamma1 = 1
    gamma2 = 1
    C1     = 0.634
    C2     = 0.869
    C3     = 0.4
    C4     = 0.452
    psi1   = 0.804
    psi2   = 0.883
    psi3   = 0.577
    psi4   = 0.583
    theta  = 0.615
    mu     = 0.013
    beta1  = 35e-26
    beta2  = 6e-26
    omega1 = 6e-26
    omega2 = 35e-26
  }

  setting
  {
    fixed steps 0.01
    time 5
    remainder estimation 1e-4
    identity precondition
    gnuplot octagon t,E2
    adaptive orders { min { S :1, E1 :1, E2 :1, I1 :1, I2 :1, I3 :1, I4 :1, T1 :1, T2 :1, R :1, t :1 } ,
max { S :10 , E1 :10, E2 :10, I1 :10, I2 :10, I3 :10, I4 :10, T1 :10, T2 :10, R :10, t :10 } }
    cutoff 1e-9
    precision 256
    output hiv3
    print on
  }

  nonpoly ode
  {
    S'   = A-(beta1*I1+beta2*I2+mu)* S
    E1'  = beta1*S*I1-(gamma1+mu)*E1
    E2'  = beta2*S*I2-(gamma2+mu)*E2
    I1'  = gamma1*E1-(theta+alpha1+mu)*I1+(1-C1)*psi1*T1
    I1'  = gamma1*E1-(theta+alpha1+mu)*I1+(1-C1)*psi1*T1
    I2'  = gamma2*E2-(omega1*I3+alpha2+mu)*I2+(1-C2)*psi2*T2
    I3'  = gamma2*E2-(omega1*I3+alpha2+mu)*I2+(1-C3)*psi3*T1
  }
}

```

```

I4' = omega1*I3*I2+omega2*I2*I3-(alpha4+mu)*I4+(1-C4)*psi4*T1
T1' = alpha1*T1+alpha3*I3+alpha4*I4-(1-C1)*psi1*T1- (1-C3)*psi3*T1-(1-C4)*psi4*T1-C4*psi4*T1-C1*psi1*T1-C3*psi3*T1-mu*T1
T2' = alpha2*I2-(1-C2)*psi2*T2-mu*T2-C2*psi2*T2+C4*psi4*T1
R' = C1*psi1*T1-C3*psi3*T1+C2*psi2*T2-mu*T1
t' = 1
}

init
{
  S in [2900000,3000000]
  E1 in [1000,1050]
  E2 in [150,200]
  I1 in [1040,1050]
  I2 in [190,200]
  I3 in [641,641]
  I4 in [50,70]
  T1 in [1267,1267]
  T2 in [188,188]
  R in [1112,1112]
}

}

unsafe set
{
  E1 in [2000,2100]
  E2 in [300,400]
  I1 in [2080,2100]
  I2 in [380,400]
}
}

```

LAMPIRAN B

FILE MODEL SKENARIO 2

```

continuous reachability
{
  state var S, E1, E2, I1, I2, I3, I4, T1, T2, R, t

  par
  {
    A      = 50000
    alpha1 = 0.784
    alpha2 = 0.984
    alpha3 = 0.694
    alpha4 = 0.774
    gamma1 = 1
    gamma2 = 1
    C1     = 0.634
    C2     = 0.869
    C3     = 0.4
    C4     = 0.452
    psi1   = 0.804
    psi2   = 0.883
    psi3   = 0.577
    psi4   = 0.583
    theta  = 0.615
    mu     = 0.013
    beta1  = 35e-26
    beta2  = 6e-26
    omega1 = 6e-26
    omega2 = 35e-26
  }

  setting
  {
    fixed steps 0.01
    time 5
    remainder estimation 1e-4
    identity precondition
    gnuplot octagon t,E2
    adaptive orders { min { S :1, E1 :1, E2 :1, I1 :1, I2 :1, I3 :1, I4 :1, T1 :1, T2 :1, R :1, t :1 } ,
    max { S :10 , E1 :10, E2 :10, I1 :10, I2 :10, I3 :10, I4 :10, T1 :10, T2 :10, R :10, t :10 } }
    cutoff 1e-9
    precision 256
    output hiv7
    print on
  }

  nonpoly ode
  {
    S'   = A-(beta1*I1+beta2*I2+mu)*S
    E1'  = beta1*S*I1-(gamma1+mu)*E1
    E2'  = beta2*S*I2-(gamma2+mu)*E2
    I1'  = gamma1*E1-(theta+alpha1+mu)*I1+(1-C1)*psi1*T1
    I1'  = gamma1*E1-(theta+alpha1+mu)*I1+(1-C1)*psi1*T1
    I2'  = gamma2*E2-(omega1*I3+alpha2+mu)*I2+(1-C2)*psi2*T2
    I3'  = gamma2*E2-(omega1*I3+alpha2+mu)*I2+(1-C3)*psi3*T1
  }
}

```

\

```
I4' = omega1*I3*I2+omega2*I2*I3-(alpha4+mu)*I4+(1-C4)*psi4*T1
T1' = alpha1*I1+alpha3*I3+alpha4*I4-(1-C1)*psi1*T1-(1-C3)*psi3*T1-(1-C4)*psi4*T1-C4*psi4*T1-C1*psi1*T1-C3*psi3*T1-mu*T1
T2' = alpha2*I2-(1-C2)*psi2*T2-mu*T2-C2*psi2*T2+C4*psi4*T1
R' = C1*psi1*T1-C3*psi3*T1+C2*psi2*T2-mu*T1
t' = 1
}

init
{
  S in [2900000,3000000]
  E1 in [1200,1260]
  E2 in [180,240]
  I1 in [1040,1050]
  I2 in [190,200]
  I3 in [641,641]
  I4 in [50,70]
  T1 in [1267,1267]
  T2 in [188,188]
  R in [1112,1112]
}

}

unsafe set
{
  E1 in [2400,2520]
  E2 in [360,480]
  I1 in [2080,2100]
  I2 in [380,400]
}
}
```



LAMPIRAN C

FILE MODEL SKENARIO 3

```

continuous reachability
{
  state var S, E1, E2, I1, I2, I3, I4, T1, T2, R, t

  par
  {
    A      = 50000
    alpha1 = 0.784
    alpha2 = 0.984
    alpha3 = 0.694
    alpha4 = 0.774
    gamma1 = 1
    gamma2 = 1
    C1     = 0.634
    C2     = 0.869
    C3     = 0.4
    C4     = 0.452
    psi1   = 0.804
    psi2   = 0.883
    psi3   = 0.577
    psi4   = 0.583
    theta  = 0.615
    mu     = 0.013
    beta1  = 35e-26
    beta2  = 6e-26
    omega1 = 6e-26
    omega2 = 35e-26
  }

  setting
  {
    fixed steps 0.01
    time 5
    remainder estimation 1e-4
    identity precondition
    gnuplot octagon t,E2
    adaptive orders { min { S :1, E1 :1, E2 :1, I1 :1, I2 :1, I3 :1, I4 :1, T1 :1, T2 :1, R :1, t :1 } ,
    max { S :10, E1 :10, E2 :10, I1 :10, I2 :10, I3 :10, I4 :10, T1 :10, T2 :10, R :10, t :10 } }
    cutoff 1e-9
    precision 256
    output hiv8
    print on
  }

  nonpoly ode
  {
    S'   = A - (beta1*I1+beta2*I2+mu)*S
    E1'  = beta1*S*I1 - (gamma1+mu)*E1
    E2'  = beta2*S*I2 - (gamma2+mu)*E2
    I1'  = gamma1*E1 - (theta+alpha1+mu)*I1 + (1-C1)*psi1*T1
    I1'  = gamma1*E1 - (theta+alpha1+mu)*I1 + (1-C1)*psi1*T1
    I2'  = gamma2*E2 - (omega1*I3+alpha2+mu)*I2 + (1-C2)*psi2*T2
    I3'  = gamma2*E2 - (omega1*I3+alpha2+mu)*I2 + (1-C3)*psi3*T1
  }

```

```

I4' = omega1*I3*I2+omega2*I2*I3-(alpha4+mu)*I4+(1-C4)*psi4*T1
T1' = alpha1*I1+alpha3*I3+alpha4*I4-(1-C1)*psi1*T1- (1-C3)*psi3*T1-(1-C4)*psi4*T1-C4*psi4*T1-C1*psi1*T1-C3*psi3*T1-mu*T1
T2' = alpha2*I2-(1-C2)*psi2*T2-mu*T2-C2*psi2*T2+C4*psi4*T1
R' = C1*psi1*T1-C3*psi3*T1+C2*psi2*T2-mu*T1
t' = 1
}

init
{
  S in [2900000,3000000]
  E1 in [800,840]
  E2 in [120,160]
  I1 in [1040,1050]
  I2 in [190,200]
  I3 in [641,641]
  I4 in [50,70]
  T1 in [1267,1267]
  T2 in [188,188]
  R in [1112,1112]
}
}

unsafe set
{
  E1 in [1800,1900]
  E2 in [200,300]
  I1 in [2080,2100]
  I2 in [380,400]
}
}

```

## BIODATA PENULIS



Penulis bernama Asmudik yang lahir di Jombang pada tanggal 25 November 1990. Penulis dilahirkan dari anak petani yang bertempat tinggal di dusun Mernung Lor, desa Sumber Nongko , kecamatan Ngusikan dan kabupaten Jombang. Penulis mengembangkan ilmu di sekitar kampung halamannya yaitu di SDN Sumber Nongko 1 dan melanjutkan di SMPN 1 Ngusikan, setelah itu di SMAN 1 Ploso yang semuanya di wilayah Jombang. Setelah menyelesaikan SMA penulis belum bisa melanjutkan kuliah karena terkendala biaya. Untuk melatih kemandirian penulis bekerja serabutan, dari kuli bangunan, penjual gorengan, kerja di warung , penjaga bilyard, buruh pabrik dan sebagai pramuniaga di Alfamart. Selama bekerja serabutan 2 tahun, keinginan untuk kuliah tak pernah padam. Pada tahun 2011, penulis melanjutkan studinya di UIN Sunan Ampel Surabaya pada program studi Pendidikan Matematika . Setelah lulus dari UINSA pada tahun 2016, penulis melanjutkan lagi studi S-2 di ITS Surabaya dengan program studi Matematika. Penulis mengambil bidang Matematika terapan untuk menyelesaikan tesisnya. Semoga penelitian ini bisa bermanfaat untuk pembaca dan peneliti selanjutnya. Jika ada kritik dan saran bisa dikirim di [asmudik999@gmail.com](mailto:asmudik999@gmail.com). Terima kasih