

STUDI NUMERIK VARIASI TURBULENSI MODEL PADA ALIRAN FLUIDA MELEWATI SILINDER TUNGGAL YANG DIPANASKAN (HEATED CYLINDER)

Nama Mahasiswa : Syaiful Rizal
NRP : 2112 105 036
Jurusan : Teknik Mesin FTI-ITS
Dosen Pembimbing : Vivien S. Djanali, ST.,ME.,Ph.D

Abstrak

Fenomena gerakan aliran fluida melintasi suatu benda (bluff body) memegang peranan penting dalam aplikasi engineering seperti pada penukar kalor, pembakaran, dan alat transportasi. Dengan memvariasikan bilangan Reynolds, berbagai pola aliran dan karakteristik vortex shedding pada wake dari sebuah silinder sirkular telah diamati dan dibahas dalam berbagai literatur. Namun karakteristik wake pada silinder sirkular yang dipanaskan lebih rumit untuk dianalisa secara fisik karena pengaruh gaya apung (bouyancy) pada fenomena viscous yang terjadi. Berdasarkan pemikiran diatas, maka dilakukan penelitian tentang evaluasi berbagai variasi turbulensi model pada kasus aliran fluida melewati silinder yang dipanaskan..

Penelitian ini dilakukan secara numerik dengan perangkat lunak Fluent 6.3.26 dengan model solver unsteady. Dua nilai Reynold Number yang berbeda, masing – masing $Re=135$ dan $Re=1000$. Nilai dari Richardson Number juga diatur tetap pada nilai 0 dan 1 untuk $Re=135$ sedangkan untuk $Re=1000$, digunakan nilai $Ri=0$ dan $Ri=2.77$. Kemudian model viscous yang digunakan adalah Laminar model dan dua turbulensi model yaitu $k-\epsilon$ realizable, dan $k-\omega$ SST. Dimana fluida yang digunakan adalah air pada boundary condition. Kemudian hasil dari penelitian ini akan dibandingkan dengan hasil eksperimen yang sebelumnya telah dilakukan.

Dari penelitian yang telah dilakukan, dapat diketahui bahwa tererdapat perbedaan hasil dari nilai Strouhal Number Dengan memvariasikan nilai dari time step yang digunakan selama proses iterasi. Dimana semakin kecil nilai time step yang digunakan

semakin akurat hasil yang didapatkan. Dan untuk analisa turbulensi model secara keseluruhan k- ω SST memiliki hasil yang paling mendekati eksperimen berdasarkan parameter – parameter yang diamati.

Kata kunci: silinder yang dipanaskan (heated cylinder), turbulensi model, aliran unsteady

NUMERICAL STUDY OF TURBULENCE MODEL ON FLUID FLOW THROUGH A SINGLE HEATED CYLINDER

Name : Syaiful Rizal
NRP : 2112105036
Major : Mechanical Engineering FTI – ITS
Advisor : Vivien Suphandani Djanali, ST, ME, PhD

Abstract

The phenomenon of the movement of fluid flow across an object (bluff body) plays an important role in engineering applications such as heat exchangers, combustion, and transportation. By varying the Reynolds number, different flow patterns and characteristics of the vortex shedding in the wake of a circular cylinder has been observed and discussed in the literature, but the wake characteristics of circular heated cylinder is more complicated to be analyzed because of the influence of physical buoyancy on the viscous phenomena occur. Based on the above ideas, then conducted research on the evaluation of a wide variety of turbulence models in the case of fluid flow through a heated cylinder.

This research was carried out numerically with the software Fluent 6.3.26 with unsteady solver models. Two different value of Reynolds Number, respectively - each $Re = 135$ and $Re = 1000$. The value of the Richardson Number is also set fixed at a value of 0 and 1 for $Re = 135$, while for $Re = 1000$, used the value $Ri = 0$ and $Ri = 2.77$. Later models used are Laminar viscous model and two turbulence models, namely $k-\epsilon$ realizble, and $k-\omega$ SST. Where is the fluid used is water on the boundary condition. Then the results of this study will be compared with the results of previous experiments that have been carried out.

From the research that has been done, it is known that there are differences in the results of the value of Strouhal number by varying the value of time step used during the iteration process. Where the smaller the value of time step used the more accurate the results obtained. And for the overall analysis, $k-\omega$ SST turbulence

models has the closest experimental results based on parameters were observed.

Keywords : Heated cylinder, turbulence models, unsteady flow

DAFTAR ISI

ABSTRAK	iv
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR TABEL	xv
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	4
1.3 Tujuan Penelitian.....	4
1.4 Batasan Masalah.....	5
1.5 Manfaat Penelitian.....	5
BAB II KAJIAN PUSTAKA	
2.1 Dasar Teori.....	7
2.1.1 Aliran <i>Compressible</i> dan <i>Incompressible</i>	7
2.1.2 Konsep Boundary Layer.....	7
2.1.3 Tekanan Statis, Stagnasi dan Dinamis.....	10
2.1.4 Koefisien tekanan.....	11
2.1.5 Koefisien drag dan lift.....	11
2.1.6 Aliran melewati silinder tunggal.....	13
2.1.7 Perpindahan panas konveksi.....	14
2.1.8 Konveksi aliran melintasi silinder tunggal.....	19
2.2 Penelitian terdahulu.....	21
2.2.1 Penelitian Katsumori Hatanaka dan Mutsuto Kawahara.....	21
2.2.2 Penelitian A.A.van stenhoven dan C.C.M. Rindt.....	27
2.2.3 H.Hu dan M.M. Koochesfhan.....	28
2.2.4 Penelitian Matthieu Boiraud et al.....	31
2.3 Deskripsi tentang RANS Turbulensi model.....	36
2.4 Model Turbulensi di dekat dinding.....	41
BAB III METODOLOGI	
3.1 Parameter Pemodelan.....	43

3.2	Tahapan penelitian.....	46
3.3	Langkah-langkah penggunaan metode Komputasi.....	46
3.4	Flowchart Metodologi Penelitian	49
BAB IV	ANALISA DAN PEMBAHASAN	
4.1	Analisa grid independensi	51
4.2	Analisa time step independensi	53
4.3	Analisa Intensitas turbulensi.....	55
4.4	Komparasi domain model 2D dan 3D	59
4.5	Turbulensi model Re 135	62
4.6	Turbulensi model Re 1000	73

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

5.1	Kesimpulan.....	83
5.1	Saran.....	84

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

BAB II TINJAUAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI

2.1 Dasar Teori

2.1.1 Aliran *compressible* dan *incompressible*

Aliran dianggap tak dapat mampat (*incompressible*) bila perubahan kerapatan fluida dapat diabaikan. Sebaliknya aliran yang perubahan kerapatan fluidanya tidak dapat diabaikan, disebut sebagai aliran dapat mampat (*compressible*). Kompresibilitas aliran dapat dinyatakan dengan bilangan Mach yaitu :

$$M = \frac{V}{C} \quad (2.1)$$

Dimana :

M : bilangan Mach, bila $M < 0,3$ alirannya adalah *incompressible*

 bila $M > 0,3$ alirannya adalah *compressible*

V : kecepatan aliran

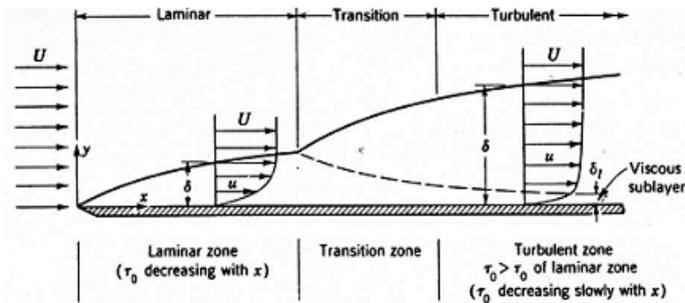
C : kecepatan suara lokal

2.1.2 Konsep *Boundary Layer*

Suatu fluida yang melewati sebuah kontur (baik datar maupun lengkung) akan membentuk suatu lapis batas. Lapis batas tersebut disebabkan oleh adanya gesekan yang terjadi antara permukaan benda dengan fluida. Pengaruh gesekan ini paling besar terjadi pada permukaan benda sehingga kecepatan fluida sesaat akan bernilai nol. Semakin menjauh dari permukaan, pengaruh dari gaya gesek ini akan semakin melemah hingga batas dimana pengaruh dari gaya gesek ini tidak ada. Daerah ini yang dinamakan daerah *freestream*. Antara daerah *freestream* dengan

permukaan benda akan terbentuk profil kecepatan akibat adanya gaya gesek. Batas yang memisahkan antara daerah *freestream* dengan daerah yang masih dipengaruhi gaya gesek itulah yang disebut dengan *boundary layer*.

Boundary layer dapat dibedakan menjadi dua bagian yaitu *laminar boundary layer* dan *turbulent boundary layer* yang tergantung pada besarnya harga bilangan Reynolds. Di dalam aliran fluida proses peralihan dari aliran laminar ke turbulen disebut sebagai keadaan transisi. Proses pembentukan lapisan batas dapat dilihat pada Gambar 2.1 dibawah ini :



Gambar 2.1 Lapis batas laminar dan turbulen sepanjang plat datar (Fox, 1998)

Ketika aliran melintasi pelat datar, pada bagian depan partikel-partikel fluida yang cukup dekat terhadap pelat dihambat oleh adanya tegangan geser yang besar. Lapisan batas menebal dalam arah yang sama dengan arah aliran. Pada lapisan batas ini terjadi perubahan kecepatan dari nol di permukaan pelat hingga kecepatan tertentu (u_s) pada jarak δ yang semakin jauh semakin besar. Begitu lapisan batas mulai menebal, ketidakstabilanpun terjadi dan mengakibatkan percampuran partikel (gerak acak) dan perubahan momentum dalam fluida hingga menyebabkan terbentuknya lapisan batas turbulen. Pada lapisan batas turbulen,

profil kecepatan yang terbentuk lebih tebal (bundar) dengan gradien kecepatan di permukaan pelat dan tegangan gesernya lebih tinggi daripada kondisi laminar maupun transisi.

Ketika aliran fluida tersebut menerima gangguan suatu benda solid, partikel-partikel tersebut mulai mengalami gerakan yang bukan translasi murni lagi yang mulai dari suatu titik pada permukaan solid tersebut. Hal ini terjadi di dalam daerah *boundary layer*. Pada kondisi ini partikel-partikel fluida yang mengalir mengalami gerakan rotasi yang disebabkan oleh efek friksi dari permukaan solid dan efek viskositas yang ada. Hal ini bisa disebut aliran *rotational*. Pada permukaan solid aliran fluida berharga nol karena efek friksi yang terjadi pada permukaan tersebut. Kemudian terjadi perubahan kecepatan lagi ketika menjauhi permukaan. Hal ini dikenal dengan adanya *velocity gradient* pada aliran fluida yang melewati kontur dari permukaan solid tersebut. Distribusi kecepatan ini akan semakin besar dengan semakin ke belakang menurut kontur dari permukaan tersebut. Dengan demikian tebal dari *boundary layer* yang terbentuk atau yang berkembang akan semakin besar sampai ke belakang dari permukaannya.

Boundary layer pada permukaan padat akan berkembang dari ujung pelat (*leading edge*). Tebal *boundary layer* pada daerah *leading edge* masih tipis, dimana partikel-partikel bergerak secara berlapis-lapis dan lapisan batas yang terjadi disebut *laminar boundary layer*. Semakin jauh fluida bergerak dari ujung pelat, lapisan batas akan semakin berkembang dan aliran akan berubah mendekati turbulen meskipun belum sepenuhnya turbulen, dimana saat itu aliran berada pada daerah transisi dan lapisan batasnya disebut lapisan batas transisi. Semakin jauh dari ujung pelat, aliran fluida tidak stabil dan terjadi pergolakan gerakan partikel sehingga terjadi pertukaran energi antara partikel. Aliran ini adalah aliran turbulen dan lapisan batasnya disebut lapisan batas turbulen.

2.1.3 Tekanan Statis, Tekanan Stagnasi dan Tekanan Dinamis

Tekanan statis adalah tekanan yang diukur melalui suatu instrumen atau alat yang bergerak bersama aliran dengan kecepatan relatif alat ukur terhadap aliran adalah nol. Pengukuran tekanan statis menggunakan *wall pressure tap*, mengingat bahwa tidak ada fluida ideal (*nonviscous*) di permukaan bumi ini sehingga kecepatan aliran fluida pada permukaan dinding akan menjadi nol.

Tekanan stagnasi (tekanan total) adalah tekanan yang diukur pada daerah dimana aliran fluida diperlambat hingga nol dengan proses perlambatan tanpa gesekan. Persamaan Bernoulli dapat diterapkan pada aliran *incompressible* untuk sepanjang suatu *streamline*, yang dapat ditulis sebagai berikut :

$$\frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = \text{konstan} \quad (2.2)$$

$$\frac{p_o}{\rho} + \frac{V_o^2}{2} + gz = \text{konstan} \quad (2.3)$$

Pengukuran tekanan stagnasi (P_o) dimana kecepatannya (V_o) adalah nol dan $z_o = z$, dengan mensubstitusikan persamaan (2.6) dan (2.7), maka persamaan *Bernoulli* di atas menjadi :

$$p_o = \frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} = \text{konstan} \quad (2.4)$$

Tekanan dinamis merupakan selisih antara tekanan stagnasi dengan tekanan statis.

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 = p_o - p \quad (2.5)$$

2.1.4 Koefisien Tekanan

Koefisien tekanan (C_p) merupakan selisih antara tekanan lokal dengan tekanan aliran bebas dibagi dengan tekanan dinamis.

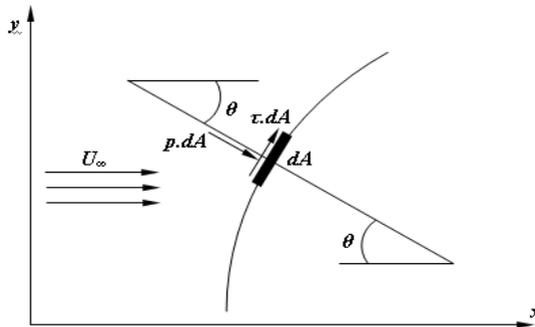
$$C_p = \frac{p_c - p_\infty}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U_\infty^2} \quad (2.6)$$

dimana : p_c = Tekanan statis pada kontur lokal
 p_∞ = Tekanan statis aliran bebas
 $\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U_\infty^2$ = Tekanan dinamis aliran bebas

Ada tidaknya *lift* pada suatu profil aerodinamis dapat dilihat dari distribusi tekanan pada permukaan atas dan bawah profil tersebut. Jika ada selisih distribusi tekanan pada permukaan atas dan bawah maka terjadi gaya *lift*.

2.1.5. Koefisien *Drag* dan *Lift*

Sebuah benda yang dialiri sebuah aliran *viscous*, *incompressible* akan menghasilkan gaya-gaya aerodinamika. Gaya-gaya tersebut dihasilkan karena adanya tekanan dan gaya geser pada permukaan benda. Gaya yang sejajar horizontal dengan aliran disebut dengan gaya *drag*.



Gambar 2.2 Penguraian komponen gaya drag (Fox, 1998)

Penguraian komponen gaya yang terjadi pada kontur silinder dapat dilihat pada Gambar 2.2. Gaya *drag* yang terjadi dapat berupa *skin friction drag* (F_{Df}) yaitu gaya hambat yang menyinggung permukaan secara tangensial yang timbul sebagai akibat adanya viskositas (tegangan geser antara fluida dan permukaan benda) dan *pressure drag* (F_{Dp}) yaitu gaya hambat yang tegak lurus terhadap permukaan benda yang timbul karena

adanya tekanan fluida. Resultan antara *friction drag* dan *pressure drag* ini disebut sebagai total *drag*.

Komponen gaya searah sumbu – x adalah gaya hambat sedangkan searah sumbu–y adalah gaya *lift* sehingga gaya hambat yang terbentuk dapat didefinisikan sebagai berikut :

$$F_D = F_{Dp} + F_{Df}$$

$$F_D = \int \cos \theta (pdA) + \int \sin \theta (\tau dA) \quad (2.7)$$

Biasanya gaya hambat sering diekspresikan dalam bilangan tak berdimensi yaitu koefisien *drag* (C_D) yang didefinisikan sebagai berikut.

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 A} \quad (2.8)$$

Koefisien *drag* (C_D) juga dapat diperoleh dengan hasil integrasi dari distribusi tekanan (C_p) sepanjang kontur silinder utama, yang merupakan kontribusi dari *normal pressure* atau *pressure drag*. Adapun koefisien *drag* (C_D) diperoleh dengan mengintegrasikan distribusi tekanan sepanjang kontur dengan persamaan sebagai berikut:

$$C_D = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} C_p(\theta) \cos(\theta) d\theta \quad (2.9)$$

Gaya *lift* merupakan komponen gaya yang tegak lurus aliran *free stream*. Perbedaan kecepatan fluida yang mengalir pada sisi atas dan sisi bawah dari suatu benda dapat menyebabkan terjadinya perbedaan tekanan yang dapat menimbulkan terjadinya *lift*. Koefisien *lift* (C_L) dapat ditunjukkan dari persamaan 2.13.

$$C_L = -\frac{1}{2} \int_0^{2\pi} C_p(\theta) \sin(\theta) d\theta \quad (2.10)$$

Integrasi tersebut diselesaikan dengan metode numerik aturan Simpson 1/3 segmen berganda yang dirumuskan sebagai berikut.

$$I \cong (b-a) \frac{f(x_0) + 4 \sum_{i=1,3,5}^{n-1} f(x_i) + 2 \sum_{j=2,4,6}^{n-2} f(x_j) + f(x_n)}{3n} \quad (2.12)$$

dimana:

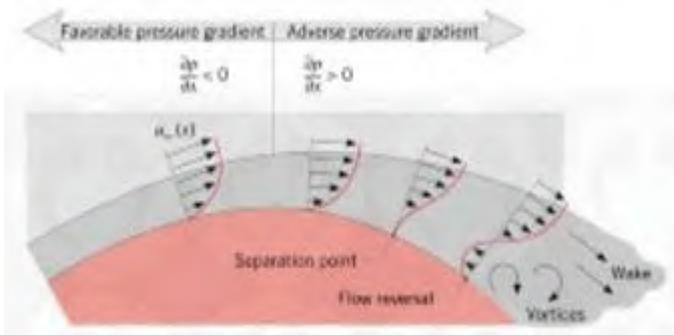
- $b = 2\pi$ dan $a = 0$
- $f(x_0) = C_p(0)\cos 0$ dan $f(x_n) = C_p(2\pi)\cos 2\pi$ untuk C_D
- $f(x_0) = C_p(0)\sin 0$ dan $f(x_n) = C_p(2\pi)\sin 2\pi$ untuk C_L
- $n =$ jumlah data
- $f(x_i)$ adalah perkalian dari fungsi data gasal dimana $i = 1, 3, 5, \dots, n-1$
- $f(x_j)$ adalah perkalian dari fungsi data genap dimana $j = 2, 4, 6, \dots, n-2$

sehingga, $C_D = \frac{1}{2}I$ (2.13)

$$C_L = \frac{1}{2}I \quad (2.14)$$

2.1.6 Aliran Melintasi Silinder Tunggal

Aliran eksternal melalui silinder tunggal dimana aliran tegak lurus terhadap sumbu silinder, profil aliran fluida yang melintasi sebuah silinder dapat terlihat pada Gambar 2.3. berdasarkan persamaan Euler untuk aliran *Inviscid*, $u_\infty(x)$ berbanding terbalik dengan $p(x)$. Dimulai dari titik stagnasi dengan tekanan yang besar dan $u_\infty = 0$, kemudian fluida akan mengalami akselerasi karena pengaruh dari *pressure gradient* ($du_\infty/dx > 0$) dan mencapai kecepatan maksimum pada $dp/dx = 0$, selanjutnya mengalami perlambatan karena adanya *adverse pressure gradient* ($du_\infty/dx < 0$ ketika $dp/dx > 0$). Sesaat fluida mengalami perlambatan, gradien kecepatan pada permukaan menjadi nol. Pada titik ini disebut sebagai titik separasi dimana fluida didekat permukaan kekurangan momentum untuk melawan *pressure gradient* sehingga fluida tidak dapat bergerak maju dan wake terjadi pada daerah ini dengan ditandai dengan adanya olakan yang tidak teratur.



Gambar 2.3 Mekanisme separasi aliran melewati silinder (Incropera, 2002)

Terbentuknya *boundary layer transition* dan posisi titik separasi tergantung pada nilai bilangan Reynolds. Untuk sirkular silinder panjang dimana panjang karakteristiknya berupa diameter, Bilangan Reynolds didefinisikan seperti pada persamaan 2.15.

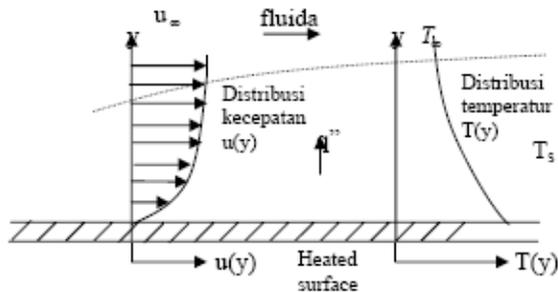
$$\text{Re } D = \frac{\rho U_{\infty} D}{\mu} \quad (2.15)$$

Dari persamaan 2.15. dapat dikatakan bahwa Bilangan Reynolds juga mempunyai pengaruh yang besar terjadinya separasi aliran pada fluida yang melintasi silinder tunggal. Semakin besar bilangan Reynolds maka momentum yang dimiliki fluida juga makin besar, aliran semakin cepat menjadi turbulen, *boundary layer* pun berkembang semakin cepat dan lebih mampu untuk bertahan terhadap *adverse pressure gradient*, sehingga terjadinya titik separasi bisa tertunda. Parameter lain yang mempengaruhi separasi diantaranya kekasaran permukaan dan stabilitas *freestream*.

2.1.7 Perpindahan Panas Konveksi

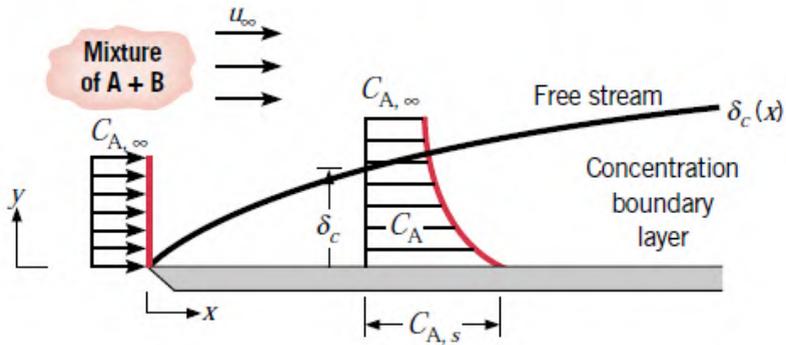
Perpindahan panas secara konveksi terjadi apabila terdapat perbedaan temperatur antara permukaan suatu benda

padat dengan fluida bergerak melintas diatas permukaan tersebut dimana gaya gesek terjadi antara fluida yang mengalir dengan permukaan benda sebagaimana yang ditunjukkan pada Gambar 2.4. Akibat adanya gaya gesek tersebut, fluida yang berada di permukaan benda menjadi diam, ($u_{y=0} = 0$). Pada saat fluida mempunyai kecepatan nol, akan terjadi perpindahan panas dari benda ke fluida secara konduksi, sedangkan pada fluida yang bergerak, ($u_y \neq 0$), terjadi proses perpindahan panas secara adveksi. Gabungan antara perpindahan panas secara konduksi dan adveksi inilah yang disebut dengan konveksi.



Gambar 2.4 Distribusi kecepatan dan distribusi temperatur (Incropera, 2007)

Lapis batas *thermal* merupakan daerah dimana terdapat gradien temperatur dalam aliran yang disebabkan oleh proses pertukaran kalor antara fluida dan dinding. Perkembangan *thermal boundary layer* pada plat horisontal ditunjukkan pada Gambar 2.5.



Gambar 2.5 Lapis batas kalor (Incropera, 2007)

Dengan mendefinisikan koefisien perpindahan panas rata-rata, \bar{h} , maka perpindahan panas konveksi dinyatakan dengan hukum Pendinginan Newton melalui persamaan 2.16 :

$$q = \bar{h} \cdot A_s \cdot (T_s - T_\infty) \quad (2.16)$$

dengan :

q : laju perpindahan panas konveksi (Watt)

A_s : luas area perpindahan panas (m^2)

\bar{h} : koefisien konveksi rata – rata ($\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}$)

T_s : Temperatur permukaan (K)

T_∞ : Temperatur fluida sekitar (K)

Dengan mengacu pada Gambar 2.5, untuk setiap jarak x dari titik stagnasi, perpindahan panas lokal didapatkan dengan persamaan 2.17

$$q_s'' = \left(-k_f \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} \right) \quad (2.17)$$

Persamaan ini dapat digunakan karena pada permukaan silinder, tidak ada gerakan fluida dan energy transfer hanya terjadi dengan konduksi. Dengan mengkombinasikan persamaan

2.16 dan persamaan 2.17 didapatkan koefisien perpindahan panas konveksi, seperti pada persamaan 2.18.

$$h = \frac{\left(-k_f \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}\right)}{T_s - T_{\infty}} \quad (2.18)$$

Nilai h dan q'' akan semakin menurun dengan bertambahnya x . hal ini dikarenakan semakin besar x , nilai $\frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}$ semakin kecil.

Perpindahan panas konveksi terdiri dari dua mekanisme yaitu perpindahan energi yang disebabkan gerakan random molekul (difusi) dan gerakan makroskopis fluida di dalam lapisan batas (boundary layer). Viskositas fluida dan sifat – sifat termal fluida, seperti konduktivitas termal, kalor spesifik, dan density sangat mempengaruhi perpindahan panas secara konveksi. Viskositas fluida akan mempengaruhi *mass flow rate* dari fluida tersebut. Semakin besar kecepatan aliran maka semakin besar gradien temperatur sehingga panas yang dibawa tersebut akan semakin besar pula

Perpindahan panas konveksi dapat diklasifikasikan berdasarkan kealamian aliran yaitu konveksi paksa dan konveksi alamiah. Konveksi paksa dipengaruhi faktor dari luar seperti blower, pompa, dll. Perpindahan panas konveksi alami atau konveksi bebas adalah perpindahan panas antara permukaan dengan fluida yang bergerak di atasnya, dimana gerakan fluida disebabkan langsung oleh gaya apung (Bouyancy Forced) yang timbul akibat perubahan densitas karena pengaruh dari variasi temperatur aliran

Pada sistem konveksi bebas dapat dijumpai bilangan tak berdimensi yang disebut bilangan Grashof (Gr) dan Rayleigh Number (Ra_L) yang didefinisikan sebagai :

$$Gr_x = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)X^3}{\nu^2} \quad (2.19)$$

$$Ra_x = Gr_x Pr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)X^3}{\nu\alpha} \quad (2.20)$$

Dimana:

Pr = bilangan Prandtl

g = percepatan gravitasi, $\left(\frac{m}{s^2}\right)$

X = panjang karakteristik, (m)

ν = viskositas kinematik, $\left(\frac{m^2}{s}\right)$

β = koefisien ekspansi volume $\left(\frac{1}{Tf}\right)$, (K^{-1})

= $1/T$ (khusus gas ideal) ; T adalah suhu mutlak

α = difusivitas termal, $\left(\frac{m^2}{s}\right)$

Bilangan Prandtl ($Pr = \frac{\nu}{\alpha}$) adalah suatu parameter yang

menunjukkan perbandingan antara viskositas kinematik dan difusivitas termal dari fluida. Viskositas kinematik fluida memberikan informasi tentang laju difusi momentum dalam fluida karena gerak molekul, difusi termal memberikan informasi tentang hal yang serupa mengenai difusi panas dalam fluida. Jadi perbandingan antara kedua kuantitas itu menunjukkan besaran relatif antara difusi momentum dan difusi kalor di dalam fluida. Besarnya bilangan Prandtl adalah:

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\rho C_p}{k} = \frac{C_p \mu}{k}$$

(2.21)

Dimana:

$$\nu = \text{viskositas kinematik, } \left(\frac{m^2}{s} \right)$$

$$C_p = \text{kapasitas panas, } \left(\frac{J}{kg^\circ K} \right)$$

$$\rho = \text{density fluida, } \left(\frac{kg}{m^3} \right)$$

$$k = \text{konduktivitas panas fluida, } \left(\frac{W}{m^\circ K} \right)$$

$$\mu = \text{viskositas dinamik, } \left(\frac{kg}{s.m} \right)$$

2.1.8 Konveksi Aliran melintasi Silinder Tunggal

Karakteristik *wake* pada silinder sirkular yang dipanaskan lebih rumit untuk dianalisa secara fisik karena pengaruh gaya apung (bouyancy) pada fenomena viscous yang terjadi. Perpindahan panas dari permukaan silinder yang dipanaskan ke fluida di sekitarnya dapat berupa konveksi paksa, konveksi bebas, atau gabungan dari keduanya (campuran), tergantung dari Bilangan Richardson-nya ($Ri = Gr / Re^2$). Pada kasus konveksi paksa dimana nilai $Ri \ll 1$, pengaruh gaya apung diabaikan sehingga perpindahan panas yang terjadi merupakan fungsi dari

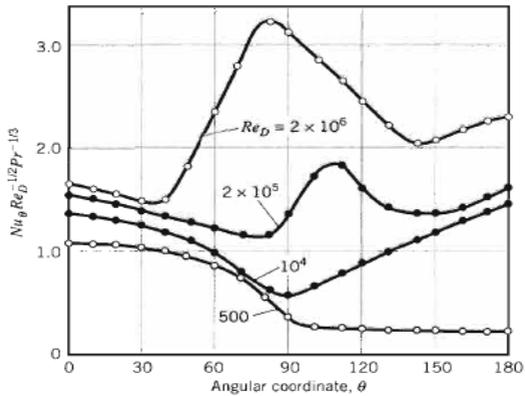
Bilangan Reynolds ($Re = \frac{\rho \times U_\infty \times D}{\mu}$) dan Bilangan Prandtl (Pr

$= \frac{\nu}{\alpha}$). Pada konveksi bebas ($Ri \gg 1$), dimana konveksi paksa

dapat diabaikan, perpindahan panas yang terjadi merupakan

fungsi dari Grashof Number dan Prandtl Number. Pada konveksi campuran, konveksi bebas dan konveksi paksa diperhitungkan sehingga perpindahan panasnya merupakan fungsi dari Grashof Number ($Gr = g\beta (T_w - T_\infty)D^3 / \nu^2$), Reynolds Number (Re), Prandtl Number (Pr), dan arah aliran paksa fluida. Pada konveksi paksa, Richardson number ($Ri = Gr/Re^2$), dengan Gr adalah Grashof number dan Re adalah Reynolds number) $\ll 1$, sehingga Temperatur yang ditimbulkan oleh gaya apung (*buoyancy force*) diabaikan dan perpindahan panasnya adalah fungsi Reynolds number dan Prandtl number. Pada konveksi bebas, $Ri \gg 1$, sehingga aliran gaya inersial diabaikan dan perpindahan panasnya menggunakan fungsi Grashof number dan Prandtl number. Sedangkan konveksi campuran merupakan gabungan dari konveksi paksaan dan konveksi bebas dengan perpindahan panasnya menggunakan fungsi Grashof number, Reynolds number, dan Prandtl number.

Akibat dari perbedaan profil aliran sebagaimana telah di jelaskan pada subbab 2.1.8 Gambar 2.4, mengakibatkan variasi angka Nusselt lokal pada silinder tersebut. Sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 2.6. Untuk aliran dengan $Re \geq 10^5$, variasi dari Nu_θ mempunyai dua harga minimum. Penurunan harga Nu_θ yang terja dimulai dari titik stagnasi dikarenakan pengembangan dari laminer boundary layer. Pada θ antara 80° dan 100° terjadi kenaikan harga Nu_θ , ini dikarenakan transisi boundary layer dari laminer menjadi turbulen. Dengan pengembangan turbulen boundary layer lebih lanjut, harga Nu_θ menurun lagi. Pada saat separasi aliran terjadi pada θ mendekati 140° , Nu_θ bertambah besar dikarenakan mixing di daerah wake.

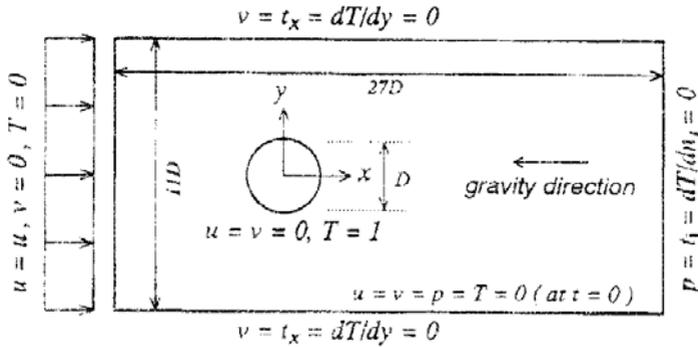


Gambar 2.6 Distribusi angka Nusselt pada silinder (Incropera, 2007)

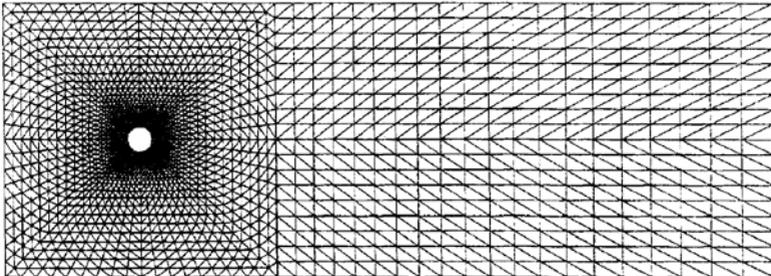
2.2 Penelitian Terdahulu

2.2.1 Penelitian Katsumori Hatanaka dan Mutsuto Kawahara (1995)

Katsumori Hatanaka dan Mutsuto Kawahara (1995), secara numerik meneliti tentang vortex shedding di sekitar silinder yang dipanaskan / didinginkan dan pengaruh temperature terhadap gaya buoyancy yang ditimbulkan, yaitu dengan membuat model silinder horizontal dimana arah aliran yang melintasi silinder berlawanan dengan arah gravitasi. Dengan memvariasikan nilai dari Grashof number dan menggunakan nilai Reynold number yang konstan, maka didapatkan variasi dari nilai Richardson number yang digunakan dalam simulasi numerik.

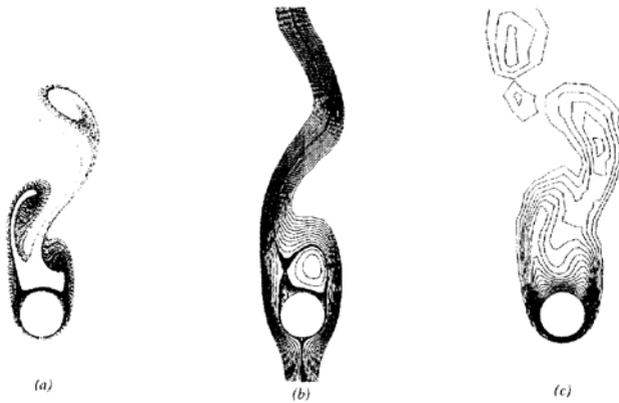


Gambar 2.7 Model domain dan boundary condition (Hatanaka et al, 1995)



Gambar 2.8 Domain model finite element mesh (Hatanaka et al, 1995)

Dari penelitian yang telah dilakukan, didapatkan visualisasi vortex shedding untuk setiap kasus berupa kontur kecepatan, vorticity dan distribusi temperatur sehingga dapat dianalisa perbedaan vortex shedding akibat pengaruh dari perubahan Reynolds number dan Richardson number. selain itu data kuantitatif juga ditunjukkan berupa grafik variasi Strouhal number fungsi Reynolds number untuk setiap kasus dengan nilai Ri yang berbeda.



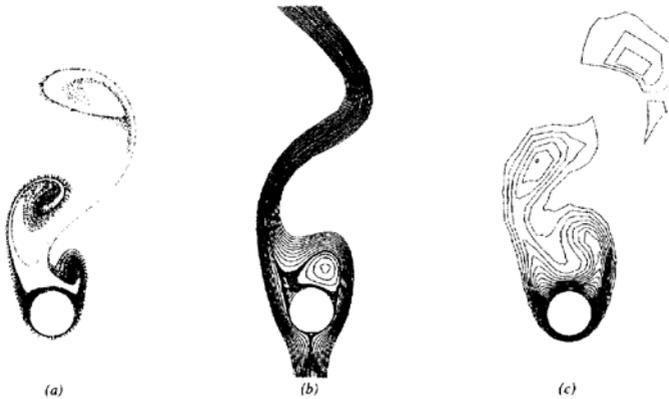
Gambar 2.9. Vortex shedding disekitar unheated cylinder dengan $Re=100$, $Ri=0$: a). streaklines, b). streamlines, c). isotherms (Hatanaka et al, 1995)



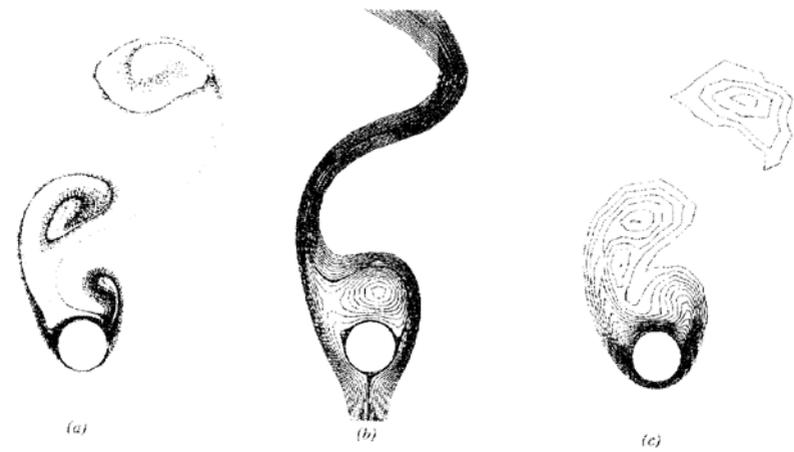
Gambar 2.10. Vortex shedding disekitar heated cylinder dengan $Re=100$, $Ri=0.5$: a). streaklines, b). streamlines, c). isotherms (Hatanaka et al, 1995)



Gambar 2.11. Vortex shedding disekitar heated cylinder dengan $Re=100$, $Ri=1.0$: a). streaklines, b). streamlines, c). isotherms (Hatanaka et al, 1995)

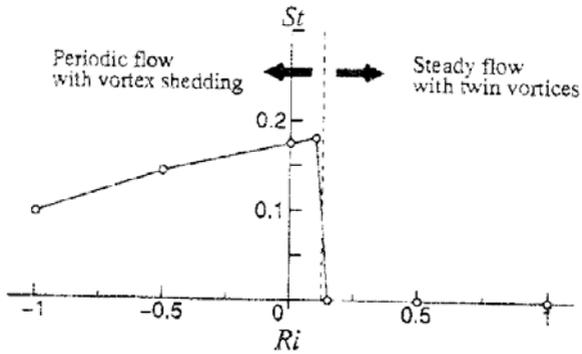


Gambar 2.12. Vortex shedding disekitar cooled cylinder dengan $Re=100$, $Ri = -0.5$: a). streaklines, b). streamlines, c). isotherms (Hatanaka et al, 1995)

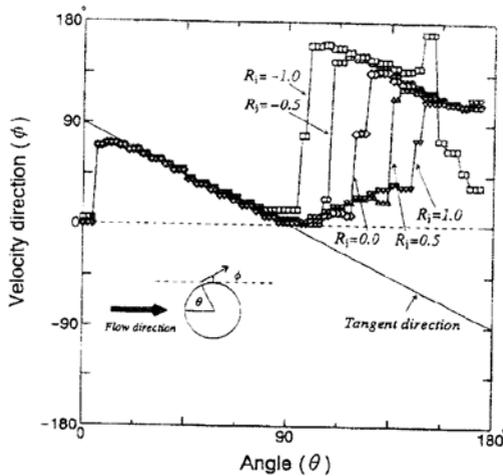


Gambar 2.13. Vortex shedding disekitar cooled cylinder dengan $Re=100$, $Ri = -1$: a). streaklines, b). streamlines, c). isotherms (Hatanaka et al, 1995)

Hasil dari simulasi numerik dengan nilai $Ri = -1, -0.5, 0.0$ dan 1.0 ditunjukkan pada Gambar 2.9 - 2.13. dengan nilai Ri yang meningkat mulai dari $Ri = 0.0$ (Gambar 2.9) sampai 1.0 (Gambar 2.11), Von karman *street* dibelakang silinder menghilang dan aliran mulai steady dengan dua *vortices* yang simetris. Berlawanan dengan kondisi temperatur permukaan silinder yang lebih rendah dari temperatur fluida (Ri negatif) seperti terlihat pada Gambar 2.12 dimana nilai $Ri = -0.5$ sampai pada Gambar 2.13 dengan nilai $Ri = -1$, terlihat bahwa *von karman street* dibelakang silinder meningkat dengan berkurangnya nilai Richardson number dan *vortices* dibelakang silinder menjadi semakin tidak simetris.



Gambar 2.14. Strouhal Number versus Richardson Number (Hatanaka et al, 1995)



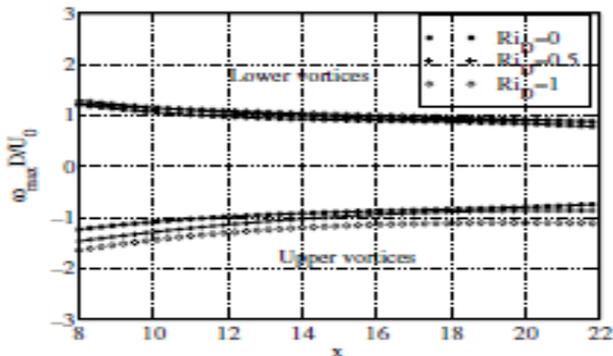
Gambar 2.15. velocity direction pada permukaan silinder (Hatanaka et al, 1995)

Dari grafik Strouhal number versus Richardson Number dapat dilihat pada Gambar 2.15 bahwa gangguan pada von

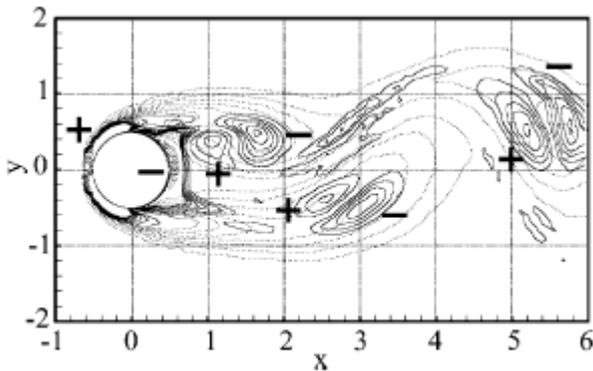
karman street terjadi sekitar $Ri = 0.15$. hal ini dapat terjadi karena titik sparasi dari kedua sisi permukaan silinder bergeser ke belakang, disebabkan karena gaya buoyancy yang meningkat seiring dengan meningkatnya nilai dari Richardson number. Bergesernya titik separasi ke belakang dapat meningkatkan interaksi vortices dibelakang silinder.

2.2.2 Penelitian A.A. van Steenhoven, dan C.C.M. Rindt (2003)

A.A. van Steenhoven, dan C.C.M. Rindt (2003) meneliti tentang transisi aliran dibelakang silinder yang dipanaskan dengan menggunakan Reynold number yang konstan yaitu $Re = 100$ dan memvariasikan Ricardson Number yaitu dengan nilai $Ri = 0$ atau dengan kata lain pada kasus konveksi paksa dan $Ri = 1.5$ (konveksi bebas dan konveksi paksa). Dari penelitian tersebut didapatkan hasil sebagai berikut :



Gambar 2.16. Vorticity untuk berbagai variasi nilai Ri (Steenhoven et al, 2003)



Gambar 2.17. vorticity untuk nilai $Re = 75$ dan $Ri = 0.5$
(Steenhoven et al, 2003)

Dari hasil penelitian tersebut didapatkan bahwa untuk panas input yang relatif kecil ($Ri < 1$), *vortex street* membentuk defleksi negatif atau cenderung ke bawah karena perbedaan gaya antara pada daerah *upper* dan *lower*. Untuk input yang lebih tinggi, ($Ri > 1$), transisi alirannya lebih cepat muncul berupa struktur 3D, dimana struktur tersebut berupa *mushroom type* pada daerah atas dari baris *vortex upper*.

2.2.3 Penelitian H. Hu dan M. M. Koochesfahani (2010)

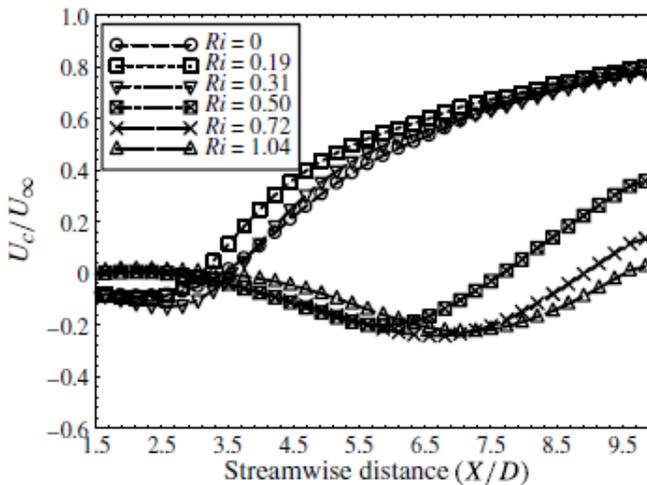
H. Hu dan M. M. Koochesfahani (2010) dengan menggunakan *water channel* yang berbentuk vertikal dan sebuah silinder sirkular diletakkan horizontal dimana arah aliran tegak lurus dengan silinder sirkular tersebut (searah percepatan gravitasi). Kemudian dengan menggunakan Reynold number dan temperatur pada aliran yang melintasi silinder yang konstan dan Richardson number yang divariasikan dengan cara memvariasikan temperatur permukaan silinder maka didapat nilai Ri antara 0,0 (unheated) sampai 1.04. pada penelitian ini fluida yang digunakan adalah air dengan temperatur konstan yaitu $24^{\circ}C$, kecepatan fluida yang mengalir diatur dengan menggunakan sebuah katup sesuai dengan kecepatan dengan nilai Reynold

number yang juga di biarkan konstan yaitu $Re=135$ dan dengan diameter luar dari silinder adalah 4.75 mm sehingga didapatkan nilai kecepatan fluida adalah 0.0268 m/s.

Tabel 2.1 parameter kontrol aliran untuk berbagai nilai Ri (Hu et al, 2010)

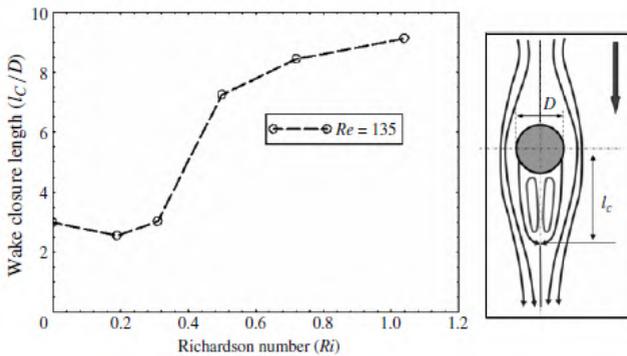
Case no.	T_w ($^{\circ}C$)	T_{∞} ($^{\circ}C$)	Re	Gr	Ri
1	24	24.0	135	0	0.00
2	35	24.0	135	3 400	0.19
3	42	24.0	135	5 600	0.31
4	53	24.0	135	9 100	0.50
5	66	24.0	135	13 100	0.72
6	85	24.0	135	19 100	1.04

Dengan memvariasikan beberapa parameter seperti yang terlihat pada Tabel 2.1, dengan cara mengatur temperatur pada permukaan silinder maka didapatkan hasil dari penelitian tersebut diantaranya adalah :

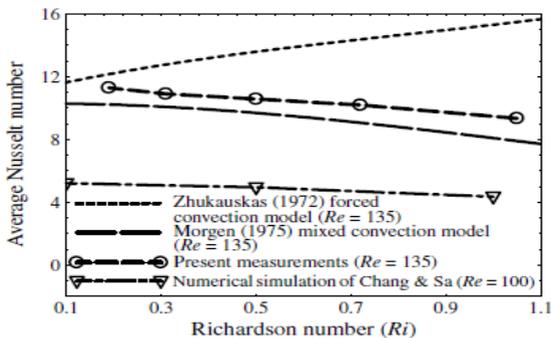


Gambar 2.18 Profil Streamwise velocity sepanjang *wake centerline* (Hu et al, 2010)

Dengan menggunakan data pada gambar 2.18 maka dapat dicari nilai dari *wake closure length* (l_c) yang merupakan jarak di belakang silinder dimana kecepatan *centerline* melewati garis nol yang menandakan bahwa terjadi perubahan kecepatan dari negatif ke positif. Gambar 2.19 menunjukkan variasi l_c untuk berbagai variasi Richardson Number.



Gambar 2.19 *Wake closure length* versus Richardson Number (Hu et al, 2010)



Gambar 2.20 Rata-rata NusseltNumber versus Richardson Number (Hu et al, 2010)

Hasil yang diperoleh dari penelitian tersebut adalah dengan Re yang konstan dan nilai Ri yang relatif kecil ($Ri < 0,31$) pembentukan vortex yang terjadi tidak jauh berbeda dengan nilai $Ri = 0$ (*unheated cylinder*), sedangkan jika Richardson number semakin besar, maka akan terbentuk *Von Karman vortex* pada dua sisi silinder secara berurutan. Dan dengan bertambahnya nilai richardson number maka frekuensi dari terbentuknya vortex akan menurun serta *drag coefficient* akan bertambah besar sehingga *wake closure length* pun ikut meningkat.

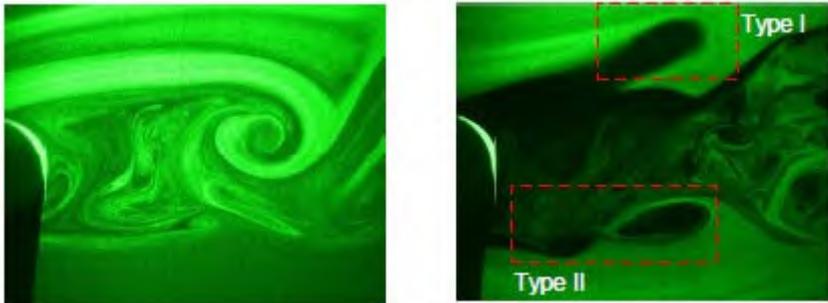
Gambar 2.20 memperlihatkan variasi dari rata – rata Nusselt number dari silinder yang dipanaskan sebagai fungsi dari Richardson number. Prediksi rata – rata Nusselt number dari penelitian tersebut dengan menggunakan model empirik Zhukauskas (1972) dan Morgan (1975) juga ditampilkan pada gambar 2.20. Selain itu, sebagai pembandingan ditampilkan juga hasil numerik yang dilakukan oleh Chang dan Sa (1990) pada Reynolds number 100.

Pada gambar 2.20 diketahui bahwa hasil penelitian yang dilakukan oleh Hu berbeda dengan hasil perhitungan dengan menggunakan model empirik Zhukauskas (1972), dimana pada penelitian Hu didapatkan nilai Nusselt number rata – rata menurun seiring meningkatnya nilai Richardson number, hal ini disebabkan karena model empirik Zhukauskas (1972) hanya dapat di aplikasikan untuk kasus konveksi paksa ($Ri \ll 1$).

2.2.4 Penelitian Matthieu Boiraud et al

Matthieu Boiraud *et al* melakukan penelitian untuk mengetahui pengaruh thermal terhadap pola aliran yang melintasi silinder tunggal yang dipanaskan. Dia melakukan penelitian tersebut dengan memvariasikan nilai dari Richadson Number yaitu $Ri = 2.77$ dan $Ri = 0$ dengan nilai Reynolds Number yang konstan yaitu $Re = 1000$. Pada eksperimen ini digunakan sebuah *Wind tunnel* dengan kecepatan fluida yang mengalir sebesar 0.3 m/s. untuk menginvestigasi struktur *wake* yang terjadi di belakang

silinder, digunakan 2D-PIV System (*Particle Image Velocimetry System*). Dari penelitian ini didapatkan hasil sebagai berikut.

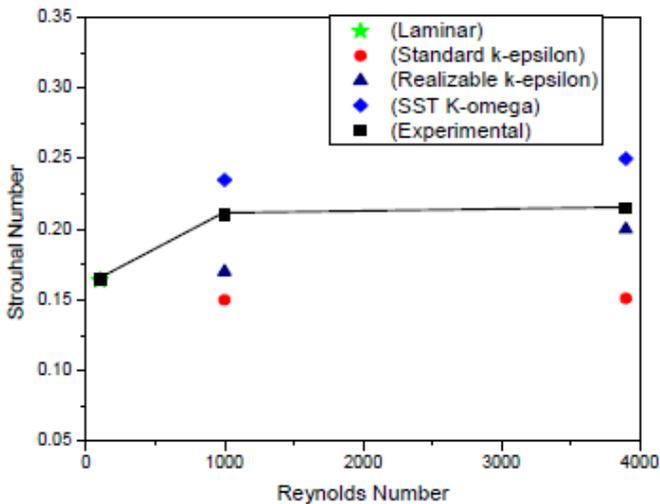


Gambar 2.21. Visualisasi aliran di dekat wake dengan $Ri=0$ (kiri) dan $Ri=2.77$ (kanan) (Boirlaud et al, 2007)

Dari Gambar 2.21 dapat dilihat bahwa daerah thermal memerankan peran yang penting pada proses terjadinya vortex dibelakang silinder. Dari visualisasi tersebut memperlihatkan karakteristik seperti struktur *mushroom* yang dapat dengan jelas diamati pada wake dibelakang silinder. Adanya struktur tersebut menunjukkan interaksi yang kuat antara *buoyancy* dengan inersia yang bekerja pada aliran fluida.

2.2.5 Penelitian Md. Mahbubar Rahman *et al*

Md. Mahbubar Rahman *et al* melakukan simulasi numerik 2D untuk mengevaluasi beberapa turbulensi model pada aliran fluida melewati silinder sirkular dengan menggunakan nilai Reynolds Number 1000 dan 3900. Kedua kasus dengan Re yang berbeda tersebut disimulasikan dengan menggunakan laminar model dan turbulensi model *k-ε Realizable*, *k-ε standart*, *k-ω SST*. Kemudian hasil simulasi dari masing-masing model tersebut dibandingkan dengan hasil eksperimen yang telah ada. Hasil dari simulasi numerik berupa grafik Strouhal Number fungsi Reynolds Number untuk masing-masing turbulensi model dapat dilihat pada gambar 2.22 berikut.



Gambar 2.22. Strouhal Number vs Reynolds Number (Rahman et al, 2007)

Dari Gambar 2.22 diatas dapat dilihat perbedaan nilai dari Strouhal Number pada kasus $Re=1000$ dan $Re=3900$ untuk masing-masing turbulensi model yang digunakan. Dimana diperlihatkan juga nilai dari Strouhal Number hasil eksperimen untuk kasus yang sama sehingga bisa dibandingkan turbulensi model yang paling mendekati hasil eksperimen. Dari Gambar 2.22 dapat diketahui bahwa turbulensi model *k-omega SST* memiliki nilai Strouhal Number yang paling mendekati eksperimen untuk setiap kasus kemudian diikuti oleh *Realizable k-ε* dan yang paling jauh dari hasil eksperimen adalah turbulensi model *k-ε standart*.

2.2.5 Penelitian Heikki Haario dan Teemu Turunen-Saaresti

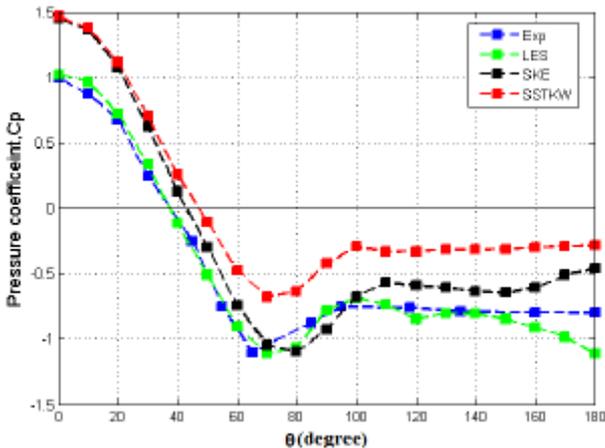
Penelitian yang dilakukan oleh Heikki Haario dan Teemu Turunen-Saaresti adalah studi numerik aliran melintasi sirkular silinder dengan menggunakan berbagai variasi turbulensi model yaitu *Large Eddy Simulation (LES)* dan RANS (*k-ε standart*, *k-ω*

standart dan $k-\omega$ SST). Aliran turbulen dengan $Re_D = 1000$ dan 3900 disimulasikan untuk mengetahui keakuratan dari berbagai turbulensi model yang digunakan daa penelitian ini.

Tabel 2.2 Hasil dari simulasi numerik dan eksperimen untuk $Re_D = 1000$ (Haario et al, 2010)

	$Re_D = 1000$		
	C_d	S_t	θ_s
Exp	0.98 ± 0.005	0.21	65 ± 2
$\kappa - \epsilon$	1.1169	—	84
SST	0.9891	—	82
LES	1.1499	0.21	79.5

Dari tabel 2.2 dapat dilihat bahwa untuk nilai koefisien drag, turbulensi model yang paling mendekati eksperimen adalah $k-\omega$ SST. Namun untuk memprediksi nilai dari Strouhal Number dan lokasi titik sparasi, turbulensi model yang paling baik adalah LES. Dapat juga disimpulkan bahwa $k-\epsilon$ dan SST sangatlah buruk untuk mmprediksi nilai Strouhal Number untuk kasus aliran melintasi silinder sirkular dengan $Re_D = 1000$.



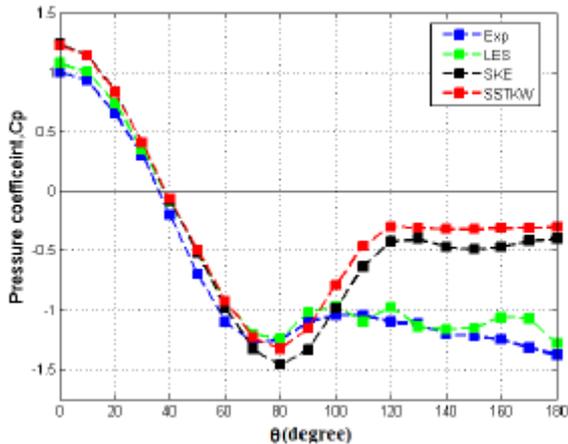
Gambar 2.23. Distribusi koefisien pada $Re_D = 1000$ (Haario et al, 2010)

Gambar 2.23 mengilustrasikan distribusi koefisien tekanan di sekitar silinder sirkular pada Reynolds number 1000. Secara teoritis nilai dari koefisien tekanan pada titik stagnasi adalah 1. Hasil dari k- ϵ dan SST model memprediksikan koefisien tekanan lebih besar dari 1, dan LES model tepat pada nilai 1. Untuk daerah sparasi ($60^\circ < \theta < 120^\circ$), k- ϵ dan LES model memiliki hasil yang lebih baik dibandingkan dengan SST model.

Tabel 2.3 Hasil dari simulasi numerik dan eksperimen untuk $Re_D = 3900$ (Haario et al, 2010)

	$Re_D = 3900$		
	C_d	S_t	θ_s
Exp	0.93 ± 0.005	0.215 ± 0.005	82 ± 2
$k - \epsilon$	0.7446	—	85
SST	0.6208	—	85
LES	1.0683	0.20	81

Tabel 2.3 menunjukkan nilai dari C_d untuk eksperimen adalah 0.93 ± 0.005 . model k- ϵ dan SST memprediksikan nilai dari C_d lebih rendah berkisar 18% dan 30% dari data eksperimen, sedangkan model LES memprediksikan nilai C_d lebih tinggi sekitar 13% dari nilai eksperimen. Sehingga dapat dikatakan model LES lebih baik dalam memprediksi nilai C_d dibandingkan dengan k- ϵ dan SST model. k- ϵ dan SST model gagal dalam menghitung nilai dari strouhal number sedangkan model LES memiliki hasil yang mendekati eksperimen untuk nilai S_t . nilai dari sudut sparasi dari LES model paling baik dan paling mendekati eksperimen meskipun k- ϵ dan SST model juga memiliki nilai sudut sparasi yang mendekati eksperimen.



Gambar 2.24. Distribusi koefisien tekanan pada $Re_D = 3900$ (Haario et al, 2010)

Dari Gambar 2.24 dapat dilihat bahwa secara umum $k-\epsilon$ dan SST model memiliki hasil yang hamper sama dengan eksperimen pada daerah *windward* ($0^\circ < \theta < 60^\circ$). $k-\epsilon$ dan SST model juga memprediksi dengan baik nilai dari koefisien tekanan pada titik stagnasi ($\theta = 0^\circ$), meskipun sedikit lebih besar dibandingkan dengan hasil eksperimen. Model LES memprediksi koefisien tekanan tepat pada nilai 1. Pada daerah *sparasi* ($60^\circ < \theta < 120^\circ$), semua model memiliki hasil yang baik dan mendekati hasil eksperimen namun pada sisi *leeward* ($120^\circ < \theta < 180^\circ$), $k-\epsilon$ dan SST model gagal memprediksi dengan akurat distribusi tekanan setelah *sparasi* terlihat dari meningkatnya nilai koefisien tekanan. Sehingga secara keseluruhan LES model memiliki akurasi yang paling baik untuk memprediksi pola aliran melintasi silinder sirkular.

2.3 Deskripsi tentang RANS Turbulensi Model

- Spalart–Allmaras: Merupakan model turbulensi dengan satu persamaan yang menyelesaikan model persamaan *transport* untuk viskositas turbulen. Model ini didesain

secara khusus untuk aplikasi *aerospace* yang melibatkan *wall-bounded flows* dan telah menunjukkan hasil yang baik untuk lapisan batas yang dipengaruhi *adverse pressure gradient*. Bentuk dasar model spalart – allmaras hanya efektif pada model dengan bilangan Reynolds yang kecil. Model ini dapat digunakan untuk simulasi yang relatif kasar dengan ukuran *mesh* yang besar, dimana perhitungan aliran turbulen yang akurat bukan merupakan hal yang kritis. Model Spalart–Allmaras (S-A) merupakan model untuk memecahkan persamaan gerak dalam bentuk kuantitas modifikasi kekentalan kinematik turbulen $\bar{\nu}$, yang dapat dituliskan sebagai berikut

$$\rho \frac{D\bar{\nu}}{Dt} = G_\nu + \frac{1}{\sigma_\nu} \left[\frac{\partial}{\partial x_f} \left\{ (\mu + \rho\bar{\nu}) \frac{\partial \bar{\nu}}{\partial x_f} \right\} + C_{b2} \rho \left(\frac{\partial \bar{\nu}}{\partial x_f} \right)^2 \right] - Y_\nu \quad (2.22)$$

dimana G_ν adalah kekentalan turbulen yang dihasilkan, Y_ν adalah destruksi kekentalan turbulen, σ_ν dan C_{b2} adalah konstanta dan ν adalah kekentalan kinematik molekul udara.

Kekentalan turbulen μ_t dapat dituliskan sebagai berikut

$$\mu_t = \rho\bar{\nu}f_{\nu t} \quad (2.23)$$

Dimana $f_{\nu t}$ adalah peredam kekentalan, dapat dirumuskan sebagai berikut

$$f_{\nu t} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{\nu 1}^3} \text{ dengan } \chi = \frac{\bar{\nu}}{\nu} \quad (2.24)$$

- Standard *k-ε*: Pemodelan yang menggunakan persamaan transport untuk penyelesaian model *k - ε*. Model ini juga dapat menyelesaikan untuk *heating*, *buoyancy* dan *compressibility* yang dapat diselesaikan dalam *k-ε* model yang lainnya. Model tidak cocok untuk aliran

kompleks yang meliputi *strong stream curvature* dan *separation*. Energi kinetik turbulen k dan laju disipasinya ϵ diperoleh dari persamaan transport berikut

$$\rho \frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + G_k + G_b - \rho\epsilon - Y_M \quad (2.25)$$

$$\rho \frac{D\epsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} (G_k + C_{3\epsilon} G_b) - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} \quad (2.26)$$

Dalam persamaan ini G_k menunjukkan pembangkitan energi kinetik turbulen karena adanya gradient kecepatan rata-rata. Y_M menunjukkan kontribusi dilatasi yang berfluktuasi dalam turbulensi aliran kompresibel, sedangkan $C_{1\epsilon}$, $C_{2\epsilon}$ adalah konstanta yang besarnya berturut-turut adalah 1,44 dan 1,92. Adapun σ_k dan σ_ϵ adalah bilangan Prndtl yang masing-masing besarnya adalah 1.0 dan 1.3. viskositas turbulen, μ_t dihitung dengan mengkombinasikan k dan ϵ sebagai berikut:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (2.27)$$

dimana C_μ adalah konstanta yang besarnya 0.09.

- RNG $k-\epsilon$: Variasi pemodelan dari *standard k-ε model*. Model ini sangat signifikan untuk mengubah dalam persamaan ϵ , sehingga dapat memperbaiki model yang mempunyai *highly strained flows*. Dalam model ini juga dapat digunakan untuk aliran yang mempunyai Re yang rendah dan untuk memprediksi aliran yang mempunyai efek *swirling*. Model RNG $k-\epsilon$ memiliki bentuk yang mirip dengan model *standart k-ε* yaitu

$$\rho \frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\alpha_k \mu_{\text{eff}} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + G_k + G_b - \rho\epsilon - Y_M \quad (2.28)$$

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\alpha_t \mu_{\text{eff}} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right) + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} (G_k + C_{3\epsilon} G_b) - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} - R \quad (2.29)$$

Dalam persamaan ini G_k menunjukkan pembangkitan energi kinetik turbulen karena adanya gradient kecepatan rata-rata. G_b adalah pembangkitan energi kinetik turbulen karena adanya gaya apung. Y_M menunjukkan kontribusi dilatasi yang berfluktuasi dalam turbulensi aliran kompresibel ke laju disipasi keseluruhan. Prosedur eliminasi dengan teknik RNG menghasilkan suatu persamaan diferensial viskositas turbulen

$$d \left(\frac{\rho^2 k}{\sqrt{\epsilon \mu}} \right) = 1.72 \frac{\hat{\nu}}{\sqrt{\hat{\nu}^3 - 1 + C_\nu}} d\hat{\nu} \quad (2.30)$$

dimana μ_{eff}/μ dan $C_\nu \approx 100$.

Persamaan di atas diintegrasikan untuk memperoleh deskripsi yang akurat mengenai transport turbulen efektif yang bervariasi terhadap bilangan Reynolds efektif (skala Eddy), yang dapat diterapkan lebih baik pada bilangan Reynolds rendah dan aliran dekat dinding. Dalam batasan bilangan Reynolds yang tinggi persamaan di atas memberikan

$$\mu_t = \mu_{t0} f \left(\alpha_s, \Omega, \frac{k}{\epsilon} \right) \quad (2.31)$$

dimana $C_\mu = 0,0854$ yang diturunkan dengan menggunakan teknik RNG.

- Realizable k - ϵ : Variasi pemodelan dari *standard k- ϵ model*. Dengan menggunakan model ini dapat dilakukan untuk menentang penggunaan *mathematical constraints* sehingga dengan pemodelan ini cukup dapat memperbaiki performansi dari model tanpa menggunakan *mathematical constrains*. Persamaan transport yang

dimodelkan untuk Realizable $k-\epsilon$ adalah

$$\rho \frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \epsilon - Y_M \quad (2.32)$$

$$\rho \frac{D\epsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_1 S \epsilon - \rho C_2 \frac{\epsilon^2}{k + \sqrt{\nu \epsilon}} + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} C_{3\epsilon} G_b \quad (2.33)$$

Dimana

$$C_1 = \max \left[0.43, \frac{\eta}{\eta + 5} \right]$$

$$\eta = Sk/\epsilon$$

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$$

- Standard $k-\omega$: Pemodelan yang menggunakan dua persamaan transport model untuk memecahkan $k-\omega$. Pemodelan ini juga dapat digunakan untuk aliran yang memiliki Re yang rendah. Pemodelan ini juga dapat menampilkan transisi aliran dari aliran laminar menuju aliran turbulen. Keuntungan lainnya adalah dapat menghitung *free shear* dan aliran *compressible*. Persamaan transport yang digunakan untuk model ini adalah

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k + S_k \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + S_\omega \quad (2.35)$$

Pada persamaan tersebut, G_k merupakan pembangkitan energi kinetik turbulen karena adanya gradient kecepatan rata-rata. G_ω adalah pembangkitan laju disipasi spesifiknya. Γ_k dan Γ_ω adalah diffusivitas efektif dari k dan ω .

- SST $k-\omega$: Variasi dari pemodelan *standard k- ω* . Mengkombinasikan pemodelan asli *Wilcox model* (1988)

untuk menggunakan *near wall treatment* dan *standard k- ϵ model*. Persamaan transport yang digunakan dalam model turbulensi ini sama dengan persamaan transport pada k- ω *standart*.

- RSM: Merupakan model turbulensi yang paling teliti pada fluent. Model RSM mendekati persamaan *Navier-Stokes (Reynolds-averaged)* dengan menyelesaikan persamaan transport untuk tegangan *reynolds* bersama-sama dengan persamaan laju dissipasi. Model ini menggunakan 5 persamaan transport, lebih banyak dibanding model turbulensi yang lain. Model RSM menghitung efek dari kurva *streamline*, pusaran (*swirl*), putaran, dan perubahan tiba-tiba pada aliran dengan lebih teliti daripada model turbulensi yang lain, sehingga dapat memberikan prediksi yang lebih akurat untuk aliran yang lebih kompleks.

2.3 Model Turbulensi di dekat dinding (*Near wall treatment*)

Pemodelan yang akurat di dekat dinding merupakan hal yang penting kebanyakan aplikasi teknik karena perkiraan penurunan tekanan (*Pressure drop*), separasi aliran, labisan batas bergantung pada kebenaran prediksi gaya geser local pada dinding tersebut.

Beberapa percobaan membuktikan bahwa daerah dekat dinding dapat dibagi menjadi tiga lapisan. Lapisan paling dalam disebut *Viscous sublayer*, dimana aliran hampir seluruhnya laminar dan viskositas (molekular) memegang peranan penting pada perubahan momentum dan perpindahan panas atau massa. Lapisan paling luar disebut lapisan turbulen penuh (*fully-turbulent layer*), dimana turbulensi memegang peranan utama. Diantara kedua lapisan tersebut terdapat suatu lapisan dimana pengaruh viskositas molekular dan turbulensi sama-sama memegang peranan penting.

Pada Fluent, terdapat tiga macam *near wall treatment*, yaitu:

- *Standart wall function*

- *Non-equilibrium wall function*
- *Enhanced wall treatment*

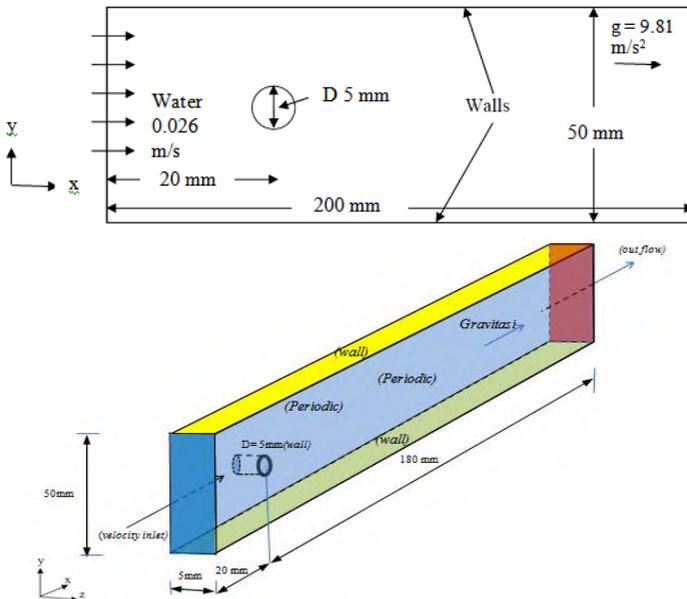
Standart wall function dan *Non-equilibrium wall function* terdiri dari sekumpulan aturan yang didesain dengan Re yang tinggi, mesh di dekat dinding relatif kasar, daerah dekat dinding yang terpengaruh viskositas tidak dipecahkan, dengan informasi pada masing-masing sel dihubungkan oleh suatu fungsi dinding yang diturunkan secara empiris.

Untuk *Enhanced wall treatment* mengkombinasikan penggunaan *Enhanced wall function* dan *model two-layer*, dimana model ini digunakan untuk aliran Re rendah atau aliran dengan fenomena aliran di dekat dinding yang kompleks, dan pada umumnya membutuhkan mesh yang sangat halus pada daerah dekat dinding.

BAB III METODE PENELITIAN

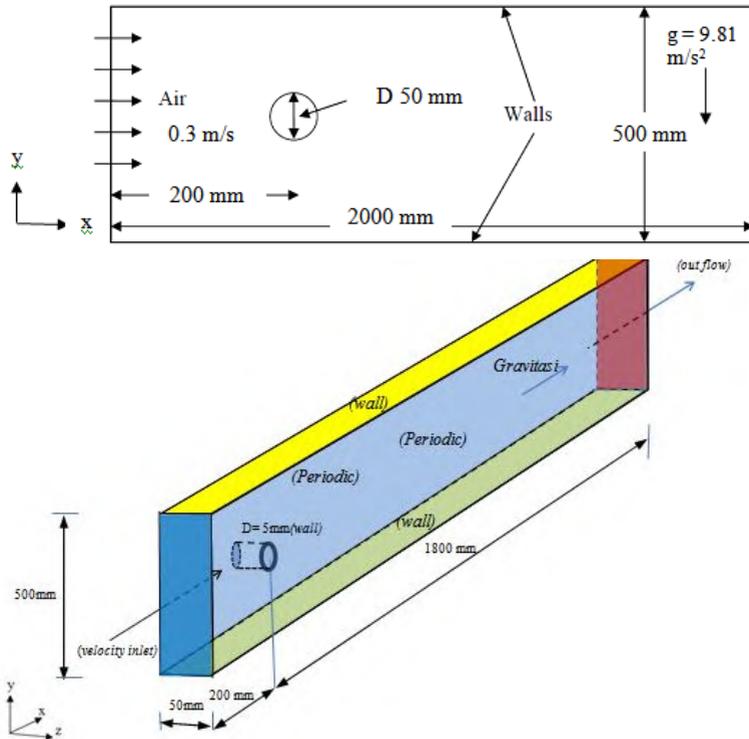
3.1 Parameter Pemodelan

Dalam setiap pemodelan numerik selalu diperlukan analisa dimensi untuk mengetahui parameter-parameter yang berpengaruh terhadap hasil pemodelan yang telah dilakukan. Pada pemodelan yang menggunakan silinder sirkular ini, parameter-parameter yang mempengaruhi karakteristik aliran adalah massa jenis fluida (ρ), viskositas fluida (μ), kecepatan fluida (U_∞), temperatur permukaan silinder dan diameter silinder (D). Domain dibuat berdasarkan peralatan eksperimen “*Thermal effects on the wake of a heated circular cylinder operating in mixed convection regime*” yang dilakukan oleh H. Hu dan M. M. Koochesfahani (2010) untuk kasus dengan nilai $Re=135$ dengan dimensi seperti pada Gambar 3.1



Gambar 3.1 Domain simulasi numerik silinder sirkular tunggal pada kasus $Re = 135$, (2D dan 3D)

Untuk kasus dengan nilai $Re = 1000$ domain dibuat berdasarkan penelitian Matthieu Boirlaud *et al* “*Experimental turbulent mixed convection behind a heated cylinder*” dengan dimensi seperti pada Gambar 3.2 berikut.



Gambar 3.2 Domain simulasi numerik silinder sirkular tunggal pada kasus $Re = 1000$ (2D dan 3D)

Dua nilai Reynold Number yang berbeda, masing – masing $Re=135$ dan $Re=1000$ digunakan dalam penelitian ini. Nilai dari Richardson Number juga diatur tetap pada nilai 0 dan 1 untuk $Re=135$ sesuai dengan penelitian yang dilakukan oleh H.

Hu dan M. M. Koochesfahani (2010), sedangkan untuk $Re=1000$, digunakan nilai $Ri=0$ dan $Ri=2.77$ berdasarkan penelitian Matthieu Boiraud *et al* pada jurnal mereka “*Experimental turbulent mixed convection behind a heated cylinder*”. Kemudian model *viscous* yang digunakan pada masing-masing kasus adalah Laminar model dan tiga turbulensi model yaitu *k-ε Standart*, *k-ω SST* dan *k-ω Standart*. Table 3.1 dibawah ini merupakan parameter dari variasi pengujian yang akan dilakukan pada penelitian ini.

Tabel 3.1. Parameter pemodelan simulasi

Variasi kasus	T_w (°C)	T_∞ (°C)	Re	Viscous model	Ri	U_∞ (m/s)
1	24	24	135	Laminar	0	0.026
2	24	24	135	k-ε realizable	0	0.026
3	24	24	135	k-ω SST	0	0.026
4	84.5	24	135	Laminar	1.00	0.026
5	84.5	24	135	k-ε realizable	1.00	0.026
6	84.5	24	135	k-ω SST	1.00	0.026
7	24	24	1000	Laminar	0	0.3
8	24	24	1000	k-ε realizable	0	0.3
9	24	24	1000	k-ω SST	0	0.3
10	185.5	24	1000	Laminar	2.77	0.3
11	185.5	24	1000	k-ε realizable	2.77	0.3
12	185.5	24	1000	k-ω SST	2.77	0.3

3.2 Tahapan Penelitian

Tahapan – tahapan kegiatan yang dilakukan sehubungan dengan penelitian ini adalah sebagai berikut :

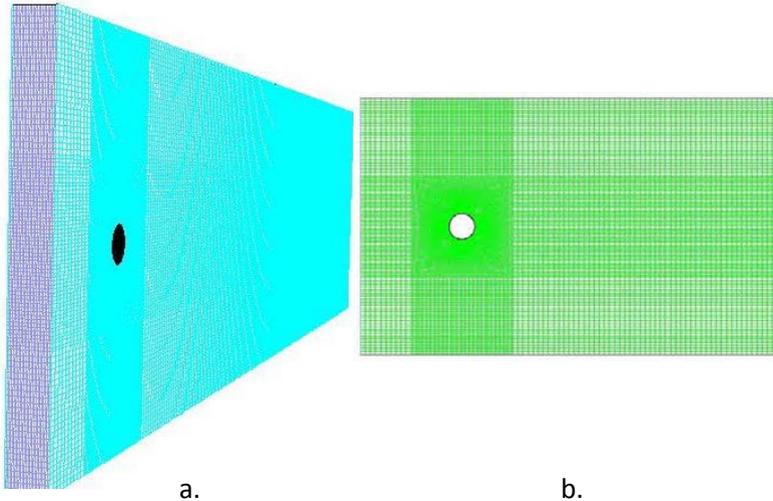
1. Membuat geometri *set-up* dari silinder sikular dengan metode *Computational Fluid Dynamic* (CFD).
2. Analisis hasil pemodelan dan visualisasi aliran serta komparasi dengan hasil eksperimen yang telah dilakukan sebelumnya.

3.3 Langkah-langkah Penggunaan Metode Komputasi Fluida (CFD)

Perangkat lunak yang digunakan dalam penelitian numerik adalah program Fluent 6.3.26. Langkah-langkah yang perlu dilakukan dalam penggunaan Metode Komputasi Fluida adalah sebagai berikut :

1. *GRID*
Membuat *Grid* dengan menggunakan *software* GAMBIT. Adapun proses yang dilakukan dalam *software* GAMBIT adalah sebagai berikut :
 - a. Membuat model
Yaitu proses menggambar bentuk model (*prototype*) berupa silinder sirkular tunggal yang diletakkan didalam *water chanel* dengan dimensi seperti Gambar 3.1. Berikut langkah-langkah di dalam membuat model:
 - Menentukan titik (*Vertex*)
 - Menghubungkan titik-titik (*vertex*) hingga menjadi garis
 - Mengubah garis hingga menjadi *face*
 - Menggabungkan setiap *face* untuk membentuk suatu volume
 - b. Membuat *mesh* elemen hingga
Yaitu membagi model *solid* menjadi elemen-elemen kecil sehingga kondisi batas dan beberapa parameter yang diperlukan dapat

diaplikasikan ke dalam elemen-elemen kecil tersebut. Bentuk *mesh* yang dipilih adalah *quadrilateral-map*.



Gambar 3.3 Display Meshing pada silinder: a. 3 Dimensi; b. 2 Dimensi

c. Menentukan daerah analisa

Yaitu menentukan kondisi batas serta jenis kondisi batas yang diinginkan. Kondisi batas untuk silinder, dinding atas dan dinding bawah berupa *Wall*, sedangkan *inlet* berupa *Velocity Inlet* dan *outlet* berupa *Outflow*.

2. *MODELS*

Merupakan pemodelan dari aliran (estimasi karakteristik aliran), penentuan model turbulen, penentuan besarnya konstanta yang digunakan, serta *solver* apa yang akan digunakan. Dalam penelitian ini *solver* yang digunakan adalah *Unsteady pressure based* dan pemodelan yang digunakan adalah *viscous*

turbulen k- ϵ realizable, k- ω SST, RSM dan laminar model.

3. *MATERIALS*

Dalam tahap ini menetapkan jenis material yang akan digunakan serta memasukkan data-data properties dari material tersebut. Pada pemodelan ini dipilih air sebagai fluida kerja sesuai dengan eksperimen yang menjadi acuan untuk penelitian ini dengan densitas (ρ) : 998.2 kg/m³ dan viskositas (μ) : 0.001003 kg/m.s untuk kasus Re = 135 dan udara dengan densitas (ρ) : 1.225 kg/m³ dan viskositas (μ) : 1.7894e-05 kg/m.s untuk kasus Re = 1000.

4. *BOUNDARY CONDITIONS*

Merupakan penentuan parameter-parameter dan batasan yang mungkin terjadi pada aliran. Yakni dengan pemberian beban kecepatan maupun kondisi batas turbulensi pada *inlet*, *outlet* serta kondisi pada silinder, dinding atas dan bawah (*wall*). Untuk silinder dinding bawah dan dinding atas tidak diberikan harga *roughness* tertentu atau dianggap *no slip*. *Inlet* merupakan sisi aliran datang, yang inputannya berupa beban kecepatan sebesar 0.026 m/s untuk kasus Re = 135 dan 0.3 untuk kasus Re = 1000. Sedangkan *outlet* berupa *outflow*.

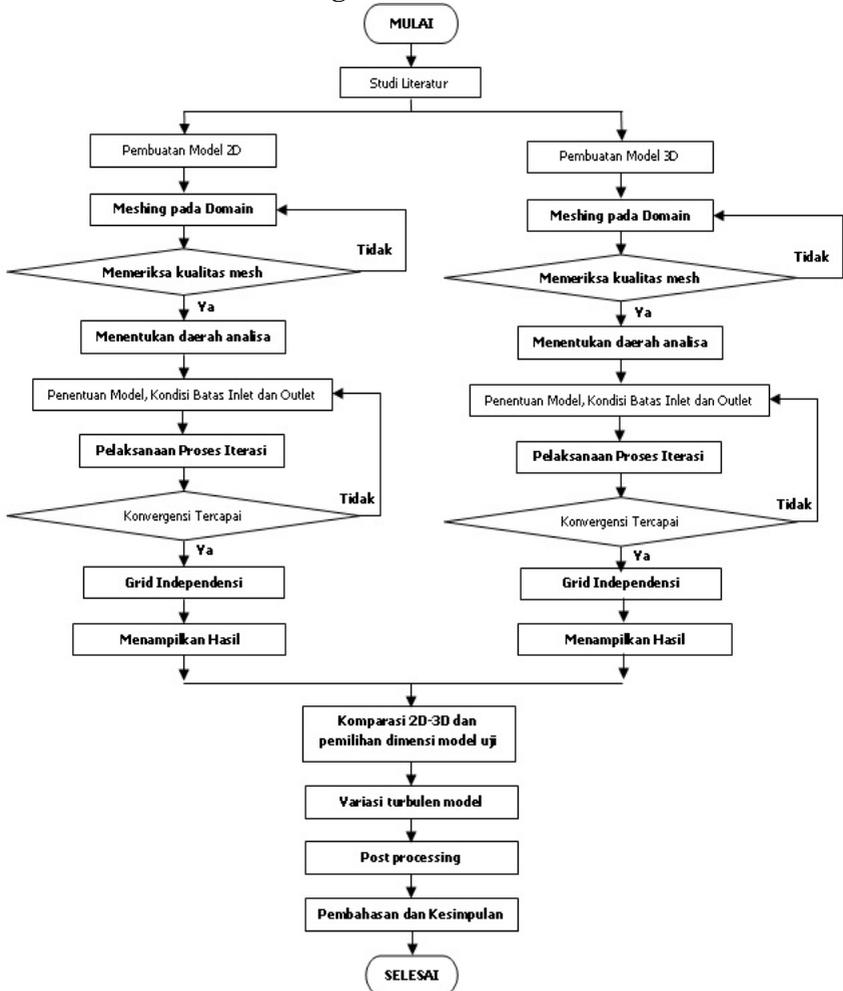
5. *SOLUTION*

Adalah tahap penyelesaian masalah, berupa proses iterasi hingga mencapai harga kriteria konvergensi yang diinginkan. Kriteria konvergensi ditetapkan sebesar 10⁻⁶, artinya proses iterasi dinyatakan telah konvergen setelah residualnya mencapai harga di bawah 10⁻⁶.

6. *POSTPROCESSING*

Merupakan penampilan hasil serta analisa terhadap hasil yang telah diperoleh. Dapat divisualisasikan dengan menampilkan, display kontur kecepatan, tekanan, vorticity, plot kecepatan, dan lain – lain.

3.5 Flowchart Metodologi Penelitian



Gambar 3.4. Flowchart penelitian.

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB IV
ANALISA DAN PEMBAHASAN

4.1 Analisa Grid Independensi

Simulasi numerik aliran fluida melewati silinder yang dipanaskan secara dua dimensi dan tiga dimensi telah dilakukan. Untuk menunjukkan bahwa hasil komputasi tidak tergantung terhadap kerapatan *grid*, analisa grid independensi dilakukan menggunakan empat *meshing* yang berbeda dengan kerapatan yang bertambah dari *mesh A* hingga *mesh D*. Analisa dilakukan dengan menggunakan turbulensi model $k-\omega$ SST dengan *time step size* sebesar 0.046 s untuk kasus $Re = 135$ dan *time step size* 0.0404 s untuk kasus $Re = 1000$. Nilai dari *time step size* tersebut didapatkan dari persamaan Strouhal number,

$$St = \frac{f D}{U_{\infty}} \dots\dots\dots (4.1)$$

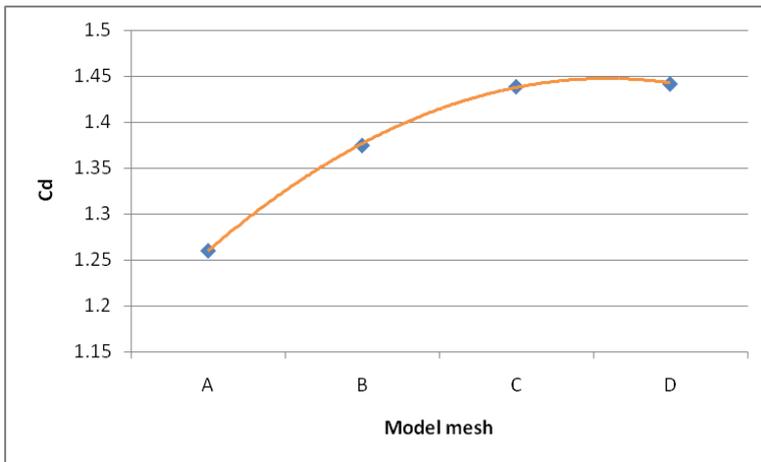
dimana,

- St = Strouhal number
- f = frekuensi vortex shedding (Hz)
- D = Diameter silinder (m)
- U_{∞} = kecepatan fluida *freestream* (m/s)

Dari hasil eksperimen yang dilakukan oleh H. Hu didapatkan nilai dari strouhal number sebesar 0,171. Nilai ini digunakan sebagai acuan untuk menghitung *time step size*. Dengan menggunakan diameter sebesar 0.005 m dan kecepatan freestream fluida sebesar 0.026 didapatkan *time step size* 0.046 untuk kasus $Re = 135$ dan dengan menggunakan kecepatan freestream 0.3 m/s didapat *time step size* 0.0404 s untuk kasus $Re = 1000$. Tabel 4.1 menunjukkan hasil grid independensi berdasarkan nilai dari Strouhal number dan koefisien drag yang telah dilakukan, dimana error untuk St dihitung berdasarkan hasil eksperimen oleh Hu sebesar 0.171 dan error untuk Cd sebesar 1.5.

Tabel 4.1 grid independensi berdasarkan strouhal number

Model Mesh	Cells	Y^+	St	Cd	Error St (%)	Error Cd (%)
Mesh A	13249	1.576	0,183	1,2603	7,01754386	15,98
Mesh B	22365	1.351	0,1771	1,375	3,567251462	8,33333333
Mesh C	27500	1.178	0,1732	1,439	1,286549708	4,06666667
Mesh D	32564	1.154	0,17316	1,4420	1,263157895	3,86666667

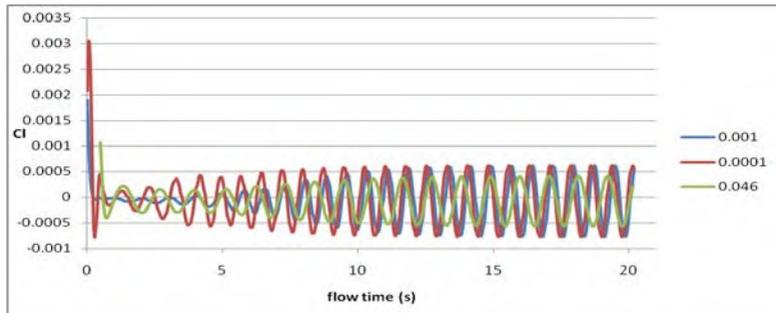


Gambar 4.1 Koefisien drag dengan variasi grid yang berbeda

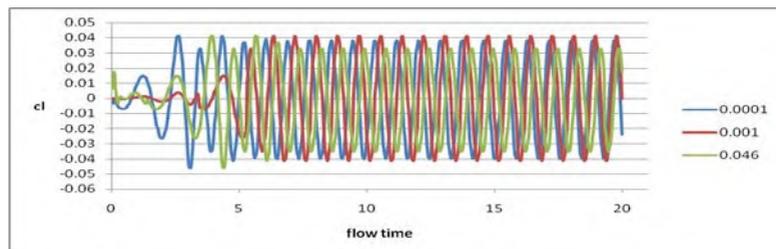
Nilai dari C_d ternyata memperlihatkan bahwa penggunaan *mesh* B berbeda dari penggunaan *mesh* A. Penggunaan *mesh* A dan *mesh* B pada kasus ini tidak disarankan, karena nilai yang didapat jauh berbeda ketika penambahan jumlah *cell*. *Mesh* C dipilih dalam analisa dikarenakan perubahan *error* dari *meshing* terkait dengan penambahan jumlah elemen sudah sangat kecil atau bisa dikatakan *mesh* C memiliki nilai C_d yang hampir sama dengan *mesh* D. untuk mempersingkat waktu iterasi dan mengurangi daya komputasi maka tidak digunakan *mesh* D melainkan menggunakan model *mesh* C.

. 4.2 Analisa Time step independensi

Untuk dapat mengkalkulasi fenomena vortex shedding pada daerah *wake* di belakang silinder maka diperlukan *time step* sekecil mungkin, pada penelitian ini *digunakan time step size* yang dihitung dari nilai strouhal number berdasarkan eksperimen yang telah dilakukan dan dipatkan nilai *time step size* sebesar 0.046 untuk kasus $Re = 135$ dan 0.0404 s untuk kasus $Re = 1000$, untuk menguji apakah dengan menggunakan nilai tersebut sudah cukup untuk menangkap dan mengkalkulasi dengan baik fenomena vortex shedding yang terjadi maka dilakukan iterasi dengan berbagai variasi *time step size* yaitu 0.001 dan 0.0001 untuk masing – masing kasus dengan nilai Re yang berbeda. Hasil plot *lift coefficient* dari masing – masing *time step size* yang digunakan dapat dilihat pada Gambar 4.2 dan Gambar 4.3

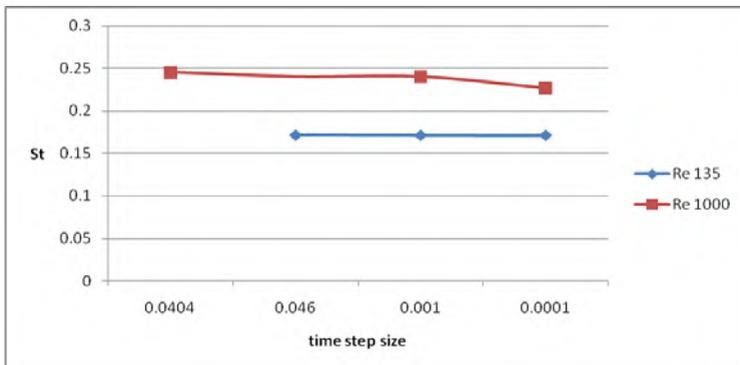


Gambar 4.2 Cl history berbagai variasi time step size $Re = 135$



Gambar 4.3 Cl history berbagai variasi time step size $Re = 1000$

Gambar 4.2 dan Gambar 4.3 menunjukkan *cl history* dari kasus $Re = 135$ dan $Re = 1000$ dengan variasi *time step size* yang berbeda. Pada kasus $Re = 135$ dapat dilihat bahwa nilai dari *lift coefficient* mulai stabil pada *flow time* sekitar 10 detik. Dengan mengambil nilai dari *flow time* pada satu gelombang maka dapat diketahui frekuensi vortex shedding yang terjadi dan dengan menggunakan nilai dari frekuensi tersebut dapat dihitung nilai Strouhal number untuk masing – masing *time step size* yang digunakan untuk iterasi sehingga dapat dibandingkan dan didapatkan *time step size* yang independen dan cukup baik mengkalkulasi fenomena vortex shedding yang terjadi, sehingga tidak diperlukan untuk iterasi menggunakan *time step size* yang lebih kecil karena akan membutuhkan waktu yang lebih lama dan daya komputasi yang lebih besar. Gambar 4.4 menunjukkan grafik Strouhal number fungsi *time step size* dan menjadi acuan untuk pemilihan *time step size* yang digunakan selanjutnya.



Gambar 4.4 Variasi *time step size* fungsi Strouhal number untuk $Re = 135$ dan $Re = 1000$

Dari grafik diatas dapat dilihat bahwa nilai dari Strouhal number untuk berbagai variasi *time step size* yang digunakan pada saat iterasi tidak memiliki perubahan yang signifikan untuk kedua kasus Reynolds number yang berbeda sehingga dapat dikatakan bahwa *time step size* yang didapatkan dari hasil perhitungan untuk

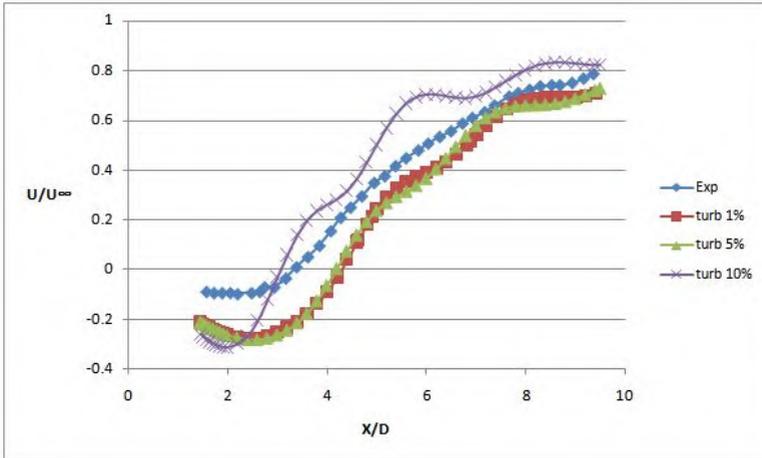
kedua nilai Re sudah cukup baik dalam memprediksi dan mengkalkulasi fenomena vortex shedding yang terjadi pada *wake* dibelakang silinder. Namun untuk lebih meyakinkan dan melihat perbedaan yang cukup besar pada *lift convergence history* antara *time step size* hasil perhitungan dengan 0.001 dan 0.0001 maka untuk iterasi selanjutnya digunakan *time step size* 0.001 s, dimana dengan *time step size* ini, *cl history*-nya tidak berbeda jauh dengan *time step size* 0.0001 s.

4.3 Intensitas turbulensi

Untuk mendapatkan hasil yang lebih akurat maka dilakukan juga iterasi dengan memvariasikan *turbulence intensity* pada *boundary condition* di sisi masuk aliran dengan variasi 10%, 5% dan 1% dengan *turbulence length scale* yang tetap sebesar 0.005 m. Dan untuk mengamati pengaruh dari perubahan *turbulence intensity* terhadap hasil iterasi maka diambil nilai kecepatan *wake centerline* di belakang silinder yang kemudian dibandingkan dengan hasil eksperimen yang dilakukan oleh H. Hu *et al* (2004) dengan nilai $Ri = 0$ untuk kasus $Re = 135$ dan untuk kasus dengan nilai $Re = 1000$ dibandingkan data kecepatan rata – rata pada posisi $X/D = 2$ yang terletak dibelakang silinder dengan data hasil eksperimen yang dilakukan oleh Boirlaud dkk. Gambar 4.5 dan 4.6 menunjukkan grafik perbandingan pengaruh perubahan intensitas turbulensi terhadap keakuratan prediksi hasil iterasi yang telah dilakukan dengan menggunakan $k-\omega$ SST model.

Dari gambar 4.5 diketahui bahwa ketiga hasil iterasi dengan menggunakan intensitas turbulensi yang berbeda memiliki nilai yang mendekati hasil dari eksperimen. Rata – rata distribusi kecepatan sepanjang arah x diprediksi lebih baik menggunakan intensitas turbulensi 5% dan 1%, dimana masing – masing nilai kecepataannya dapat dikatakan berhimpit meskipun pada beberapa titik terlihat berbeda nilainya namun secara garis besar nilainya hampir sama. Untuk lebih memperjelas analisa maka dihitung

error dari setiap intensitas turbulensi yang digunakan dengan metode *mean square error*.



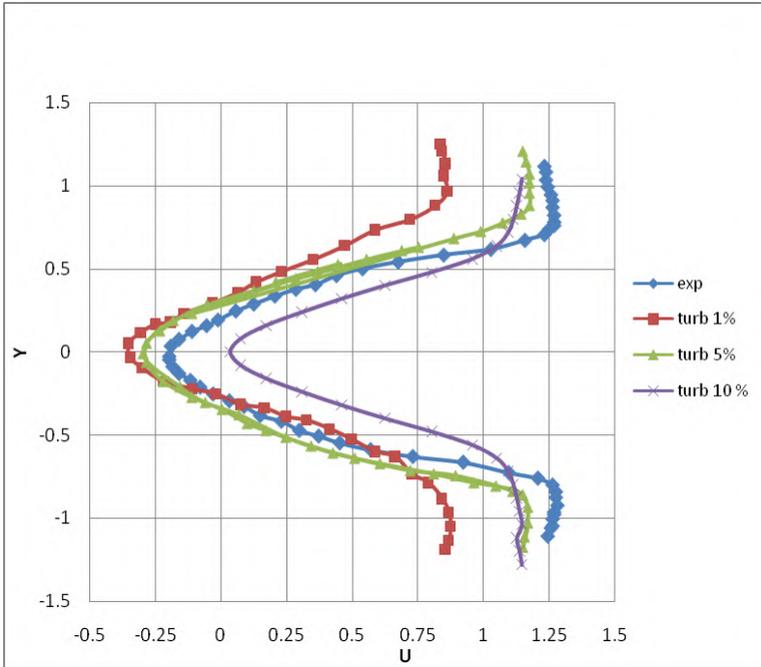
Gambar 4.5 Grafik kecepatan *wake centerline* untuk berbagai intensitas turbulensi dengan $Re = 135$

Tabel 4.2 menunjukkan *mean square error* untuk masing-masing intensitas turbulensi, dimana pada tabel terlihat bahwa error terkecil dimiliki oleh intensitas turbulensi 10 %, kemudian 1% dan 5%. Berbeda dengan nilai *mean square error*, nilai *wake closure length* yang didapat dari perubahan nilai kecepatan dari negatif ke positif yang menandakan aliran berbalik ke arah yang berlawanan, diprediksi lebih baik menggunakan intensitas turbulensi 10% dimana kurvanya melewati nilai nol pada posisi $X/D \approx 3.2$. Nilai ini lebih mendekati hasil eksperimen yang nilai kecepatannya melewati titik nol pada posisi $X/D \approx 3.5$. Berbeda dengan intensitas turbulensi 1% dan 5% yang perubahan nilai kecepatannya dari negatif ke positif pada posisi $X/D \approx 4.3$.

Tabel 4.2 Mean square error masing-masing intensitas turbulensi

Intensitas turbulensi	Mean square error
10%	0.143057942
5%	0.146018711
1%	0.143763495

Pada kasus $Re = 1000$, parameter yang digunakan untuk menguji akurasi dari hasil simulasi yang telah dilakukan adalah kecepatan rata – rata sepanjang garis vertikal di belakang silinder, yaitu pada posisi $X/D = 2$ sesuai dengan eksperimen yang dilakukan oleh Boirlaud *et al* (2008). Berbeda dengan kasus $Re = 135$ dimana arah aliran fluida searah dengan percepatan gravitasi, pada kasus $Re = 1000$ ini arah aliran tegak lurus dengan arah gravitasi sehingga lebih mudah menganalisa pengaruh gaya buoyancy dengan mengamati distribusi kecepatan sepanjang arah radial. Gambar 4.6 memperlihatkan Grafik kecepatan rata – rata pada posisi $X/D = 2$ untuk berbagai intensitas turbulensi. Pada grafik terlihat bahwa secara garis besar masing – masing intensitas turbulensi yang digunakan memiliki pola yang simetris pada daerah *upward* dan *downward*. intensitas turbulensi 10% dan 1% lebih mendekati hasil eksperimen dibandingkan dengan intensitas turbulensi 5%. Dengan menggunakan metode yang sama dengan dengan perhitungan error pada kasus $Re = 135$, maka didapatkan mean square error dari masing – masing intensitas turbulensi.



Gambar 4.6 Grafik kecepatan rata – rata pada posisi $X/D = 2$ untuk berbagai intensitas turbulensi ($Re = 1000$)

Tabel 4.3 Mean square error masing-masing intensitas turbulensi $Re = 1000$

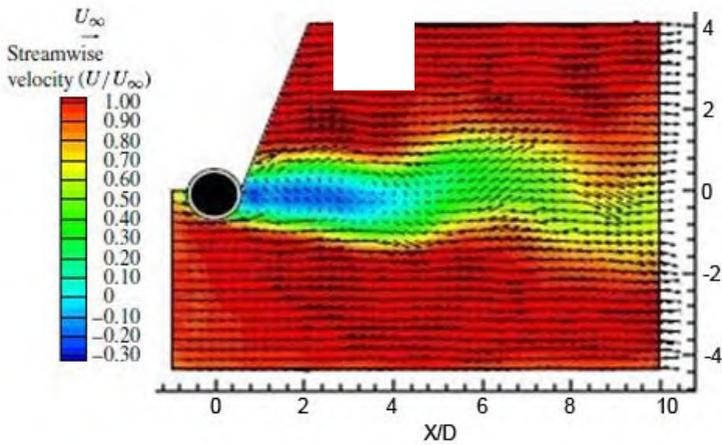
Intensitas turbulensi	Mean square error
10%	1.274237622
5%	0.548950926
1%	0.832682746

Pada Tabel 4.2 yang menunjukkan nilai dari Mean square error masing-masing intensitas turbulensi, dapat diketahui bahwa pada hasil simulasi dengan menggunakan intensitas turbulensi 10%, memiliki error yang paling besar. Mean square error menurun ketika intensitas turbulensi diturunkan menjadi 5% tapi

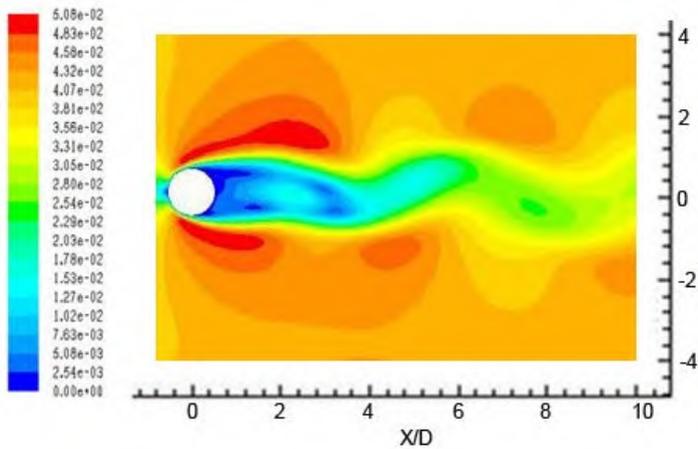
kemudian meningkat pada saat simulasi dilakukan dengan intensitas turbulensi 1%.

4.4 Komparasi domain model 2D dan 3D

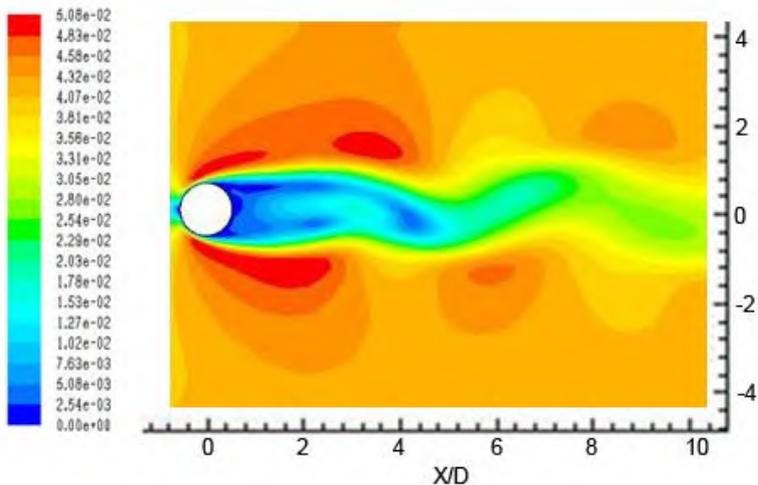
Proses simulasi dilakukan dengan menggunakan dua domain model yaitu model 2D dan 3D, kemudian hasil dari kedua model tersebut dibandingkan. Model 2D membantu proses iterasi lebih cepat mencapai konvergen dengan daya komputasi yang lebih kecil, namun seringkali hasil yang didapatkan tidak cukup baik apabila dibandingkan dengan hasil simulasi dengan menggunakan model domain 3D, namun apabila dengan menggunakan model 2D sudah cukup untuk mengkalkulasi beberapa parameter yang dianalisa maka pemodelan dengan menggunakan domain 3D tidak perlu dilakukan. Dari hasil simulasi yang telah dilakukan diambil beberapa parameter kualitatif seperti Kontur kecepatan untuk kemudian dibandingkan dengan hasil eksperimen. Gambar 4.7 adalah gambar kontur kecepatan hasil eksperimen H. Hu yang diambil pada saat 1ms setelah *laser pulse* ditembakkan (*instantaneous velocity fields*), gambar 4.8 dan 4.9 berturut – turut adalah kontur kecepatan hasil simulasi dengan menggunakan domain model 3D dan 2D pada *flow time* 32 s dengan laminar model. Dari ketiga gambar tersebut terlihat bahwa kedua domain model yang digunakan memiliki hasil yang hampir mendekati eksperimen dengan pola aliran yang hampir sama. Domain model 2D juga dalam hal ini sudah cukup baik dalam merekam fenomena aliran dibelakang silinder.



Gambar 4.7 Kontur kecepatan *instantaneous* 1 ms setelah laser ditembakkan, H. Hu *et al* (2004)



Gambar 4.8 Kontur kecepatan *instantaneous* domain model 3D pada $t = 32$ s



Gambar 4.9 Kontur kecepatan *instantaneous* domain model 2D pada $t = 32$ s

Untuk membandingkan error dari domain model 2D dan 3D diambil data kuantitatif berupa nilai kecepatan *wake centerline* dibelakang silinder. Kedua data tersebut kemudian dibandingkan dengan hasil eksperimen dan dihitung nilai errornya menggunakan metode *mean square error* yang didefinisikan sebagai akar jumlahan kuadrat error tiap titik data dibagi dengan jumlah data yang dapat diformulasikan

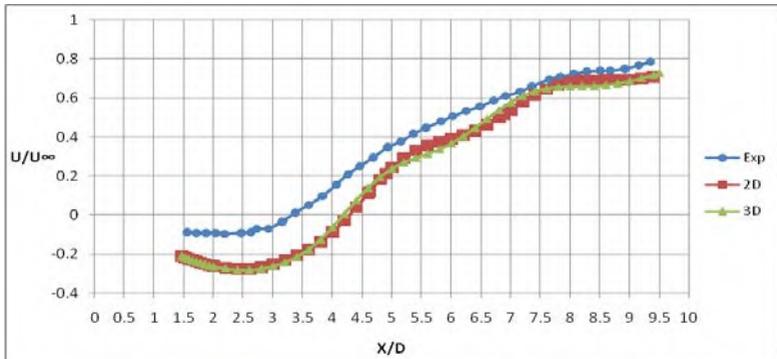
$$\epsilon = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \epsilon_i^2}{N}} \dots \dots \dots (4.2)$$

dimana,

$\epsilon =$ *mean square error*

$\epsilon_i =$ jumlah error tiap titik

$N =$ jumlah data



Gambar 4.10 Grafik perbandingan kecepatan pada *wake centerline* 2D dan 3D Re 135

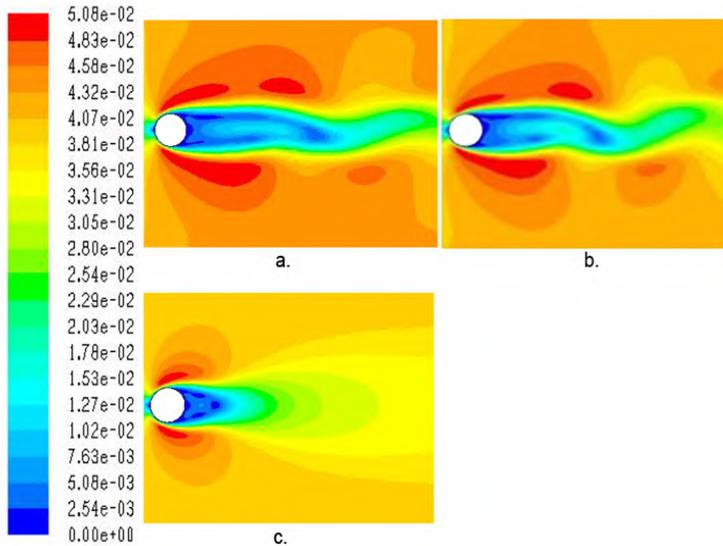
Dari grafik pada gambar 4.10 diambil nilai pada 17 titik yang sama untuk masing – masing model 2D dan 3D kemudian dengan menggunakan formula *mean square error* dihitung error masing – masing model berdasarkan hasil eksperimen. Didapati error yang hampir sama untuk kedua model yaitu 0.1352 untuk model 2D dan 0.139 untuk model 3D. sehingga berdasarkan hasil komparasi antara model 2D dan model 3D, baik menggunakan data kualitatif berupa kontur kecepatan dan juga data kuantitatif menggunakan distribusi kecepatan pada *wake centerline*, dapat disimpulkan bahwa dengan menggunakan model domain 2D sudah cukup baik untuk mengkalkulasi fenomena aliran melintasi silinder dan domain yang dipilih untuk pengujian selanjutnya adalah 2D karena proses iterasi menggunakan domain ini lebih cepat dibandingkan dengan model 3D.

4.5 Turbulensi model Re 135

4.5.1 Analisa Turbulensi model Ri 0.00

Analisa turbulensi model dilakukan dengan mengambil beberapa parameter untuk beberapa kasus yang disimulasikan, dalam hal ini ada dua kasus yaitu Ri 0 dan Ri 1 dengan Re yang

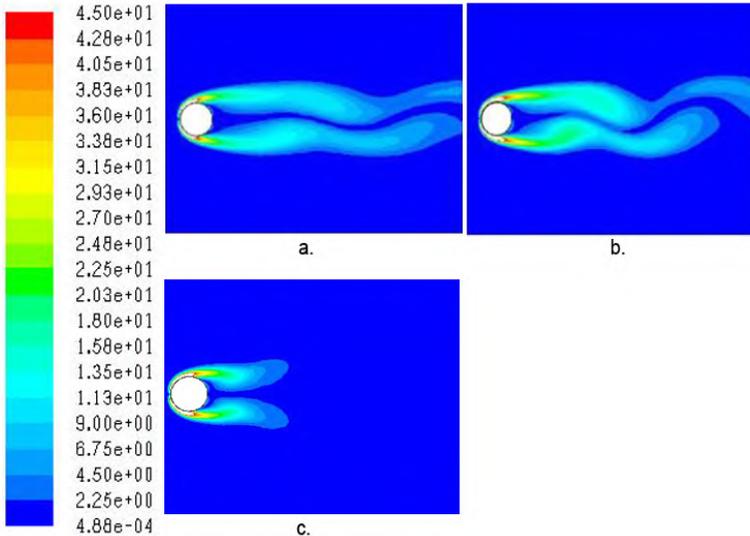
sama yaitu 135, kedua kasus disimulasikan menggunakan laminar model, turbulensi model $k - \epsilon$ relizable dan $k - \omega$ SST.



Gambar 4.11 Kontur kecepatan (m/s) pada $t=32$ s: a. Laminar model; b. $k - \omega$ SST; c. $k - \epsilon$ Realizable.

Kontur kecepatan pada gambar 4.11 menunjukkan hasil yang relatif berbeda antara laminar model dan turbulensi model $k - \omega$ SST, dimana kontur kecepatan dengan menggunakan turbulensi model $k - \omega$ SST memprediksi vortex shedding yang lebih pendek dibandingkan dengan model laminar, apabila dibandingkan dengan hasil eksperimen secara visual memperlihatkan bahwa turbulensi model $k - \omega$ SST memprediksi aliran fluida melewati silinder tanpa dipanaskan lebih baik. Namun kedua model yang digunakan baik laminar model maupun $k - \omega$ SST sudah cukup baik apabila diamati pola aliran yang terjadi. Berbeda jauh dengan $k - \epsilon$ Realizable yang bisa dikatakan gagal memprediksi dan merekam fenomena vortex shedding di belakang silinder. Untuk lebih mengetahui turbulensi model terbaik dalam memprediksi vortex shedding di belakang silinder, lebih

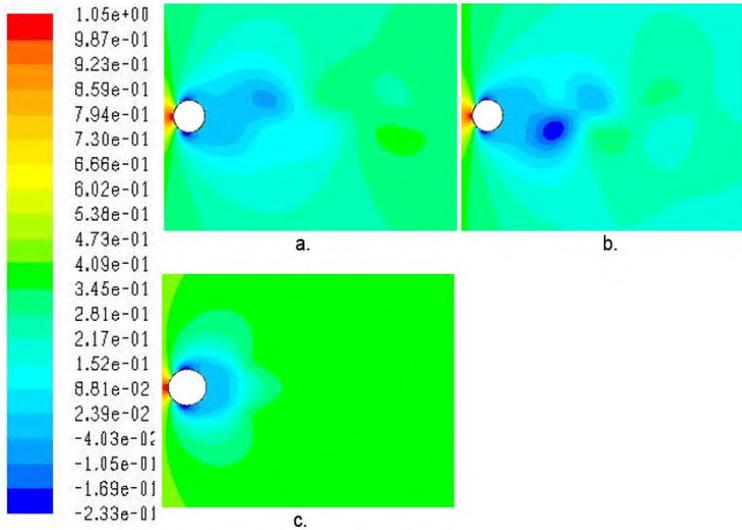
akuratnya menggunakan data kuantitatif yang kemudian dihitung error dari masing – masing turbulensi model yang digunakan berdasarkan hasil eksperimen yang telah ada.



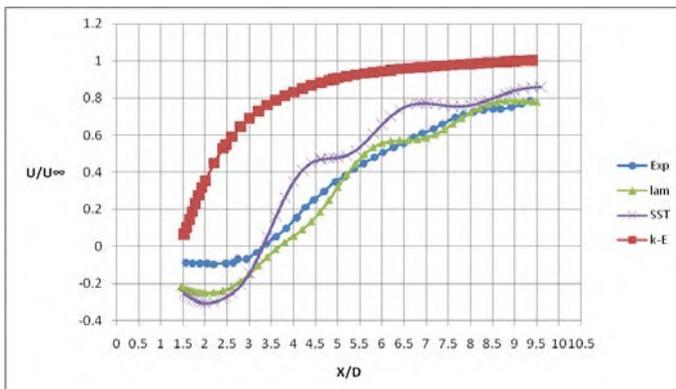
Gambar 4.12 Kontur *vorticity* (1/s) pada saat $t = 32$ s: a. Laminar model; b. $k-\omega$ SST; c. $k-\epsilon$ Realizable.

Dengan pengamatan pada kontur *vorticity* dapat terlihat lebih jelas fenomena vortex shedding yang terjadi di belakang silinder. dari ketiga data kualitatif yang ditampilkan memperlihatkan bahwa turbulensi model $k-\omega$ SST lebih teliti dalam mengkalkulasi dan merekam proses terbentuknya vortex dibelakang silinder. begitu pula dengan kontur tekanan dimana $k-\omega$ SST secara visual memperlihatkan hasil yang lebih jelas dibandingkan dengan model laminar dan $k-\epsilon$ Realizable. Pada model $k-\omega$ SST memperlihatkan adanya penurunan tekanan di belakang silinder lebih detail ditandai dengan warna biru yang lebih tajam, sedangkan pada laminar model penurunan tekanan pada daerah yang sama tidak terkalkulasi dengan cukup baik

sehingga penurunan tekanan pada daerah *wake* terlihat tidak terlalu variatif.



Gambar 4.13 Kontur tekanan (Pa) pada saat $t = 32$ s: a. Laminar model; b. $k-\omega$ SST; c. $k-\epsilon$ Realizable.



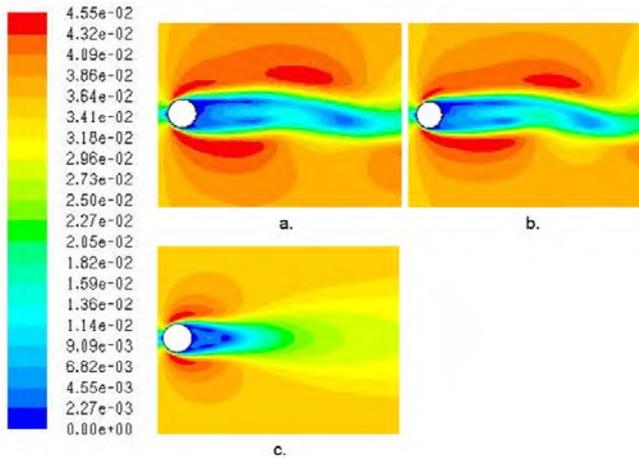
Gambar 4.14 Grafik kecepatan pada *wake centerline* $Ri = 0$, $Re = 135$

Grafik kecepatan pada *wake centerline* dapat digunakan sebagai parameter kuantitatif untuk membandingkan turbulensi model yang lebih mendekati eksperimen. Dari gambar 4.14 terlihat untuk kasus $Re = 135$ dengan $Ri = 0$ (*unheated cylinder*) laminar model memiliki hasil yang lebih mendekati eksperimen disbanding k- ω SST. Pada daerah $X/D \approx 1.5$ sampai 2.5 kedua turbulensi model memiliki nilai yang relatif sama ditandai dengan grafik yang berhimpit. Pada posisi $X/D > 2.5$ grafik kecepatan kedua model terpisah, dengan model laminar cenderung mendekati eksperimen dan k- ω SST cenderung menjauh. Sedangkan turbulensi model k- ϵ realizable memiliki nilai distribusi kecepatan di belakang silinder yang berbeda beda jauh dengan eksperimen dan kedua model turbulensi lainnya. Terlihat bahwa k- ϵ realizable gagal dalam memprediksi *wake closure length* dengan perubahan nilai kecepatan dari negatif ke positif berada dibawah $X/D = 1.5$. nilai yang jauh berbeda apanila dibandingkan dengan hasil eksperimen. Dalam memprediksi *wake closure length* turbulensi model k- ω SST paling baik diantara ketiga turbulensi model yang diujikan. Namun untuk nilai error rata – rata dengan menggunakan metode *mean square error* yang diperlihatkan Tabel 4.4, laminar model memiliki nilai error terkecil kemudian k- ω SST dan yang paling besar adalah k- ϵ realizable.

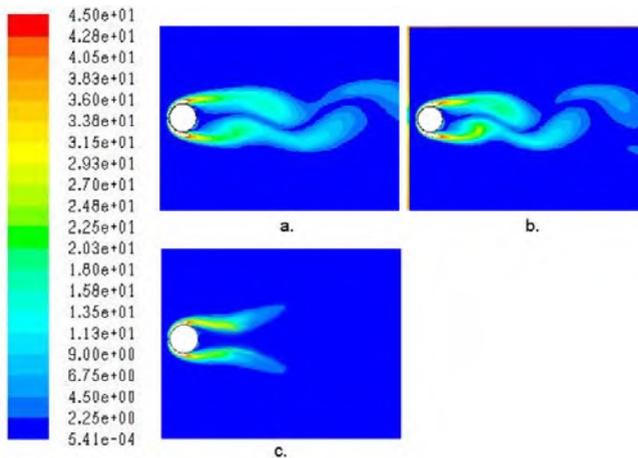
Tabel 4.4 Mean square error masing-masing turbulensi model

Turbulensi model	Mean square error
Laminar	0.120994292
k-E realizable	0.413510564
k-w SST	0.127701559

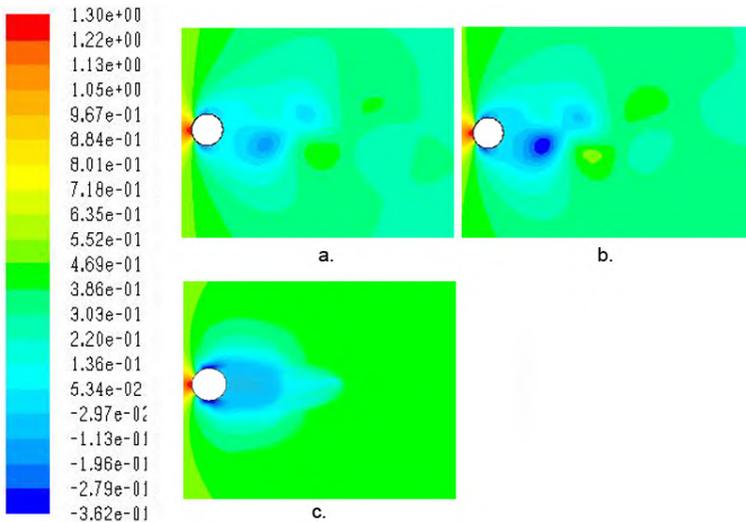
4.5.2 Analisa Turbulensi model Ri 1



Gambar 4.15 Kontur kecepatan (m/s) pada $t=32$ s kasus $Ri = 1$, $Re = 135$: a. Laminar model; b. $k-\omega$ SST; c. $k-\epsilon$ Realizable.

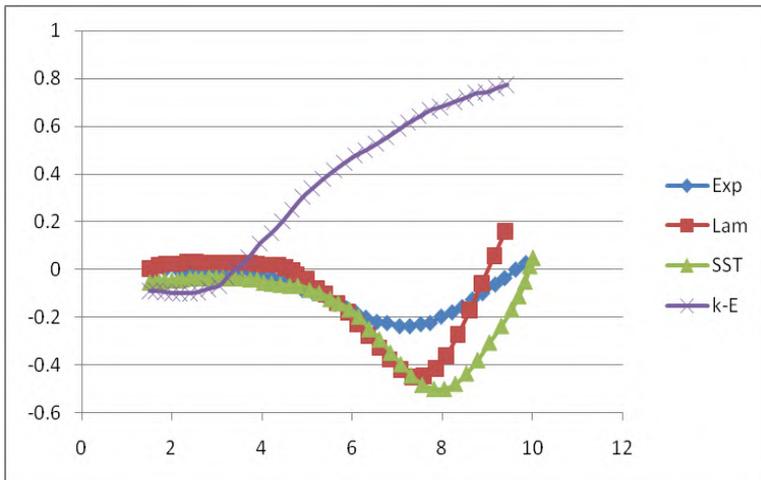


Gambar 4.16 Kontur vorticity ($1/s$) pada $t=32$ s kasus $Ri = 1$, $Re = 135$: a. Laminar model; b. $k-\omega$ SST; c. $k-\epsilon$ Realizable.



Gambar 4.17 Kontur tekanan (Pa) pada $t=32$ s kasus $Ri = 1$, $Re = 135$: a. Laminar model; b. $k-\omega$ SST; c. $k-\epsilon$ Realizable.

Untuk kasus dengan penambahan $Ri = 1$ secara garis besar hampir sama dengan $Ri = 0$, dimana untuk semua parameter kualitatif yang diambil, turbulensi model $k-\omega$ SST lebih teliti bila diamati secara visual. Terjadi perubahan panjang vortex ketika silinder diberi panas dengan $Ri = 1$ pada kedua turbulensi model yang dibandingkan. Bertambahnya panjang vortex ini mengindikasikan adanya interaksi yang cukup berpengaruh antara gaya buoyancy dan inersia sehingga resirkulasi kecepatan pada daerah *wake* menurun, hal ini sesuai dengan hasil eksperimen yang dilakukan oleh H. Hu bahwa gaya buoyancy memiliki pengaruh yang cukup besar terhadap aliran fluida yang melewati silinder yang dipanaskan. Prosentase penambahan panjang vortex untuk kedua turbulensi model hampir sama meskipun untuk kasus $Ri = 1$, panjang vortex pada hasil menggunakan model laminar lebih mendekati hasil eksperimen.



Gambar 4.18 Grafik kecepatan pada *wake centerline* $Ri = 1$, $Re = 135$

Untuk lebih memperjelas analisa tentang turbulensi model terbaik, maka diambil data kuantitatif berupa data kecepatan pada *wake centerline*. Gambar 4.18 memperlihatkan grafik kecepatan menggunakan laminar model dan turbulensi model $k-\omega$ SST. Berbeda dengan kasus $Ri = 0$ (*unheated cylinder*), pada kasus $Ri = 1$, turbulensi model $k-\omega$ SST lebih baik memprediksi nilai kecepatan di belakang silinder. Rata – rata nilai kecepatan dari turbulensi model $k-\omega$ SST lebih mendekati eksperimen dibandingkan dengan laminar model. Begitu juga untuk prediksi posisi perubahan nilai kecepatan negatif ke positif yang pada penelitian H. Hu menjadi acuan untuk menentukan *wake closure length*, kedua model tersebut memiliki nilai yang berbeda dimana $k-\omega$ SST memiliki hasil yang lebih mendekati eksperimen yaitu terletak pada posisi $X/D \approx 9.3$. sedangkan laminar model memprediksi nilai *wake closure length* pada posisi $X/D \approx 8.8$. seperti kasus dengan nilai $Ri = 0$, turbulensi model $k-\epsilon$ realizable memprediksi nilai distribusi kecepatan dibelakang silinder yang jauh berbeda dengan laminar model dan $k-\omega$ SST,

baik secara rata – rata maupun pada titik dengan kecepatan nol. Turbulensi model ini memprediksi wake closure length pada posisi $X/D \approx 3.6$, nilai yang jauh berbeda dengan hasil eksperimen yang dilakukan oleh H. Hu *et al* (2004).

Tabel 4.5 Mean square error masing-masing turbulensi model

Turbulensi model	Mean square error
Laminar	0.119030727
k-E realizable	0.248360769
k-w SST	0.166942415

Dari Tabel 4.5 dapat dilihat perbedaan *mean square error* untuk setiap turbulensi model yang diujikan, dimana rata – rata nilai kecepatan dibelakang silinder dengan menggunakan model laminar memiliki error yang paling kecil sehingga dapat dikatakan laminar model paling baik dibandingkan dengan dua turbulensi model lainnya.

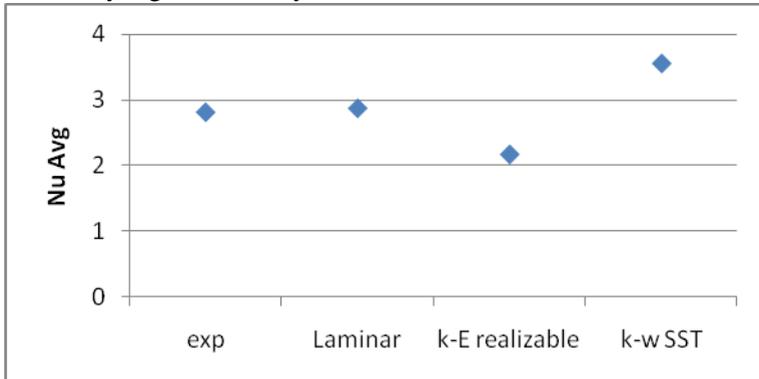
Untuk menganalisa perpindahan panas dari silinder ke fluida, dimana dalam penelitian ini diamati pengaruhnya terhadap pola aliran yang terjadi dibelakang silinder, maka disajikan data nilai Nusselt number rata – rata untuk setiap turbulensi model yang digunakan. Nu rata – rata dapat dituliskan sebagai persamaan,

$$\bar{Nu} = \frac{hD}{k} = \frac{\bar{Q}D}{A^2 k (T_w - T_\infty)} \dots\dots\dots (4.3)$$

Tabel 4.6 Nusselt number rata-rata masing-masing turbulensi model

Turbulensi model	Nu rata-rata
Laminar	2.87634
k-E realizable	2.17352
k-w SST	3.55932

Dari Tabel 4.6 dapat dilihat bahwa ada perbedaan hasil dari model yang digunakan untuk memprediksi nilai dari Nu. Dengan membandingkan hasil tersebut dengan hasil eksperimen yang dilakukan oleh H.Hu *et al* maka dapat diketahui model mana yang terbaik untuk mengkalkulasi perpindahan panas dari silinder ke fluida yang melewatinya.



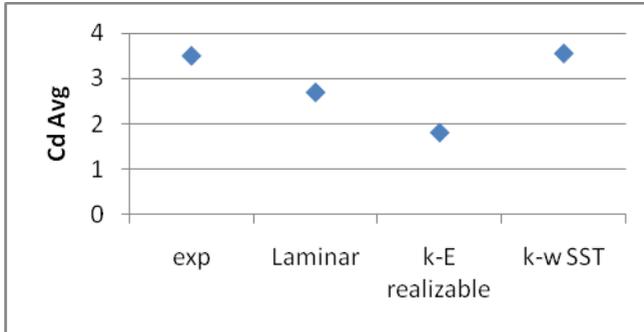
Gambar 4.19 Grafik Nu rata – rata fungsi turbulensi model $Re = 135$, $Ri = 1$

Nilai Nusselt number dengan menggunakan model laminar menunjukkan nilai yang paling mendekati eksperimen, sedangkan k- ϵ realizable model memiliki hasil jauh dibawah hasil eksperimen dan sebaliknya untuk turbulensi model k- ω SST memprediksi nilai dari Nu rata-rata dengan nilai diatas hasil eksperimen. Sehingga dapat dikatakan bahwa laminar model paling baik dalam memprediksi perpindahan panas yang terjadi dari permukaan silinder ke fluida.

Konsekuensi dari adanya gaya buoyancy yang disebabkan oleh adanya energi panas dari permukaan silinder ke fluida adalah bertambah besarnya gaya drag yang terjadi pada daerah di sekitar silinder, selain dari pengaruh gaya geser dan perbedaan tekanan. Gaya drag sering diekspresikan dalam bilangan tak berdimensi yaitu koefisien drag (C_D). Dalam penelitian ini digunakan *time average drag coefficient* seperti

yang telah dilakukan oleh H.Hu yang didefinisikan sebagai berikut.

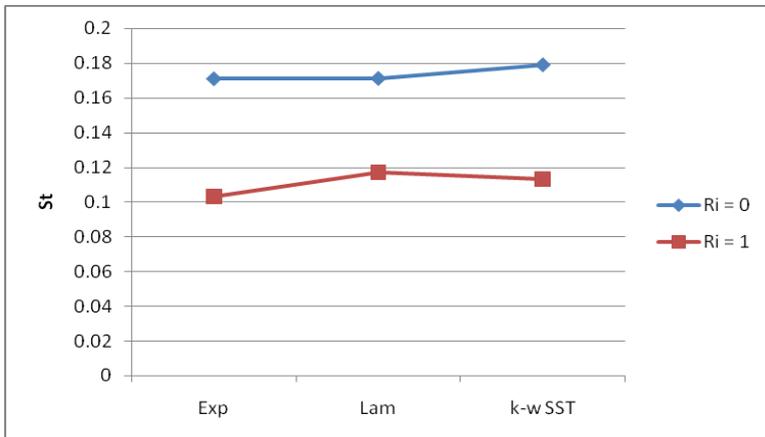
$$\overline{Cd} = \frac{\overline{F_D}}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 A} \dots\dots\dots (4.4)$$



Gambar 4.20 Grafik Cd rata – rata fungsi turbulensi model $Re = 135, Ri = 1$

Seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.20 bahwa nilai dari Cd untuk masing – masing model memiliki hasil yang berbeda, terlihat bahwa k- ω SST model hampir mendekati eksperimen. Berbeda dengan laminar model yang memprediksi nilai Cd sedikit jauh lebih kecil dari nilai hasil eksperimen. Begitu juga dengan k- ϵ realizable yang dalam kasus ini juga gagal dalam memprediksi dengan akurat nilai dari Cd pada daerah didekat permukaan silinder.

Untuk mengetahui pengaruh dari turbulensi model yang digunakan terhadap keakuratan pada proses vortex shedding yang terjadi maka dianalisa juga nilai Strouhal number untuk masing – masing turbulensi model yang diuji.



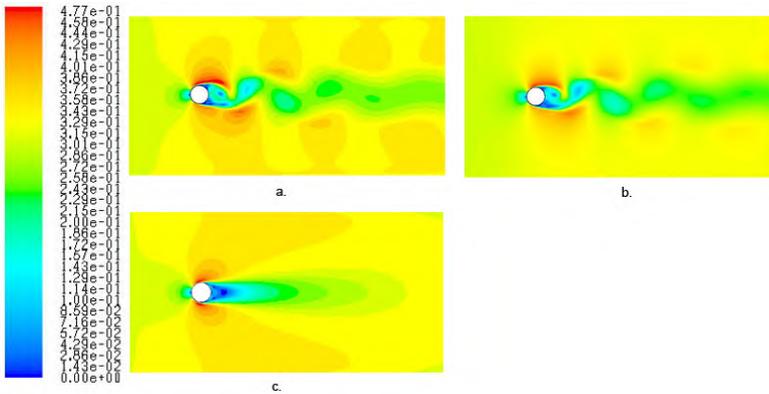
Gambar 4.21 Grafik Strouhal number fungsi turbulensi model Re = 135

Gambar 4.21 menunjukkan perbedaan hasil prediksi nilai Strouhal number untuk masing – masing turbulensi model yang diuji, dimana terlihat bahwa untuk kasus tanpa penambahan panas pada silinder atau Ri = 0 (*unheated cylinder*), laminar lebih baik dalam memprediksi dan merekam fenomena *vortex shedding* di belakang silinder, sedangkan untuk kasus dengan Ri = 1 (*heated cylinder*), k – ω SST memiliki nilai Strouhal number yang lebih mendekati eksperimen dibandingkan dengan laminar.

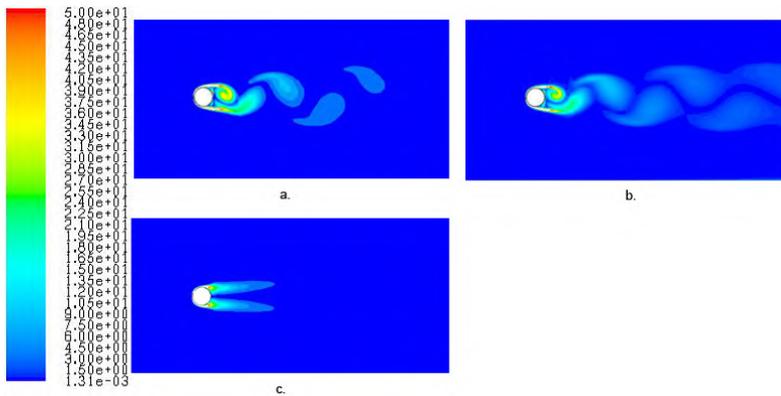
4.6 Turbulensi model Re 1000

4.6.1 Analisa Turbulensi model Ri 0

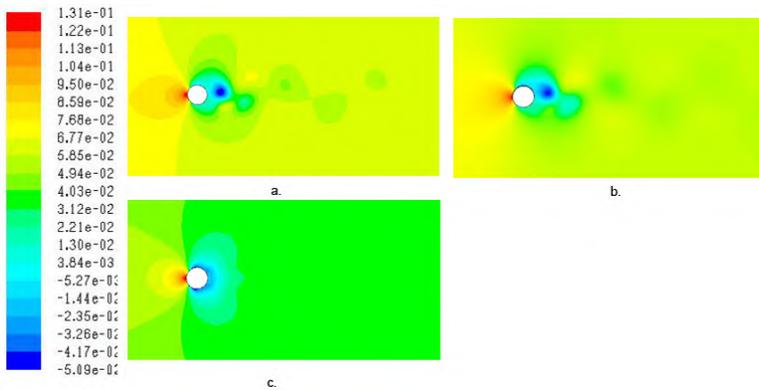
Selain simulasi dengan menggunakan nilai Re = 135 maka telah dilakukan juga simulasi dengan nilai Re = 1000 dengan variasi Richardson number 0 dan 2.77 seperti kasus yang dilakukan secara eksperimen oleh Boiraud *et al.* untuk mengamati pola aliran dan pengaruh gaya buoyancy terhadap pola aliran tersebut maka disajikan beberapa data kualitatif berupa kontur kecepatan, tekanan dan vorticity dari masing – masing model yang digunakan dalam proses iterasi.



Gambar 4.22 Kontur kecepatan (m/s) pada $t=44$ s kasus $Ri = 0$, $Re = 1000$: a. Laminar model; b. $k-\omega$ SST; c. $k-\epsilon$ Realizable.

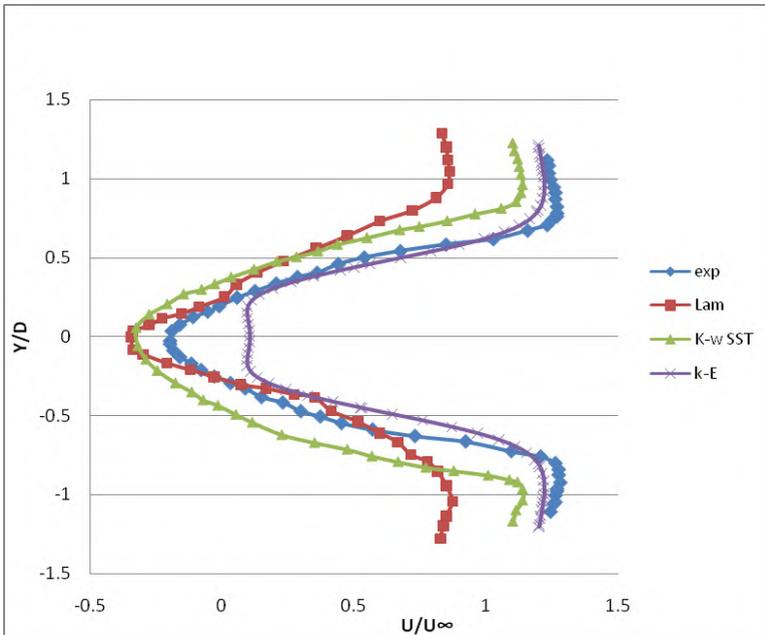


Gambar 4.23 Kontur vorticity (m/s) pada $t=44$ s kasus $Ri = 0$, $Re = 1000$: a. Laminar model; b. $k-\omega$ SST; c. $k-\epsilon$ Realizable.



Gambar 4.24 Kontur tekanan (m/s) pada $t=44$ s kasus $Ri = 0$, $Re = 1000$: a. Laminar model; b. $k-\omega$ SST; c. $k-\epsilon$ Realizable

Pada kasus $Re = 1000$ dengan $Ri = 0$ (*unheated cylinder*), kontur kecepatan antara laminar model dan turbulensi model $k-\omega$ SST relatif tidak berbeda secara signifikan. Namun ketika diamati kontur *vorticity* pada kedua model terlihat bahwa turbulensi model $k-\omega$ SST lebih baik memprediksi dan merekam fenomena aliran di belakang silinder, terlihat dengan lebih detail dan jelasnya fenomena terjadinya vortex dibelakang silinder oleh turbulensi model $k-\omega$ SST. Begitupun dengan kontur tekanan yang memperlihatkan pola yang sama antara kedua model, namun turbulensi model $k-\omega$ SST sekali lagi lebih detail dan jelas memvisualisasikan kontur distribusi tekanan di sekitar silinder. sehingga secara kualitatif dapat dikatakan $k-\omega$ SST lebih baik dalam mengkalkulasi dan memprediksi fenomena aliran melewati silinder tanpa dipanaskan dengan $Re = 1000$. Berbeda dengan kedua turbulensi model tersebut, $k-\epsilon$ realizable tidak bisa memprediksi secara baik fenomena aliran dibelakang silinder yang dipanaskan. Seperti yang terlihat pada kontur kecepatan dan *vorticity*, dimana polanya simetris sehingga secara visual tidak dapat memperlihatkan proses terjadinya vortex shedding.



Gambar 4.25 Grafik kecepatan rata – rata pada *wake* posisi $X/D=2$, $Ri = 0$, $Re = 1000$

Dengan menggunakan plot nilai kecepatan rata – rata waktu pada daerah di belakang silinder, tepatnya pada posisi $X/D = 2$, dapat dianalisa dan dibandingkan keakuratan beberapa turbulensi model yang digunakan, dalam hal ini adalah laminar model dan turbulensi model $k-\omega$ SST dan $k-\epsilon$ realizable. Gambar 4.25 memperlihatkan grafik kecepatan rata – rata waktu pada posisi $X/D = 2$, dimana dari grafik tersebut terlihat bahwa turbulensi model $k-\omega$ SST secara keseluruhan lebih mendekati hasil eksperimen dibandingkan dengan laminar model. Namun secara garis besar laminar model juga berhasil memprediksi dengan baik pola aliran di belakang silinder dengan $Re = 1000$ karena nilai dari distribusi kecepatan rata – rata waktunya juga tidak berbeda jauh dengan hasil eksperimen. Sehingga dapat disimpulkan bahwa kedua model berhasil digunakan dalam

mengkalkulasi fenomena aliran melewati silinder tunggal tanpa dipanaskan meskipun turbulensi model $k-\omega$ SST lebih mendekati hasil eksperimen. Turbulensi model $k-\varepsilon$ realizable juga mampu memprediksi distribusi kecepatan arah radial dibelakang silinder pada posisi $X/D = 2$, dimana pada daerah yang jauh dari silinder yaitu sekitar $Y/D = 0.5$ sampai pada $Y/D = 1.2$, distribusi kecepatannya hampir mendekati eksperimen, namun pada daerah lebih mendekati silinder distribusi kecepatannya menjauhi hasil eksperimen.

Tabel 4.7 Mean square error masing-masing turbulensi model

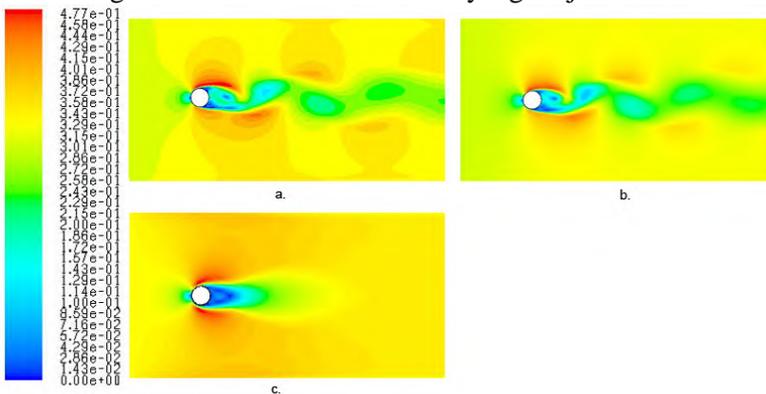
Turbulensi model	Mean square error
Laminar	0.107608763
k-E realizable	0.462985908
k- ω SST	1.172733768

Tabel 4.6 memperlihatkan mean square error dari masing – masing turbulensi model yang diujikan dimana dapat diketahui bawa laminar model memiliki nilai mean square error yang paling kecil, kemudian $k-\varepsilon$ realizable, dan turbulensi model $k-\omega$ SST memiliki nilai mean square error yang paling besar dalam kasus aliran fluida melewati silinder tunggal tanpa dipanaskan dengan $Re = 1000$.

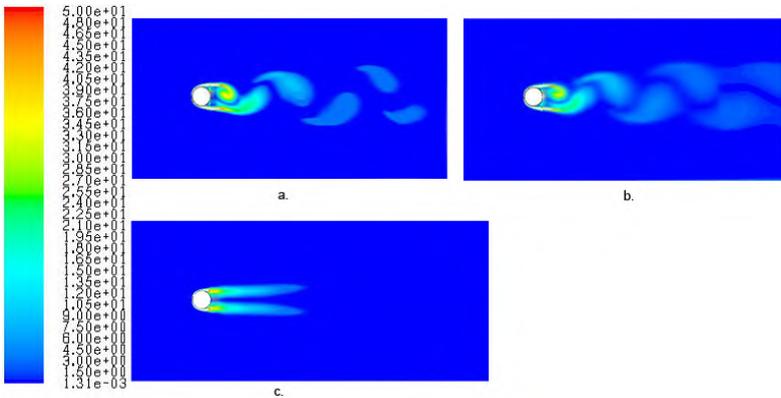
4.6.1 Analisa Turbulensi model $Re = 2.77$

Untuk mengetahui turbulensi model terbaik dan bagaimana pengaruhnya terhadap simulasi aliran fluida melewati silinder yang dipanaskan dengan nilai $Re = 1000$, maka telah dilakukan iterasi dengan variasi turbulensi model $k-\varepsilon$ realizable, $k-\omega$ SST dan laminar model. Untuk mengamati secara visual perbedaan dari hasil simulasi maka diambil data kualitatif berupa kontur kecepatan, kontur vorticity dan kontur tekanan. Gambar 4.25 memperlihatkan kontur kecepatan untuk berbagai turbulensi model yang diuji, pada saat $t = 32$ s. Dari kontur kecepatan

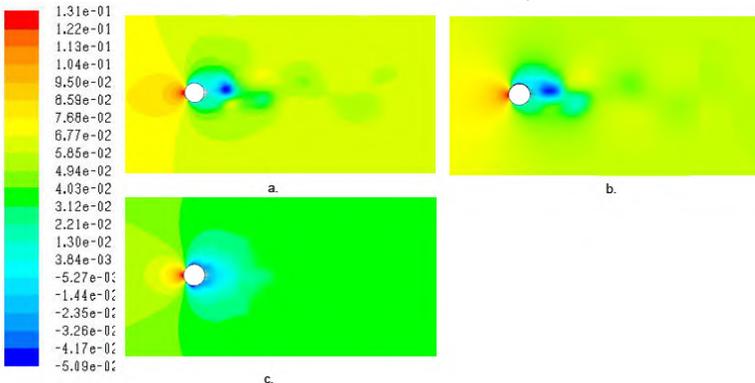
tersebut, secara visual memperlihatkan proses terjadinya vortex shedding dibelakang silinder dimana daerah resirkulasinya lebih lebar apabila dibandingkan dengan aliran fluida melewati silinder tanpa dipanaskan. Laminar model dan turbulensi model $k-\omega$ SST merekam fenomena vortex shedding dibelakang silinder cukup baik, dimana pada kedua model tersebut dapat dilihat adanya ulakan yang menandakan proses pembentukan vortex. Dari kontur vorticity juga terlihat jelas bahwa kedua model tersebut dapat merekam mulai dari proses separasi aliran, terjadinya aliran balik karena *adverse pressure gradient* dan juga pengaruh dari *buoyancy force*. Namun secara mendetail terdapat perbedaan antara kedua model turbulensi tersebut yaitu pada detail gradasi warnanya dimana warna dalam kontur ini menunjukkan perubahan nilai dari kecepatan begitu juga dengan nilai *vorticity*. Untuk turbulensi model $k-\varepsilon$ *realizable* dapat diamati dari kontur kecepatannya bahwa turbulensi model ini tidak mampu merekam fenomena terjadinya vortex shedding di belakang silinder terlihat dari pola alirannya yang simetris. Meskipun untuk proses terjadinya separasi aliran, turbulensi model $k-\varepsilon$ *realizable* dapat memprediksi dengan cukup baik dan pada posisi yang hamper sama dengan dua turbulensi model lain yang diujikan.



Gambar 4.26 Kontur kecepatan (m/s) pada $t=44$ s kasus $Ri = 2.77$, $Re = 1000$: a. Laminar model; b. $k-\omega$ SST; c. $k-\varepsilon$ Realizable.



Gambar 4.27 Kontur vorticity (m/s) pada $t=44$ s kasus $Ri = 2.77$, $Re = 1000$: a. Laminar model; b. $k-\omega$ SST; c. $k-\epsilon$ Realizable.

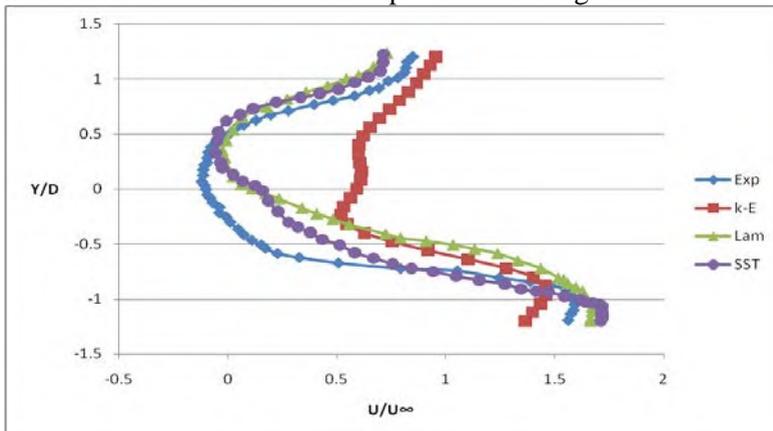


Gambar 4.28 Kontur tekanan (m/s) pada $t=44$ s kasus $Ri = 2.77$, $Re = 1000$: a. Laminar model; b. $k-\omega$ SST; c. $k-\epsilon$ Realizable.

Pada Gambar 4.28 terlihat kontur tekanan untuk masing – turbulensi model yang disimulasikan. Dua model yaitu model laminar dan turbulensi model $k-\omega$ SST memiliki hasil yang mirip apabila diamati kontur dari distribusi tekanannya, dimana keduanya memprediksi distribusi tekanan yang sesuai dengan teori pada kasus aliran fluida melewati silinder. Pada posisi upstream memiliki nilai tekanan yang paling tinggi ditandai

dengan warna merah pada kontur distribusi tekanan. Kemudian terjadi penurunan tekanan seiring bertambahnya jarak dari posisi titik stagnasi. Dan pada daerah *wake* memiliki nilai tekanan paling rendah ditandai dengan warna biru tua. Tekanan rendah inilah yang mendorong terjadinya vortex dibelakang silinder pada kasus $Ri = 0$ dan untuk kasus $Ri = 2.77$ selain dipengaruhi oleh adverse pressure gradient juga karena pengaruh dari gaya buoyancy yang dalam kasus ini memiliki arah yang tegak lurus dengan arah aliran.

Untuk lebih memahami pengaruh gaya buoyancy pada pola aliran fluida melewati silinder tunggal yang dipanaskan dengan arah gaya tegak lurus terhadap arah aliran maka ditampilkan juga data distribusi kecepatan rata – rata dibelakang silinder pada posisi $X/D = 2$. Gambar 2.29 memperlihatkan distribusi kecepatan rata – rata pada posisi $X/D = 2$ untuk masing – masing turbulensi model yang digunakan pada simulasi. Secara umum semua turbulensi model memperlihatkan hasil yang sesuai dengan eksperimen yang dilakukan oleh boirlaud *et al*, dimana karena pengaruh dari gaya buoyancy menyebabkan ketidaksimetrisan distribusi kecepatan dibelakang silinder.



Gambar 4.29 Grafik kecepatan rata – rata pada *wake* posisi $X/D=2$, $Ri = 2.77$, $Re = 1000$

Untuk mengetahui lebih detail pengaruh turbulensi model terhadap distribusi kecepatan dibelakang silinder, maka di hitung *mean square error* dari setiap turbulensi model yang gunakan terhadap hasil eksperimen yang dilakukan oleh bourlaud *et al.*

Tabel 4.8 Mean square error masing-masing turbulensi model

Turbulensi model	Mean square error
Laminar	0.169320799
k-E realizable	0.981899611
k- ω SST	0.107608763

Dengan memperhatikan data mean square error pada Tabel 4.7 yang menunjukkan nilai mean square error dari berbagai model yang digunakan dalam simulasi numeric terlihat bahwa laminar model memiliki nilai error yang tidak jauh berbeda yaitu 0.107608763 untuk k- ω SST dan 0.169320799 untuk laminar model. Nilai error yang paling besar adalah k- ϵ realizable yaitu 0.981899611. ini menandakan bahwa model terbaik untuk mensimulasikan kasus aliran fluida melewati silinder tunggal yang dipanaskan dengan $Re = 1000$ secara berurutan adalah k- ω SST model, kemudian laminar model dan k- ϵ model.

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Beberapa kesimpulan dapat diambil dari hasil analisa numerik variasi turbulensi model aliran fluida melintasi Silinder Sirkular tunggal yang dipanaskan dengan parameter Reynolds number yang berbeda dengan masing – masing Ri yang berbeda yaitu 0 dan 1 untuk kasus $Re = 135$ dan $Ri = 0$ dan 2.77 untuk kasus $Re = 1000$ diantaranya :

1. Semakin kecil nilai *time step* yang digunakan semakin akurat hasil yang didapatkan.
2. Untuk kasus Re rendah, intensitas turbulensi dengan nilai yang lebih kecil memiliki hasil yang lebih akurat dalam mengkalkulasi dan merekam proses terjadinya vortex di belakang silinder.
3. Model 2D dan 3D memiliki hasil yang tidak berbeda jauh dilihat dari kontur kecepatan, *vorticity* dan tekanan.
4. Dengan pengamatan secara visual pada kontur kecepatan, tekanan dan *vorticity*, laminar model paling akurat dalam memprediksi fenomena aliran melintasi silinder sirkular tunggal tanpa dipanaskan.
5. Untuk memprediksi *wake closure length*, Nusselt number dan gaya hambat pada kasus dengan penambahan $Ri = 1$, $k-\omega$ SST memiliki hasil yang paling baik dibandingkan dengan dua model lain yang diujikan.
6. Pada kasus $Re = 1000$, adanya penambahan $Ri = 2.77$ mempengaruhi pola aliran di belakang silinder.
7. Untuk kasus $Re = 1000$ tanpa pemanasan pada silinder dan $Ri = 2.77$, secara kualitas secara kuantitatif $k-\omega$ SST paling baik dalam memprediksi pola alirannya.

5.2 Saran

Beberapa saran yang dapat diberikan setelah melakukan penelitian dan diharapkan berguna untuk penelitian selanjutnya adalah sebagai berikut:

1. Untuk lebih lengkapnya, sebaiknya variasi turbulensi model yang dilakukan melibatkan semua turbulensi model yang tersedia pada software Fluent.
2. Untuk mendapatkan hasil yang lebih teliti dan akurat, sebaiknya dalam analisa pengaruh panas terhadap pola aliran fluida, digunakan *User Define Function (UDF)* yang tersedia pada software Fluent.

LAMPIRAN

Kecepatan wake centerline 2D dan 3D

3D Ri 0			0,003873	-0,00234	0,774524
Re 135			0,003889	-0,00237	0,777882
X	U	X/D	U/U _∞		
0,0025	-3,44E-07	0,	0,004029	-0,00261	0,805882
0,002577	-2,88E-05	0,515356	0,004046	-0,00263	0,809128
0,002577	-2,88E-05	0,5154	0,004192	-0,00287	0,838492
0,002601	-3,48E-05	0,520184	0,004208	-0,0029	0,841628
0,002623	-6,35E-05	0,52467	0,004362	-0,00314	0,872408
0,002707	-0,00018	0,54137	0,004377	-0,00316	0,87543
0,002729	-0,00021	0,54573	0,004538	-0,0034	0,90768
0,002817	-0,00033	0,563402	0,004553	-0,00342	0,910588
0,002838	-0,00037	0,56765	0,004722	-0,00367	0,944362
0,002932	-0,00053	0,586316	0,004736	-0,00369	0,947154
0,002952	-0,00057	0,59045	0,004913	-0,00393	0,982512
0,003051	-0,00076	0,610144	0,004926	-0,00395	0,985188
0,003071	-0,0008	0,61416	0,005111	-0,0042	1,022188
0,003175	-0,00101	0,634928	0,005124	-0,00422	1,024744
0,003194	-0,00105	0,63883	0,005317	-0,00447	1,06345
0,003304	-0,00127	0,660702	0,005329	-0,00448	1,065884
0,003323	-0,0013	0,664	0,005532	-0,00474	1,106364
0,003438	-0,00153	0,687506	0,005541	-0,00476	1,108674
0,003456	-0,00157	0,69119	0,005755	-0,00502	1,150994
0,003577	-0,0018	0,715382	0,005766	-0,00503	1,153176
0,003595	-0,00183	0,7189	0,005987	-0,0053	1,197408
0,003722	-0,00207	0,744374	0,005997	-0,00531	1,199462
0,003739	-0,0021	0,74784	0,006228	-0,00559	1,24568

0,006238	-0,0056	1,247	0,016	0,001557	3,2
0,006479	-0,00587	1,295882	0,017 -01	0,003617	3,4
0,006488	-0,00588	1,29766	0,018	0,005173	3,6
0,00674	-0,00617	1,348092	0,019 -01	0,006179	3,8
0,006749	-0,00617	1,34973	0,02	0,00681	4
0,007012	-0,00646	1,40239	0,021 -01	0,007385	4,2
0,007019	-0,00646	1,40389	0,022	0,008229	4,4
0,007294	-0,00675	1,45886	0,023 -01	0,009528	4,6
0,007301	-0,00675	1,46021	0,024	0,011237	4,8
0,007588	-0,00703	1,517588	0,025 -01	0,013106	5
0,007594	-0,00703	1,51879	0,026	0,014868	5,2
0,007893	-0,0073	1,578668	0,027 -01	0,016357	5,4
0,007899	-0,0073	1,57971	0,028	0,017451	5,6
0,008211	-0,00754	1,642188	0,029 -01	0,018102	5,8
0,008215	-0,00754	1,64307	0,03	0,018363	6
0,008541	-0,00776	1,70825	0,031 -01	0,01835	6,2
0,008545	-0,00776	1,7089	0,032	0,018187	6,4
0,008885	-0,00793	1,776954	0,033 -01	0,01802	6,6
0,008888	-0,00793	1,77750	0,034	0,017985	6,8
0,009242	-0,00806	1,848406	0,035 -01	0,018153	7
0,009244	-0,00806	1,84877	0,036	0,018542	7,2
0,009614	-0,00814	1,922718	0,037 -01	0,01911	7,4
0,009615	-0,00814	1,92290	0,038	0,01976	7,6
0,01	-0,00812	2	0,039 -01	0,020397	7,8
0,011	-0,00779	2,	0,04	0,020951	8
0,012	-0,00694	2,4	0,041 -01	0,021368	8,2
0,013	-0,00535	2,	0,042	0,021622	8,4
0,014	-0,00316	2,8	0,043 -01	0,02172	8,6
0,015	-0,00075		0,044	0,021704	8,8

0,045	0,02162	9	8,32E-01
0,046	0,021515	9,2	8,28E-01
0,047	0,021438	9,4	8,25E-01
0,048	0,021431	9,6	8,24E-01
0,049	0,021506	9,8	8,27E-01
0,05	0,02166	10	8,33E-01

Re 135

Velocity centerline pada wake

Ri 0 laminar

X/D	U/U ∞				
2	-0,30681	4,62352	0,470142	8,4	0,788785
1,922718	-0,30439	4,8	0,475577	8,6	0,806892
1,848406	-0,29849	4,90344	0,477485	8,8	0,82455
1,776954	-0,29137	5	0,479265	8,9	0,832112
1,70825	-0,28316	5,2	0,491065	9	0,839673
1,642188	-0,27405	5,4	0,517042	9,2	0,850969
1,578668	-0,26437	5,6	0,557054	9,4	0,857792
1,517588	-0,25437	5,8	0,606315	9,6	0,860338
2,2	-0,30019	6	0,656969	9,8	0,859742
2,4	-0,28328	6,2	0,701873	9,9	0,858538
2,46428	-0,27402	6,4	0,736754	10	0,857331
2,6	-0,25448	6,6	0,759481		
2,8	-0,21076	6,8	0,770196		
3	-0,14546	6,88	0,770769		
3,2	-0,0551	7	0,771627		
3,4	0,052652	7,2	0,767273		
3,6	0,162119	7,4	0,760669		
3,8	0,262698		0,755585		
4	0,348437	7,6			
4,2	0,411954	7,8	0,755312		
4,4	0,450835	8	0,761208		
4,6	0,469419	8,2	0,772796		

Ri 0 SST	
X/D	U/U ∞
2	-0,30681
1,922718	-0,30439
1,848406	-0,29849
1,776954	-0,29137
1,70825	-0,28316
1,642188	-0,27405
1,578668	-0,26437
1,517588	-0,25437
2,2	-0,30019

2,4	-0,28328
2,46428	-0,27402
2,6	-0,25448
2,8	-0,21076
3	-0,14546
3,2	-0,0551
3,4	0,052652
3,6	0,162119
3,8	0,262698
4	0,28
	0,346484
4,2	
4,4	0,446542
4,6	0,517927
4,62352	0,522973
4,8	0,560808
4,90344	0,57165
5	0,581769
5,2	0,590642
5,4	0,599054
5,6	0,617715
5,8	0,651562
6	0,699242
6,2	0,755388
6,4	0,811892
6,6	0,861442
6,8	0,899835

6,88	0,909962
7	0,925154
7,2	0,93775
7,4	0,940592
7,6	0,937612
7,8	0,932654
8	0,929381
8,2	0,930873
8,4	0,938342
8,6	0,951181
8,8	0,968123
8,9	0,97755
9	0,986977
9,2	1,005308
9,4	1,021108
9,6	1,033162
9,8	1,040985
9,9	1,042846
10	1,044708

1,86354	-0,10573
1,96741	-0,12866
2,07128	-0,15159
2,15784	-0,17452
2,31365	-0,2051
2,50407	-0,22803
2,6945	-0,2586
2,86762	-0,28535
3,05804	-0,30828
3,2831	-0,33503
3,61202	-0,35414
3,85438	-0,35796
4,09674	-0,33885
4,3391	-0,30446
4,65071	-0,24331
4,84114	-0,20127
5,03157	-0,16688
5,17006	-0,14013
5,34318	-0,10573
5,55092	-0,06752
5,70672	-0,04076
5,87984	-0,01401
6,1222	0,028026
6,31263	0,077707
6,52037	0,10828
6,69348	0,138854
6,90122	0,169427
7,09165	0,188535
7,3167	0,211465

Ri 0 k-E realizable

X/D	U/U ∞
1,58656	-0,07134
1,67312	-0,07516
1,75967	-0,08662

1,86247	-0,0081
1,70825	-0,01418
1,642188	-0,02329
1,578668	-0,03848
1,517588	-0,04759
2,58742	-0,06278
2,71429	-0,07342
2,89552	-0,08709
3,00426	-0,10076
3,20362	-0,11747
3,38486	-0,12962
3,54797	-0,14177
3,74733	-0,15696
3,8742	-0,17063
4,01919	-0,18127
4,1823	-0,1919
4,34542	-0,20709
4,52665	-0,21772
4,68977	-0,22987
4,85288	-0,24203
5,07036	-0,25266
5,28785	-0,25873
5,46908	-0,26329
5,72281	-0,26177
5,90405	-0,2557
6,15778	-0,24051
6,35714	-0,21772
6,50213	-0,20253
6,629	-0,18734

6,84648	-0,17063
6,97335	-0,15848
7,11834	-0,14329
7,26333	-0,12354
7,37207	-0,10835
7,46269	-0,09468
7,57143	-0,07949
7,66205	-0,05975
7,78891	-0,04304
7,89765	-0,02481
8,02452	-0,00354
8,15139	0,013165
8,35075	0,032911
8,51386	0,04962
8,64072	0,063291
8,84009	0,078481
9,11194	0,086076
9,3113	0,09519
9,51066	0,107342
9,74627	0,116456
10	0,116456

Ri 1 k-E

1,62687	-0,00051
1,78998	-0,00658
1,91684	-0,01722
2,06183	-0,02785
2,15245	-0,04
2,27932	-0,05063
2,40618	-0,06278
2,51493	-0,07494
2,64179	-0,08709
2,75053	-0,09468
2,91365	-0,10684
3,07676	-0,12506
3,29424	-0,13722
3,45736	-0,15089
3,62047	-0,16456
3,76546	-0,17823
3,96482	-0,19342
4,12793	-0,20709
4,27292	-0,21924
4,41791	-0,22684
4,59915	-0,24051
4,76226	-0,2557
4,99787	-0,26481
5,19723	-0,26937

5,43284	-0,27392	7,64392	-0,02481
5,6322	-0,27696	7,78891	-0,00203
5,84968	-0,27696	7,89765	0,014684
6,04904	-0,26785	7,98827	0,028354
6,28465	-0,24962	8,07889	0,043544
6,42964	-0,24203	8,242	0,058734
6,5565	-0,23139	8,38699	0,081519
6,66525	-0,21468	8,47761	0,092152
6,75586	-0,19949	8,6226	0,108861
6,79211	-0,1843	8,76759	0,122532
6,88273	-0,16608	8,89446	0,137722
6,95522	-0,15089	9,11194	0,15443
7,00959	-0,14177	9,3838	0,163544
7,08209	-0,13114	9,56503	0,166582
	-0,11595	9,71002	0,16962
		9,87313	0,175696
7,15458		10	0,180253
7,22708	-0,1038		
7,29957	-0,09013		
7,39019	-0,07646		
7,48081	-0,05975		
7,5533	-0,04456		

Re 1000

Kecepatan rata – rata pada $X/D=2$

Ri 0 Re 1000 laminar		4,62352	0,226179	8,9	0,788497
		4,8	0,248276	9	0,798119
x/D	U/U∞	4,90344	0,264483	9,2	0,811953
2	-0,25432	5	0,27961	9,4	0,820109
1,922718	-0,25252	5,2	0,321173	9,6	0,823207
1,848406	-0,24936	5,4	0,373104	9,8	0,822611
1,776954	-0,24545	5,6	0,43174	9,9	0,82128
1,70825	-0,24082	5,8	0,491094	10	0,819948
1,642188	-0,23553	6	0,545109		
1,578668	-0,22974	6,2	0,589477		
1,517588	-0,22354	6,4	0,622098		
2,2	-0,25492	6,6	0,642617		
2,4	-0,24889	6,8	0,652523		
2,46428	-0,24391	6,88	0,653544		
2,6	-0,23339	7	0,655073		
2,8	-0,20737	7,2	0,654047		
3	-0,16824	7,4	0,653244		
3,2	-0,11627	7,6	0,65642		
3,4	-0,05508		0,665824		
3,6	0,008616				
3,8	0,069491	7,8			
4	0,123252	8	0,681974		
4,2	0,166157	8,2	0,703933		
4,4	0,198093	8,4	0,729368		
4,6	0,223233	8,6	0,755301		
		8,8	0,77887		

Ri 0 Re 1000 SST	
X/D	U/U∞
2	-0,24928
1,922718	-0,24856
1,848406	-0,24667
1,776954	-0,24363
1,70825	-0,23967
1,642188	-0,23498
1,578668	-0,22971
1,517588	-0,224
2,2	-0,24719
2,4	-0,23721
2,46428	-0,23057
2,6	-0,21656
2,8	-0,18589

	0,666242
9,63646	
9,82688	0,681529
10	0,700637

Ri 2.77 Re 1000
laminar

x/D	U/U ∞
1,65935	-0,01772
1,8252	-0,04304
2,20488	-0,06329
2,35691	-0,08354
2,50894	-0,09873
2,6748	-0,11899
2,86829	-0,1443
3,06179	-0,16962
3,24146	-0,18481
3,4626	-0,21519
3,66992	-0,24051
3,84959	-0,26582
4,02927	-0,28101
4,20894	-0,30127
4,38862	-0,31646
4,55447	-0,33165
4,72033	-0,34177
4,88618	-0,3519
5,05203	-0,35696
5,23171	-0,35696
5,4252	-0,35696
5,60488	-0,34177

5,79837	-0,33165
5,99187	-0,31139
6,1439	-0,30127
6,3374	-0,27089
6,51707	-0,24557
6,68293	-0,22532
6,83496	-0,21013
7,00081	-0,17975
7,13902	-0,15949
7,24959	-0,14937
7,41545	-0,12911
7,59512	-0,11392
7,74715	-0,09873
7,94065	-0,07848
8,13415	-0,06329
8,31382	-0,04304
8,47967	-0,02278
8,61789	-0,01266
8,76992	-0,00253
8,92195	0,017722
9,10163	0,032911
9,26748	0,048101
9,41951	0,053165
9,59919	0,063291
9,79268	0,078481
9,93089	0,083544
10	0,088608

Ri 2.77 Re 1000
SST

x/D	U/U ∞
1,71748	-0,02278
2,03902	-0,02785
2,17724	-0,0481
2,34309	-0,05823
2,49512	-0,07342
2,64715	-0,08354
2,77154	-0,1038
2,90976	-0,11899
3,07561	-0,12911
3,22764	-0,14937
3,3935	-0,16962
3,54553	-0,18987
3,69756	-0,20506
3,87724	-0,22025
4,08455	-0,25063
4,27805	-0,27089
4,4439	-0,29114
4,6374	-0,30127
4,81707	-0,31127
5,02439	-0,32658
5,31463	-0,32658
5,50813	-0,32658
5,70163	-0,32152
5,89512	-0,32152
6,08862	-0,31646
6,25447	-0,31646
6,39268	-0,30127
6,54472	-0,29114

6,68293	-0,27089	2	-0,3236	0,634928	-0,04262
6,83496	-0,25063	1,922718	-0,33816	0,610146	-0,03236
6,97317	-0,23544	1,848406	-0,34672	0,586316	-0,0228
7,09756	-0,21519	1,776954	-0,34922	0,563402	-0,01438
7,23577	-0,18481	1,70825	-0,34712	0,54137	-0,00735
7,37398	-0,17468	1,642188	-0,34135		
7,49837	-0,15949	1,578668	-0,33265	2,2	-0,25535
7,63659	-0,13924	1,517588	-0,3217	2,4	-0,16671
7,74715	-0,12911	1,45886	-0,30907	2,46428	-0,13856
7,88537	-0,11899	1,40239	-0,29531	2,6	-0,07911
8,05122	-0,10886	1,348092	-0,28091	2,8	0,007501
8,16179	-0,09367	1,295882	-0,26623	3	0,079564
8,31382	-0,08861	1,24568	-0,25155	3,2	0,129757
8,4935	-0,07342	1,197408	-0,23703	3,4	0,165242
8,65935	-0,05823	1,150994	-0,2228	3,6	0,20323
8,78374	-0,05823	1,106364	-0,20892	3,8	0,259625
8,90813	-0,0481	1,063452	-0,19542	4	0,338476
9,0878	-0,03291	1,022188	-0,1823	4,2	0,43049
9,2122	-0,02278	0,982512	-0,16955	4,4	0,520111
9,37805	-0,01266	0,944362	-0,15711	4,6	0,59529
9,50244	0,002532	0,90768	-0,14496	4,62352	0,601696
9,61301	0,017722	0,872408	-0,13304	4,8	0,649755
9,75122	0,022785	0,838492	-0,12131	4,90344	0,666019
9,86179	0,032911	0,805882	-0,10973	5	0,681201
10	0,043038	0,774526	-0,09826	5,2	0,693017
		0,744374	-0,08687	5,4	0,691184
		0,715382	-0,07557	5,6	0,682273
		0,687506	-0,06437	5,8	0,673933
		0,660702	-0,05335	6	0,673231
Ri 2.77 Re 1000 k- E					
x/d	u/u∞				

6,2	0,683248
6,4	0,703064
6,6	0,729905
6,8	0,759036
6,88	0,769696
7	0,785685
7,2	0,806685
7,4	0,820192
7,6	0,826022
7,8	0,825908
8	0,822153
8,2	0,816875
8,4	0,812585
8,6	0,811214
8,8	0,813468
8,9	0,81637
9	0,81927
9,2	0,82783
9,4	0,837847
9,6	0,847797
9,8	0,856415
9,9	0,859657
10	0,8629

