



TESIS - KS185411

**ESTIMATOR CAMPURAN SPLINE *TRUNCATED*,
KERNEL, DAN DERET FOURIER PADA REGRESI
SEMIPARAMETRIK (STUDI KASUS: INDEKS
PEMBANGUNAN MANUSIA DI PROVINSI JAWA
TIMUR)**

**ARDIANA FATMA DEWI
NRP. 06211950015006**

Dosen Pembimbing :
Prof. Dr. I Nyoman Budiantara, M.Si
Dr. Vita Ratnasari, M.Si

Departemen Statistika
Fakultas Sains Dan Analitika Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
2021



TESIS - KS185411

**ESTIMATOR CAMPURAN SPLINE *TRUNCATED*,
KERNEL, DAN DERET FOURIER PADA REGRESI
SEMIPARAMETRIK (STUDI KASUS: INDEKS
PEMBANGUNAN MANUSIA DI PROVINSI JAWA
TIMUR)**

**ARDIANA FATMA DEWI
NRP. 06211950015006**

Dosen Pembimbing :
Prof. Dr. I Nyoman Budiantara, M.Si
Dr. Vita Ratnasari, M.Si

Departemen Statistika
Fakultas Sains Dan Analitika Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
2021



THESIS - KS185411

**SPLINE TRUNCATED, KERNEL, AND FOURIER
SERIES MIXED ESTIMATORS IN SEMIPARAMETRIC
REGRESSION (CASE STUDY: HUMAN
DEVELOPMENT INDEX IN EAST JAVA PROVINCE)**

**ARDIANA FATMA DEWI
SN. 06211950015006**

**Supervisors :
Prof. Dr. I Nyoman Budiantara, M.Si
Dr. Vita Ratnasari, M.Si**

**Department of Statistics
Faculty of Science and Data Analytics
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
2021**

LEMBAR PENGESAHAN TESIS

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar

Magister Statistika (M.Stat)

di

Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh:

ARDIANA FATMA DEWI

NRP: 06211950015006

Tanggal Ujian : 20 Agustus 2021

Periode Wisuda : Oktober 2021

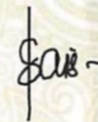
Disetujui Oleh:

Pembimbing:

1. Prof. Dr. I Nyoman Budiantara, M.Si
NIP. 19650603 198903 1 003



2. Dr. Vita Ratnasari, S.Si, M.Si
NIP. 19700910 199702 2 001



Penguji:

1. Dr. Agnes Tuti Rumiati, M.Sc
NIP. 19570724 198503 2 002



2. Irhamah, M.Si, Ph.D
NIP. 19780406 200112 2 002



Kepala Departemen Statistika
Fakultas Sains dan Analitika Data



Dr. Dra. Kartika Fithriasari, M.Si
NIP. 19691212 199303 2 002



(Halaman ini sengaja dikosongkan)

ESTIMATOR CAMPURAN SPLINE *TRUNCATED*, KERNEL, DAN DERET FOURIER PADA REGRESI SEMIPARAMETRIK

Oleh : Ardiana Fatma Dewi
NRP : 06211950015006
Pembimbing : Prof. Dr. I Nyoman Budiantara, M.Si
Co-Pembimbing : Dr. Vita Ratnasari, M.Si

ABSTRAK

Pada analisis regresi terdapat beberapa pendekatan diantaranya adalah parametrik, nonparametrik, dan semiparametrik. Pendekatan parametrik digunakan bila kurva regresi diketahui bentuk polanya seperti linier, kuadrat, kubik dan sebagainya. Pendekatan nonparametrik digunakan jika bentuk kurva regresi tidak diketahui dan tidak mengikuti suatu pola tertentu. Sedangkan semiparametrik digunakan jika bentuk kurva regresi diketahui sebagian. Terdapat beberapa estimator pada pendekatan nonparametrik yang sering digunakan para peneliti sebelumnya diantaranya yaitu menggunakan Spline, Kernel, dan Deret Fourier. Penelitian sebelumnya masih terbatas pada penggunaan satu estimator dan dua estimator saja, sehingga pada penelitian ini akan dilakukan pengembangan teoritis dengan campuran tiga estimator. Pada data berpasangan diasumsikan mengikuti regresi semiparametrik campuran, dimana terdapat kurva regresi yang didekati dengan parametrik linier, Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier. Penelitian ini bertujuan untuk mengestimasi regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier dengan menggunakan OLS. Model campuran tersebut bergantung pada pemilihan titik knot (k) pada Spline *Truncated*, bandwidth (α) pada Kernel, dan panjang osilasi (w) pada Deret Fourier. Dari beberapa pasangan kombinasi titik knot, bandwidth, dan panjang osilasi akan menghasilkan nilai GCV yang digunakan sebagai pemilihan model terbaik. Selanjutnya akan didapatkan model terbaik yang memiliki nilai GCV terkecil. Model dengan estimator campuran memiliki nilai GCV yang terkecil, hal tersebut dikarenakan memiliki error yang relatif kecil dibandingkan dengan estimator tunggal. Hal tersebut dibuktikan pada aplikasi model regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier pada faktor-faktor yang mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Provinsi Jawa Timur tahun 2019. Model terbaik yang didapatkan yaitu dengan tiga titik knot serta satu osilasi dengan bandwidth yang digunakan sebesar 0,0071 dan GCV yang dihasilkan sebesar 0,4367 dengan nilai $R^2=98,40\%$. Telah di buktikan bahwa model campuran dengan tiga estimator lebih baik dibandingkan dengan estimator tunggal.

Kata Kunci: *Deret Fourier, Kernel, Regresi Semiparametrik, Spline Truncated*

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

SPLINE TRUNCATED, KERNEL, AND FOURIER SERIES MIXED ESTIMATORS IN SEMIPARAMETRIC REGRESSION

Name : Ardiana Fatma Dewi
Student Identity Number : 06211950015006
Supervisor : Prof. Dr. I Nyoman Budiantara, M.Si
Co- Supervisor : Dr. Vita Ratnasari, M.Si

ABSTRACT

In regression analysis there are several approaches including parametric, nonparametric, and semiparametric. The parametric approach is used when the regression curve is known for its pattern shape such as linear, quadratic, cubic and so on. The nonparametric approach is used if the shape of the regression curve is unknown and does not follow a certain pattern. While semiparametric is used if the shape of the regression curve is partially known. There are several estimators on nonparametric approaches that are often used by previous researchers, including using Spline Truncated, Kernel, and Fourier Series. Previous research is still limited to the use of one estimator and two estimators, so that in this study a theoretical development will be carried out with a mixture of three estimators. In paired data, it is assumed to follow mixed semiparametric regression, where there is a regression curve that is approximated by linear parametric, Spline Truncated, Kernel, and Fourier Series. This study aims to estimate the mixed semiparametric regression of Spline Truncated, Kernel, and Fourier Series using OLS. The mixed model depends on the selection of knot points (k) on the Truncated Spline, bandwidth (α) on the Kernel, and the oscillation length (w) on the Fourier Series. From several pairs of knots, bandwidth, and oscillation length combinations, the GCV value will be used as the best model selection. Furthermore, the best model will be obtained which has the smallest GCV value. The model with the mixed estimator has the smallest GCV value, this is because it has a relatively small error compared to a single estimator. This is evidenced in the application of the mixed semiparametric regression model Spline Truncated, Kernel, and Fourier Series on the factors that affect the Human Development Index (HDI) in East Java Province in 2019. The best model obtained is with three knot points and one oscillation with bandwidth used is 0.0071 and the resulting GCV is 0.4367 with a value of $R^2 = 98.40\%$. It has been proven that a mixed model with three estimators is better than a single estimator.

Keywords: *Fourier Series, Kernel, Semiparametric Regression, Spline Truncated*

Halaman ini sengaja dikosongkan)

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT, atas segala limpahan rahmat, karunia dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis yang berjudul “Estimator Campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier pada Regresi Semiparametrik (Studi Kasus: Indeks Pembangunan Manusia di Jawa Timur)”. Tesis ini merupakan salah satu syarat untuk menyelesaikan studi Pascasarjana Program Magister Statistika Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Subaraya.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan tesis ini penulis telah banyak menerima bantuan dan dukungan. Oleh karena itu penulis mengucapkan banyak terima kasih dan rasa hormat kepada:

1. Bapak Prof. Dr. I Nyoman Budiantara, M.Si serta Ibu Dr. Vita Ratnasari, M.Si selaku pembimbing dan co-pembimbing atas bimbingan, waktu, masukan, saran dan motivasi yang telah diberikan selama penyusunan tesis.
2. Ibu Dr. Agnes Tuti Rumiati, M.Sc serta Ibu Irhamah, M.Si., Ph.D selaku penguji atas waktu, masukan, dan saran yang telah diberikan untuk menjadikan tesis ini lebih baik.
3. Ibu Dr. Kartika Fithriasari, M.Si selaku Kepala Departemen Statistika, Ibu Santi Wulan Purnami, M.Si., Ph.D selaku Sekretaris Departemen I (Bidang Akademik, Kemahasiswaan, Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat), Ibu Dr. Vita Ratnasari, S.Si, M.Si selaku Sekretaris Departemen II (Bidang Sumber Daya Keuangan, Sumber Daya Manusia, dan Sarana Prasarana) yang telah memfasilitasi sarana dan mengajar selama studi di ITS.
4. Bapak Dr. rer. pol. Dedy Dwi Prastyo, S.Si., M.Si selaku Kepala Program Studi Pascasarjana Departemen Statistika.
5. Bapak Prof. Nur Iriawan, M.Ikom, Ph.D selaku dosen wali yang senantiasa memberikan arahan dan nasehatnya selama penulis belajar di Statistika ITS.
6. Bapak /Ibu dosen pengajar di Jurusan Statistika ITS, terima kasih atas semua ilmu berharga yang telah diberikan.
7. Bapak/Ibu staff dan karyawan di Jurusan Statistika ITS, terima kasih atas segala bantuan selama masa perkuliahan penuli

8. Orang tua penulis Ibu Suhartatik, Bapak Suharto, Bunda Lis, Abah Bakir, Mbah uti serta kakak dan adik penulis, Dika, Hafida, Boboho, dan Aina atas doa, motivasi, kasih sayang dan semangat yang selalu diberikan.
 9. Teman seperjuangan, sharing kehidupan, belajar dan bermain Mbak Ludia, Alifta, Andrea, Mbak Pungky, Bu Riry, Mas Udin, Nurun, Mas Diksa, Mas Ares, Mas Radit.
 10. Semua teman-teman seperjuangan S2 Statistika 2019 ITS terimakasih atas kebersamaan dan bantuan yang telah diberikan.
 11. Teman-teman kos kilat dan tim Ikatan Cinta Mita, Ajeng, Hilda, Setya, dan Naza atas kebersamaan, kenyamanan dan bantuannya.
 12. Serta tak terkecuali orang spesial saya Ilham Pratama atas dukungan, bantuan, motivasi dan support yang telah diberikan selama pengerjaan tesis.
- Disadari bahwa dalam penulisan tesis ini masih belum sempurna. Oleh karena itu, diharapkan adanya saran dan kritik yang membangun dari semua pihak yang bertujuan untuk kesempurnaan tesis ini. Terimakasih,

Surabaya, Agustus 2021

Penulis

DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN TESIS	i
ABSTRAK	iii
ABSTRACT	v
KATA PENGANTAR.....	vii
DAFTAR ISI.....	ix
DAFTAR GAMBAR.....	xiii
DAFTAR TABEL	xv
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	8
1.3 Tujuan Penelitian.....	8
1.4 Manfaat Penelitian.....	8
1.5 Batasan Masalah.....	9
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA.....	11
2.1 Analisis Regresi.....	11
2.2 Regresi Parametrik, Nonparametrik, dan Semiparametrik.....	11
2.3 Regresi Semiparametrik Spline <i>Truncated</i>	13
2.4 Regresi Semiparametrik Kernel	16
2.5 Regresi Semiparametrik Deret <i>Fourier</i>	19
2.6 Semiparametrik Campuran Spline <i>Truncated</i> dan Kernel	21
2.7 Semiparametrik Campuran Spline <i>Truncated</i> dan Deret Fourier.....	22
2.8 Semiparametrik Campuran Kernel dan Deret Fourier	23
2.9 Estimasi Parameter pada Model Regresi Semiparametrik Campuran	23
2.10 <i>Generalized Cross Validation</i> (GCV).....	24
2.11 Koefisien Determinasi.....	25
2.12 Indeks Pembangunan Manusia (IPM).....	25
BAB 3 METODOLOGI PENELITIAN.....	29
3.1 Sumber Data	29
3.2 Variabel Penelitian dan Struktur Data.....	29
3.3 Definisi Operasional.....	30
3.4 Kerangka Konsep Variabel	30

3.5	Metode Penelitian	31
BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN		37
4.1	Model Regresi Semiparametrik Campuran Spline <i>Truncated</i> , Kernel, dan Deret Fourier.....	37
4.2	Estimasi Kurva Regresi Semiparametrik Spline <i>Truncated</i> , Kernel, dan Deret Fourier.....	41
4.3	Aplikasi pada Data Indeks Pembangunan Manusia di Provinsi Jawa Timur	49
4.3.1	Indeks Pembangunan Manusia dengan Faktor-faktor yang Mempengaruhi	49
4.3.1.1	<i>Scatter Plot</i> antara Indeks Pembangunan Manusia dengan Persentase Penduduk Miskin	51
4.3.1.2	<i>Scatter Plot</i> antara Indeks Pembangunan Manusia dengan Jumlah Tenaga Kesehatan	52
4.3.1.3	<i>Scatter Plot</i> antara Indeks Pembangunan Manusia dengan Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT).....	54
4.3.1.4	<i>Scatter Plot</i> antara Indeks Pembangunan Manusia dengan Belanja Pemerintah Daerah.....	55
4.3.2	Pemilihan Variabel untuk Masing-masing Estimator	57
4.3.3	Model Umum Regresi Semiparametrik Campuran Spline <i>Truncated</i> , Kernel, dan Deret Fourier.....	60
4.3.4	Pemilihan Titik Knot, <i>Bandwidth</i> , dan Osilasi Optimum	60
4.3.4.2	Pemilihan Titik Knot, <i>Bandwidth</i> , dan Osilasi Optimum dengan Dua Titik Knot dan Satu Osilasi	62
4.3.4.3	Pemilihan Titik Knot, <i>Bandwidth</i> , dan Osilasi Optimum dengan Tiga Titik Knot dan Satu Osilasi	63
4.3.4.4	Pemilihan Titik Knot, <i>Bandwidth</i> , dan Osilasi Optimum dengan Satu Titik Knot dan Dua Osilasi	64
4.3.4.5	Pemilihan Titik Knot, <i>Bandwidth</i> , dan Osilasi Optimum dengan Dua Titik Knot dan Dua Osilasi.....	65
4.3.4.6	Pemilihan Titik Knot, <i>Bandwidth</i> , dan Osilasi Optimum dengan Tiga Titik Knot dan Dua Osilasi	66
4.3.4.7	Pemilihan Titik Knot, <i>Bandwidth</i> , dan Osilasi Optimum dengan Satu Titik Knot dan Tiga Osilasi	67
4.3.4.8	Pemilihan Titik Knot, <i>Bandwidth</i> , dan Osilasi Optimum dengan Dua Titik Knot dan Tiga Osilasi.....	68

4.3.4.9	Pemilihan Titik Knot, <i>Bandwidth</i> , dan Osilasi Optimum dengan Tiga Titik Knot dan Tiga Osilasi.....	69
4.3.5	Estimasi dan Prediksi Model Regresi Semiparametrik Campuran Spline <i>Truncated</i> , Kernel, dan Deret Fourier	70
4.3.6	Interpretasi Model Regresi Semiparametrik Campuran Spline <i>Truncated</i> , Kernel, dan Deret Fourier	73
4.3.7	Perbandingan Nilai GCV pada Estimator Tunggal dan Campuran	76
BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN		77
5.1	Kesimpulan.....	77
5.2	Saran	78
DAFTAR PUSTAKA		79
LAMPIRAN.....		85
BIOGRAFI PENULIS		115

|

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1	<i>Scatter Plot</i> Regresi Parametrik Linier	11
Gambar 2. 2	<i>Spline Truncated</i> Satu Knot	14
Gambar 2. 3	<i>Spline Truncated</i> Dua Knot.....	14
Gambar 2. 4	<i>Spline Truncated</i> Tiga Knot.....	14
Gambar 2. 5	<i>Scatter Plot</i> Kernel.....	16
Gambar 2. 6	Visualisasi Fungsi Kernel dengan Berbagai Besaran <i>Bandwidth</i> ..	17
Gambar 2. 7	Tren Turun dengan $w=1$	20
Gambar 2. 8	Tren Naik dengan $w=1$	20
Gambar 2. 9	Tren Turun dengan $w=3$	20
Gambar 2. 10	Tren Naik dengan $w=3$	20
Gambar 3. 1	Kerangka Konsep Variabel Penelitian	31
Gambar 3. 2	Diagram Alir Langkah Analisis Data unuk Tujuan Pertama	35
Gambar 3. 3	Diagram Alir Langkah Analisis Data unuk Tujuan Kedua	36
Gambar 4. 1	<i>Scatter Plot</i> antara Indeks Pembangunan Manusia dan Persentase Penduduk Miskin.....	51
Gambar 4. 2	<i>Scatter Plot</i> antara Indeks Pembangunan Manusia dan Jumlah Tenaga Kesehatan.....	52
Gambar 4. 3	<i>Scatter Plot</i> antara Indeks Pembangunan Manusia dan Jumlah Tenaga Kesehatan dengan Satu Titik Knot	53
Gambar 4. 4	<i>Scatter Plot</i> antara Indeks Pembangunan Manusia dan Jumlah Tenaga Kesehatan dengan Dua Titik Knot.....	53
Gambar 4. 5	<i>Scatter Plot</i> antara Indeks Pembangunan Manusia dan Jumlah Tenaga Kesehatan dengan Tiga Titik Knot.....	53
Gambar 4. 6	<i>Scatter Plot</i> antara IPM dan Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT)	54
Gambar 4. 7	<i>Scatter Plot</i> antara IPM dan Belanja Pemerintah Daerah	55
Gambar 4. 8	<i>Scatter Plot</i> antara IPM dan Belanja Pemerintah dengan 1 osilasi	56
Gambar 4. 9	<i>Scatter Plot</i> antara IPM dan Belanja Pemerintah dengan 2 osilasi	56
Gambar 4. 10	<i>Scatter Plot</i> antara IPM dan Belanja Pemerintah dengan 3 osilasi	57
Gambar 4. 11	Plot Nilai Aktual (y) dan Prediksi (\hat{y}) Indeks Pembangunan Manusia	73

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR TABEL

Tabel 3. 1	Variabel Penelitian.....	29
Tabel 3. 2	Struktur Data Penelitian.....	29
Tabel 4. 1	Statistika Deskriptif Variabel Penelitian.....	50
Tabel 4. 2	Nilai Korelasi Antara Variabel Prediktor terhadap Respon.....	57
Tabel 4. 3	Nilai GCV dari Kombinasi Variabel Penelitian untuk Model.....	58
Tabel 4. 4	Komponen Parametrik dan Nonparametrik.....	59
Tabel 4. 5	Nilai GCV dengan Satu Titik Knot dan Satu Osilasi.....	61
Tabel 4. 6	Nilai GCV dengan Dua Titik Knot dan Satu Osilasi.....	62
Tabel 4. 7	Nilai GCV dengan Tiga Titik Knot dan Satu Osilasi.....	63
Tabel 4. 8	Nilai GCV dengan Satu Titik Knot dan Dua Osilasi.....	64
Tabel 4. 9	Nilai GCV dengan Dua Titik Knot dan Dua Osilasi.....	65
Tabel 4. 10	Nilai GCV dengan Tiga Titik Knot dan Dua Osilasi.....	66
Tabel 4. 11	Nilai GCV dengan Satu Titik Knot dan Tiga Osilasi.....	67
Tabel 4. 12	Nilai GCV dengan Dua Titik Knot dan Tiga Osilasi.....	68
Tabel 4. 13	Nilai GCV dengan Tiga Titik Knot dan Tiga Osilasi.....	69
Tabel 4. 14	Perbandingan nilai GCV pada Masing-masing Model.....	70
Tabel 4. 15	Estimasi Parameter.....	71
Tabel 4. 16	Nilai Indeks Pembangunan Manusia Aktual (y) dan Prediksi (\hat{y}).	72
Tabel 4. 17	Tabel Kabupaten/Kota berdasarkan IPM menurut Jumlah Tenaga Kesehatan.....	75
Tabel 4. 18	Perbandingan Nilai GCV pada Estimator Tunggal dan Campuran ...	76

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis regresi merupakan salah satu metode statistika yang dapat digunakan untuk mengetahui pola hubungan antara suatu variabel dengan variabel lain serta dapat diterapkan di berbagai bidang keilmuan. Pada analisis regresi terdapat dua macam variabel yaitu variabel prediktor (X) dan variabel respon (Y), dimana variabel prediktor merupakan variabel yang mempengaruhi variabel respon. Apabila terdapat satu variabel prediktor maka disebut regresi sederhana, sedangkan jika terdapat lebih dari satu variabel prediktor dapat disebut regresi multivariabel. Tujuan utama dari analisis regresi yaitu untuk mencari bentuk estimasi kurva regresi antara variabel respon dengan satu atau lebih variabel prediktor. Selain itu analisis regresi juga dapat digunakan untuk prediksi. Estimasi kurva regresi dapat dilakukan dengan beberapa pendekatan diantaranya yaitu pendekatan parametrik dan nonparametrik, sedangkan gabungan dari pendekatan parametrik dan nonparametrik dikenal dengan pendekatan semiparametrik.

Deteksi awal untuk mengetahui pola hubungan antara variabel respon dan prediktor menggunakan *scatter plot* yaitu dengan membuat plot antara variabel prediktor pada sumbu horizontal dan variabel respon pada sumbu vertikal. Pendekatan regresi parametrik dapat digunakan ketika kurva regresi diketahui bentuk pola hubungannya secara tertentu seperti linier, kuadratik, kubik, polinomial derajat p dan lain sebagainya. Pada kenyataannya sekarang ini jarang ditemukan data yang mengikuti suatu pola tertentu, sehingga dibutuhkan pendekatan lain dengan regresi nonparametrik. Pendekatan regresi nonparametrik dapat digunakan ketika bentuk kurva regresi diasumsikan tidak diketahui. Sedangkan pendekatan regresi semiparametrik, yaitu gabungan antara komponen parametrik dan nonparametrik digunakan ketika bentuk pola kurva regresi sebagian diketahui dan sebagian lagi tidak diketahui.

Pendekatan regresi parametrik sangat populer dan telah banyak digunakan peneliti lain di berbagai bidang seperti pada penelitian Kumari & Yadav (2018) menerapkan analisis regresi pada bidang biologi, Nurjannah, dkk (2019) menerapkan pada bidang kesehatan, serta Shyti & Valera (2018) telah menerapkan

pada bidang ekonomi. Selain itu pendekatan parametrik memiliki sifat yang baik dari sudut pandang statistika inferensi, seperti sederhana, mudah diinterpretasikan, dan memiliki sifat *BLUE* (Best Linear Unbiased Estimator) (Budiantara, 2014). Pendekatan regresi parametrik baik digunakan ketika pola hubungan antara variabel prediktor dan respon diketahui. Apabila model yang dihasilkan diasumsikan benar maka pendekatan tersebut efisien, akan tetapi jika tidak maka akan menyebabkan interpretasi yang menyesatkan (Hardle, 1990). Pada beberapa kasus ditemukan bahwa bentuk kurva regresi tidak beraturan atau tidak membentuk suatu pola tertentu, oleh karena itu dapat menggunakan pendekatan regresi nonparametrik. Pendekatan nonparametrik membebaskan data membentuk estimasi dari kurva regresinya, tanpa dipengaruhi oleh subjektivitas dari peneliti. Sehingga pendekatan nonparametrik memiliki fleksibilitas yang tinggi (Eubank, 1988).

Terdapat beberapa estimator dalam regresi nonparametrik antara lain estimator histogram, spline, kernel, polinomial lokal, dan deret fourier (Eubank, 1988). Berikut merupakan penelitian mengenai estimator regresi nonparametrik maupun semiparametrik yang telah dilakukan sebelumnya diantaranya adalah estimator Spline *Truncated* (Wahba, 1990; Budiantara, 2009; Sugiantara & Budiantara, 2013; Pratiwi dkk, 2017), estimator Kernel (Sukarsa & Srinadi, 2012; Utami dkk, 2018; Lestari dkk, 2019), dan menggunakan estimator Deret Fourier (Bilodeau, 1992; Tripena & Budiantara, 2007; Asrini & Budiantara, 2014; Prahutama, 2013).

Spline merupakan salah satu teknik estimasi regresi nonparametrik yang pertama kali dikembangkan oleh Whittaker pada tahun 1923 (Hardle, 1990). Bentuk kurva regresi spline dipengaruhi oleh banyak titik knot dan letak titik knot. Spline merupakan salah satu estimator yang cukup populer, dan digunakan pada regresi nonparametrik serta semiparametrik. Hal tersebut dikarenakan spline merupakan salah satu model yang mempunyai interpretasi statistik dan interpretasi visual khusus dan baik (Eubank, 1999). Salah satu fungsi yang biasa digunakan yaitu Spline *Truncated* dikarenakan memiliki kemampuan yang baik untuk menangani data yang perilakunya berubah-ubah pada sub-sub interval tertentu.

Estimator lain yang digunakan pada regresi nonparametrik adalah Kernel. Kernel diperkenalkan pertama kali oleh Rosenblatt (1956) dan Parzen (1962) yang

disebut estimator densitas kernel Rosenblatt-Parzen (Hardle, 1990). Estimator kernel merupakan pengembangan dari estimator histogram. Penelitian kernel diawali pertamakali oleh Nadaraya (1964) dan Watson (1964). Menurut Budiantara dan Mulianah (2007) estimator kernel lebih fleksibel, bentuk matematisnya mudah, dan dapat mencapai tingkat kekonvergenan yang relatif cepat. Selain itu estimator kernel memiliki kelebihan mampu dengan baik dalam memodelkan data yang tidak memiliki pola tertentu (Hardle, 1990). Adapun penelitian sebelumnya terkait estimator kernel dilakukan oleh Kayri & Zirhlioglu (2009) untuk memodelkan hubungan antara tingkat ketergantungan internet dengan lama penggunaan internet. Ali (2019) meneliti tentang model adaptif Nadaraya-Watson Kernel untuk regresi nonparametrik pada data simulasi. Selain itu Guidoum (2020) juga menggunakan estimator kernel serta membandingkan pada beberapa nilai bandwidth yang di cobakan.

Pada tahun 1992 estimasi deret fourier telah di populerkan oleh Bilodeau, mengkaji tentang deret fourier pada regresi nonparametrik dengan komponen prediktor aditif. Deret fourier merupakan polinomial trigonometri yang mempunyai fleksibilitas, sehingga dapat menyesuaikan diri secara efektif terhadap sifat lokal data (Asrini & Budiantara, 2014). Estimator deret fourier umumnya digunakan apabila data yang diselidiki polanya tidak diketahui dan terdapat kecenderungan pola berulang, yaitu terdapat pengulangan nilai respon pada nilai variabel prediktor yang berbeda. Penelitian mengenai deret fourier pernah dilakukan Tripena & Budiantara (2007) pada regresi semiparametrik yang pernah diberikan oleh Bilodeau (1992). Prahutama (2013) juga pernah melakukan penelitian dengan pendekatan model regresi nonparametrik deret fourier pada kasus tingkat pengangguran terbuka di Jawa Timur.

Seiring dengan berkembangnya suatu permasalahan, saat ini para peneliti sering kali melibatkan beberapa variabel dalam penelitiannya. Apabila variabel prediktor yang mempengaruhi variabel respon lebih dari satu maka dapat dikatakan sebagai regresi multivariabel. Kenyataanya jika terdapat beberapa variabel prediktor yang digunakan dalam penelitian, dimungkinkan adanya peluang pola gabungan antara parametrik dan nonparametrik. Untuk memodelkan hubungan

tersebut maka diperlukan suatu pemodelan yang dapat mengakumulasi kedua pola gabungan yaitu dengan pemodelan regresi semiparametrik.

Beberapa peneliti umumnya mengasumsikan bahwa setiap variabel prediktor memiliki pola yang sama terhadap variabel respon, sehingga peneliti tersebut hanya menggunakan satu estimator saja. Berdasarkan hasil penelitian sebelumnya, masing-masing variabel prediktor memiliki pola yang berbeda terhadap variabel respon. Apabila peneliti tersebut memaksa menggunakan satu estimator, akibatnya estimasi model regresi tidak tepat dan cenderung memiliki error yang besar (Budiantara dkk, 2014). Berdasarkan permasalahan tersebut dapat dilakukan pemodelan dengan menggunakan estimator campuran yang bersifat *additive*, dimana masing-masing pola data dalam model regresi dihipotesiskan dengan estimator kurva yang sesuai. Dengan dikembangkannya estimator campuran diharapkan model yang dihasilkan tepat sehingga akurasi yang dihasilkan lebih tinggi serta representatif untuk prediksi.

Berdasarkan sifat fleksibilitas dan kelebihan yang dimiliki oleh estimator *Spline Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier telah banyak kajian teori mengenai estimator campuran antara ketiga estimator tersebut. Penelitian mengenai estimator campuran telah dilakukan oleh beberapa peneliti antara lain, Hesikumalasari (2016) melakukan pemodelan dengan menggunakan estimator campuran *Spline Truncated* dan Kernel pada regresi semiparametrik, Ratnasari, dkk (2016) estimator campuran Kernel dan *Spline Truncated* Multivariabel dalam regresi nonparametrik, Nisa & Budiantara (2020) melakukan pemodelan dengan menggunakan estimator campuran *Spline Truncated* dan Deret Fourier pada regresi semiparametrik, Sudiarsa, dkk (2015) Pemodelan regresi Deret Fourier dan *Spline Truncated* dalam regresi nonparametrik multivariabel, Afifah dkk. (2017) melakukan pemodelan dengan menggunakan estimator campuran Deret Fourier dan Kernel pada regresi semiparametrik, Budiantara, dkk (2019) melakukan estimasi campuran Kernel dan Deret Fourier pada regresi nonparametrik. Pada satu pemodelan regresi dapat dikembangkan dua bahkan tiga campuran estimator yang sesuai dengan keadaan data dalam penelitian. Beberapa peneliti telah mengembangkan dua estimator campuran saja seperti yang telah disebutkan diatas. Berdasarkan hal tersebut, maka perlu dicobakan estimator campuran dengan mengakomodasi beberapa estimator

campuran yaitu seperti *Spline Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier pada regresi nonparametrik yang diharapkan akan lebih fleksibel dalam pemodelan seperti pada penelitian Adrianingsih (2021).

Sebagai kelanjutan dari penelitian terdahulu, maka fokus penelitian ini yaitu ditekankan pada model regresi semiparametrik campuran *Spline Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier dengan menggunakan optimasi *Ordinary Least Square* (OLS). Penelitian ini berperan pada penanganan data yang memiliki karakter membentuk suatu pola tertentu, berubah-ubah pada sub-sub interval, pola acak dan mempunyai pola berulang antara variabel prediktor terhadap respon. Beberapa model yang telah dikembangkan seperti regresi parametrik, nonparametrik dan semiparametrik oleh peneliti sebelumnya belum mampu menangani kasus dengan bermacam-macam karakter data yang telah disebutkan di atas.

Selain kajian secara teori, penggunaan estimator campuran juga diterapkan pada berbagai bidang ilmu khususnya berkaitan dengan masalah sosial dan kependudukan dikarenakan secara umum memiliki karakter data yang bermacam-macam, tidak bisa ditentukan secara pasti bentuk pola hubungannya. Penelitian estimator campuran yang digunakan pada permasalahan sosial dan kependudukan diantaranya adalah Adrianingsih (2021) menerapkan estimator campuran *Spline Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier pada data Indeks Pembangunan Manusia di Jawa Timur. Dewanti (2020) menggunakan estimator campuran *Spline Truncated* dan Kernel dalam regresi nonparametrik birespon untuk pemodelan faktor yang mempengaruhi keberhasilan pembangunan di Provinsi Jawa Timur. Nisa (2017) menggunakan estimator campuran *Spline Truncated* dan Deret Fourier pada regresi semiparametrik untuk memodelkan Angka Harapan Hidup di Jawa Timur.

Indonesia termasuk dalam negara berkembang dengan permasalahan sosial dan kependudukan dianggap masih menjadi perbincangan yang tiada habisnya sehingga dibutuhkan penanganan yang tepat, peran statistika diharapkan ikut serta dalam penyelesaian permasalahan tersebut. Indeks Pembangunan Manusia (IPM) merupakan salah satu indikator keberhasilan dalam upaya membangun kualitas hidup penduduk di suatu wilayah. Berdasarkan publikasi BPS (Badan Pusat Statistik) tahun 2019 negara Indonesia memiliki nilai IPM sebesar 71,92 dan berstatus tinggi, meningkat sebesar 0,7% dari tahun sebelumnya. Provinsi DKI

Jakarta memiliki nilai IPM sebesar 80,75 yang menduduki peringkat pertama di Indonesia. Di Pulau Jawa Provinsi DI Yogyakarta memiliki IPM tertinggi kedua setelah DKI Jakarta sebesar 79,99; Provinsi Banten menduduki peringkat ketiga dengan IPM sebesar 72,44; selanjutnya Provinsi Jawa Barat memiliki IPM sebesar 72,03; Provinsi Jawa Tengah memiliki IPM sebesar 71,73; dan yang terakhir yaitu Provinsi Jawa Timur dengan IPM sebesar 71,5. Berdasarkan data diatas Provinsi Jawa Timur memiliki nilai IPM yang paling rendah di Jawa. Provinsi Jawa Timur, tepatnya Kota Surabaya memiliki nilai IPM tertinggi yaitu 82,22 sedangkan IPM terendah terdapat di Kabupaten Sampang dengan nilai sebesar 61,94. Diperlukan peran statistika yang tepat untuk memprediksi IPM, sehingga dapat dilakukan evaluasi untuk perbaikan agar IPM Provinsi Jawa Timur bisa meningkat sesuai yang diharapkan.

Menurut Badan Pusat Statistik, IPM direfleksikan oleh beberapa dimensi yaitu kesehatan, pendidikan, serta pengeluaran (standart hidup yang layak). Salah satu faktor penting yang menentukan kemakmuran suatu masyarakat adalah tingkat pendapatannya. Pendapatan masyarakat mencapai maksimum apabila tingkat penggunaan tenaga kerja penuh dapat diwujudkan. Ketiadaan pendapatan menyebabkan penganggur harus mengurangi pengeluaran konsumsinya yang menyebabkan menurunnya tingkat kemakmuran dan kesejahteraan (Veritia dkk.,2019) Analisis Keynes berteori bahwa tingkat ekonomi belum tercapai secara maksimum disebabkan adanya tingkat pengangguran. Tinggi rendahnya pengangguran di suatu daerah dapat dilihat dari Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT) dimana memiliki pengaruh yang berbanding terbalik terhadap IPM, efek pengangguran akan menurunkan kesejahteraan masyarakat (Si'lang dkk., 2019).

Selain itu menurut Mangkoesobroto (2016), pengeluaran pemerintah mencerminkan kebijakan pemerintah. Sebagai bentuk kebijakan fiskal pemerintah, setiap tahun pemerintah daerah setiap tahun menetapkan Peraturan Daerah Anggaran Pendapatan dan Belanja Daerah (APBD) sesuai dengan kebijakan pembangunan masing-masing daerah. Dimana APBD menjadi alat utama pemerintah untuk meningkatkan kesejahteraan masyarakat. Pemerintah memiliki kewajiban untuk menjamin dan melindungi warganya dengan menyediakan pelayanan dasar guna memenuhi hak-hak penduduknya.

Kemiskinan merupakan salah satu ukuran yang dapat digunakan untuk mengukur kesejahteraan masyarakat, semakin tinggi tingkat kemiskinan maka menandakan semakin buruknya keadaan kesejahteraan masyarakat (Kiha dkk., 2021). Dimana dapat menjadikan efek yang cukup serius bagi pembangunan manusia karena masalah kemiskinan merupakan sebuah masalah yang kompleks yang dipengaruhi oleh berbagai faktor yang saling berkaitan, antara lain: tingkat pendapatan, kesehatan, pendidikan, akses terhadap barang dan jasa, lokasi, geografis, gender, dan kondisi lingkungan (Umiyati dkk., 2017). Keterbatasan masyarakat miskin untuk mengakses layanan pendidikan disebabkan oleh tingginya beban biaya pendidikan baik biaya langsung maupun tidak langsung, sehingga akan mempengaruhi minat masyarakat untuk melanjutkan ke jenjang yang lebih tinggi.

Disamping dimensi pengeluaran dan pendidikan, hal lain yang mempengaruhi IPM yaitu dimensi kesehatan. Kesehatan telah menjadi salah satu kebutuhan dasar manusia. Dimana dimensi kesehatan menunjukkan suatu indikator untuk mengukur Umur Harapan Hidup (UHH) yang merupakan tolak ukur rata-rata angka lamanya masa hidup manusia di daerah tersebut. Indeks kesehatan menunjukkan kualitas kesehatan disuatu daerah, dimana mencakup unit pelayanan kesehatan seperti rumah sakit, klinik, dan puskesmas. Bentuk pelayanan kesehatan tidak hanya terbatas pada fasilitas pelayanan saja akan tetapi juga meliputi tenaga kesehatan. Tenaga kesehatan memiliki peranan penting terutama dalam meningkatkan kualitas pelayanan kesehatan yang maksimal kepada masyarakat (Pradana, 2021). Tenaga kesehatan juga berperan dalam meningkatkan kesadaran, kemauan, dan kemampuan masyarakat untuk hidup sehat sehingga terwujud derajat kesehatan yang setinggi-tingginya sebagai investasi bagi pembangunan sumber daya manusia yang produktif. Fasilitas kesehatan yang merujuk pada kondisi fisik baik secara kualitas maupun kuantitas juga menjadi hal yang krusial pada terjaminnya kesehatan masyarakat (Ardianti dkk., 2015).

Seiring dengan berkembangnya permasalahan sosial dan kependudukan yang semakin kompleks mendorong sebagaimana peneliti untuk mengikutsertakan beberapa variabel prediktor. Berdasarkan pertimbangan penelitian sebelumnya, maka pada penelitian ini akan memodelkan Indeks Pembangunan Manusia dengan variabel prediktor yang diduga mempengaruhi yaitu persentase penduduk miskin,

belanja pemerintah daerah, Tingkat Pengangguran Terbuka, jumlah tenaga kesehatan. Variabel-variabel yang telah disebutkan diatas merupakan beberapa dimensi Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di bidang kesehatan, pendidikan, serta pengeluaran.

Berdasarkan beberapa uraian yang telah dijelaskan dan karakter data yang dimiliki maka dalam penelitian ini akan dilakukan kajian secara teori mengenai estimator campuran regresi semiparametrik Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier yang diaplikasikan pada Indeks Pembangunan Manusia di Jawa Timur.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana mendapatkan estimasi model regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier?
2. Bagaimana penerapan estimasi model regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier pada data Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Provinsi Jawa Timur tahun 2019?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan yang akan dicapai dari penelitian ini adalah:

1. Estimasi model regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier.
2. Menerapkan model regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier pada data Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Provinsi Jawa Timur tahun 2019.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dengan dilakukannya penelitian ini adalah:

1. Memberikan wawasan dan kontribusi teori mengenai pengembangan pemodelan regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier.

2. Menerapkan hasil estimasi campuran yang diperoleh untuk memodelkan data Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Provinsi Jawa Timur tahun 2019, sehingga dapat memberikan rekomendasi kepada Pemerintah Provinsi Jawa Timur dalam upaya peningkatan kesejahteraan manusia di Jawa Timur.

1.5 Batasan Masalah

Berdasarkan uraian di atas, terdapat beberapa batasan masalah dalam penelitian ini antara lain:

1. Fungsi Spline yang digunakan adalah Spline *Truncated* dengan satu, dua, dan tiga titik knot.
2. Estimator Kernel yang digunakan yaitu Nadaraya-Watson dengan fungsi Kernel Gaussian.
3. Panjang osilasi pada Deret Fourier yang digunakan yaitu satu, dua, dan tiga osilasi.
4. Pemilihan titik knot, bandwidth, dan osilasi optimal dengan menggunakan metode *Generalized Cross Validation* (GCV).
5. Data yang digunakan dalam penerapan model campuran adalah faktor-faktor yang mempengaruhi IPM di Jawa Timur tahun 2019. Masing-masing variabel prediktor diasumsikan terlebih dahulu yang akan di dampiri dengan pendekatan parametrik maupun nonparametrik dengan estimator Spline *Truncated*, Kernel dan Deret Fourier dengan membandingkan antara teori dengan hasil *scatter plot*.

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Regresi

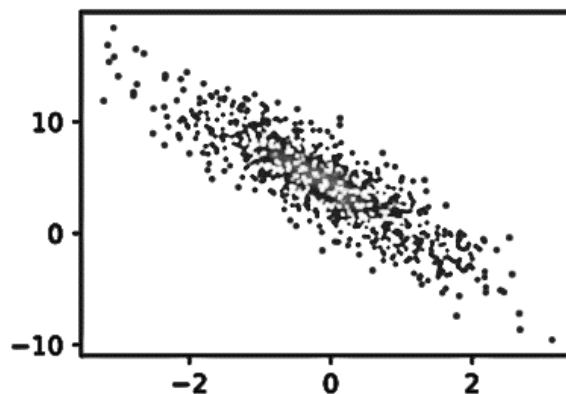
Analisis regresi merupakan salah satu metode statistika yang digunakan untuk menyelidiki hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor (Draper dan Smith, 1992). Tujuan utama dalam analisis regresi adalah mencari bentuk estimasi untuk kurva hubungan antar dua variabel. Selain itu analisis regresi juga dapat digunakan untuk prediksi. Terdapat sekumpulan data berpasangan (x_i, y_i) secara umum dapat dimodelkan dengan regresi sebagai berikut.

$$y_i = f(x_i) + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

Dengan y_i variabel respon ke- i , fungsi regresi $f(x)$, ε_i adalah *error* yang diasumsikan identik, independen, dan berdistribusi normal dengan mean nol dan varian σ^2 (Eubank, 1999). Terdapat beberapa model pendekatan kurva regresi yaitu regresi parametrik, regresi nonparametrik dan regresi semiparametrik.

2.2 Regresi Parametrik, Nonparametrik, dan Semiparametrik

Pendekatan regresi parametrik digunakan ketika pola hubungan antara variabel respon dan prediktor dapat diketahui. Apabila fungsi regresi $f(x_i)$ pada persamaan (2.1) diketahui bentuk polanya maka pendekatan model regresi tersebut dinamakan model regresi parametrik. Berikut ini merupakan gambaran *scatter plot* pada regresi parametrik linier dapat dilihat pada Gambar 2.1.



Gambar 2. 1 *Scatter Plot* Regresi Parametrik Linier

Bentuk regresi parametrik linier sederhana dengan satu variabel prediktor adalah sebagai berikut.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.2)$$

dengan y_i merupakan variabel respon, x_i sebagai variabel prediktor, β_0 dan β_1 merupakan parameter yang akan diestimasi nilainya, ε_i adalah *error* yang diasumsikan identik, independen, dan berdistribusi normal dengan mean nol dan varian σ^2 . Dapat dinyatakan dalam bentuk notasi matriks sebagai berikut.

$$\vec{Y} = \mathbf{X}\vec{\beta} + \vec{\varepsilon} \quad (2.3)$$

dengan, $\vec{Y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$, $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{pmatrix}$, $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{pmatrix}$, dan $\vec{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$

Regresi nonparametrik menunjukkan bentuk hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor yang tidak diketahui bentuk polanya. Pendekatan regresi nonparametrik memiliki fleksibilitas yang tinggi, karena data diharapkan mencari sendiri bentuk estimasi kurva regresinya tanpa dipengaruhi oleh faktor subjektivitas peneliti (Eubank, 1999). Terdapat sekumpulan data berpasangan $(y_i, m_i), i = 1, 2, \dots, n$, secara umum regresi nonparametrik dapat dimodelkan sebagai berikut.

$$y_i = k(m_i) + \varepsilon_i \quad (2.4)$$

Dengan y_i merupakan variabel respon, m_i merupakan variabel prediktor, ε_i adalah *error* yang diasumsikan identik, independen, dan berdistribusi normal dengan mean nol dan varian σ^2 , sedangkan $k(m_i)$ merupakan fungsi regresi yang tidak diketahui bentuk polanya.

Regresi semiparametrik merupakan gabungan antara komponen parametrik dan komponen nonparametrik. Misalkan diberikan data berpasangan (x_i, m_i, y_i) dan hubungan antara x_i, m_i , dan y_i diasumsikan mengikuti model regresi semiparametrik.

$$y_i = f(x_i) + k(m_i) + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.5)$$

dengan y_i merupakan variabel respon, x_i dan m_i merupakan variabel-variabel prediktor, dan ε_i adalah *error*. Fungsi $f(x_i)$ merupakan fungsi regresi yang diketahui bentuk polanya, sedangkan $k(m_i)$ merupakan fungsi regresi yang tidak diketahui bentuk polanya.

2.3 Regresi Semiparametrik Spline *Truncated*

Spline *Truncated* memiliki kemampuan yang baik untuk menangani data yang perilakunya berubah-ubah pada sub-sub interval tertentu, dikarenakan Spline merupakan model polinomial yang terpotong (Budiantara, 2014). Diberikan data berpasangan $(x_i, t_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n$, dimana pola hubungannya dapat dinyatakan dalam model regresi.

$$y_i = f(x_i) + g(t_i) + \varepsilon_i \quad (2.6)$$

dengan y_i merupakan variabel respon, x_i dan t_i merupakan variabel prediktor, dan adalah ε_i error. Fungsi regresi komponen satu variabel parametrik dengan $f(x_i)$ dihipotesiskan dengan fungsi linier sederhana dapat dilihat pada persamaan dibawah ini.

$$f(x_i) = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} \quad (2.7)$$

Fungsi pada persamaan (2.6) dapat dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} f(x_1) \\ f(x_2) \\ \vdots \\ f(x_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_0 + \beta_1 x_{11} \\ \beta_0 + \beta_1 x_{21} \\ \vdots \\ \beta_0 + \beta_1 x_{n1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} \\ 1 & x_{21} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{pmatrix}$$

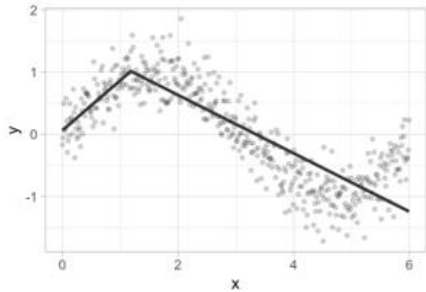
atau

$$\vec{f}(x) = \mathbf{X}\vec{\beta} \quad (2.8)$$

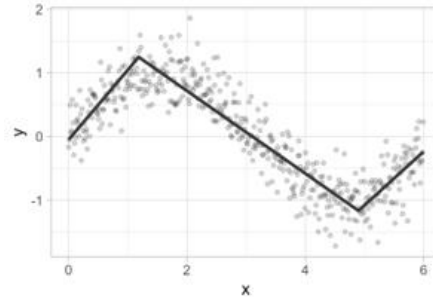
dengan $\vec{f}(x)$ adalah vektor dari fungsi regresi parametrik sederhana berukuran $n \times 1$, \mathbf{X} merupakan matriks berukuran $n \times 2$ dan $\vec{\beta}$ adalah vektor parameter yang akan diestimasi berukuran 2×1 .

Selanjutnya, fungsi regresi $g(t_i)$ pada persamaan (2.6) dihipotesiskan dengan fungsi Spline *Truncated* linier dengan titik knot k_1, k_2, \dots, k_q . Berikut merupakan

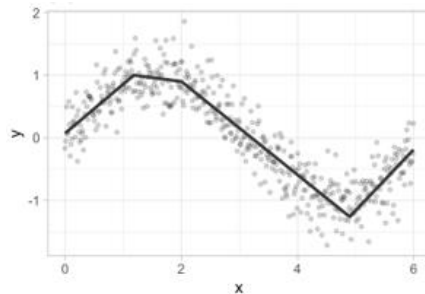
scatter plot dari Spline *Truncated* dengan beberapa titik knot dapat dilihat pada Gambar 2.2 – Gambar 2.5.



Gambar 2. 2 Spline *Truncated* Satu Knot



Gambar 2. 3 Spline *Truncated* Dua Knot



Gambar 2. 4 Spline *Truncated* Tiga Knot

Secara umum, fungsi Spline *Truncated* linier sederhana dapat disajikan dalam persamaan sebagai berikut ini.

$$g(t_i) = \sum_{j=1}^p \lambda_j t_i^j + \sum_{l=1}^q \phi_l (t_i - k_l)_+ \quad (2.9)$$

dengan,

$$(t_i - k_l)_+ = \begin{cases} t_i - k_l, & t_i \geq k_l \\ 0, & t_i < k_l \end{cases}$$

dimana $\lambda, \phi_1, \dots, \phi_q$ merupakan parameter-parameter yang tidak diketahui dan akan di estimasi, k_1, k_2, \dots, k_q merupakan titik knot dimana $k_1 < k_2 < \dots < k_q$. Dari persamaan fungsi Spline *Truncated* di atas, untuk $i = 1, 2, \dots, n$, dapat digabungkan ke dalam bentuk persamaan vektor dan matriks:

$$\begin{pmatrix} g(t_1) \\ g(t_2) \\ \vdots \\ g(t_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda t_1 + \phi_1(t_1 - k_1)_+ + \dots + \phi_l(t_1 - k_q)_+ \\ \lambda t_2 + \phi_1(t_2 - k_1)_+ + \dots + \phi_l(t_2 - k_q)_+ \\ \vdots \\ \lambda t_n + \phi_1(t_n - k_1)_+ + \dots + \phi_l(t_n - k_q)_+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_1 & (t_1 - k_1)_+ & \dots & (t_1 - k_q)_+ \\ t_2 & (t_2 - k_1)_+ & \dots & (t_2 - k_q)_+ \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_n & (t_n - k_1)_+ & \dots & (t_n - k_q)_+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda \\ \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_q \end{pmatrix}$$

Dalam notasi matriks dapat dituliskan menjadi:

$$\bar{g}(t) = \mathbf{T}(k)\vec{\phi} \quad (2.10)$$

$$\text{dengan, } \bar{g}(t) = \begin{pmatrix} g(t_1) \\ g(t_2) \\ \vdots \\ g(t_n) \end{pmatrix}; \mathbf{T}(k) = \begin{pmatrix} t_1 & (t_1 - k_1)_+ & \dots & (t_1 - k_q)_+ \\ t_2 & (t_2 - k_1)_+ & \dots & (t_2 - k_q)_+ \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_n & (t_n - k_1)_+ & \dots & (t_n - k_q)_+ \end{pmatrix}; \vec{\phi} = \begin{pmatrix} \lambda \\ \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_q \end{pmatrix}$$

Vektor $g(t)$ berukuran $n \times 1$, matriks $\mathbf{T}(k)$ berukuran $n \times (m+1)$ sedangkan vektor $\vec{\phi}$ berukuran $1 \times (m+1)$.

Sehingga model regresi semiparametrik Spline *Truncated* pada persamaan (2.6) diatas dapat disajikan dalam bentuk matriks sebagai berikut.

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{np} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_1 & (t_1 - k_1)_+ & \dots & (t_1 - k_q)_+ \\ t_2 & (t_2 - k_1)_+ & \dots & (t_2 - k_q)_+ \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_n & (t_n - k_1)_+ & \dots & (t_n - k_q)_+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda \\ \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

atau dalam notasi matriks dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\bar{y} = \mathbf{X}\vec{\beta} + \mathbf{T}(k)\vec{\phi} + \vec{\varepsilon} \quad (2.11)$$

Spline merupakan salah satu model yang mempunyai interpretasi statistik dan visual yang khusus dan baik (Eubank, 1999). Dalam fungsi Spline terdapat titik knot yang merupakan titik perpaduan yang menunjukkan perubahan perilaku kurva pada selang yang berbeda (Hardle, 1990). Titik knot merupakan bagian yang sangat penting dalam regresi spline. Oleh karena itu agar diperoleh spline yang optimal perlu dipilih titik knot yang terbaik, berapa jumlahnya dan dimana letak titik-titik knot tersebut. Terdapat dua strategi untuk menyelesaikan permasalahan ini, strategi pertama adalah memilih banyaknya knot yang relatif sedikit, sedangkan strategi kedua adalah kebalikannya yakni menggunakan knot yang relatif banyak (Wand, 2000). Dari kedua hal tersebut yang paling baik adalah lebih mengarah pada alasan kesederhanaan model (*parsimony*).

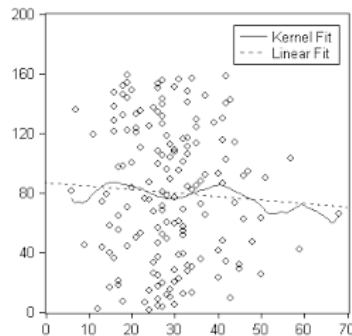
2.4 Regresi Semiparametrik Kernel

Estimator kernel diperkenalkan pertama kali oleh Rosenblatt (1956) dan Parzen (1962) sehingga namanya disebut estimator densitas kernel Rosenblatt Parzen (Hardle, 1990). Estimator kernel merupakan perkembangan dari estimator histogram. Estimator kernel merupakan estimator linier yang serupa dengan estimator lainnya, perbedaanya adalah metode kernel lebih khusus dalam penggunaan bandwidth (Eubank, 1999). Beberapa kelebihan estimator kernel adalah fleksibel, bentuk matematisnya mudah, dan dapat mencapai tingkat kekonvergenan yang relatif cepat (Budiantara dan Mulianah, 2007).

Diberikan data berpasangan $(x_i, z_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n$, dimana pola hubungan antar variabel dapat dinyatakan dalam model regresi semiparametrik berikut.

$$y_i = f(x_i) + h(z_i) + \varepsilon_i \quad (2.12)$$

Fungsi regresi $f(x_i)$ diketahui bentuk polanya dan dihipotesiskan dengan regresi parametrik, sedangkan $h(z_i)$ tidak diketahui bentuk polanya dan cenderung acak sehingga dihipotesiskan dengan fungsi regresi kernel. Gambaran umum *scatter plot* kernel dapat dilihat pada Gambar 2.5 dibawah ini.



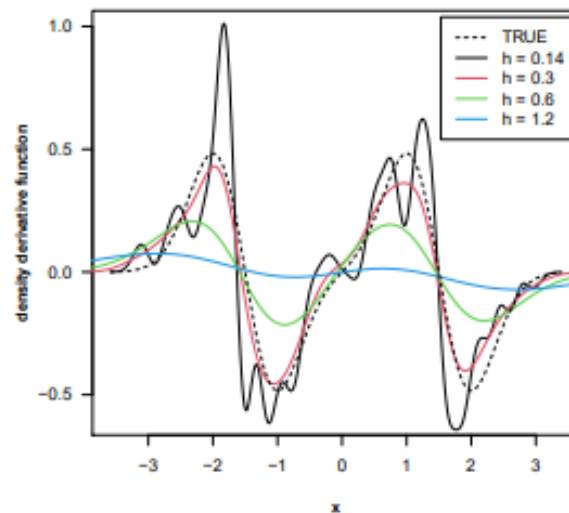
Gambar 2. 5 *Scatter Plot* Kernel

Untuk mengestimasi fungsi regresi $h(z_i)$ pada model regresi nonparametrik, Nadaraya dan Watson pada tahun 1964 mendefinisikan estimator regresi kernel sehingga disebut estimator Nadaraya Watson (Hardle, 1994).

$$\hat{h}_\alpha(z) = n^{-1} \sum_{i=1}^n R_{\alpha i}(z) y_i \quad (2.13)$$

$$\text{dengan } \hat{h}_a(z) = \frac{\frac{1}{\alpha} K\left(\frac{z-z_i}{\alpha}\right)}{n^{-1} \sum_{j=1}^n \frac{1}{\alpha} K\left(\frac{z-z_j}{\alpha}\right)}$$

dimana $\hat{h}_a(z)$ adalah penaksir dari regresi kernel, z adalah variabel prediktor yang nilainya tidak teramati namun akan digunakan untuk menaksir, z_i adalah variabel prediktor pada data ke- i , dan y_i adalah variabel respon data ke- i , K merupakan fungsi kernel, n adalah banyak pengamatan dan α adalah lebar *bandwidth*. Berikut merupakan simulasi dari beberapa nilai *bandwidth* yang diterapkan pada estimator Kernel dapat dilihat pada Gambar 2.6 berikut.



Gambar 2. 6 Visualisasi Fungsi Kernel dengan Berbagai Besaran *Bandwidth*

Berdasarkan Gambar 2.6 dapat dilihat jika nilai bandwidth terlalu besar maka akan menghasilkan kurva yang cenderung halus, ketika bandwidth terlalu kecil juga akan menghasilkan kurva yang terlalu kasar. Kedua kondisi tersebut juga tidak baik, karena bandwidth yang dipilih seharusnya bandwidth yang optimum. Sehingga untuk menentukan bandwidth optimum digunakan dengan memilih bandwidth yang menghasilkan GCV yang minimum.

Estimator Kernel tergantung pada fungsi kernel K dan parameter bandwidth α . Adapun beberapa jenis fungsi kernel, diantaranya sebagai berikut (Hardle, 1990):

a) Kernel Uniform

$$K(z) = \frac{1}{2}|z| \leq 1$$

b) Kernel Triangle

$$K(z) = 1 - |z|, |z| \leq 1$$

c) Kernel Epanechnikov

$$K(z) = \frac{3}{4}(1 - z^2), |z| \leq 1$$

d) Kernel Kuartik

$$K(z) = \frac{15}{16}(1 - z^2)^2, |z| \leq 1$$

e) Kernel Triweight

$$K(z) = \frac{35}{32}(1 - z^2)^3, |z| \leq 1$$

f) Kernel Cosinus

$$K(z) = \frac{\pi}{4} \cos\left(\frac{n}{2} z\right), |z| \leq 1$$

g) Kernel Gaussian

$$K(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}, -\infty < z < \infty$$

Berdasarkan penelitian Astuti, dkk. (2018), ketujuh fungsi kernel tersebut menghasilkan MSE yang nilainya tidak jauh berbeda antara satu dengan fungsi yang lain, sehingga memperkuat bahwa akan menghasilkan kurva estimasi yang mirip. Hal tersebut juga diperkuat dengan pendapat Hastie & Tibshirani (1990) bahwa pemilihan *bandwidth* lebih penting dibandingkan dengan pemilihan fungsi kernel. Adapun fungsi kernel yang digunakan dalam penelitian ini adalah fungsi Kernel Gaussian. Dalam bentuk matriks regresi semiparametrik kernel dapat ditulis sebagai berikut ini.

$$\begin{pmatrix} \hat{h}_\alpha(z_1) \\ \hat{h}_\alpha(z_2) \\ \vdots \\ \hat{h}_\alpha(z_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n^{-1}R_{\alpha 1}(z_1)y_1 + n^{-1}R_{\alpha 2}(z_1)y_2 + \dots + n^{-1}R_{\alpha n}(z_1)y_n \\ n^{-1}R_{\alpha 1}(z_2)y_1 + n^{-1}R_{\alpha 2}(z_2)y_2 + \dots + n^{-1}R_{\alpha n}(z_2)y_n \\ \vdots \\ n^{-1}R_{\alpha 1}(z_n)y_1 + n^{-1}R_{\alpha 2}(z_n)y_2 + \dots + n^{-1}R_{\alpha n}(z_n)y_n \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} n^{-1}R_{\alpha_1}(z_1) & n^{-1}R_{\alpha_2}(z_1) & \dots & n^{-1}R_{\alpha_n}(z_1) \\ n^{-1}R_{\alpha_1}(z_2) & n^{-1}R_{\alpha_2}(z_2) & \dots & n^{-1}R_{\alpha_n}(z_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n^{-1}R_{\alpha_1}(z_n) & n^{-1}R_{\alpha_2}(z_n) & \dots & n^{-1}R_{\alpha_n}(z_n) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

atau dapat ditulis dalam notasi matriks:

$$\hat{h}(z) = \mathbf{Z}(\alpha)\bar{y} \quad (2.14)$$

$$\text{dengan, } \mathbf{Z}(\alpha) = \begin{pmatrix} n^{-1}R_{\alpha_1}(z_1) & n^{-1}R_{\alpha_2}(z_1) & \dots & n^{-1}R_{\alpha_n}(z_1) \\ n^{-1}R_{\alpha_1}(z_2) & n^{-1}R_{\alpha_2}(z_2) & \dots & n^{-1}R_{\alpha_n}(z_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n^{-1}R_{\alpha_1}(z_n) & n^{-1}R_{\alpha_2}(z_n) & \dots & n^{-1}R_{\alpha_n}(z_n) \end{pmatrix}; \bar{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

Model regresi semiparametrik Deret *Fourier* dapat dituliskan dalam bentuk matriks dan vektor berikut.

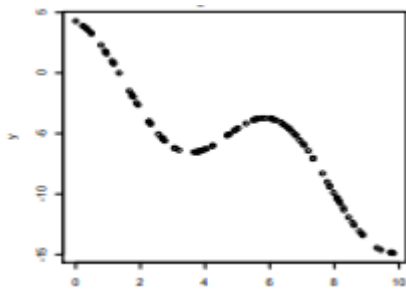
$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{np} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n^{-1}R_{\alpha_1}(z_1) & n^{-1}R_{\alpha_2}(z_1) & \dots & n^{-1}R_{\alpha_n}(z_1) \\ n^{-1}R_{\alpha_1}(z_2) & n^{-1}R_{\alpha_2}(z_2) & \dots & n^{-1}R_{\alpha_n}(z_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n^{-1}R_{\alpha_1}(z_n) & n^{-1}R_{\alpha_2}(z_n) & \dots & n^{-1}R_{\alpha_n}(z_n) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

Atau dengan notasi matriks.

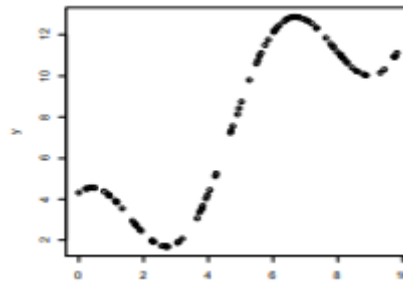
$$\bar{y} = \mathbf{X}\vec{\beta} + \mathbf{Z}(\alpha)\bar{y} + \vec{\varepsilon} \quad (2.15)$$

2.5 Regresi Semiparametrik Deret *Fourier*

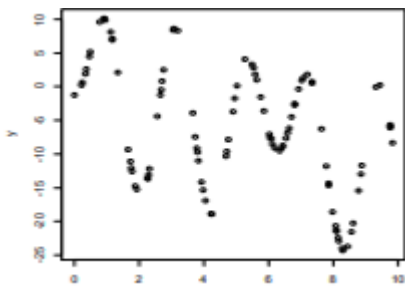
Pada tahun 1992, Bilodeau mengkaji tentang estimator deret Fourier pada regresi nonparametrik dengan komponen prediktor yang aditif. Estimator deret Fourier yang digunakan adalah jumlahan dari suatu fungsi linier dan suatu fungsi polinomial trigonometri. Deret Fourier umumnya digunakan apabila data yang diselidiki terdapat kecenderungan pola yang berulang. Deret Fourier merupakan polinomial trigonometri yang mempunyai fleksibilitas, sehingga dapat menyesuaikan diri secara efektif terhadap sifat lokal data. Dimana pada estimasi kurva Deret Fourier dipengaruhi oleh panjang osilasi (w), semakin panjang osilasi maka gelombang yang dihasilkan semakin sering. Berikut merupakan ilustrasi *scatter plot* Deret Fourier dengan berbagai osilasi dapat dilihat pada Gambar 2.7 – Gambar 2.10 seperti gambar dibawah ini.



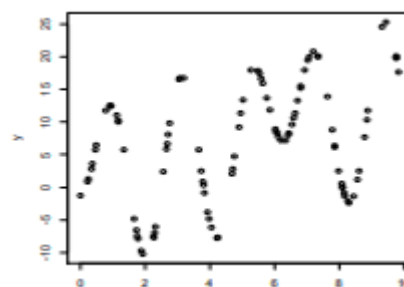
Gambar 2. 7 Tren Turun dengan $w=1$



Gambar 2. 8 Tren Naik dengan $w=1$



Gambar 2. 9 Tren Turun dengan $w=3$



Gambar 2. 10 Tren Naik dengan $w=3$

Misal diberikan data berpasangan (x_i, v_i, y_i) , dengan x_i dan v_i merupakan variabel prediktor dan y_i adalah variabel respon. Hubungan antara x_i dan y_i diketahui bentuk polanya, sementara hubungan antara variabel v_i dan y_i memiliki pola berulang. Oleh karena itu hubungan antara x_i, v_i dan y_i diasumsikan mengikuti model regresi semiparametrik. Dalam penelitian ini model regresi semiparametrik diasumsikan terdapat satu variabel prediktor yaitu x_i merupakan komponen parametrik linier dan satu variabel prediktor yaitu v_i komponen nonparametrik. Hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor mengikuti model regresi semiparametrik seperti pada persamaan berikut.

$$y_i = f(x_i) + j(v_i) + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.16)$$

Fungsi regresi $j(v_i)$ tidak diketahui secara pasti bentuk polanya dan diasumsikan termuat dalam ruang fungsi kontinu $C(0, \pi)$. Karena fungsi $j(v_i)$ membentuk pola hubungan yang cenderung berulang, maka dihipotesiskan dengan fungsi Deret Fourier $j(v_i)$ berikut ini pada persamaan 2.17.

$$j(v_i) = \delta v_i + \frac{1}{2} \theta_0 + \sum_{w=1}^W \theta_w \cos wv_i \quad (2.17)$$

(Bilodeu, 1992)

Dimana $\delta, \theta_0, \theta_w, w=1, 2, \dots, W$ merupakan parameter-parameter model. Dari persamaan fungsi Deret Fourier tersebut, dapat digabungkan ke dalam bentuk persamaan vektor dan matriks.

$$\begin{pmatrix} j(v_1) \\ j(v_2) \\ \vdots \\ j(v_3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 & \frac{1}{2} & \cos v_1 & \cdots & \cos Wv_1 \\ v_2 & \frac{1}{2} & \cos v_2 & \cdots & \cos Wv_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_n & \frac{1}{2} & \cos v_n & \cdots & \cos Wv_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta \\ \theta_0 \\ \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_w \end{pmatrix}$$

Dalam notasi matriks dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\vec{j}(v) = \mathbf{V}(k) \vec{\theta} \quad (2.18)$$

$$\text{dengan, } \mathbf{V}(k) = \begin{pmatrix} v_1 & \frac{1}{2} & \cos v_1 & \cdots & \cos Wv_1 \\ v_2 & \frac{1}{2} & \cos v_2 & \cdots & \cos Wv_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_n & \frac{1}{2} & \cos v_n & \cdots & \cos Wv_n \end{pmatrix}; \vec{\theta} = \begin{pmatrix} \delta \\ \theta_0 \\ \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_w \end{pmatrix}$$

Model regresi semiparametrik pada persamaan (2.16) dapat disajikan dalam bentuk matriks dan vektor berikut.

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{2n} & \cdots & x_{np} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 & \frac{1}{2} & \cos v_1 & \cdots & \cos Wv_1 \\ v_2 & \frac{1}{2} & \cos v_2 & \cdots & \cos Wv_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_n & \frac{1}{2} & \cos v_n & \cdots & \cos Wv_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta \\ \theta_0 \\ \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_w \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

atau dengan notasi matriks berikut.

$$\vec{y} = \mathbf{X} \vec{\beta} + \mathbf{V}(k) \vec{\theta} + \vec{\varepsilon} \quad (2.19)$$

2.6 Semiparametrik Campuran Spline *Truncated* dan Kernel

Diberikan data berpasangan (x_i, t_i, z_i, y_i) , dengan x_i , t_i dan z_i merupakan variabel prediktor dan y_i adalah variabel respon. Hubungan antara x_i dan y_i

diketahui bentuk polanya yang merupakan komponen parametrik linier, sementara hubungan antara variabel y_i dengan variabel prediktor t_i dan z_i tidak diketahui bentuk polanya yang diasumsikan berubah-ubah pada sub-sub interval tertentu dan tidak memiliki pola atau acak. Oleh karena itu hubungan antara y_i dengan x_i , t_i dan z_i diasumsikan mengikuti model regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated* dan Kernel. Model regresi semiparametrik yang terbentuk seperti pada persamaan berikut.

$$\begin{aligned} y_i &= f(x_i) + g(t_i) + h(z_i) + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n \\ &= \mathbf{X}\vec{\beta} + \mathbf{T}(k)\vec{\phi} + \mathbf{D}(\alpha)\vec{\gamma} + \vec{\varepsilon} \end{aligned} \quad (2.20)$$

2.7 Semiparametrik Campuran Spline *Truncated* dan Deret Fourier

Berikut merupakan model regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated* dan Deret Fourier, diberikan data berpasangan (x_i, t_i, v_i, y_i) , dengan x_i , t_i dan v_i merupakan variabel prediktor dan y_i adalah variabel respon. Pola hubungan antara x_i dan y_i diketahui, sedangkan hubungan antara variabel y_i dengan variabel prediktor t_i dan v_i tidak diketahui. Hubungan antara y_i dengan x_i , t_i dan z_i mengikuti model regresi semiparametrik. P

ada model regresi semiparametrik diasumsikan terdapat variabel prediktor x_i yang memiliki pola hubungan linier, variabel prediktor t_i memiliki pola yang berubah-ubah pada sub-sub interval tertentu sehingga dapat didekati dengan Spline *Truncated*, dan v_i memiliki pola berulang didekati dengan Deret Fourier. Model campuran Spline *Truncated* dan Deret Fourier yang terbentuk yaitu:

$$\begin{aligned} y_i &= f(x_i) + g(t_i) + j(v_i) + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n \\ &= \mathbf{X}\vec{\beta} + \mathbf{T}(k)\vec{\phi} + \mathbf{V}(w)\vec{\theta} + \vec{\varepsilon} \end{aligned} \quad (2.21)$$

dimana $f(x)$ merupakan fungsi yang didekati dengan parametrik linier, $g(t)$ fungsi yang didekati dengan fungsi Spline *Truncated*, serta $j(v)$ didekati dengan fungsi Deret Fourier.

2.8 Semiparametrik Campuran Kernel dan Deret Fourier

Diberikan data berpasangan (x_i, z_i, v_i, y_i) , dengan x_i , z_i dan v_i merupakan variabel prediktor dan y_i adalah variabel respon. Variabel x_i mengikuti model regresi parametrik linear dan z_i dan v_i diasumsikan mengikuti model regresi nonparametrik. Hubungan antara variabel z_i dan y_i tidak mengikuti suatu pola tertentu atau dapat dikatakan berpola acak, serta hubungan antara variabel v_i dan y_i mengikuti pola berulang. Sehingga bentuk hubungan antara variabel prediktor x_i , z_i dan v_i dengan respon y_i mengikuti model regresi semiparametrik campuran Kernel dan Deret Fourier dan dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} y_i &= f(x_i) + h(z_i) + j(v_i) + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n \\ &= \mathbf{X}\vec{\beta} + \mathbf{D}(\alpha)\vec{y} + \mathbf{V}(w)\vec{\theta} + \vec{\varepsilon} \end{aligned} \quad (2.22)$$

2.9 Estimasi Parameter pada Model Regresi Semiparametrik Campuran

Salah satu metode estimasi yang sering digunakan dalam analisis regresi adalah *Ordinary Least Square* (OLS) atau disebut dengan metode kuadrat terkecil dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat sisaan. Bentuk sisaan kuadrat dari regresi semiparametrik dengan menggunakan dua estimator adalah sebagai berikut.

$$\vec{\varepsilon}'\vec{\varepsilon} = (\vec{y} - \mathbf{X}\vec{\beta} + \mathbf{T}(k)\vec{\phi} + \mathbf{V}(w)\vec{\theta})'(\vec{y} - \mathbf{X}\vec{\beta} + \mathbf{T}(k)\vec{\phi} + \mathbf{V}(w)\vec{\theta})$$

Sehingga bentuk perkalian matriks yang terbentuk adalah:

$$\begin{aligned} \vec{\varepsilon}'\vec{\varepsilon} = Q &= (\vec{y} - \mathbf{X}\vec{\beta} - \mathbf{T}(k)\vec{\phi} - \mathbf{V}(w)\vec{\theta})'(\vec{y} - \mathbf{X}\vec{\beta} - \mathbf{T}(k)\vec{\phi} - \mathbf{V}(w)\vec{\theta}) \\ &= (\vec{y}' - \vec{\beta}'\mathbf{X}' - \vec{\phi}'\mathbf{T}(k)' - \vec{\theta}'\mathbf{V}(w)')(\vec{y} - \mathbf{X}\vec{\beta} - \mathbf{T}(k)\vec{\phi} - \mathbf{V}(w)\vec{\theta}) \\ &= \vec{y}'\vec{y} - \vec{y}'\mathbf{X}\vec{\beta} - \vec{y}'\mathbf{T}(k)\vec{\phi} - \vec{y}'\mathbf{V}(w)\vec{\theta} - \vec{\beta}'\mathbf{X}'\vec{y} + \vec{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\vec{\beta} + \vec{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{T}(k)\vec{\phi} + \\ &\quad \vec{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{V}(w)\vec{\theta} - \vec{\phi}'\mathbf{T}(k)'\vec{y} + \vec{\phi}'\mathbf{T}(k)'\mathbf{X}\vec{\beta} + \vec{\phi}'\mathbf{T}(k)'\mathbf{T}(k)\vec{\phi} + \vec{\phi}'\mathbf{T}(k)'\mathbf{V}(w)\vec{\theta} \\ &\quad - \vec{\theta}'\mathbf{V}(w)'\vec{y} + \vec{\theta}'\mathbf{V}(w)'\mathbf{X}\vec{\beta} + \vec{\theta}'\mathbf{V}(w)'\mathbf{T}(k)\vec{\phi} + \vec{\theta}'\mathbf{V}(w)'\mathbf{V}(w)\vec{\theta} \\ &= \vec{y}'\vec{y} - 2\vec{y}'\mathbf{X}\vec{\beta} - 2\vec{y}'\mathbf{T}(k)\vec{\phi} - 2\vec{y}'\mathbf{V}(w)\vec{\theta} + 2\vec{\phi}'\mathbf{T}(k)'\mathbf{X}\vec{\beta} + \\ &\quad 2\vec{\theta}'\mathbf{V}(w)'\mathbf{X}\vec{\beta} + 2\vec{\theta}'\mathbf{V}(w)'\mathbf{T}(k)\vec{\phi} + \vec{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\vec{\beta} + \vec{\phi}'\mathbf{T}(k)'\mathbf{T}(k)\vec{\phi} + \\ &\quad \vec{\theta}'\mathbf{V}(w)'\mathbf{V}(w)\vec{\theta} \end{aligned} \quad (2.23)$$

Untuk mengestimasi dilakukan dengan cara menurunkan secara parsial terhadap masing-masing parameter dan disamakan dengan nol.

2.10 Generalized Cross Validation (GCV)

Salah satu metode yang sering digunakan dalam memilih titik knot k , parameter penghalus α maupun osilasi w yang optimal adalah *Generalized Cross Validation* (GCV). Spline terbaik bergantung pada pemilihan titik–titik knot k . Titik knot k merupakan perpaduan bersama antara perubahan fungsi pada interval yang berlainan. Sementara kernel dan deret Fourier bergantung pada parameter penghalus α dan osilasi w . Parameter penghalus α berfungsi untuk mengontrol kemulusan dari kurva yang diestimasi, dan osilasi w merupakan banyaknya osilasi dari gelombang cosinus pada model. Titik knot dan parameter penghalus α yang terlalu kecil akan menghasilkan kurva yang *under smoothing* yaitu sangat kasar dan sangat fluktuatif, dan sebaliknya titik knot maupun parameter penghalus α yang terlalu besar/lebar akan menghasilkan kurva yang *over smoothing* yaitu sangat mulus, tetapi tidak sesuai dengan pola data. Sedangkan osilasi w , semakin besar nilai w akan menyebabkan model semakin kompleks dan osilasi dari kurva semakin rapat serta mengikuti pola data aktual, sehingga bias semakin kecil dan varian semakin besar. Oleh karena itu perlu dipilih titik knot k , parameter penghalus α maupun osilasi w yang optimal. Nilai optimal diperoleh dari nilai $GCV(k, \alpha, w)$ yang terkecil.

Metode GCV mempunyai beberapa kelebihan dibandingkan dengan metode lain, seperti *Cross Validation* (CV) dan metode *Unbiased Risk* (UBR). Metode GCV secara teoritis memiliki sifat optimal asimtotik, formulanya tidak memuat varians σ^2 populasi yang tidak diketahui, serta *invariance* terhadap transformasi (Wang, 1998). Dani (2021) telah melakukan penelitian mengenai pemilihan titik knot dan bandwidth pada model campuran regresi nonparametrik, dengan hasil bahwa GCV memiliki hasil yang lebih baik dalam memprediksi dibandingkan dengan CV dan UBR. Fungsi GCV untuk pemilihan titik knot optimal dapat ditunjukkan dalam persamaan berikut:

$$GCV(k, \alpha, w) = \frac{MSE(k, \alpha, w)}{\left(n^{-1}tr(I - \mathbf{A}(k, \alpha, w))\right)^2} \quad (2.24)$$

dengan,

$$MSE(k, \alpha, w) = n^{-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

2.11 Koefisien Determinasi

Salah satu tujuan analisis regresi adalah mendapatkan model terbaik yang mampu menjelaskan hubungan antara variabel prediktor dan variabel respon berdasarkan kriteria tertentu. Salah satu kriteria yang digunakan dalam pemilihan model terbaik adalah (R^2).

Secara umum semakin besar nilai R^2 , maka semakin baik pula model yang didapatkan. Rumus untuk mencari koefisien determinasi didefinisikan sebagai berikut:

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (2.25)$$

dengan y_i merupakan variabel respon ke- i , \hat{y}_i merupakan penduga variabel respon ke- i , dan \bar{y} merupakan rata-rata dari variabel respon

2.12 Indeks Pembangunan Manusia (IPM)

Indeks Pembangunan Manusia (IPM) merupakan indikator keberhasilan upaya membangun kualitas hidup manusia. Pada tahun 1990 indeks ini diperkenalkan oleh *United Nations Development Programme* (UNDP) untuk laporan pembangunan manusia pada tahun yang sama. IPM dikembangkan untuk menegaskan bahwa manusia seharusnya menjadi kriteria utama untuk menilai keberhasilan pembangunan sebuah negara, bukan pertumbuhan ekonomi semata. Menurut Badan Pusat Statistik, IPM merupakan data strategis bagi bangsa Indonesia karena selain sebagai ukuran kinerja Pemerintah, juga dapat digunakan sebagai salah satu alokator penentuan Dana Alokasi Umum (DAU). Berdasarkan pemikiran tersebut, tujuan utama dari pembangunan manusia adalah mampu menciptakan lingkungan yang memungkinkan bagi masyarakat untuk memiliki

umur panjang, sehat, dan menjalankan kehidupan yang produktif (Human Development Report 1990). Konsep pembangunan manusia diukur dengan menggunakan pendekatan tiga dimensi dasar manusia, yaitu dimensi kesehatan, dimensi Pendidikan, dan dimensi pengeluaran (standart hidup layak).

Pada penelitian ini dimensi kesehatan direfleksikan melalui jumlah tenaga kesehatan, dimensi Pendidikan direfleksikan melalui persentase penduduk miskin, serta dimensi pengeluaran direfleksikan melalui Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT) dan belanja pemerintah daerah. Salah satu faktor penting yang menentukan kemakmuran suatu masyarakat adalah tingkat pendapatannya. Pendapatan masyarakat mencapai maksimum apabila tingkat penggunaan tenaga kerja penuh dapat diwujudkan. Tinggi rendahnya pengangguran di suatu daerah dapat dilihat dari Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT) dimana memiliki pengaruh yang berbanding terbalik terhadap IPM, efek pengangguran akan menurunkan kesejahteraan masyarakat (Si'lang dkk., 2019). Menurut Mangkoesoebroto (2016), pengeluaran pemerintah mencerminkan kebijakan pemerintah. Sebagai bentuk kebijakan fiskal pemerintah, setiap tahun pemerintah daerah setiap tahun menetapkan Peraturan Daerah Anggaran Pendapatan dan Belanja Daerah (APBD). Pemerintah memiliki kewajiban untuk menjamin dan melindungi warganya dengan menyediakan pelayanan dasar guna memenuhi hak-hak penduduknya sehingga akan mempengaruhi IPM.

Kemiskinan merupakan salah satu ukuran yang dapat digunakan untuk mengukur kesejahteraan masyarakat, semakin tinggi tingkat kemiskinan maka menandakan semakin buruknya keadaan kesejahteraan masyarakat (Kiha dkk., 2021). Keterbatasan masyarakat miskin untuk mengakses layanan pendidikan disebabkan oleh tingginya beban biaya pendidikan baik biaya langsung maupun tidak langsung, sehingga akan mempengaruhi minat masyarakat untuk melanjutkan ke jenjang yang lebih tinggi. Disamping dimensi pengeluaran dan pendidikan, hal lain yang mempengaruhi IPM yaitu dimensi kesehatan. Dimana dimensi kesehatan menunjukkan suatu indikator untuk mengukur Umur Harapan Hidup (UHH) yang merupakan tolak ukur rata-rata angka lamanya masa hidup manusia di daerah tersebut. Bentuk pelayanan kesehatan tidak hanya terbatas pada fasilitas pelayanan saja akan tetapi juga meliputi tenaga kesehatan. Tenaga kesehatan memiliki peranan

penting terutama dalam meningkatkan kualitas pelayanan kesehatan yang maksimal kepada masyarakat (Pradana, 2021). Tenaga kesehatan juga berperan dalam meningkatkan kesadaran, kemauan, dan kemampuan masyarakat untuk hidup sehat sehingga terwujud derajat kesehatan yang setinggi-tingginya sebagai investasi bagi pembangunan sumber daya manusia yang produktif. Fasilitas kesehatan yang merujuk pada kondisi fisik baik secara kualitas maupun kuantitas juga menjadi hal yang krusial pada terjaminnya kesehatan masyarakat (Ardianti dkk., 2015).

Sejak tahun 2015 pembangunan pada tataran global mengacu pada Tujuan Pembangunan Berkelanjutan (TPB) atau lebih dikenal sebagai Sustainable Development Goals (SDGs). SDGs dibentuk oleh tiga pilar dengan 17 tujuan yang hendak dicapai (Bappenas, 2017). Dari 17 tujuan tersebut terdapat beberapa target yang berhubungan dengan pembangunan manusia, yaitu tujuan ketiga, tujuan keempat, dan tujuan kedelapan. Tujuan keempat adalah menjamin kualitas pendidikan yang adil dan inklusif serta meningkatkan kesempatan belajar seumur hidup untuk semua, sedangkan tujuan kedelapan adalah meningkatkan pertumbuhan ekonomi yang inklusif dan berkelanjutan, kesempatan kerja penuh dan produktif, serta pekerjaan yang layak untuk semua. Dari uraian tersebut dapat menunjukkan bahwa pembangunan manusia menjadi bagian penting dalam program pembangunan berkelanjutan.

Menurut publikasi BPS pada tahun 2019 Indonesia memiliki nilai IPM sebesar 71,92 dan berstatus tinggi, meningkat sebesar 0.53 poin atau tumbuh sebesar 0,7% dari tahun 2018. Artinya kualitas kesehatan, pendidikan, dan pemenuhan kebutuhan hidup masyarakat Indonesia mengalami peningkatan. Di antara beberapa Provinsi di Indonesia, DKI Jakarta memiliki nilai IPM sebesar 80,75 yang merupakan peringkat pertama di Indonesia. Selanjutnya Provinsi DI Yogyakarta memiliki IPM tertinggi kedua setelah DKI Jakarta sebesar 79,99; Provinsi Kalimantan Timur menduduki peringkat ketiga dengan IPM sebesar 75,83. Sedangkan Provinsi yang memiliki IPM terendah adalah Papua dengan nilai IPM terendah sebesar 60,84.

Berdasarkan data BPS tahun 2019, Pulau Jawa merupakan pulau yang paling padat penduduknya di Indonesia, diperkirakan ada 141 juta penduduk yang di pulau Jawa atau artinya 56% penduduk Indonesia bermukim di pulau Jawa.

Sehingga Jawa rentan terhadap permasalahan kependudukan, seperti kesehatan, pendidikan, kelayakan hidup dan sebagainya. Salah satu indikator yang mencerminkan keberhasilan pembangunan penduduk dapat ditunjukkan dari tinggi rendahnya nilai IPM di wilayah tersebut. Provinsi Jawa Timur memiliki IPM sebesar 71,50 dimana angka tersebut paling rendah diantara provinsi lain di Pulau Jawa. Nilai IPM di Provinsi Jawa Timur berada dibawah nilai rata-rata IPM di Indonesia yaitu sebesar 71,92 sehingga diperlukan perhatian khusus dalam untuk menangani permasalahan tersebut di Provinsi Jawa Timur.

Berikut merupakan formula untuk menghitung Indeks Pembangunan Manusia (IPM).

$$IPM = \sqrt[3]{I_{kesehatan} \times I_{pendidikan} \times I_{pengeluaran}} \times 100 \quad (2.26)$$

dengan,

$$I_{kesehatan} = \frac{AHH - AHH_{\min}}{AHH_{\max} - AHH_{\min}}$$

$$I_{HLS} = \frac{HLS - HLS_{\min}}{HLS_{\max} - HLS_{\min}}$$

$$I_{RLS} = \frac{RLS - RLS_{\min}}{RLS_{\max} - RLS_{\min}}$$

$$I_{pendidikan} = \frac{I_{HLS} - I_{RLS}}{2}$$

$$I_{pengeluaran} = \frac{\ln(Pengeluaran) - \ln(Pengeluaran_{\min})}{\ln(Pengeluaran_{\max}) - \ln(Pengeluaran_{\min})}$$

Keterangan:

$I_{kesehatan}$ = Indeks Kesehatan

I_{HLS} = Indeks Harapan Lama Sekolah

I_{RLS} = Indeks Rata-rata Lama Sekolah

$I_{pendidikan}$ = Indeks Pendidikan

$I_{pengeluaran}$ = Indeks Pengeluaran

BAB 3

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari publikasi Badan Pusat Statistik (BPS), yang berkaitan dengan Indeks pembangunan Manusia (IPM) di Jawa Timur tahun 2019, dengan unit penelitian adalah Kabupaten/ Kota di Provinsi Jawa Timur (sebanyak 38 Kabupaten/Kota).

3.2 Variabel Penelitian dan Struktur Data

Variabel-variabel yang akan digunakan dalam penelitian ini yaitu dapat dilihat pada Tabel 3.1.

Tabel 3. 1 Variabel Penelitian

Variabel	Simbol Variabel	Nama Variabel
Respon	y	Indeks Pembangunan Manusia (IPM)
Prediktor	x_1	Persentase Penduduk Miskin
	x_2	Jumlah Tenaga Kesehatan
	x_3	Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT)
	x_4	Belanja Pemerintah Daerah

Adapun struktur data pada penelitian ini adalah pada sebagai berikut:

Tabel 3. 2 Struktur Data Penelitian

Kabupaten/Kota di Jawa Timur	x_1	x_2	x_3	x_4	y
1	$x_{1(1)}$	$x_{2(1)}$	$x_{3(1)}$	$x_{4(1)}$	$y_{(1)}$
2	$x_{1(2)}$	$x_{2(2)}$	$x_{3(2)}$	$x_{4(2)}$	$y_{(2)}$
3	$x_{1(3)}$	$x_{2(3)}$	$x_{3(3)}$	$x_{4(3)}$	$y_{(3)}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
38	$x_{1(38)}$	$x_{2(38)}$	$x_{3(38)}$	$x_{4(38)}$	$y_{(38)}$

3.3 Definisi Operasional

a. Indeks Pembangunan Manusia (IPM)

Indeks yang mengukur pembangunan manusia dari tiga aspek dasar yaitu umur panjang dan hidup sehat, pengetahuan, dan standar hidup layak.

b. Persentase Penduduk Miskin

Persentase penduduk miskin yang berada di bawah garis kemiskinan. Secara sederhana mengukur proporsi yang dikategorikan miskin.

c. Jumlah Tenaga Kesehatan

Tenaga kesehatan adalah setiap orang yang memiliki pengetahuan dan atau keterampilan bidang kesehatan dan melakukan upaya kesehatan untuk masyarakat umum baik secara langsung maupun tidak langsung, mencakup: tenaga medis, tenaga keperawatan, tenaga kefarmasian, tenaga kesehatan masyarakat, tenaga gizi, tenaga keterampilan fisik, tenaga keteknisian medis.

d. Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT)

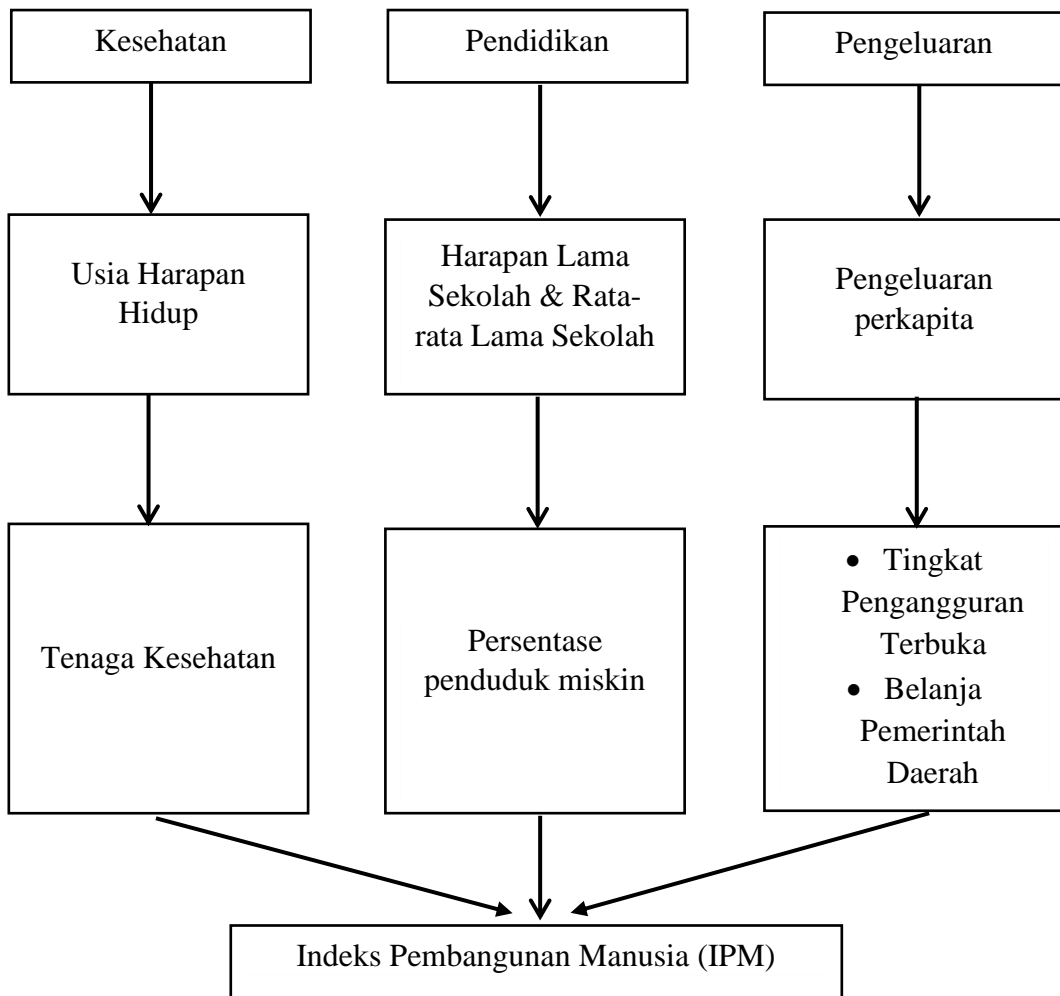
Persentase jumlah pengangguran terhadap jumlah angkatan kerja yang termasuk dalam pengangguran.

e. Belanja Pemerintah Daerah

Anggaran Pendapatan dan Belanja Daerah (APBD), adalah rencana keuangan tahunan pemerintah daerah yang dibahas dan disetujui bersama oleh pemerintah daerah dan dewan perwakilan rakyat daerah, dan ditetapkan dengan peraturan daerah.

3.4 Kerangka Konsep Variabel

Terdapat beberapa komponen penyusun Indeks Pembangunan Manusia (IPM) diantaranya adalah kesehatan yang dihitung dari Usia Harapan Hidup sejak lahir, pendidikan yang dihitung dari Harapan Lama Sekolah (HLS) dan Rata-rata Lama Sekolah (RLS), dan pengeluaran yang dihitung dari pengeluaran perkapita. Faktor yang diduga mempengaruhi nilai IPM diantaranya Persentase Penduduk Miskin, Jumlah Tenaga Kesehatan, Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT), dan Belanja Pemerintah Daerah. Berikut merupakan kerangka konsep variabel yang digunakan pada penelitian ini dapat dilihat pada gambar dibawah.



Gambar 3. 1 Kerangka Konsep Variabel Penelitian

3.5 Metode Penelitian

Langkah-langkah dalam penelitian ini, secara umum dapat digambarkan dengan tahapan-tahapan berikut:

1. Mengestimasi bentuk kurva regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier dengan langkah-langkah sebagai berikut:
 - a. Diberikan data berpasangan $(x_i, t_i, z_i, v_i, y_i)$
 - b. Asumsikan variabel prediktor x_i mengikuti model regresi parametrik, sedangkan variabel prediktor t_i, z_i , dan v_i mengikuti regresi

nonparametrik. Hubungan antara x_i, t_i, z_i, v_i dan y_i mengikuti model regresi semiparametrik:

$$y_i = \mu(x_i, t_i, z_i, v_i) + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n$$

c. Menyajikan masing-masing kurva regresi dalam bentuk matriks:

$$\vec{f}(x) = \mathbf{X}\vec{\beta}, \vec{g}(t) = \mathbf{T}(k)\vec{\phi}, \vec{h}(z) = \mathbf{Z}(\alpha)\vec{\gamma}, \text{ dan } \vec{j}(v) = \mathbf{V}(w)\vec{\theta}$$

d. Membuat pendekatan untuk masing-masing kurva dengan fungsi-fungsi berikut:

- 1) Menghampiri kurva regresi $f(x_i)$ dengan fungsi linear pada persamaan (2.2)
- 2) Menghampiri fungsi $g(t_i)$ dengan menggunakan Spline *Truncated* pada persamaan (2.9)
- 3) Menghampiri fungsi $h(z_i)$ dengan menggunakan Kernel pada persamaan (2.13)
- 4) Menghampiri $j(v_i)$ dengan menggunakan Deret Fourier pada persamaan (2.19)

e. Menuliskan model estimasi campuran regresi semiparametrik Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier dalam bentuk matriks.

$$\vec{Y}^* = \mathbf{X}\vec{\beta} + \mathbf{T}(k)\vec{\phi} + \mathbf{V}(w)\vec{\theta} + \vec{\varepsilon}, \text{ dimana } \vec{Y}^* = (\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))\vec{y}$$

dengan,

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{2n} & \cdots & x_{np} \end{pmatrix}; \vec{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_n \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{T}(k) = \begin{pmatrix} t_1 & (t_1 - k_1)_+ & \cdots & (t_1 - k_q)_+ \\ t_2 & (t_2 - k_1)_+ & \cdots & (t_2 - k_q)_+ \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_n & (t_n - k_1)_+ & \cdots & (t_n - k_q)_+ \end{pmatrix}; \vec{\phi} = \begin{pmatrix} \lambda \\ \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_q \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{Z}(\alpha) = \begin{pmatrix} n^{-1}R_{\alpha_1}(z_1) & n^{-1}R_{\alpha_2}(z_1) & \dots & n^{-1}R_{\alpha_n}(z_1) \\ n^{-1}R_{\alpha_1}(z_2) & n^{-1}R_{\alpha_2}(z_2) & \dots & n^{-1}R_{\alpha_n}(z_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n^{-1}R_{\alpha_1}(z_n) & n^{-1}R_{\alpha_2}(z_n) & \dots & n^{-1}R_{\alpha_n}(z_n) \end{pmatrix}; \bar{\mathbf{y}} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{V}(w) = \begin{pmatrix} v_1 & 1/2 & \cos v_1 & \dots & \cos Wv_1 \\ v_2 & 1/2 & \cos v_2 & \dots & \cos Wv_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_n & 1/2 & \cos v_n & \dots & \cos Wv_n \end{pmatrix}; \bar{\boldsymbol{\theta}} = \begin{pmatrix} \delta \\ \theta_0 \\ \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_w \end{pmatrix}$$

- f. Membentuk komponen *error* dari model regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier.

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \bar{\mathbf{Y}}^* - \mathbf{X}\bar{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{T}(k)\bar{\boldsymbol{\phi}} - \mathbf{V}(w)\bar{\boldsymbol{\theta}}$$

Pada model campuran *error* yang dihasilkan adalah tunggal, bukan penjumlahan dari masing-masing *error* pada setiap estimator. Karena dalam estimasi parameter dilakukan secara bersama-sama tidak satu per satu.

- g. Mencari bentuk estimasi kurva regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier menggunakan metode OLS melalui optimasi berikut.

$$\begin{aligned} & \text{Min}_{\bar{\boldsymbol{\beta}}, \bar{\boldsymbol{\phi}}, \bar{\boldsymbol{\theta}}} \left\{ \left(\bar{\mathbf{Y}}^* - \mathbf{X}\bar{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{T}(k)\bar{\boldsymbol{\phi}} - \mathbf{V}(w)\bar{\boldsymbol{\theta}} \right)' \left(\bar{\mathbf{Y}}^* - \mathbf{X}\bar{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{T}(k)\bar{\boldsymbol{\phi}} - \mathbf{V}(w)\bar{\boldsymbol{\theta}} \right) \right\} \\ & = \text{Min}_{\bar{\boldsymbol{\beta}}, \bar{\boldsymbol{\phi}}, \bar{\boldsymbol{\theta}}} Q(\bar{\boldsymbol{\beta}}, \bar{\boldsymbol{\phi}}, \bar{\boldsymbol{\theta}}) \end{aligned}$$

- h. Menghitung derivatif parsial masing-masing parameter ($\bar{\boldsymbol{\beta}}$, $\bar{\boldsymbol{\phi}}$, dan $\bar{\boldsymbol{\theta}}$) serta menyamakan dengan nol:

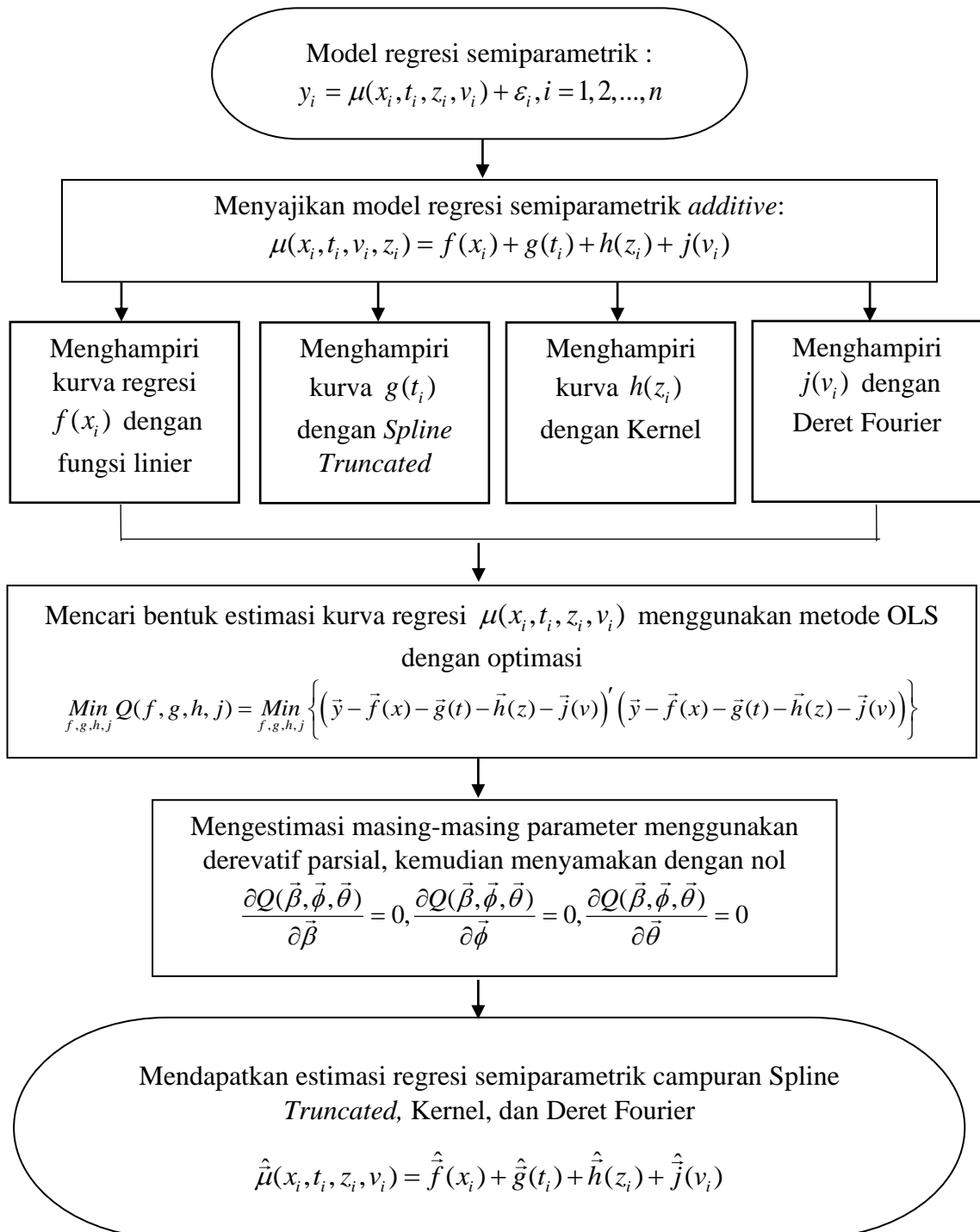
$$\frac{\partial Q(\bar{\boldsymbol{\beta}}, \bar{\boldsymbol{\phi}}, \bar{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \bar{\boldsymbol{\beta}}} = 0, \frac{\partial Q(\bar{\boldsymbol{\beta}}, \bar{\boldsymbol{\phi}}, \bar{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \bar{\boldsymbol{\phi}}} = 0, \frac{\partial Q(\bar{\boldsymbol{\beta}}, \bar{\boldsymbol{\phi}}, \bar{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \bar{\boldsymbol{\theta}}} = 0$$

- i. Mendapatkan estimasi campuran komponen parametrik linier $\hat{f}(x_i)$, komponen Spline *Truncated* $\hat{g}(t_i)$, Kernel $\hat{h}(z_i)$, dan Deret Fourier $\hat{j}(v_i)$

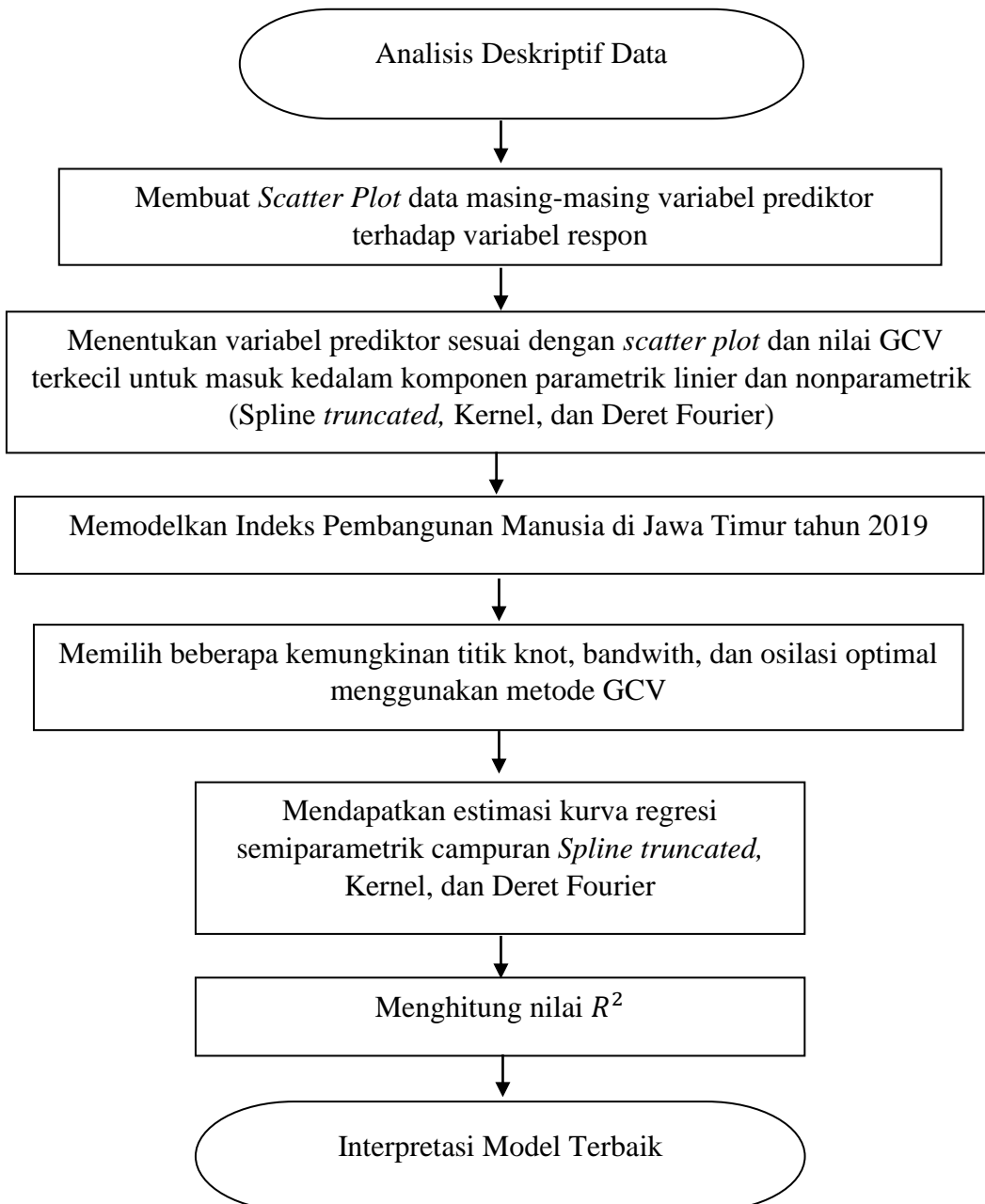
$$\hat{\mu}(x_i, t_i, z_i, v_i) = \hat{f}(x_i) + \hat{g}(t_i) + \hat{h}(z_i) + \hat{j}(v_i)$$

2. Mengaplikasikan estimasi campuran yang diperoleh untuk memodelkan Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Provinsi Jawa Timur tahun 2019, dengan langkah-langkah sebagai berikut:
 - a. Melakukan analisis deskriptif data untuk mengetahui gambaran umum tentang data Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Provinsi Jawa Timur, dengan variabel-variabel prediktornya.
 - b. Membuat *scatter plot* antara variabel respon dengan masing-masing variabel prediktor.
 - c. Mencari nilai korelasi pada masing-masing nilai prediktor terhadap respon, dimana variabel dengan nilai koefisien korelasi terbesar maka akan didekati dengan parametrik linier.
 - d. Menentukan variabel prediktor yang merupakan nonparametrik yang didekati dengan fungsi Spline *Truncated*, yang didekati dengan fungsi Kernel, dan yang didekati dengan Deret Fourier. Penentuan variabel berdasarkan *scatter plot* serta kombinasi kemungkinan variabel yang menghasilkan nilai GCV terkecil.
 - e. Memodelkan Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Provinsi Jawa Timur tahun 2019 dengan menggunakan pendekatan regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier.
 - f. Memilih titik knot k , bandwidth α , dan panjang osilasi w optimal menggunakan metode GCV. Pemilihan titik knot, bandwidth, dan osilasi optimum dilakukan dengan cara mengkombinasikan antara beberapa kemungkinan titik knot, bandwidth, dan panjang osilasi diulang-ulang hingga memperoleh nilai GCV yang minimum.
 - g. Menghitung R^2
 - h. Melakukan interpretasi model dengan pendekatan. regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier.
 - i. Membandingkan antara model dengan estimator tunggal dan campuran melalui nilai GCV terkecil.

Langkah-langkah analisis dalam penelitian ini dapat digambarkan pada diagram alir seperti Gambar 3.2 dan Gambar 3.3.



Gambar 3. 2 Diagram Alir Langkah Analisis Data unuk Tujuan Pertama



Gambar 3. 3 Diagram Alir Langkah Analisis Data untuk Tujuan Kedua

BAB 4

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Model Regresi Semiparametrik Campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier

Diberikan data berpasangan $(x_i, t_i, z_i, v_i, y_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$ yang memiliki hubungan dan diasumsikan mengikuti model regresi semiparametrik seperti pada persamaan dibawah ini.

$$y_i = \mu(x_i, t_i, z_i, v_i) + \varepsilon_i \quad (4.1)$$

Kurva regresi μ pada persamaan (4.1) diasumsikan bersifat *additive* sehingga dapat ditulis dengan persamaan sebagai berikut ini.

$$\mu(x_i, t_i, v_i, z_i) = f(x_i) + g(t_i) + h(z_i) + j(v_i) \quad (4.2)$$

Bentuk pola hubungan antara variabel respon y_i dengan variabel prediktor x_i diasumsikan mengikuti kurva regresi parametrik sederhana dengan pola linear. Sementara itu hubungan antara variabel respon y_i dengan variabel prediktor t_i, z_i , dan v_i tidak diketahui bentuk pola kurvanya. Diasumsikan bentuk pola hubungan antara variabel respon y_i dengan variabel prediktor t_i berubah-ubah pada sub-sub interval tertentu. Sementara itu bentuk pola hubungan antara variabel respon y_i dengan variabel prediktor z_i diasumsikan tidak memiliki suatu pola tertentu. Serta bentuk pola hubungan antara variabel respon y_i dengan variabel prediktor v_i diasumsikan memiliki pola yang berulang.

Sehingga secara teoritis seperti yang telah dijelaskan diatas, maka kurva regresi $f(x_i)$ didekati dengan fungsi regresi linear, kurva regresi $g(t_i)$ didekati dengan fungsi Spline *Truncated* linear, kurva regresi $h(z_i)$ didekati dengan fungsi kernel, serta kurva regresi $j(v_i)$ didekati dengan deret fourier. Sehingga kurva campuran $\mu(x_i, t_i, v_i, z_i)$ secara keseluruhan dapat didekati dengan kurva regresi semiparametrik dimana $f(x_i)$ merupakan komponen parametrik, sedangkan fungsi

$g(t_i), h(z_i)$ dan $j(v_i)$ merupakan komponen nonparametrik dengan pendekatan yang digunakan secara berturut adalah Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier. Komponen parametrik dapat dituliskan sebagai berikut.

$$f(x_i) = \beta_0 + \beta_1 x_i \quad (4.3)$$

dapat dituliskan dalam bentuk matriks seperti berikut.

$$\begin{pmatrix} f(x_1) \\ f(x_2) \\ \vdots \\ f(x_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_0 + \beta_1 x_{11} \\ \beta_0 + \beta_1 x_{21} \\ \vdots \\ \beta_0 + \beta_1 x_{n1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} \\ 1 & x_{21} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{pmatrix}$$

atau dalam notasi matriks dapat ditulis menjadi persamaan dibawah ini.

$$\vec{f}(x) = \mathbf{X}\vec{\beta} \quad (4.4)$$

dimana,

$$\vec{f}(x) = \begin{pmatrix} f(x_1) \\ f(x_2) \\ \vdots \\ f(x_n) \end{pmatrix}, \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{pmatrix}, \text{ dan } \vec{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{pmatrix}$$

Komponen kurva nonparametrik Spline *Truncated* linear dengan titik knot k_1, k_2, \dots, k_q dapat dituliskan sebagai berikut ini.

Spline *Truncated* linier sederhana dapat disajikan dalam persamaan sebagai berikut ini.

$$g(t_i) = \sum_{j=1}^p \lambda_j t_i^j + \sum_{l=1}^q \phi_l (t_i - k_l)_+ \quad (4.5)$$

dengan,

$$(t_i - k_l)_+ = \begin{cases} t_i - k_l, & t_i \geq k_l \\ 0, & t_i < k_l \end{cases}$$

Dimana $\lambda, \phi_1, \dots, \phi_q$ merupakan parameter-parameter yang tidak diketahui dan akan di estimasi, k_1, k_2, \dots, k_q merupakan titik knot dimana $k_1 < k_2 < \dots < k_q$. Dari persamaan fungsi Spline *Truncated* di atas, untuk $i = 1, 2, \dots, n$, dapat digabungkan ke dalam bentuk persamaan vektor dan matriks seperti dibawah ini.

$$\begin{pmatrix} g(t_1) \\ g(t_2) \\ \vdots \\ g(t_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda t_1 + \phi_1(t_1 - k_1)_+ + \cdots + \phi_l(t_1 - k_q)_+ \\ \lambda t_2 + \phi_1(t_2 - k_1)_+ + \cdots + \phi_l(t_2 - k_q)_+ \\ \vdots \\ \lambda t_n + \phi_1(t_n - k_1)_+ + \cdots + \phi_l(t_n - k_q)_+ \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} g(t_1) \\ g(t_2) \\ \vdots \\ g(t_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_1 & (t_1 - k_1)_+ & \cdots & (t_1 - k_q)_+ \\ t_2 & (t_2 - k_1)_+ & \cdots & (t_2 - k_q)_+ \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_n & (t_n - k_1)_+ & \cdots & (t_n - k_q)_+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda \\ \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_q \end{pmatrix}$$

Dalam notasi matriks dapat dituliskan menjadi persamaan berikut.

$$\bar{g}(t) = \mathbf{T}(k)\vec{\phi} \quad (4.6)$$

$$\text{dengan, } \bar{g}(t) = \begin{pmatrix} g(t_1) \\ g(t_2) \\ \vdots \\ g(t_n) \end{pmatrix}; \mathbf{T}(k) = \begin{pmatrix} t_1 & (t_1 - k_1)_+ & \cdots & (t_1 - k_q)_+ \\ t_2 & (t_2 - k_1)_+ & \cdots & (t_2 - k_q)_+ \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_n & (t_n - k_1)_+ & \cdots & (t_n - k_q)_+ \end{pmatrix}; \vec{\phi} = \begin{pmatrix} \lambda \\ \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_q \end{pmatrix}$$

Vektor $g(t_i)$ berukuran $n \times 1$, matriks \mathbf{G} berukuran $n \times (q+1)$ sedangkan vektor $\vec{\phi}$ berukuran $1 \times (q+1)$.

Komponen nonparametrik kernel dapat dituliskan seperti dibawah ini.

$$\hat{h}_\alpha(z) = n^{-1} \sum_{i=1}^n R_{ai}(z) y_i \quad (4.7)$$

$$\text{dengan } R_{ai}(z) = \frac{\frac{1}{\alpha} K\left(\frac{z - z_i}{\alpha}\right)}{n^{-1} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\alpha} K\left(\frac{z - z_i}{\alpha}\right)}$$

$$K(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\alpha^2}(z-z_i)^2}, -\infty < z < \infty$$

$$R_{ai}(z) = \frac{e^{-\frac{1}{2\alpha^2}(z-z_i)^2}}{n^{-1} \sum_{i=1}^n e^{-\frac{1}{2\alpha^2}(z-z_i)^2}}$$

dimana $\hat{h}_\alpha(z)$ adalah penaksir dari regresi fungsi kernel, z adalah variabel prediktor yang nilainya tidak teramati namun akan digunakan untuk menaksir, z_i adalah

variabel prediktor pada data ke- i , dan y_i adalah variabel respon data ke- i , K merupakan fungsi kernel, n adalah banyak pengamatan dan α adalah lebar bandwidth. Estimator kernel tergantung pada fungsi kernel K dan parameter bandwidth α . Dalam bentuk matriks dapat ditulis sebagai berikut ini.

$$\begin{pmatrix} \hat{h}_\alpha(z_1) \\ \hat{h}_\alpha(z_2) \\ \vdots \\ \hat{h}_\alpha(z_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n^{-1} \sum_{i=1}^n R_{\alpha i}(z) y_1 \\ n^{-1} \sum_{i=1}^n R_{\alpha i}(z) y_2 \\ \vdots \\ n^{-1} \sum_{i=1}^n R_{\alpha i}(z) y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n^{-1} R_{\alpha 1}(z_1) y_1 + n^{-1} R_{\alpha 2}(z_1) y_2 + \dots + n^{-1} R_{\alpha n}(z_1) y_n \\ n^{-1} R_{\alpha 1}(z_2) y_1 + n^{-1} R_{\alpha 2}(z_2) y_2 + \dots + n^{-1} R_{\alpha n}(z_2) y_n \\ \vdots \\ n^{-1} R_{\alpha 1}(z_n) y_1 + n^{-1} R_{\alpha 2}(z_n) y_2 + \dots + n^{-1} R_{\alpha n}(z_n) y_n \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \hat{h}_\alpha(z_1) \\ \hat{h}_\alpha(z_2) \\ \vdots \\ \hat{h}_\alpha(z_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n^{-1} R_{\alpha 1}(z_1) & n^{-1} R_{\alpha 2}(z_1) & \dots & n^{-1} R_{\alpha n}(z_1) \\ n^{-1} R_{\alpha 1}(z_2) & n^{-1} R_{\alpha 2}(z_2) & \dots & n^{-1} R_{\alpha n}(z_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n^{-1} R_{\alpha 1}(z_n) & n^{-1} R_{\alpha 2}(z_n) & \dots & n^{-1} R_{\alpha n}(z_n) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

atau dapat ditulis dalam notasi matriks sebagai berikut ini.

$$\hat{h}(z) = \mathbf{Z}(\alpha) \bar{y} \quad (4.8)$$

dimana,

$$\hat{h}(z) = \begin{pmatrix} \hat{h}_\alpha(z_1) \\ \hat{h}_\alpha(z_2) \\ \vdots \\ \hat{h}_\alpha(z_n) \end{pmatrix}; \mathbf{Z}(\alpha) = \begin{pmatrix} n^{-1} R_{\alpha 1}(z_1) & n^{-1} R_{\alpha 2}(z_1) & \dots & n^{-1} R_{\alpha n}(z_1) \\ n^{-1} R_{\alpha 1}(z_2) & n^{-1} R_{\alpha 2}(z_2) & \dots & n^{-1} R_{\alpha n}(z_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n^{-1} R_{\alpha 1}(z_n) & n^{-1} R_{\alpha 2}(z_n) & \dots & n^{-1} R_{\alpha n}(z_n) \end{pmatrix}; \text{ dan } \bar{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

Sedangkan komponen nonparametrik deret fourier dapat dituliskan dalam persamaan seperti dibawah ini.

$$j(v_i) = \delta v_i + \frac{1}{2} \theta_0 + \sum_{w=1}^W \theta_w \cos wv_i \quad (4.9)$$

dimana $b, \theta_0, \theta_w, w = 1, 2, \dots, W$ merupakan parameter-parameter model. Dari persamaan fungsi Deret Fourier tersebut, serta dipengaruhi oleh panjang osilasi (w) dimana secara umum osilasi bernilai $1, 2, \dots, n$. Fungsi Deret Fourier dapat dituliskan ke dalam bentuk persamaan vektor dan matriks sebagai berikut dibawah ini.

$$\begin{pmatrix} j(v_1) \\ j(v_2) \\ \vdots \\ j(v_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta v_1 + \frac{1}{2} \theta_0 + \sum_{w=1}^w \theta_1 \cos wv_1 \\ \delta v_2 + \frac{1}{2} \theta_0 + \sum_{w=1}^w \theta_1 \cos wv_2 \\ \vdots \\ \delta v_n + \frac{1}{2} \theta_0 + \sum_{w=1}^w \theta_1 \cos wv_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 & 1/2 & \cos v_1 & \cdots & \cos Wv_1 \\ v_2 & 1/2 & \cos v_2 & \cdots & \cos Wv_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_n & 1/2 & \cos v_n & \cdots & \cos Wv_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta \\ \theta_0 \\ \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_w \end{pmatrix}$$

Dalam notasi matriks dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\vec{j}(v) = \mathbf{V}(w)\vec{\theta} \quad (4.10)$$

dimana,

$$\vec{j}(v) = \begin{pmatrix} j(v_1) \\ j(v_2) \\ \vdots \\ j(v_n) \end{pmatrix}; \mathbf{V}(w) = \begin{pmatrix} v_1 & 1/2 & \cos v_1 & \cdots & \cos Wv_1 \\ v_2 & 1/2 & \cos v_2 & \cdots & \cos Wv_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_n & 1/2 & \cos v_n & \cdots & \cos Wv_n \end{pmatrix}; \vec{\theta} = \begin{pmatrix} \delta \\ \theta_0 \\ \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_w \end{pmatrix}$$

Berdasarkan uraian diatas tentang komponen parametrik dan nonparametrik, maka model regresi semiparametrik campuran Spline truncated, Kernel, dan Deret Fourier dapat dituliskan dengan persamaan sebagai berikut ini.

$$\vec{y} = \vec{f}(x) + \vec{g}(t) + \vec{h}(z_i) + \vec{j}(v_i) + \vec{\varepsilon} \quad (4.11)$$

$$\vec{y} = \mathbf{X}\vec{\beta} + \mathbf{T}(k)\vec{\phi} + \mathbf{Z}(\alpha)\vec{y} + \mathbf{V}(w)\vec{\theta} + \vec{\varepsilon}$$

4.2 Estimasi Kurva Regresi Semiparametrik Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier

Estimator semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier dapat diperoleh dengan menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS) dengan meminimumkan jumlah kuadrat sisaan, dari model pada persamaan (4.11) maka diperoleh persamaan sebagai berikut ini.

$$\begin{aligned} \vec{\varepsilon} &= \vec{y} - (\mathbf{X}\vec{\beta} + \mathbf{T}(k)\vec{\phi} + \mathbf{Z}(\alpha)\vec{y} + \mathbf{V}(w)\vec{\theta}) \\ &= \vec{y} - \mathbf{X}\vec{\beta} - \mathbf{T}(k)\vec{\phi} - \mathbf{Z}(\alpha)\vec{y} - \mathbf{V}(w)\vec{\theta} \\ &= \vec{y} - \mathbf{Z}(\alpha)\vec{y} - \mathbf{X}\vec{\beta} - \mathbf{T}(k)\vec{\phi} - \mathbf{V}(w)\vec{\theta} \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))\vec{y} - \mathbf{X}\vec{\beta} - \mathbf{T}(k)\vec{\phi} - \mathbf{V}(w)\vec{\theta} \end{aligned}$$

Selanjutnya akan diperoleh:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 &= \bar{\varepsilon}'\bar{\varepsilon} \\ &= [(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))\bar{y} - \mathbf{X}\bar{\beta} - \mathbf{T}(k)\bar{\phi} - \mathbf{V}(w)\bar{\theta}]'[(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))\bar{y} - \mathbf{X}\bar{\beta} - \mathbf{T}(k)\bar{\phi} - \mathbf{V}(w)\bar{\theta}] \\ &= [\bar{y}'(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))' - \bar{\beta}'\mathbf{X}' - \bar{\phi}'\mathbf{T}(k)' - \bar{\theta}'\mathbf{V}(w)'][(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))\bar{y} - \mathbf{X}\bar{\beta} - \mathbf{T}(k)\bar{\phi} - \mathbf{V}(w)\bar{\theta}]\end{aligned}$$

Apabila matriks dikalikan, maka akan diperoleh hasil sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\bar{\varepsilon}'\bar{\varepsilon} &= [\bar{y}'(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))' - \bar{\beta}'\mathbf{X}' - \bar{\phi}'\mathbf{T}(k)' - \bar{\theta}'\mathbf{V}(w)'][(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))\bar{y} - \mathbf{X}\bar{\beta} - \mathbf{T}(k)\bar{\phi} - \mathbf{V}(w)\bar{\theta}] \\ &= \bar{y}'(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))'(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))\bar{y} - \bar{y}'(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))'\mathbf{X}\bar{\beta} - \bar{y}'(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))'\mathbf{T}(k)\bar{\phi} - \\ &\quad \bar{y}'(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))'\mathbf{V}(w)\bar{\theta} - \bar{\beta}'\mathbf{X}'(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))\bar{y} + \bar{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\bar{\beta} + \bar{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{T}(k)\bar{\phi} + \bar{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{V}(w)\bar{\theta} \\ &\quad - \bar{\phi}'\mathbf{T}(k)'(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))\bar{y} + \bar{\phi}'\mathbf{T}(k)'\mathbf{X}\bar{\beta} + \bar{\phi}'\mathbf{T}(k)'\mathbf{T}(k)\bar{\phi} + \bar{\phi}'\mathbf{T}(k)'\mathbf{V}(w)\bar{\theta} - \\ &\quad \bar{\theta}'\mathbf{V}(w)'(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))\bar{y} + \bar{\theta}'\mathbf{V}(w)'\mathbf{X}\bar{\beta} + \bar{\theta}'\mathbf{V}(w)'\mathbf{T}(k)\bar{\phi} + \bar{\theta}'\mathbf{V}(w)'\mathbf{V}(w)\bar{\theta} \\ &= \bar{y}'(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))'(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))\bar{y} - \bar{\beta}'\mathbf{X}'(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))\bar{y} - \bar{\phi}'\mathbf{T}(k)'(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))\bar{y} - \\ &\quad \bar{\theta}'\mathbf{V}(w)'(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))\bar{y} + \bar{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\bar{\beta} + \bar{\phi}'\mathbf{T}(k)'\mathbf{X}\bar{\beta} + \bar{\theta}'\mathbf{V}(w)'\mathbf{X}\bar{\beta} \\ &\quad - \bar{\phi}'\mathbf{T}(k)'(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))\bar{y} + \bar{\phi}'\mathbf{T}(k)'\mathbf{X}\bar{\beta} + \bar{\phi}'\mathbf{T}(k)'\mathbf{T}(k)\bar{\phi} + \bar{\theta}'\mathbf{V}(w)'\mathbf{T}(k)\bar{\phi} - \\ &\quad \bar{\theta}'\mathbf{V}(w)'(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))\bar{y} + \bar{\theta}'\mathbf{V}(w)'\mathbf{X}\bar{\beta} + \bar{\theta}'\mathbf{V}(w)'\mathbf{T}(k)\bar{\phi} + \bar{\theta}'\mathbf{V}(w)'\mathbf{V}(w)\bar{\theta}\end{aligned}$$

dengan sedikit penyederhanaan maka bentuk matriks sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\bar{\varepsilon}'\bar{\varepsilon} &= \bar{y}'(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))'(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))\bar{y} - 2\bar{\beta}'\mathbf{X}'(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))\bar{y} - 2\bar{\phi}'\mathbf{T}(k)'(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))\bar{y} - \\ &\quad 2\bar{\theta}'\mathbf{V}(w)'(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))\bar{y} + \bar{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\bar{\beta} + 2\bar{\phi}'\mathbf{T}(k)'\mathbf{X}\bar{\beta} + 2\bar{\theta}'\mathbf{V}(w)'\mathbf{X}\bar{\beta} + \bar{\phi}'\mathbf{T}(k)'\mathbf{T}(k)\bar{\phi} \\ &\quad + 2\bar{\theta}'\mathbf{V}(w)'\mathbf{T}(k)\bar{\phi} + \bar{\theta}'\mathbf{V}(w)'\mathbf{V}(w)\bar{\theta} \\ &= Y^*Y^* - 2\bar{\beta}'\mathbf{X}'Y^* - 2\bar{\phi}'\mathbf{T}(k)'Y^* - 2\bar{\theta}'\mathbf{V}(w)'Y^* + \bar{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\bar{\beta} + 2\bar{\phi}'\mathbf{T}(k)'\mathbf{X}\bar{\beta} + \\ &\quad 2\bar{\theta}'\mathbf{V}(w)'\mathbf{X}\bar{\beta} + \bar{\phi}'\mathbf{T}(k)'\mathbf{T}(k)\bar{\phi} + 2\bar{\theta}'\mathbf{V}(w)'\mathbf{T}(k)\bar{\phi} + \bar{\theta}'\mathbf{V}(w)'\mathbf{V}(w)\bar{\theta} \\ &= Q(\bar{\beta}, \bar{\phi}, \bar{\theta})\end{aligned}$$

dimana, $Y^* = (\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))\bar{y}$

Selanjutnya dilakukan turunan parsial terhadap $\bar{\beta}$ untuk menduga parameter $\bar{\beta}$.

$$\frac{\partial Q(\bar{\beta}, \bar{\phi}, \bar{\theta})}{\partial \bar{\beta}} = -2\mathbf{X}'Y^* + 2\mathbf{X}'\mathbf{X}\bar{\beta} + 2\mathbf{X}'\mathbf{T}(k)\bar{\phi} + 2\mathbf{X}'\mathbf{V}(w)\bar{\theta}$$

Turunan parsial tersebut disama dengankan nol.

$$\frac{\partial Q(\bar{\beta}, \bar{\phi}, \bar{\theta})}{\partial \bar{\beta}} = 0$$

$$-2\mathbf{X}'Y^* + 2\mathbf{X}'\mathbf{X}\bar{\beta} + 2\mathbf{X}'\mathbf{T}(k)\bar{\phi} + 2\mathbf{X}'\mathbf{V}(w)\bar{\theta} = 0$$

Sehingga didapatkan persamaan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
2\mathbf{X}'\mathbf{X}\vec{\beta} &= 2\mathbf{X}'Y^* - 2\mathbf{X}'\mathbf{T}(k)\vec{\phi} - 2\mathbf{X}'\mathbf{V}(w)\vec{\theta} \\
\mathbf{X}'\mathbf{X}\vec{\beta} &= \mathbf{X}'Y^* - \mathbf{X}'\mathbf{T}(k)\vec{\phi} - \mathbf{X}'\mathbf{V}(w)\vec{\theta} \\
\hat{\beta} &= (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}(\mathbf{X}'Y^* - \mathbf{X}'\mathbf{T}(k)\hat{\phi} - \mathbf{X}'\mathbf{V}(w)\hat{\theta}) \\
&= (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'Y^* - (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{T}(k)\hat{\phi} - (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{V}(w)\hat{\theta} \\
&= (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))\bar{y} - (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{T}(k)\hat{\phi} - (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{V}(w)\hat{\theta} \quad (4.12)
\end{aligned}$$

Turunan parsial terhadap $\vec{\phi}$ dan di sama dengankan 0 untuk menduga parameter $\vec{\phi}$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q(\vec{\beta}, \vec{\phi}, \vec{\theta})}{\partial \vec{\phi}} &= -2\mathbf{T}(k)'Y^* + 2\mathbf{T}(k)'\mathbf{X}\vec{\beta} + 2\mathbf{T}(k)'\mathbf{T}(k)\vec{\phi} + 2\mathbf{T}(k)'\mathbf{V}(w)\vec{\theta} \\
\frac{\partial Q(\vec{\beta}, \vec{\phi}, \vec{\theta})}{\partial \vec{\phi}} &= 0 \\
-2\mathbf{T}(k)'Y^* + 2\mathbf{T}(k)'\mathbf{X}\vec{\beta} + 2\mathbf{T}(k)'\mathbf{T}(k)\vec{\phi} + 2\mathbf{T}(k)'\mathbf{V}(w)\vec{\theta} &= 0
\end{aligned}$$

Sehingga didapatkan persamaan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
2\mathbf{T}(k)'\mathbf{T}(k)\vec{\phi} &= 2\mathbf{T}(k)'Y^* - 2\mathbf{T}(k)'\mathbf{X}\vec{\beta} - 2\mathbf{T}(k)'\mathbf{V}(w)\vec{\theta} \\
\mathbf{T}(k)'\mathbf{T}(k)\vec{\phi} &= \mathbf{T}(k)'Y^* - \mathbf{T}(k)'\mathbf{X}\vec{\beta} - \mathbf{T}(k)'\mathbf{V}(w)\vec{\theta} \\
\hat{\phi} &= (\mathbf{T}(k)'\mathbf{T}(k))^{-1}(\mathbf{T}(k)'Y^* - \mathbf{T}(k)'\mathbf{X}\hat{\beta} - \mathbf{T}(k)'\mathbf{V}(w)\hat{\theta}) \\
&= (\mathbf{T}(k)'\mathbf{T}(k))^{-1}\mathbf{T}(k)'Y^* - (\mathbf{T}(k)'\mathbf{T}(k))^{-1}\mathbf{T}(k)'\mathbf{X}\hat{\beta} - \\
&\quad (\mathbf{T}(k)'\mathbf{T}(k))^{-1}\mathbf{T}(k)'\mathbf{V}(w)\hat{\theta} \quad (4.13)
\end{aligned}$$

Turunan parsial terhadap $\vec{\theta}$ dan di sama dengankan 0 untuk menduga parameter $\vec{\theta}$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q(\vec{\beta}, \vec{\phi}, \vec{\theta})}{\partial \vec{\theta}} &= -2\mathbf{V}(w)'Y^* + 2\mathbf{V}(w)'\mathbf{X}\vec{\beta} + 2\mathbf{V}(w)'\mathbf{T}(k)\vec{\phi} + 2\mathbf{V}(w)'\mathbf{V}(w)\vec{\theta} \\
\frac{\partial Q(\vec{\beta}, \vec{\phi}, \vec{\theta})}{\partial \vec{\theta}} &= 0
\end{aligned}$$

$$-2\mathbf{V}(w)'Y^* + 2\mathbf{V}(w)'\mathbf{X}\vec{\beta} + 2\mathbf{V}(w)'\mathbf{T}(k)\vec{\phi} + 2\mathbf{V}(w)'\mathbf{V}(w)\vec{\theta} = 0$$

Sehingga didapatkan persamaan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
2\mathbf{V}(w)'\mathbf{V}(w)\vec{\theta} &= 2\mathbf{V}(w)'Y^* - 2\mathbf{V}(w)'\mathbf{X}\vec{\beta} - 2\mathbf{V}(w)'\mathbf{T}(k)\vec{\phi} \\
\mathbf{V}(w)'\mathbf{V}(w)\vec{\theta} &= \mathbf{V}(w)'Y^* - \mathbf{V}(w)'\mathbf{X}\vec{\beta} - \mathbf{V}(w)'\mathbf{T}(k)\vec{\phi}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{\theta} &= (\mathbf{V}(w)' \mathbf{V}(w))^{-1} (\mathbf{V}(w)' \mathbf{Y}^* - \mathbf{V}(w)' \mathbf{X} \hat{\beta} - \mathbf{V}(w)' \mathbf{T}(k) \hat{\phi}) \\
&= (\mathbf{V}(w)' \mathbf{V}(w))^{-1} \mathbf{V}(w)' \mathbf{Y}^* - (\mathbf{V}(w)' \mathbf{V}(w))^{-1} \mathbf{V}(w)' \mathbf{X} \hat{\beta} \\
&\quad - (\mathbf{V}(w)' \mathbf{V}(w))^{-1} \mathbf{V}(w)' \mathbf{T}(k) \hat{\phi}
\end{aligned} \tag{4.14}$$

Berdasarkan persamaan (4.12), (4.13), dan (4.14) diatas maka dapat diketahui bahwa:

$$\begin{aligned}
\hat{\beta} &= (\mathbf{X}' \mathbf{X})^{-1} (\mathbf{X}' \mathbf{Y}^* - \mathbf{X}' \mathbf{T}(k) \hat{\phi} - \mathbf{X}' \mathbf{V}(w) \hat{\theta}) \\
&= (\mathbf{X}' \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \mathbf{Y}^* - (\mathbf{X}' \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \mathbf{T}(k) \hat{\phi} - (\mathbf{X}' \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \mathbf{V}(w) \hat{\theta} \\
&= \mathbf{B} \mathbf{Y}^* - \mathbf{B} \mathbf{T}(k) \hat{\phi} - \mathbf{B} \mathbf{V}(w) \hat{\theta}
\end{aligned} \tag{4.15}$$

dimana, $\mathbf{B} = (\mathbf{X}' \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'$

$$\begin{aligned}
\hat{\phi} &= (\mathbf{T}(k)' \mathbf{T}(k))^{-1} (\mathbf{T}(k)' \mathbf{Y}^* - \mathbf{T}(k)' \mathbf{X} \hat{\beta} - \mathbf{T}(k)' \mathbf{V}(w) \hat{\theta}) \\
&= (\mathbf{T}(k)' \mathbf{T}(k))^{-1} \mathbf{T}(k)' \mathbf{Y}^* - (\mathbf{T}(k)' \mathbf{T}(k))^{-1} \mathbf{T}(k)' \mathbf{X} \hat{\beta} - \\
&\quad (\mathbf{T}(k)' \mathbf{T}(k))^{-1} \mathbf{T}(k)' \mathbf{V}(w) \hat{\theta} \\
&= \mathbf{S} \mathbf{Y}^* - \mathbf{S} \mathbf{X} \hat{\beta} - \mathbf{S} \mathbf{V}(w) \hat{\theta}
\end{aligned} \tag{4.16}$$

dimana, $\mathbf{S} = (\mathbf{T}(k)' \mathbf{T}(k))^{-1} \mathbf{T}(k)'$

$$\begin{aligned}
\hat{\theta} &= (\mathbf{V}(w)' \mathbf{V}(w))^{-1} (\mathbf{V}(w)' \mathbf{Y}^* - \mathbf{V}(w)' \mathbf{X} \hat{\beta} - \mathbf{V}(w)' \mathbf{T}(k) \hat{\phi}) \\
&= (\mathbf{V}(w)' \mathbf{V}(w))^{-1} \mathbf{V}(w)' \mathbf{Y}^* - (\mathbf{V}(w)' \mathbf{V}(w))^{-1} \mathbf{V}(w)' \mathbf{X} \hat{\beta} - \\
&\quad (\mathbf{V}(w)' \mathbf{V}(w))^{-1} \mathbf{V}(w)' \mathbf{T}(k) \hat{\phi} \\
&= \mathbf{G} \mathbf{Y}^* - \mathbf{G} \mathbf{X} \hat{\beta} - \mathbf{G} \mathbf{T}(k) \hat{\phi}
\end{aligned} \tag{4.17}$$

dimana, $\mathbf{G} = (\mathbf{V}(w)' \mathbf{V}(w))^{-1} \mathbf{V}(w)'$

Untuk menyelesaikan ketiga estimator diatas, maka langkah pertama menggunakan metode eliminasi untuk menemukan persamaan yang memuat dua parameter antara persamaan (4.15) dan (4.17), dengan cara mengalikan $\mathbf{B} \mathbf{V}(w)$ di kedua ruas pada persamaan (4.17). Kemudian menyelisihkan persamaan (4.15) dengan (4.17) sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut.

$$\hat{\beta} - \mathbf{B} \mathbf{V}(w) \mathbf{G} \mathbf{X} \hat{\beta} + \mathbf{B} \mathbf{T}(k) \hat{\phi} - \mathbf{B} \mathbf{V}(w) \mathbf{G} \mathbf{T}(k) \hat{\phi} + \mathbf{B} \mathbf{V}(w) \hat{\theta} - \mathbf{B} \mathbf{V}(w) \hat{\theta} = \mathbf{B} \mathbf{Y}^* - \mathbf{B} \mathbf{V}(w) \mathbf{G} \mathbf{Y}^*$$

Persamaan tersebut dapat disederhanakan dengan bentuk berikut.

$$[I - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GX}]\hat{\beta} + [\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k)]\hat{\phi} = [B - \mathbf{BV}(w)G]Y^* \quad (4.18)$$

Melakukan metode eliminasi untuk menemukan persamaan yang memuat dua parameter antara persamaan (4.16) dan (4.17), dengan cara mengalikan $\mathbf{SV}(w)$ di kedua ruas pada persamaan (4.17). Kemudian menyelisihkan persamaan (4.16) dengan (4.17) sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut.

$$\mathbf{SX}\hat{\beta} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX}\hat{\beta} + \hat{\phi} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k)\hat{\phi} + \mathbf{SV}(w)\hat{\theta} - \mathbf{SV}(w)\hat{\theta} = \mathbf{SY}^* - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GY}^*$$

Persamaan tersebut dapat disederhanakan dengan bentuk berikut.

$$[\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX}]\hat{\beta} + [I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k)]\hat{\phi} = [S - \mathbf{SV}(w)G]Y^* \quad (4.19)$$

Berdasarkan hasil dari metode eliminasi yang telah dilakukan pada ketiga persamaan diatas, diperoleh persamaan (4.18) dan (4.19), dimana kedua persamaan tersebut mengandung dua parameter. Selanjutnya, menggunakan metode eliminasi pada kedua persamaan tersebut, dengan mengalikan persamaan (4.19) dengan $[\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k)][I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k)]^{-1}$. Kemudian menyelisihkan persamaan (4.18) dengan (4.19) sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} & [I - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GX}]\hat{\beta} - [\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k)][I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k)]^{-1}[\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX}]\hat{\beta} + \\ & [\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k)]\hat{\phi} - [\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k)][I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k)]^{-1} \\ & [I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k)]\hat{\phi} = \\ & [B - \mathbf{BV}(w)G]Y^* - [\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k)][I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k)]^{-1}[S - \mathbf{SV}(w)G]Y^* \end{aligned}$$

Persamaan tersebut dapat disederhanakan dengan bentuk berikut.

$$\begin{aligned} & ([I - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GX}] - [\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k)][I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k)]^{-1}[\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX}])\hat{\beta} = \\ & ([B - \mathbf{BV}(w)G] - [\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k)][I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k)]^{-1}[S - \mathbf{SV}(w)G])Y^* \end{aligned}$$

Kedua ruas persamaan tersebut dikalikan dengan

$$([I - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GX}] - [\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k)][I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k)]^{-1}[\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX}])^{-1}$$

sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \hat{\beta} &= ([I - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GX}] - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k))(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1}(\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX}))^{-1} \\ & \quad ([B - \mathbf{BV}(w)G] - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k))(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1}(S - \mathbf{SV}(w)G))Y^* \\ \hat{\beta} &= ([I - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GX}] - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k))(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1}(\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX}))^{-1} \\ & \quad ([B - \mathbf{BV}(w)G] - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k))(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1}(S - \mathbf{SV}(w)G)) \\ & \quad (\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))\bar{y} \end{aligned}$$

$$\hat{\beta} = \mathbf{M}\bar{y} \quad (4.20)$$

dimana,

$$\begin{aligned} \mathbf{M} = & [(I - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GX}) - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k))(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1}(\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX})]^{-1} \\ & [(\mathbf{B} - \mathbf{BV}(w)\mathbf{G}) - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k))(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1}(\mathbf{S} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{G})] \\ & (\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha)) \end{aligned}$$

Mensubstitusi persamaan (4.20) pada persamaan (4.19), seperti pada uraian berikut.

$$\begin{aligned} \hat{\phi} &= [I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k)]^{-1}[(\mathbf{S} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{G})\mathbf{Y}^* - (\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX})\hat{\beta}] \\ \hat{\phi} &= [(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1}(\mathbf{S} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{G})\mathbf{Y}^*] - [(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1}(\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX})\hat{\beta}] \\ \hat{\phi} &= [(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1}(\mathbf{S} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{G})\mathbf{Y}^*] - [(I - (\mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1}(\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX} \\ & \quad \{((I - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GX}) - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k))(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1}(\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX})\}^{-1} \\ & \quad ((\mathbf{B} - \mathbf{BV}(w)\mathbf{G}) - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k))(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1}(\mathbf{S} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{G})))\mathbf{Y}^* \}}] \\ \hat{\phi} &= [(\mathbf{S} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{G}) - (\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX})\{((I - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GX}) - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k)) \\ & \quad (I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1}(\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX})\}^{-1}((\mathbf{B} - \mathbf{BV}(w)\mathbf{G}) - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k)) \\ & \quad (I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1}(\mathbf{S} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{G}))\}][I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k)]^{-1}\mathbf{Y}^*] \\ \hat{\phi} &= [(\mathbf{S} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{G}) - (\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX})\{((I - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GX}) - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k)) \\ & \quad (I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1}(\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX})\}^{-1}((\mathbf{B} - \mathbf{BV}(w)\mathbf{G}) - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k)) \\ & \quad (I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1}(\mathbf{S} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{G}))\}][I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k)]^{-1}(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))\bar{y}] \\ \hat{\phi} &= \mathbf{N}\bar{y} \quad (4.21) \end{aligned}$$

dimana,

$$\begin{aligned} \mathbf{N} = & [(\mathbf{S} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{G}) - (\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX})\{((I - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GX}) - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k)) \\ & \quad (I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1}(\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX})\}^{-1}((\mathbf{B} - \mathbf{BV}(w)\mathbf{G}) - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k)) \\ & \quad (I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1}(\mathbf{S} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{G}))\}][I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k)]^{-1}(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha)) \end{aligned}$$

Mensubstitusi persamaan (4.20) dan (4.21) pada persamaan (4.17)

$$\begin{aligned} \hat{\theta} &= \mathbf{G}\mathbf{Y}^* - \mathbf{GX}\hat{\beta} - \mathbf{GT}(k)\hat{\phi} \\ \hat{\theta} &= \mathbf{G}\mathbf{Y}^* - \mathbf{GX}[(I - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GX}) - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k))(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1} \\ & \quad (\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX})]^{-1}((\mathbf{B} - \mathbf{BV}(w)\mathbf{G}) - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k))(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1} \\ & \quad (\mathbf{S} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{G}))\mathbf{Y}^*] - \mathbf{GT}(k)[I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k)]^{-1}(\mathbf{S} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{G}) - (\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX} \\ & \quad (((I - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GX}) - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k))(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1}(\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX})\}^{-1} \\ & \quad ((\mathbf{B} - \mathbf{BV}(w)\mathbf{G}) - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k))(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1}(\mathbf{S} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{G}))))\mathbf{Y}^*] \\ \hat{\theta} &= [\mathbf{G} - \mathbf{GX}(((I - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GX}) - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k))(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1} \\ & \quad (\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX})\}^{-1}((\mathbf{B} - \mathbf{BV}(w)\mathbf{G}) - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k))(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& ((S - \mathbf{SV}(w)G)) - \mathbf{GT}(k)(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1}((S - \mathbf{SV}(w)G) - (\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX} \\
& (((I - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GX}) - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k))(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1}(\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX}))^{-1} \\
& ((B - \mathbf{BV}(w)G) - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k))(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1}(S - \mathbf{SV}(w)G)))))] \mathbf{Y}^* \\
\hat{\theta} = & [G - \mathbf{GX}(((I - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GX}) - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k))(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1} \\
& (\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX}))^{-1}((B - \mathbf{BV}(w)G) - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k))(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1} \\
& (S - \mathbf{SV}(w)G)) - \mathbf{GT}(k)(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1}((S - \mathbf{SV}(w)G) - (\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX} \\
& (((I - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GX}) - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k))(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1}(\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX}))^{-1} \\
& ((B - \mathbf{BV}(w)G) - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k))(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1}(S - \mathbf{SV}(w)G)))))] \\
& (I - \mathbf{Z}(\alpha)\vec{y}) \\
\hat{\theta} = & \mathbf{O}\vec{y} \tag{4.22}
\end{aligned}$$

dimana,

$$\begin{aligned}
O = & [G - \mathbf{GX}(((I - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GX}) - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k))(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1} \\
& (\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX}))^{-1}((B - \mathbf{BV}(w)G) - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k))(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1} \\
& (S - \mathbf{SV}(w)G)) - \mathbf{GT}(k)(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1}((S - \mathbf{SV}(w)G) - (\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX} \\
& (((I - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GX}) - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k))(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1}(\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX}))^{-1} \\
& ((B - \mathbf{BV}(w)G) - (\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k))(I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k))^{-1}(S - \mathbf{SV}(w)G)))))] \\
& (I - \mathbf{Z}(\alpha))
\end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (4.20), maka diperoleh estimator kurva regresi parametrik linier sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\hat{f}(x) &= \mathbf{X}\hat{\beta} \\
&= \mathbf{B}(k, \alpha, w)\vec{y}
\end{aligned}$$

dengan,

$$\begin{aligned}
\mathbf{B}(k, \alpha, w) = & \mathbf{X}([I - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GX}] - [\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k)][I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k)]^{-1} \\
& [\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GX}]^{-1}([B - \mathbf{BV}(w)G] - [\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)\mathbf{GT}(k)] \\
& [I - \mathbf{SV}(w)\mathbf{GT}(k)]^{-1}[S - \mathbf{SV}(w)G])(\mathbf{I} - \mathbf{Z}(\alpha))
\end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (4.21), diperoleh estimator kurva Spline *Truncated* sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\hat{g}(t) &= \mathbf{T}(k)\hat{\phi} \\
&= \mathbf{C}(k, \alpha, w)\vec{y}
\end{aligned}$$

dengan,

$$\begin{aligned} \mathbf{C}(k, \alpha, w) = & \mathbf{T}(k)([B - \mathbf{BV}(w)G]) - ([I - \mathbf{BV}(w)G\mathbf{X}] - [\mathbf{BT}(k) - \\ & \mathbf{BV}(w)G\mathbf{T}(k)][I - \mathbf{SV}(w)G\mathbf{T}(k)]^{-1}[\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)G\mathbf{X}]^{-1}([B - \mathbf{BV}(w)G] \\ & - [\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)G\mathbf{T}(k)][I - \mathbf{SV}(w)G\mathbf{T}(k)]^{-1}[S - \mathbf{SV}(w)G]))[\mathbf{BT}(k) \\ & - \mathbf{BV}(w)G\mathbf{T}(k)]^{-1}(I - \mathbf{Z}(\alpha)) \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (4.22), maka diperoleh estimator kurva Deret Fourier sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \hat{j}(v_i) &= \mathbf{V}(w)\hat{\theta} \\ &= \mathbf{D}(k, \alpha, w)\bar{y} \end{aligned}$$

dengan,

$$\begin{aligned} \mathbf{D}(k, \alpha, w) = & \mathbf{V}(w)[G - G\mathbf{X}([I - \mathbf{BV}(w)G\mathbf{X}] - [\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)G\mathbf{T}(k)] \\ & [I - \mathbf{SV}(w)G\mathbf{T}(k)]^{-1}[\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)G\mathbf{X}]^{-1}([B - \mathbf{BV}(w)G] - \\ & [\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)G\mathbf{T}(k)][I - \mathbf{SV}(w)G\mathbf{T}(k)]^{-1}[S - \mathbf{SV}(w)G])) - \\ & G\mathbf{T}(k)([B - \mathbf{BV}(w)G]) - ([I - \mathbf{BV}(w)G\mathbf{X}]\{[I - \mathbf{BV}(w)G\mathbf{X}] - \\ & [\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)G\mathbf{T}(k)][I - \mathbf{SV}(w)G\mathbf{T}(k)]^{-1}[\mathbf{SX} - \mathbf{SV}(w)G\mathbf{X}]\}^{-1} \\ & ([B - \mathbf{BV}(w)G] - [\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)G\mathbf{T}(k)][I - \mathbf{SV}(w)G\mathbf{T}(k)]^{-1} \\ & [S - \mathbf{SV}(w)G])\{[\mathbf{BT}(k) - \mathbf{BV}(w)G\mathbf{T}(k)]^{-1}\}(I - \mathbf{Z}(\alpha)) \end{aligned}$$

Sehingga didapatkan estimasi model regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \hat{y} &= \hat{f}(x) + \hat{g}(t) + \hat{h}(z) + \hat{j}(v) \\ &= \mathbf{X}\hat{\beta} + \mathbf{T}(k)\hat{\phi} + \mathbf{Z}(\alpha)\bar{y} + \mathbf{V}(w)\hat{\theta} \\ &= \mathbf{B}(k, \alpha, w)\bar{y} + \mathbf{C}(k, \alpha, w)\bar{y} + \mathbf{Z}(\alpha)\bar{y} + \mathbf{D}(k, \alpha, w)\bar{y} \\ &= \mathbf{A}(k, \alpha, w)\bar{y} \end{aligned}$$

dengan,

$$\mathbf{A}(k, \alpha, w) = \mathbf{B}(k, \alpha, w) + \mathbf{C}(k, \alpha, w) + \mathbf{Z}(\alpha) + \mathbf{D}(k, \alpha, w) \quad (4.23)$$

Selanjutnya pemilihan titik knot (k), bandwidth (α), dan panjang osilasi (w) optimal menggunakan metode GCV. Nilai GCV dari model campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier diperoleh sebagai berikut ini.

$$GCV(k, \alpha, w) = \frac{MSE(k, \alpha, w)}{\left(n^{-1}tr(I - \mathbf{A}(k, \alpha, w))\right)^2} \quad (4.24)$$

$$\text{dimana, } MSE(k, \alpha, w) = n^{-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

4.3 Aplikasi pada Data Indeks Pembangunan Manusia di Provinsi Jawa Timur

Selain melakukan kajian teori mengenai estimasi parameter model regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier pada sub bab 4.1 dan 4.2, pada penelitian ini juga dilakukan kajian secara aplikasi dengan mengaplikasikan pada data Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di 38 Kabupaten/ dan Kota Provinsi Jawa Timur pada tahun 2019.

4.3.1 Indeks Pembangunan Manusia dengan Faktor-faktor yang Mempengaruhi

Sebelum dilakukan pemodelan regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier terlebih dahulu dilakukan eksplorasi data dengan membuat statistik deskriptif. Eksplorasi data digunakan untuk mengetahui gambaran faktor-faktor yang diduga mempengaruhi pembangunan manusia dengan unit penelitian adalah 38 Kabupaten/ Kota di Provinsi Jawa Timur pada tahun 2019. Indeks Pembangunan Manusia (IPM) merupakan salah satu tolak ukur yang dapat digunakan untuk mengetahui kesejahteraan masyarakat di suatu wilayah tertentu. Semakin baik kesejahteraan masyarakat maka, semakin tinggi pula Indeks Pembangunan Manusia (IPM).

Kebanyakan data sosial, ekonomi dan kependudukan sering kali memiliki pola hubungan yang tidak beraturan, selain itu beberapa permasalahan sosial tidak hanya dipengaruhi oleh satu faktor saja, tetapi kemungkinan melibatkan beberapa faktor. Oleh karena itu regresi semiparametrik campuran tiga estimator dapat diterapkan untuk data yang memiliki karakter yang bermacam-macam seperti yang telah disebutkan. Terdapat banyak faktor yang diduga mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia (IPM). Beberapa faktor yang diduga mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia (IPM) diantaranya adalah sebagai berikut, persentase penduduk miskin, tenaga kesehatan, Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT), belanja pemerintah daerah.

Berikut merupakan statistika deskriptif dari setiap variabel respon dan variabel prediktor yang digunakan dalam penelitian ini dapat ditunjukkan pada tabel 4.1 dibawah ini.

Tabel 4. 1 Statistika Deskriptif Variabel Penelitian

Variabel	Rata-rata	St. Deviasi	Min.	Max.
IPM	71,687	5,142	61,940	82,229
Penduduk Miskin (%)	10,297	4,301	3,810	20,710
Tenaga Kesehatan (Ribu)	2,757	1,945	0,701	11,817
TPT (%)	3,753	1,112	0,950	6,040
Belanja Daerah (Triliun)	2,889	1,682	1,096	9,933

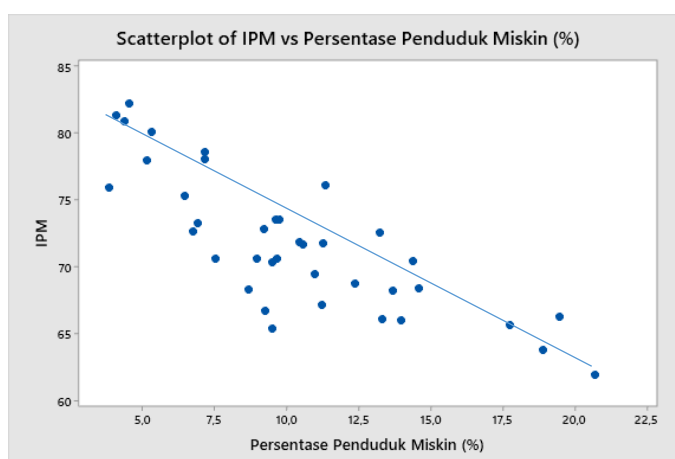
Pada Tabel 4.1 dapat diketahui bahwa rata-rata IPM di Jawa Timur pada tahun 2019 sebesar 71,687, IPM tertinggi yaitu sebesar 82,229 adalah Kota Surabaya, sedangkan IPM terendah 61,940 adalah Kabupaten Sampang. Persentase penduduk miskin yang terendah terdapat pada Kota Batu sebesar 3,81%, sedangkan persentase penduduk miskin yang tertinggi terdapat pada Kabupaten Sampang sebesar 20,71%. Tenaga kesehatan paling sedikit terdapat pada di Kota Mojokerto dengan jumlah 701 orang, sedangkan tenaga kesehatan terbanyak terdapat pada Kota Surabaya dengan jumlah 11.817 orang. Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT) tertinggi yaitu 6,04% terdapat pada Kota Malang, sedangkan TPT terendah sebesar 0,95% yaitu pada Kabupaten Pacitan. Jumlah pengeluaran pemerintah daerah terendah yaitu 1,096 Triliun terdapat pada Kota Mojokerto, serta pengeluaran pemerintah terbesar 9,333 Triliun pada Kota Batu.

Selanjutnya untuk mengetahui identifikasi pola hubungan antara IPM dengan masing-masing variabel yang mempengaruhinya menggunakan *scatter plot*. *Scatter plot* merupakan salah satu identifikasi awal secara visual dalam menentukan pola hubungan untuk menentukan kecocokan pemodelan pada regresi nonparametrik. Apabila pola hubungan antara variabel prediktor dan respon diketahui seperti linier, kuadratik, kubik, dan sebagainya maka akan didekati dengan model regresi parametrik. Sedangkan jika pola hubungan antara variabel prediktor dan respon tidak diketahui bentuknya, maka didekati dengan model regresi nonparametrik. Apabila terdapat kondisi dimana sebagian pola hubungan antara variabel prediktor dan respon sebagian diketahui dan sebagian lagi tidak diketahui maka dapat digunakan suatu pendekatan lain yaitu pendekatan regresi semiparametrik.

Berikut ini akan ditampilkan pola hubungan antara beberapa variabel prediktor terhadap respon melalui *scatter plot*. Diantaranya yaitu persentase penduduk miskin, jumlah tenaga kesehatan, Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT), serta belanja pemerintah daerah yang diduga mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia di Jawa Timur pada tahun 2019.

4.3.1.1 *Scatter Plot* antara Indeks Pembangunan Manusia dengan Persentase Penduduk Miskin

Faktor yang diduga mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia (IPM) pada dimensi pendidikan salah satunya yaitu Persentase Pemduduk Miskin. Pola hubungan antara IPM dengan persentase penduduk miskin dapat dilihat menggunakan *scatterplot* seperti pada gambar dibawah ini.

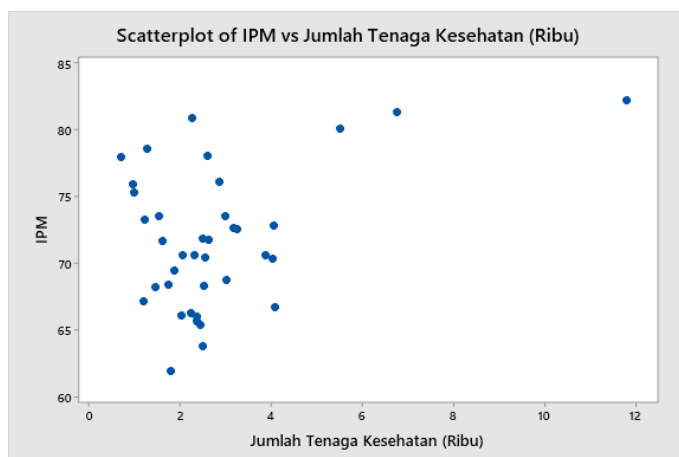


Gambar 4. 1 *Scatter Plot* antara Indeks Pembangunan Manusia dan Persentase Penduduk Miskin

Gambar 4.1 merupakan pola hubungan antara Indeks Pembangunan Manusia (IPM) dengan persentase penduduk miskin, menunjukkan pola linear menurun, sesuai dengan teori yang telah dijabarkan sebelumnya, maka dapat didekati dengan regresi linier. Dapat diartikan bahwa semakin tinggi persentase penduduk miskin maka semakin turun Indeks Pemangunan Manusia di Kab/Kota Provinsi Jawa Timur pada tahun 2019. Kemiskinan merupakan salah satu ukuran yang dapat digunakan untuk mengukur kesejahteraan masyarakat, semakin tinggi tingkat kemiskinan maka menandakan semakin buruknya keadaan kesejahteraan masyarakat (Kiha dkk., 2021).

4.3.1.2 Scatter Plot antara Indeks Pembangunan Manusia dengan Jumlah Tenaga Kesehatan

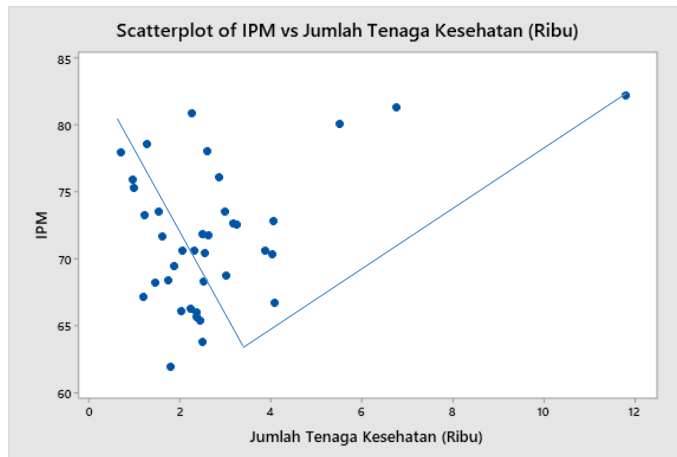
Faktor lain yang diduga mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia (IPM) pada dimensi kesehatan adalah jumlah tenaga kesehatan. Pola hubungan antara IPM dengan jumlah tenaga kesehatan dapat dilihat menggunakan *scatterplot* seperti pada gambar dibawah ini.



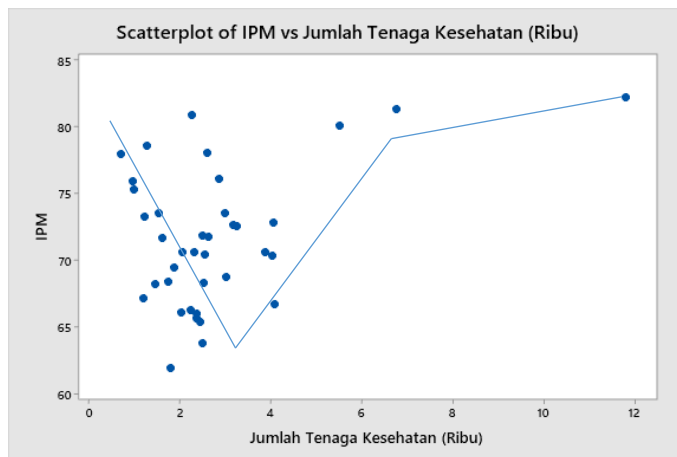
Gambar 4. 2 *Scatter Plot* antara Indeks Pembangunan Manusia dan Jumlah Tenaga Kesehatan

Gambar 4.2 menunjukkan pola hubungan antara IPM dengan jumlah tenaga yang cenderung memiliki trend naik serta secara sekilat memiliki sifat berubah-ubah pada sub interval tertentu. Sesuai dengan teori yang telah dijelaskan sebelumnya hubungan keduanya dapat didekati dengan estimator *Spline Truncated*. Dimana hal tersebut sesuai dengan teori bahwa tenaga kesehatan memiliki peranan penting terutama dalam meningkatkan kualitas pelayanan kesehatan yang maksimal kepada masyarakat (Pradana, 2021).

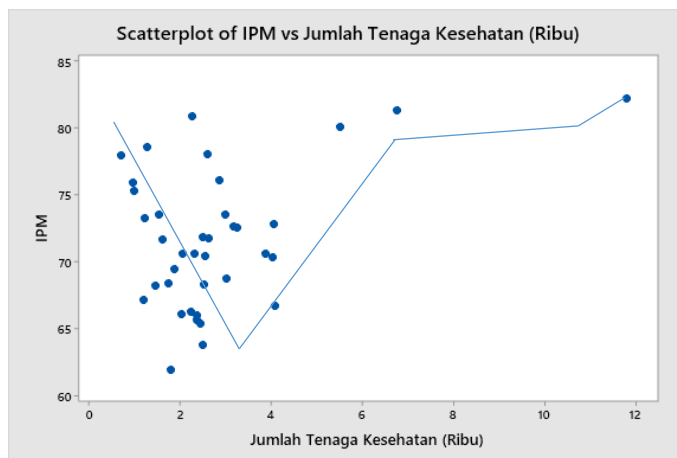
Pada estimator *Spline Truncated* memiliki suatu parameter yang disebut titik knot, yang berarti titik perpotongan. Dimana sebelum dilakukan analisis lebih lanjut, baik dilakukan identifikasi secara visual untuk menentukan letak titik knot pada *Spline Truncated*. Jika dengan gambar tidak mudah dilakukan dan sangat subjektif, oleh karena dilakukan dengan bantuan komputasi dengan membentuk kemungkinan dari beberapa titik knot pada pola hubungan antara Indeks Pembangunan Manusia (IPM) dan Jumlah Tenaga Kesehatan dengan menggunakan ilustrasi pada gambar dibawah ini.



Gambar 4. 3 *Scatter Plot* antara Indeks Pembangunan Manusia dan Jumlah Tenaga Kesehatan dengan Satu Titik Knot



Gambar 4. 4 *Scatter Plot* antara Indeks Pembangunan Manusia dan Jumlah Tenaga Kesehatan dengan Dua Titik Knot

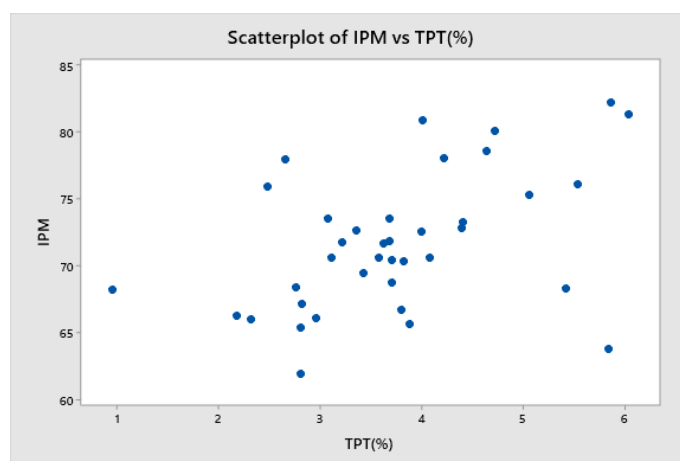


Gambar 4. 5 *Scatter Plot* antara Indeks Pembangunan Manusia dan Jumlah Tenaga Kesehatan dengan Tiga Titik Knot

Gambar 4.3 merupakan *scatter plot* antara IPM dan jumlah tenaga kerja dan di cobakan untuk satu titik knot, menunjukkan bahwa terdapat pola hubungan yang berbeda diantara interval 2 ribu dan 4 ribu. Gambar 4.4 merupakan *scatter plot* antara IPM dan jumlah tenaga kerja dan di cobakan untuk dua titik knot, dimana didapatkan hasil pola hubungan yang berbeda diantara interval 2 ribu dan 4ribu serta pada interval 6 ribu dan 8 ribu. Sedangkan pada Gambar 4.5 di cobakan untuk tiga titik knot, dimana didapatkan hasil pola hubungan yang berbeda diantara interval 2 ribu dan 4 ribu, interval 6 ribu dan 8 ribu, serta pada interval 10 ribu dan 12 ribu. Dimana untuk model terbaik dilakukan pemilihan titik knot yang optimum yang akan meminimumkan nilai GCV.

4.3.1.3 Scatter Plot antara Indeks Pembangunan Manusia dengan Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT)

Salah satu faktor yang diduga mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia (IPM) pada dimensi pengeluaran adalah Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT). Pola hubungan antara IPM dengan Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT) dapat dilihat menggunakan *scatterplot* seperti pada gambar dibawah ini.



Gambar 4. 6 *Scatter Plot* antara IPM dan Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT)

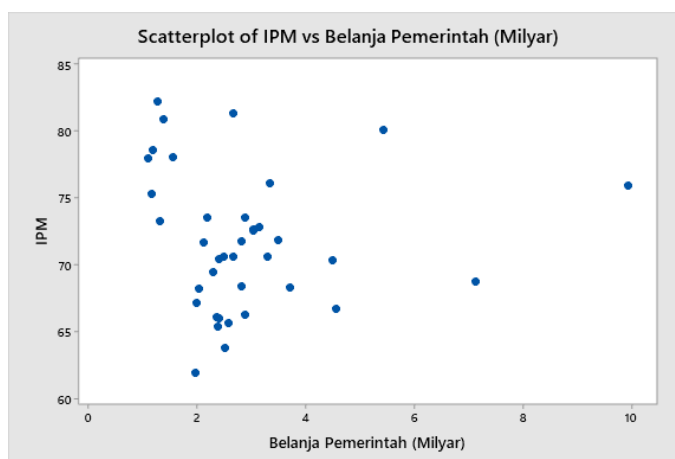
Berdasarkan Gambar 4.6 terlihat bahwa menunjukkan pola acak tidak dapat di prediksi mengikuti suatu pola tertentu. Sesuai kajian teori yang telah dilakukan, maka hubungan tersebut diatas dapat di dekati dengan regresi nonparametrik menggunakan estimator Kernel. Tinggi rendahnya pengangguran di suatu daerah dapat dilihat dari Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT) dimana efek pengangguran

akan menurunkan kesejahteraan masyarakat (Si'lang dkk., 2019). Persebaran tenaga kerja di Jawa Timur belum merata sehingga memiliki pola yang acak, hal tersebut dipengaruhi oleh keadaan demografi dan lapangan pekerjaan yang tersedia masing-masing wilayah.

Sebelum dilakukan analisis lebih lanjut, maka dilakukan identifikasi nilai bandwidth yang mungkin untuk digunakan pada pola hubungan antara IPM dan Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT). Secara umum nilai bandwidth berkisar dari nilai $0 - \infty$ serta dipilih nilai bandwidth yang dapat meminimumkan nilai GCV. Setelah dilakukan beberapa percobaan kemungkinan nilai bandwidth, pada kasus pola hubungan IPM dan TPT digunakan range nilai bandwidth antara 0 sampai dengan 0,1 dimana range tersebut menghasilkan nilai GCV yang minimum.

4.3.1.4 *Scatter Plot* antara Indeks Pembangunan Manusia dengan Belanja Pemerintah Daerah

Salah satu faktor yang diduga mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia (IPM) pada dimensi pengeluaran adalah belanja pemerintah daerah. Pola hubungan antara IPM dengan belanja pemerintah daerah dapat dilihat menggunakan *scatter plot* seperti pada gambar dibawah ini.

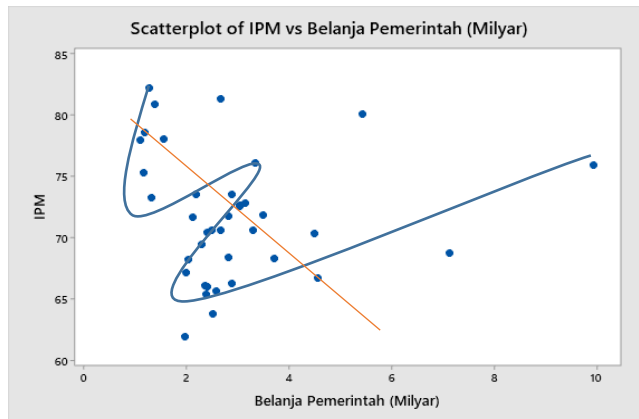


Gambar 4. 7 *Scatter Plot* antara IPM dan Belanja Pemerintah Daerah

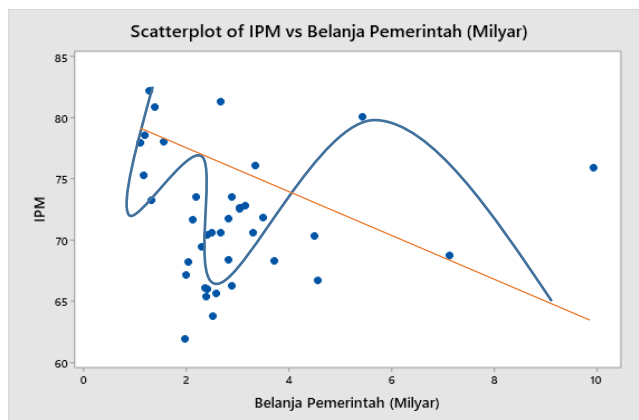
Pada Gambar 4.7 terlihat bahwa pola hubungan antara variabel respon IPM dengan variabel prediktor belanja pemerintah daerah membentuk pola yang cenderung berulang dan memiliki *trend* yang cenderung turun. Berdasarkan teori yang telah dibahas sebelumnya maka dapat didekati dengan estimator deret Fourier.

Pola yang cenderung berulang dimungkinkan terdapat beberapa kabupaten atau kota di Provinsi Jawa Timur yang pengeluaran pemerintah daerahnya memiliki nilai yang hampir sama. Menurut Mangkoesobroto (2016), pengeluaran pemerintah mencerminkan kebijakan pemerintah. Sebagai bentuk kebijakan fiskal pemerintah, setiap tahun pemerintah daerah setiap tahun menetapkan Peraturan Daerah Anggaran Pendapatan dan Belanja Daerah (APBD). Semakin tinggi belanja pemerintah daerah maka semakin baik derajat ekonomi masyarakatnya sehingga akan berdampak positif terhadap pembangunan manusia.

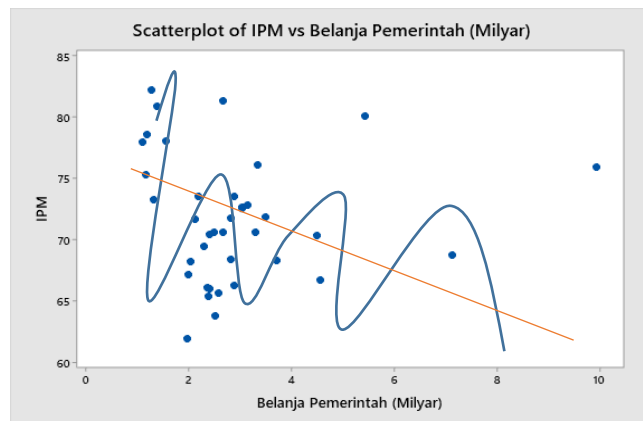
Estimator Deret Fourier dipengaruhi oleh panjang osilasi, secara umum osilasi berkisar diantara $1, 2, \dots, n$. Sebelum dilakukan analisis lebih lanjut perlu dilakukan identifikasi awal untuk menentukan berapa kemungkinan osilasi yang akan digunakan pada pola hubungan antara IPM dan belanja pemerintah. Berikut ini merupakan gambaran secara visual mengenai beberapa osilasi yang digunakan.



Gambar 4. 8 *Scatter Plot* antara IPM dan Belanja Pemerintah dengan 1 osilasi



Gambar 4. 9 *Scatter Plot* antara IPM dan Belanja Pemerintah dengan 2 osilasi



Gambar 4. 10 *Scatter Plot* antara IPM dan Belanja Pemerintah dengan 3 osilasi

Berdasarkan Gambar 4.8, Gambar 4.9, dan Gambar 4.10 dapat diketahui berapa panjang osilasi yang sesuai dan memungkinkan untuk pola hubungan antara Indeks Pembangunan Manusia (IPM) dengan belanja pemerintah daerah. Jika dilihat melalui pola hubungan antar kedua variabel tersebut tidak memerlukan osilasi yang panjang. Sehingga dicobakan sampai dengan tiga osilasi dan untuk model terbaik akan dipilih melalui nilai GCV yang minimum.

4.3.2 Pemilihan Variabel untuk Masing-masing Estimator

Selain melihat pola hubungan masing-masing variabel prediktor terhadap respon melalui *scatter plot* dapat dilakukan dengan pemeriksaan nilai korelasi dan GCV. Nilai korelasi dapat digunakan untuk identifikasi awal dalam pemilihan variabel yang akan didekati dengan parametrik dan nonparametrik. Berikut ini merupakan tabel dari nilai korelasi masing-masing variabel prediktor yaitu persentase penduduk miskin, jumlah tenaga kerja, Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT), belanja pemerintah daerah terhadap variabel respon Indeks Pembangunan Manusia (IPM).

Tabel 4. 2 Nilai Korelasi Antara Variabel Prediktor terhadap Respon

Variabel	Nilai Korelasi
Persentase Penduduk Miskin (X_1)	-0,808
Jumlah Tenaga Kerja (X_2)	0,399
Tingkat Pengangguran Terbuka (X_3)	0,457
Belanja Pemerintah Daerah (X_4)	-0,045

Berdasarkan Tabel 4.2 dapat diketahui bahwa hubungan antara persentase penduduk miskin terhadap Indeks Pembangunan Manusia (IPM) memiliki nilai korelasi yang paling besar yaitu 0,808. Korelasi menjadi salah satu cara untuk mengetahui hubungan linier antar variabel. Tanda negatif pada koefisien hubungan antara kedua variabel menunjukkan bahwa peningkatan persentase penduduk miskin akan diikuti dengan penurunan nilai IPM. Berdasarkan hal tersebut, maka hubungan antara penduduk miskin terhadap IPM didekati dengan parametrik linier dan variabel selain itu didekati dengan nonparametrik.

Selain identifikasi variabel melalui nilai korelasi untuk menentukan variabel yang akan didekati dengan parametrik linier, digunakan identifikasi melalui nilai GCV untuk menentukan kombinasi variabel yang akan didekati dengan regresi nonparametrik dengan beberapa estimator diantaranya Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier. Dimana berdasarkan persamaan (4.24) akan dipilih GCV yang terkecil untuk mengoptimalkan titik knot, bandwidth, dan osilasi.

Pendekatan regresi nonparametrik tidak dapat diketahui bentuk polanya secara pasti sehingga menimbulkan banyak persepsi yang berbeda. Pada pemodelan regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier dilakukan pemilihan variabel untuk pendekatan nonparametrik menggunakan titik knot dan osilasi yang paling sederhana yaitu satu titik knot dan satu osilasi. Berikut merupakan nilai GCV dari beberapa kombinasi variabel ditampilkan pada tabel 4.3 dibawah ini.

Tabel 4. 3 Nilai GCV dari Kombinasi Variabel Penelitian untuk Model Regresi Semiparametrik Campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier

No.	Variabel				GCV
	Parametrik	Spline	Kernel	Fourier	
1	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	0,4428*
2	X ₁	X ₂	X ₄	X ₃	2,1085
3	X ₁	X ₃	X ₂	X ₄	0,7749
4	X ₁	X ₃	X ₄	X ₂	2,0709
5	X ₁	X ₄	X ₂	X ₃	0,8081
6	X ₁	X ₄	X ₃	X ₄	0,6186

Pada tabel 4.3 dapat dilihat bahwa dari beberapa kombinasi kemungkinan model dengan memasukkan komponen parametrik sesuai dengan identifikasi nilai korelasi yang telah dilakukan sebelumnya, dan variabel selain itu dimasukkan kedalam komponen nonparametrik, didapatkan nilai GCV yang minimum yaitu sebesar 0,4428. Secara umum, jika komponen nonparametrik dimasukkan kedalam komponen parametrik, maka akan menghasilkan nilai GCV yang lebih besar secara lengkap terdapat pada Lampiran.

Sehingga pada pemodelan regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier ini dipilih terlebih dahulu variabel yang akan di dekati dengan parametrik. Komponen parametrik yang didekati dengan fungsi regresi linier yaitu persentase penduduk miskin, sedangkan komponen nonparametrik yang didekati dengan fungsi Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier secara berturut yaitu jumlah tenaga kesehatan, Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT), dan belanja pemerintah daerah.

Selanjutnya untuk mempermudah analisis dan membedakan variabel mana yang termasuk kedalam komponen parametrik dan komponen nonparametrik, maka akan digunakan simbol untuk masing-masing variabel prediktor sesuai dengan Tabel 4.4 dibawah ini sebagai berikut.

Tabel 4. 4 Komponen Parametrik dan Nonparametrik

No	Variabel Prediktor	Kurva Regresi	Pendekatan Estimator	Simbol Variabel
1	Persentase Penduduk Miskin	Parametrik	Parametrik Linier	x
2	Jumlah Tenaga Kesehatan		Spline <i>Truncated</i>	t
3	TPT	Nonparametrik	Kernel	z
4	Belanja Pemerintah Daerah		Deret Fourier	v

Berdasarkan Tabel 4.4 variabel prediktor yang didekati dengan parametrik dengan fungsi linier disimbolkan dengan x yaitu persentase penduduk miskin, variabel yang didekati dengan nonparametrik dengan fungsi Spline *Truncated* disimbolkan dengan t yaitu pada jumlah tenaga kesehatan, fungsi kernel

disimbolkan dengan z yaitu pada variabel TPT, serta fungsi Deret Fourier disimbolkan dengan v yaitu pada variabel belanja pemerintah daerah. Dimana dalam pemodelan regresi semiparametrik Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier terdapat satu variabel yang merupakan komponen parametrik, dan terdapat tiga variabel yang merupakan komponen semiparametrik

4.3.3 Model Umum Regresi Semiparametrik Campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier

Berdasarkan Tabel 4.3 model regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier dapat ditulis sebagai berikut:

$$y_i = \mu(x, t, z, v) + \varepsilon_i$$

$$= f(x) + g(t) + h(z) + j(v) + \varepsilon_i$$

Fungsi $f(x)$, $g(t)$, $h(z)$, dan $j(v)$ dihipotesiskan dengan masing-masing fungsi yang telah dijelaskan sebelumnya, sehingga model campuran secara umum dapat dituliskan sebagai berikut.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \sum_{j=1}^p \lambda_j t_i^j + \sum_{l=1}^q \phi_l (t_i - k_l)_+ + \sum_{i=1}^n \frac{\frac{1}{\alpha} K\left(\frac{z - z_i}{\alpha}\right)}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\alpha} K\left(\frac{z - z_i}{\alpha}\right)} y_i + \delta v_i + \frac{1}{2} \theta_0$$

$$+ \sum_{w=1}^W \theta_w \cos wv_i + \varepsilon_i \quad (4.25)$$

4.3.4 Pemilihan Titik Knot, *Bandwidth*, dan Osilasi Optimum

Setelah dilakukan pemilihan variabel penelitian berdasarkan GCV terkecil, maka langkah selanjutnya yaitu pemilihan parameter pada masing-masing estimator. Model regresi yang terbaik dipilih berdasarkan penentuan titik knot pada Spline *Truncated*, bandwidth pada Kernel, serta panjang osilasi pada Deret Fourier yang optimal. Beberapa kombinasi yang akan dicobakan yaitu 1 sampai dengan 3 titik knot, bandwidth yang berkisar pada batas 0 – 0,1 serta 1 sampai dengan 3 osilasi. Dimana akan dipilih nilai GCV yang terkecil yang akan mengoptimalkan titik knot, bandwidth, serta panjang osilasi.

4.3.4.1 Pemilihan Titik Knot, *Bandwidth*, dan Osilasi Optimum dengan Satu Titik Knot dan Satu Osilasi

Berikut merupakan model regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier dengan satu titik knot pada Spline *Truncated* dan satu osilasi pada Deret Fourier.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \lambda t_i + \phi_1(t_i - k_1)_+ + \frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\alpha} K\left(\frac{z - z_i}{\alpha}\right)}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\alpha} K\left(\frac{z - z_i}{\alpha}\right)} y_i + \delta v_i + \frac{1}{2} \theta_0 + \theta_1 \cos v_i + \varepsilon_i \quad (4.26)$$

Berikut ditampilkan kombinasi satu titik knot, bandwidth diantara nilai 0 – 0,1 serta satu osilasi pada regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier, dimana telah diurutkan berdasarkan model yang menghasilkan nilai GCV yang terkecil, secara lengkap tertera pada Lampiran.

Tabel 4. 5 Nilai GCV dengan Satu Titik Knot dan Satu Osilasi

No.	Titik Knot (<i>k</i>)	Bandwidth (α)	Osilasi (<i>w</i>)	GCV
1	1,9361	0,0071	1	0,4428*
2	1,9361	0,0143	1	0,4504
3	1,9361	0,0214	1	0,4590
4	1,9361	0,0286	1	0,4681
5	1,9361	0,0357	1	0,4780
6	1,9361	0,0423	1	0,4888
7	1,9361	0,0500	1	0,5010
8	1,9361	0,0571	1	0,5150
9	1,9361	0,0643	1	0,5308
10	1,9361	0,0714	1	0,5477

Berdasarkan Tabel 4.5 dapat diketahui bahwa nilai GCV terkecil yang diperoleh dengan satu titik knot dan satu osilasi adalah 0,4428, dengan letak titik knot (*k*) optimum 1,9361, bandwidth (α) optimum sebesar 0,0071, serta panjang osilasi (*w*) adalah 1.

4.3.4.2 Pemilihan Titik Knot, *Bandwidth*, dan Osilasi Optimum dengan Dua Titik Knot dan Satu Osilasi

Berikut merupakan model regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier dengan dua titik knot pada Spline *Truncated* dan satu osilasi pada Deret Fourier.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \lambda t_i + \phi_1(t_i - k_1)_+ + \phi_2(t_i - k_2)_+ + \frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\alpha} K\left(\frac{z - z_i}{\alpha}\right)}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\alpha} K\left(\frac{z - z_i}{\alpha}\right)} y_i + \delta v_i + \frac{1}{2} \theta_0 + \theta_1 \cos v_i + \varepsilon_i \quad (4.27)$$

Berikut ditampilkan kombinasi dua titik knot, bandwidth diantara nilai 0 – 0,1 serta satu osilasi pada regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier, dimana telah diurutkan berdasarkan model yang menghasilkan nilai GCV yang terkecil, secara lengkap tertera pada Lampiran.

Tabel 4. 6 Nilai GCV dengan Dua Titik Knot dan Satu Osilasi

No.	Titik Knot (k)		Bandwidth (α)	Osilasi (w)	GCV
1	8,1117	10,5819	0,0071	1	0,4454*
2	1,9361	3,1712	0,0071	1	0,4473
3	4,4063	5,6414	0,0071	1	0,4505
4	8,1117	10,5819	0,0143	1	0,4533
5	1,9361	3,1712	0,0143	1	0,4547
6	4,4063	5,6414	0,0143	1	0,4583
7	8,1117	10,5819	0,0214	1	0,4621
8	1,9361	3,1712	0,0214	1	0,4630
9	4,4063	5,6414	0,0214	1	0,4668
10	8,1117	10,5819	0,0286	1	0,4715

Berdasarkan Tabel 4.6 dapat diketahui bahwa nilai GCV terkecil yang diperoleh dengan dua titik knot dan satu osilasi adalah 0,4454, dengan letak titik knot (k) optimum 8,1117 dan 10,5819, bandwidth (α) optimum sebesar 0,0071, serta panjang osilasi (w) adalah 1.

4.3.4.3 Pemilihan Titik Knot, *Bandwidth*, dan Osilasi Optimum dengan Tiga Titik Knot dan Satu Osilasi

Berikut merupakan model regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier dengan tiga titik knot pada Spline *Truncated* dan satu osilasi pada Deret Fourier.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \lambda t_i + \phi_1(t_i - k_1)_+ + \phi_2(t_i - k_2)_+ + \phi_3(t_i - k_3)_+ + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\alpha} K\left(\frac{z - z_i}{\alpha}\right) y_i + \delta v_i + \frac{1}{2} \theta_0 + \theta_1 \cos v_i + \varepsilon_i \quad (4.28)$$

Berikut ditampilkan kombinasi tiga titik knot, bandwidth diantara nilai 0 – 0,1 serta satu osilasi pada regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier, dimana telah diurutkan berdasarkan model yang menghasilkan nilai GCV yang terkecil, secara lengkap tertera pada Lampiran.

Tabel 4. 7 Nilai GCV dengan Tiga Titik Knot dan Satu Osilasi

No.	Titik Knot (<i>k</i>)			Bandwidth (α)	Osilasi (<i>w</i>)	GCV
1	1,9361	5,6414	9,3468	0,0071	1	0,4367*
2	3,1712	5,6414	6,8766	0,0071	1	0,4390
3	4,4063	5,6414	10,5819	0,0071	1	0,4391
4	6,8766	8,1117	9,3468	0,0071	1	0,4393
5	1,9361	3,1712	4,4063	0,0071	1	0,4414
6	1,9361	5,6414	9,3468	0,0143	1	0,4439
7	3,1712	5,6414	6,8766	0,0143	1	0,4465
8	4,4063	5,6414	10,5819	0,0143	1	0,4466
9	6,8766	8,1117	9,3468	0,0143	1	0,4471
10	1,9361	3,1712	4,4063	0,0143	1	0,4483

Berdasarkan Tabel 4.7 dapat diketahui bahwa nilai GCV terkecil yang diperoleh dengan tiga titik knot dan satu osilasi adalah 0,4367, dengan letak titik knot (*k*) optimum 1,9361; 5,6416; dan 9,3468, bandwidth (α) optimum sebesar 0,0071 serta panjang osilasi (*w*) adalah 1.

4.3.4.4 Pemilihan Titik Knot, *Bandwidth*, dan Osilasi Optimum dengan Satu

Titik Knot dan Dua Osilasi

Berikut merupakan model regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier dengan satu titik knot pada Spline *Truncated* dan dua osilasi pada Deret Fourier.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \lambda t_i + \phi_1(t_i - k_1)_+ + \sum_{i=1}^n \frac{\frac{1}{\alpha} K\left(\frac{z - z_i}{\alpha}\right)}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\alpha} K\left(\frac{z - z_i}{\alpha}\right)} y_i + \delta v_i + \frac{1}{2} \theta_0 + \theta_1 \cos v_i + \theta_2 \cos(2v_i) + \varepsilon_i \quad (4.29)$$

Berikut ditampilkan kombinasi satu titik knot, bandwidth diantara nilai 0 – 0,1 serta dua osilasi pada regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier, dimana telah diurutkan berdasarkan model yang menghasilkan nilai GCV yang terkecil, secara lengkap tertera pada Lampiran.

Tabel 4. 8 Nilai GCV dengan Satu Titik Knot dan Dua Osilasi

No.	Titik Knot (<i>k</i>)	Bandwidth (α)	Osilasi (<i>w</i>)	GCV
1	1,9361	0,0071	2	0,4427*
2	1,9361	0,0142	2	0,4504
3	1,9361	0,0214	2	0,4589
4	1,9361	0,0286	2	0,4681
5	1,9361	0,0357	2	0,4780
6	1,9361	0,0423	2	0,4888
7	1,9361	0,0500	2	0,5010
8	1,9361	0,0571	2	0,5150
9	1,9361	0,0643	2	0,5307
10	1,9361	0,0714	2	0,5476

Berdasarkan Tabel 4.8 dapat diketahui bahwa nilai GCV terkecil yang diperoleh dengan satu titik knot dan satu osilasi adalah 0,4427, dengan letak titik knot (*k*) optimum 1,9361, bandwidth (α) optimum sebesar 0,0071, serta panjang osilasi (*w*) adalah 2.

4.3.4.5 Pemilihan Titik Knot, *Bandwidth*, dan Osilasi Optimum dengan Dua Titik Knot dan Dua Osilasi

Berikut merupakan model regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier dengan satu titik knot pada Spline *Truncated* dan dua osilasi pada Deret Fourier.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \lambda t_i + \phi_1(t_i - k_1)_+ + \phi_2(t_i - k_2)_+ + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\alpha} K\left(\frac{z - z_i}{\alpha}\right) y_i + \delta v_i + \frac{1}{2}\theta_0 + \theta_1 \cos v_i + \theta_2 \cos(2v_i) + \varepsilon_i \quad (4.30)$$

Berikut ditampilkan kombinasi dua titik knot, bandwidth diantara nilai 0 – 0,1 serta dua osilasi pada regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier, dimana telah diurutkan berdasarkan model yang menghasilkan nilai GCV yang terkecil, secara lengkap tertera pada Lampiran.

Tabel 4. 9 Nilai GCV dengan Dua Titik Knot dan Dua Osilasi

No.	Titik Knot (<i>k</i>)		Bandwidth (α)	Osilasi (<i>w</i>)	GCV
1	8,1117	10,5819	0,0071	2	0,4451*
2	1,9361	3,1712	0,0071	2	0,4469
3	4,4063	5,6414	0,0071	2	0,4501
4	8,1117	10,5819	0,0143	2	0,4531
5	1,9361	3,1712	0,0143	2	0,4543
6	4,4063	5,6414	0,0143	2	0,4578
7	8,1117	10,5819	0,2142	2	0,4619
8	1,9361	3,1712	0,2142	2	0,4627
9	4,4063	5,6414	0,2142	2	0,4664
10	8,1117	10,5819	0,0286	2	0,4712

Berdasarkan Tabel 4.9 dapat diketahui bahwa nilai GCV terkecil yang diperoleh dengan dua titik knot dan dua osilasi adalah 0,4451, dengan letak titik knot (*k*) optimum 8,1117 dan 10,5819, bandwidth (α) optimum sebesar 0,0071, serta panjang osilasi (*w*) adalah 2.

4.3.4.6 Pemilihan Titik Knot, *Bandwidth*, dan Osilasi Optimum dengan Tiga Titik Knot dan Dua Osilasi

Berikut merupakan model regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier dengan satu titik knot pada Spline *Truncated* dan dua osilasi pada Deret Fourier.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \lambda t_i + \phi_1(t_i - k_1)_+ + \phi_2(t_i - k_2)_+ + \phi_3(t_i - k_3)_+ + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\alpha} K\left(\frac{z - z_i}{\alpha}\right) y_i + \delta v_i + \frac{1}{2} \theta_0 + \theta_1 \cos v_i + \theta_2 \cos(2v_i) + \varepsilon_i \quad (4.31)$$

Berikut ditampilkan kombinasi tiga titik knot, bandwidth diantara nilai 0 – 0,1 serta dua osilasi pada regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier, dimana telah diurutkan berdasarkan model yang menghasilkan nilai GCV yang terkecil, secara lengkap tertera pada Lampiran.

Tabel 4. 10 Nilai GCV dengan Tiga Titik Knot dan Dua Osilasi

No.	Titik Knot (<i>k</i>)			Bandwidth (α)	Osilasi (<i>w</i>)	GCV
1	1,9361	5,6414	9,3468	0,0071	2	0,4367*
2	3,1712	5,6414	6,8766	0,0071	2	0,4368
3	4,4063	5,6414	10,5819	0,0071	2	0,4389
4	6,8766	8,1117	9,3468	0,0071	2	0,4390
5	1,9361	3,1712	4,4063	0,0071	2	0,4420
6	1,9361	5,6414	9,3468	0,0143	2	0,4439
7	3,1712	5,6414	6,8766	0,0143	2	0,4463
8	4,4063	5,6414	10,5819	0,0143	2	0,4464
9	6,8766	8,1117	9,3468	0,0143	2	0,4470
10	1,9361	3,1712	4,4063	0,0143	2	0,4489

Berdasarkan Tabel 4.10 dapat diketahui bahwa nilai GCV terkecil yang diperoleh dengan tiga titik knot dan satu osilasi adalah 0,4367, dengan letak titik knot (*k*) optimum 1,9361; 5,6416; dan 9,3468 , bandwidth (α) optimum sebesar 0,0071, serta panjang osilasi (*w*) adalah 2.

4.3.4.7 Pemilihan Titik Knot, *Bandwidth*, dan Osilasi Optimum dengan Satu Titik Knot dan Tiga Osilasi

Berikut merupakan model regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier dengan satu titik knot pada Spline *Truncated* dan tiga osilasi pada Deret Fourier.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \lambda t_i + \phi_1(t_i - k_1)_+ + \sum_{i=1}^n \frac{\frac{1}{\alpha} K\left(\frac{z - z_i}{\alpha}\right)}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\alpha} K\left(\frac{z - z_i}{\alpha}\right)} y_i + \delta v_i + \frac{1}{2} \theta_0 + \theta_1 \cos v_i + \theta_2 \cos(2v_i) + \theta_3 \cos(3v_i) + \varepsilon_i \quad (4.32)$$

Berikut ditampilkan kombinasi satu titik knot, bandwidth diantara nilai 0 – 0,1 serta tiga osilasi pada regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier, dimana telah diurutkan berdasarkan model yang menghasilkan nilai GCV yang terkecil, secara lengkap tertera pada Lampiran.

Tabel 4. 11 Nilai GCV dengan Satu Titik Knot dan Tiga Osilasi

No.	Titik Knot (k)	Bandwidth (α)	Osilasi (w)	GCV
1	1,9361	0,0071	3	0,4427*
2	1,9361	0,0143	3	0,0450
3	1,9361	0,0214	3	0,4589
4	1,9361	0,0286	3	0,4680
5	1,9361	0,0357	3	0,4780
6	1,9361	0,0429	3	0,4887
7	1,9361	0,0500	3	0,5010
8	1,9361	0,0571	3	0,5149
9	1,9361	0,0643	3	0,5306
10	1,9361	0,0714	3	0,5476

Berdasarkan Tabel 4.11 dapat diketahui bahwa nilai GCV terkecil yang diperoleh dengan satu titik knot dan satu osilasi adalah 0,4427, dengan letak titik knot (k) optimum 1,9361, bandwidth (α) optimum sebesar 0,0071, serta panjang osilasi (w) adalah 3.

4.3.4.8 Pemilihan Titik Knot, *Bandwidth*, dan Osilasi Optimum dengan Dua Titik Knot dan Tiga Osilasi

Berikut merupakan model regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier dengan satu titik knot pada Spline *Truncated* dan tiga osilasi pada Deret Fourier.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \lambda t_i + \phi_1(t_i - k_1)_+ + \phi_2(t_i - k_2)_+ + \sum_{i=1}^n \frac{\frac{1}{\alpha} K\left(\frac{z - z_i}{\alpha}\right)}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\alpha} K\left(\frac{z - z_i}{\alpha}\right)} y_i + \delta v_i + \frac{1}{2} \theta_0 + \theta_1 \cos v_i + \theta_2 \cos(2v_i) + \theta_3 \cos(3v_i) + \varepsilon_i \quad (4.33)$$

Berikut ditampilkan kombinasi dua titik knot, bandwidth diantara nilai 0 – 0,1 serta tiga osilasi pada regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier, dimana telah diurutkan berdasarkan model yang menghasilkan nilai GCV yang terkecil, secara lengkap tertera pada Lampiran.

Tabel 4. 12 Nilai GCV dengan Dua Titik Knot dan Tiga Osilasi

No.	Titik Knot (<i>k</i>)		Bandwidth (α)	Osilasi (<i>w</i>)	GCV
1	8,1117	10,5819	0,0071	3	0,4448*
2	1,9361	3,1712	0,0071	3	0,4463
3	4,4063	5,6414	0,0071	3	0,4495
4	8,1117	10,5819	0,0143	3	0,4528
5	1,9361	3,1712	0,0143	3	0,4537
6	4,4063	5,6414	0,0143	3	0,4572
7	8,1117	10,5819	0,2142	3	0,4616
8	1,9361	3,1712	0,2142	3	0,4621
9	4,4063	5,6414	0,2142	3	0,4658
10	1,9361	3,1712	0,0286	3	0,4708

Berdasarkan Tabel 4.12 dapat diketahui bahwa nilai GCV terkecil yang diperoleh dengan dua titik knot dan satu osilasi adalah 0,4448, dengan letak titik knot (*k*) optimum 8,1117 dan 10,5819, bandwidth (α) optimum sebesar 0,0071, serta panjang osilasi (*w*) adalah 3.

4.3.4.9 Pemilihan Titik Knot, *Bandwidth*, dan Osilasi Optimum dengan Tiga Titik Knot dan Tiga Osilasi

Berikut merupakan model regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier dengan satu titik knot pada Spline *Truncated* dan tiga osilasi pada Deret Fourier.

$$\begin{aligned}
 y_i = & \beta_0 + \beta_1 x_i + \lambda t_i + \phi_1(t_i - k_1)_+ + \phi_2(t_i - k_2)_+ + \phi_3(t_i - k_3)_+ \\
 & + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\alpha} K\left(\frac{z - z_i}{\alpha}\right) y_i + \delta v_i + \frac{1}{2} \theta_0 + \theta_1 \cos v_i + \theta_2 \cos(2v_i) \\
 & + \theta_3 \cos(3v_i) + \varepsilon_i
 \end{aligned} \tag{4.34}$$

Berikut ditampilkan kombinasi tiga titik knot, bandwidth diantara nilai 0 – 0,1 serta tiga osilasi pada regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier, dimana telah diurutkan berdasarkan model yang menghasilkan nilai GCV yang terkecil, secara lengkap tertera pada Lampiran.

Tabel 4. 13 Nilai GCV dengan Tiga Titik Knot dan Tiga Osilasi

No.	Titik Knot (<i>k</i>)			Bandwidth (α)	Osilasi (<i>w</i>)	GCV
1	1,9361	5,6414	9,3468	0,0071	3	0,4369*
2	3,1712	5,6414	6,8766	0,0071	3	0,4385
3	4,4063	5,6414	10,5819	0,0071	3	0,4386
4	6,8766	8,1117	9,3468	0,0071	3	0,4388
5	1,9361	3,1712	4,4063	0,0071	3	0,4427
6	1,9361	5,6414	9,3468	0,0143	3	0,4440
7	3,1712	5,6414	6,8766	0,0143	3	0,4460
8	4,4063	5,6414	10,5819	0,0143	3	0,4461
9	6,8766	8,1117	9,3468	0,0143	3	0,4467
10	1,9361	3,1712	4,4063	0,0143	3	0,4497

Berdasarkan Tabel 4.13 dapat diketahui bahwa nilai GCV terkecil yang diperoleh dengan tiga titik knot dan satu osilasi adalah 0,4369, dengan letak titik knot (*k*) optimum 1,9361; 5,6414; dan 9,3468, bandwidth (α) optimum sebesar 0,0071, serta panjang osilasi (*w*) adalah 3.

Perbandingan nilai GCV terkecil dari beberapa kombinasi titik knot dan bandwidth adalah sebagai berikut, dapat dilihat pada Tabel 4.13.

Tabel 4. 14 Perbandingan nilai GCV pada Masing-masing Model

Model	GCV
Satu titik knot dan satu osilasi	0,4428
Dua titik knot dan satu osilasi	0,4454
Tiga titik knot dan satu osilasi	0,4367*
Satu titik knot dan dua osilasi	0,4427
Dua titik knot dan dua osilasi	0,4454
Tiga titik knot dan dua osilasi	0,4368
Satu titik knot dan tiga osilasi	0,4427
Dua titik knot dan tiga osilasi	0,4448
Tiga titik knot dan tiga osilasi	0,4369

Berdasarkan Tabel 4.13 diketahui bahwa nilai GCV minimum terdapat pada model dengan tiga titik knot dan satu osilasi. Sehingga pemodelan IPM Jawa Timur pada tahun 2019 akan digunakan model campuran semiparametrik Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier dengan tiga titik knot (k) yang berada pada titik 1,9361; 5,6414; dan 9,3468, bandwidth (α) optimum sebesar 0,0071, serta panjang osilasi (w) adalah 2. Nilai GCV yang dihasilkan sebesar 0,4367 merupakan nilai yang minimum diantara model yang lainnya. Setelah ditemukan model terbaik, maka selanjutnya dilakukan estimasi parameter model.

4.3.5 Estimasi dan Prediksi Model Regresi Semiparametrik Campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier

Berdasarkan Tabel 4.13 dapat dilihat bahwa nilai GCV terkecil terdapat pada model dengan tiga titik knot dan satu osilasi. Selanjutnya dilakukan estimasi parameter model regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier dengan tiga titik knot dan satu osilasi. Berdasarkan penelitian terdahulu dan untuk kemudahan mengestimasi parameter, maka digunakan metode estimasi *Ordinary Least Square* (OLS). Berikut merupakan hasil estimasi dari

model regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel dan Deret Fourier dapat dilihat pada Tabel 4.15 dibawah ini.

Tabel 4. 15 Estimasi Parameter

Parameter	Estimasi	Parameter	Estimasi
β_0	-0,00000000002084	δ	-0,3232
β_1	-0,0980	θ_0	296,0910
λ	0,6017	θ_1	-147,3500
ϕ_1	-0,6911	k_1	1,9361
ϕ_2	-0,1919	k_2	5,6414
ϕ_3	0,4417	k_3	9,3468
α	0,0071		

Berdasarkan Tabel 4.15 maka hasil estimasi masing-masing parameter tersebut akan membentuk persamaan model regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier seperti pada persamaan berikut.

$$\hat{y}_i = 148,0450 - 0,0980x_i + 0,6017t_i - 0,6911(t_i - 1,9361)_+ - 0,1919(t_i - 5,6414)_+ + 0,4417(t_i - 9,3468)_+ + \sum_{i=1}^{38} \frac{140,845K\left(\frac{z - z_i}{0,0071}\right)}{\sum_{i=1}^{38} 140,845K\left(\frac{z - z_i}{0,0071}\right)} y_i - 0,3232v_i - 147,3500 \cos v_i \quad (4.35)$$

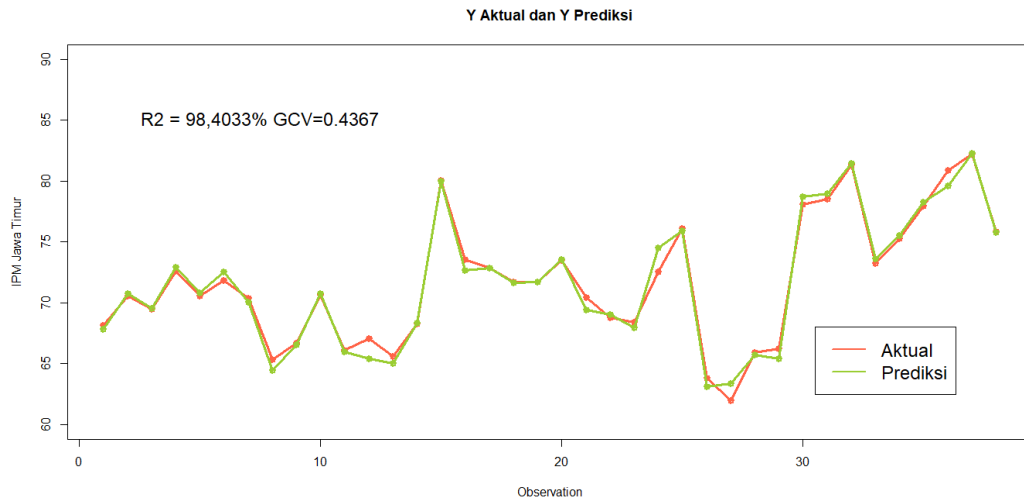
dengan K adalah fungsi Kernel Gaussian.

Setelah dilakukan estimasi pada masing-masing parameter dan membentuk suatu persamaan model regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier maka selanjutnya dapat digunakan untuk melakukan prediksi. Berikut merupakan perbandingan data aktual dan prediksi Indeks Pembangunan Manusia di Jawa Timur pada tahun 2019 pada Tabel 4.16 yang dapat dilihat dibawah ini.

Tabel 4. 16 Nilai Indeks Pembangunan Manusia Aktual (y) dan Prediksi (\hat{y})

No.	Kota/Kab.	y	\hat{y}	No.	Kota/Kabupaten	y	\hat{y}
1	Kab. Pacitan	68,39	67,82	20	Kab. Magetan	73,92	73,57
2	Kab. Ponorogo	70,81	70,79	21	Kab. Ngawi	70,54	69,39
3	Kab. Trenggalek	69,74	69,58	22	Kab. Bojonegoro	69,04	69,02
4	Kab. Tulungagung	73,00	72,94	23	Kab. Tuban	68,40	67,95
5	Kab. Blitar	70,58	70,85	24	Kab. Lamongan	72,58	74,51
6	Kab. Kediri	72,05	72,56	25	Kab. Gresik	76,11	75,94
7	Kab. Malang	70,36	70,03	26	Kab. Bangkalan	64,11	63,08
8	Kab. Lumajang	65,46	64,42	27	Kab. Sampang	62,70	63,36
9	Kab. Jember	67,11	66,52	28	Kab. Pamekasan	66,26	65,75
10	Kab. Banyuwangi	70,62	70,73	29	Kab. Sumenep	66,43	65,40
11	Kab. Bondowoso	66,43	65,99	30	Kota Kediri	78,23	78,73
12	Kab. Situbondo	67,38	65,37	31	Kota Blitar	78,57	78,97
13	Kab. Probolinggo	66,07	64,99	32	Kota Malang	81,45	81,44
14	Kab. Pasuruan	68,60	68,36	33	Kota Probolinggo	73,27	73,62
15	Kab. Sidoarjo	80,29	79,98	34	Kota Pasuruan	75,26	75,56
16	Kab. Mojokerto	73,83	72,70	35	Kota Mojokerto	78,04	78,62
17	Kab. Jombang	72,97	72,83	36	Kota Madiun	80,91	79,62
18	Kab. Nganjuk	71,72	71,68	37	Kota Surabaya	82,23	82,29
19	Kab. Madiun	71,73	71,73	38	Kota Batu	75,90	75,76

Berdasarkan Tabel 4.16 secara sekilas apabila diperhatikan, nilai yang dihasilkan antara nilai aktual dan prediksi IPM di Provinsi Jawa Timur tahun 2019 yang dimodelkan dengan regresi semiparametrik campuran *Spline Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier tidak berbeda jauh dan cenderung mendekati nilai yang relatif sama. Selanjutnya dapat digambarkan secara visual dengan membuat plot perbandingan nilai aktual dan prediksi untuk kemudahan pengambilan kesimpulan. Berikut merupakan plot nilai aktual (y) dan prediksi (\hat{y}) dari Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Jawa Timur pada tahun 2019 dapat dilihat pada Gambar 4.11 dibawah ini.



Gambar 4. 11 Plot Nilai Aktual (y) dan Prediksi (\hat{y}) Indeks Pembangunan Manusia

Berdasarkan Tabel 4.15 dan didukung oleh Gambar 4.11 terlihat bahwa nilai prediksi dana aktual saling mendekati. Dari perhitungan, pemodelan data Indeks Pembangunan Manusia di Jawa Timur pada tahun 2019 menggunakan regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel dan Deret Fourier menghasilkan nilai R^2 sebesar 98,40%. Hal tersebut dapat diartikan bahwa persentase penduduk miskin, jumlah tenaga kesehatan, Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT), dan belanja pemerintah daerah mampu menjelaskan Indeks Pembangunan Manusia (IPM) sebesar 98,40%.

4.3.6 Interpretasi Model Regresi Semiparametrik Campuran Spline

Truncated, Kernel, dan Deret Fourier

Selain untuk prediksi, model regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier juga dapat diinterpretasikan untuk mengetahui besar pengaruh setiap variabel prediktor terhadap variabel respon. Pola data yang didekati dengan parametrik linear dan Spline *Truncated* dapat diinterpretasikan. Pola data yang didekati dengan Kernel dan Deret Fourier tidak dapat diinterpretasikan. Berikut ini adalah model masing-masing kelompok data dan interpretasinya:

1) Model untuk variabel Persentase Penduduk Miskin pada regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier

Dengan asumsi bahwa data selain persentase penduduk miskin dianggap konstan, maka diperoleh model umum sebagai berikut:

$$\hat{y}_i = -0,0980x_i + c_1 \text{ dimana,}$$

$$c_1 = 148,0450 + 0,6017t_i - 0,6911(t_i - 1,9361)_+ - 0,1919(t_i - 5,6414)_+ + 0,4417(t_i - 9,3468)_+ + \frac{\sum_{i=1}^{38} 140,845K\left(\frac{z - z_i}{0,0071}\right)}{\sum_{i=1}^{38} 140,845K\left(\frac{z - z_i}{0,0071}\right)} y_i - 0,3232v_i - 147,3500 \cos v_i$$

Dapat disimpulkan bahwa ketika persentase penduduk miskin bertambah 1% maka IPM akan turun sebesar 0,098 satuan.

2) Model untuk variabel Jumlah Tenaga Kesehatan pada regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier

Dengan asumsi bahwa data selain jumlah tenaga kesehatan dianggap konstan, maka diperoleh model umum sebagai berikut:

$$\hat{y}_i = 0,6017t_i - 0,6911(t_i - 1,9361)_+ - 0,1919(t_i - 5,6414)_+ + 0,4417(t_i - 9,3468)_+ + c_2$$

dimana,

$$c_2 = 148,0450 - 0,0980x_i + \frac{\sum_{i=1}^{38} 140,845K\left(\frac{z - z_i}{0,0071}\right)}{\sum_{i=1}^{38} 140,845K\left(\frac{z - z_i}{0,0071}\right)} y_i - 0,3232v_i - 147,3500 \cos v_i$$

Pada saat interpretasi Spline *Truncated*, fungsi yang digunakan sebagai berikut:

$$\hat{y}_i = \begin{cases} 0,601t_i & ; 0 \leq t_i < 1,936 \\ 1,338 - 0,089t_i + c_2 & ; 1,936 \leq t_i < 5,641 \\ 2,421 - 0,281t_i + c_2 & ; 5,641 \leq t_i < 9,347 \\ -1,708 + 0,160t_i + c_2 & ; t_i \geq 9,347 \end{cases} \quad (4.36)$$

Berdasarkan persamaan (4.36) dapat diinterpretasikan:

- a. Pada saat jumlah tenaga kesehatan dibawah 1936 setiap bertambahnya satu orang, maka Indeks Pembangunan Manusia (IPM) akan meningkat sebesar 0,601 satuan.

- b. Pada saat jumlah tenaga kesehatan antara 1936 sampai 5641 setiap bertambahnya satu orang, maka Indeks Pembangunan Manusia (IPM) akan menurun sebesar 0,089 satuan.
- c. Pada saat jumlah tenaga kesehatan antara 5641 sampai 9347 setiap bertambahnya satu orang, maka Indeks Pembangunan Manusia (IPM) akan menurun sebesar 0,281 satuan.
- d. Pada saat jumlah tenaga kesehatan diatas 9347 setiap bertambahnya satu orang, maka Indeks Pembangunan Manusia (IPM) akan meningkat sebesar 0,160 satuan.

Berikut merupakan ringkasan pengelompokkan Kota/Kabupaten dalam interval berdasarkan persamaan (4.36) untuk model Spine *Truncated* pada regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier dapat dilihat pada Tabel 4.15.

Tabel 4. 17 Tabel Kabupaten/Kota berdasarkan IPM menurut Jumlah Tenaga Kesehatan

Interval	Kabupaten/Kota
$0 \leq t_i < 1,936$	Kab. Pacitan, Kab. Trenggalek, Kab. Situbondo, Kab.Madiun,Kab. Magetan, Kab. Tuban, Kab.Sampang, Kota Blitar, Kota Probolinggo, Kota Pasuruan, Kota.Mojokerto, Kota Batu
$1,936 \leq t_i < 5,641$	Kab. Ponorogo, Kab. Tulungagung, Kab. Blitar, Kab. Kediri, Kab. Malang, Kab. Lumajang, Kab. Jember, Kab. Banyuwangi, Kab. Bondowoso, Kab. Probolinggo, Kab. Pasuruan, Kab. Sidoarjo, Kab. Mojokerto, Kab. Jombang, Kab. Nganjuk, Kab. Ngawi, Kab. Bojonegoro, Kab. Lamongan, Kab. Gresik, Kab. Bangkalan, Kab. Pamekasan, Kab. Sumenep, Kota Kediri, Kota Madiun
$5,641 \leq t_i < 9,347$	Kota Malang
$t_i \geq 9,347$	Kota Surabaya

Tabel 4.17 menunjukkan bahwa interval pertama yaitu saat jumlah tenaga kesehatan dibawah 1936 orang, interval kedua pada saat jumlah tenaga kesehatan diantara 1936 dan 5641 orang, interval ketiga pada saat jumlah tenaga kesehatan diantara 5641 dan 9347 orang, serta interval terakhir pada saat jumlah tenaga kesehatan diatas 9347 orang.

4.3.7 Perbandingan Nilai GCV pada Estimator Tunggal dan Campuran

Berikut ini ditampilkan beberapa perbandingan nilai GCV dari estimator tunggal dan estimator campuran diantaranya yaitu Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier pada aplikasi data Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Provinsi Jawa Timur tahun 2019 pada Tabel 4.18.

Tabel 4. 18 Perbandingan Nilai GCV pada Estimator Tunggal dan Campuran

Estimator	Nilai GCV
Spline <i>Truncated</i>	9,982
Kernel	17,179
Deret Fourier	146,928
Campuran Spline <i>Truncated</i> , Kernel, dan Deret Fourier	0,437*

Berdasarkan Tabel 4.18 dapat diketahui bahwa nilai GCV yang terkecil terdapat pada model dengan campuran tiga estimator yaitu Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier. Dengan menggunakan estimator campuran, error yang dihasilkan cenderung lebih kecil dibandingkan dengan estimator tunggal. Dimana error yang relatif kecil akan mempengaruhi nilai GCV. Hal tersebut dikarenakan pada estimator campuran dapat menangkap keberagaman yang dimiliki oleh pola hubungan variabel yang memiliki macam-macam karakter. Sehingga dapat diketahui pada aplikasi pemodelan data Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Provinsi Jawa Timur tahun 2019 sesuai jika dimodelkan dengan regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier.

BAB 5
KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah diuraikan pada bab sebelumnya, maka dapat disimpulkan bahwa:

1. Hasil estimasi regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\hat{y} &= \hat{\mu}(x, t, v, z) \\ &= \hat{f}(x) + \hat{g}(t) + \hat{h}(z) + \hat{j}(v) \\ &= \mathbf{X}\hat{\beta} + \mathbf{T}(k)\hat{\phi} + \mathbf{Z}(\alpha)\bar{y} + \mathbf{V}(w)\hat{\theta} \\ &= \mathbf{X}\mathbf{M}\bar{y} + \mathbf{T}(k)\mathbf{N}\bar{y} + \mathbf{Z}(\alpha)\bar{y} + \mathbf{V}(w)\mathbf{O}\bar{y} \\ &= (\mathbf{B}(k, \alpha, w) + \mathbf{C}(k, \alpha, w) + \mathbf{Z}(\alpha) + \mathbf{D}(k, \alpha, w))\bar{y} \\ &= \mathbf{A}(k, \alpha, w)\bar{y}\end{aligned}$$

dimana, $\mathbf{A}(k, \alpha, w) = \mathbf{B}(k, \alpha, w) + \mathbf{C}(k, \alpha, w) + \mathbf{Z}(\alpha) + \mathbf{D}(k, \alpha, w)$

2. Pemodelan Indeks Pembangunan Manusia di Provinsi Jawa Timur tahun 2019 menggunakan estimasi regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier dengan variabel prediktor persentase penduduk miskin yang didekati dengan fungsi linier, jumlah tenaga kesehatan didekati dengan Spline *Truncated*, Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT) yang didekati dengan Kernel, dan belanja pemerintah daerah yang didekati dengan Deret Fourier. Model terbaik yang digunakan yaitu model dengan nilai GCV paling minimum sebesar 0,4367 dengan komponen tiga titik knot dan satu osilasi sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\hat{y}_i &= 148,0450 - 0,0980x_i + 0,6017t_i - 0,6911(t_i - 1,9361)_+ - \\ &0,1919(t_i - 5,6414)_+ + 0,4417(t_i - 9,3468)_+ + \frac{\sum_{i=1}^{38} 140,845K\left(\frac{z - z_i}{0,0071}\right)}{\sum_{i=1}^{38} 140,845K\left(\frac{z - z_i}{0,0071}\right)} y_i \\ &- 0,3232v_i - 147,3500 \cos v_i\end{aligned}$$

Pemodelan IPM Kab/ Kota di Provinsi Jawa Timur menggunakan regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier

menghasilkan nilai R^2 sebesar 98,40%. Hal tersebut dapat disimpulkan bahwa persentase penduduk miskin, jumlah tenaga kesehatan, Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT), dan belanja pemerintah daerah mampu menjelaskan variabel respon Indeks Pembangunan Manusia sebesar 98,40%.

Model dengan menggunakan tiga estimator campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier menghasilkan nilai GCV yang paling kecil dibandingkan dengan estimator tunggal. Sehingga model yang digunakan pada aplikasi data faktor yang mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia (IPM) Kab/ Kota di Provinsi Jawa Timur adalah model campuran.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil analisis dan kesimpulan yang diperoleh dalam analisis regresi semiparametrik campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier, maka saran yang dapat diberikan adalah:

1. Komponen parametrik pada penelitian ini terbatas hanya pada fungsi linier saja, sehingga perlu dicobakan untuk fungsi kuadratik dan kubik, agar lebih sesuai dengan bentuk pola hubungan.
2. Pada penelitian ini terbatas hanya univariable pada masing-masing estimator, selanjutnya bisa ditambahkan sehingga akan menjadi multivariable pada masing-masing estimator.
3. Agar lebih meyakinkan pembaca untuk mendapatkan model yang paling baik, maka perlu dicobakan untuk semua kemungkinan titik knot, bandwidth, dan osilasi pada setiap kombinasi variabel yang digunakan untuk mendapatkan nilai GCV yang paling kecil.
4. Pada pemodelan regresi semiparametrik campuran tiga estimator ini tidak dilakukan pada data simulasi sehingga memungkinkan hasil yang berbeda jika diaplikasikan pada data yang berbeda.

DAFTAR PUSTAKA

- Adrianingsih, N. Y, Budiantara, I. N & Ratnasari, V. 2021. Modeling with Mixed Kernel, Spline Truncated, and Fourier Series on Human Development Index in East Java. *Journal of Materials Science and Engineering: Conf. Series* 1115.
- Afifah, N. 2017. Estimator Campuran Kernel dan Deret Fourier dalam Regresi Nonparametrik (Studi Kasus: Pemodelan Persentase Penduduk Miskin di Indonesia). Tesis. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.
- Afifah, N., Budiantara, I. N & Latra, I. N. 2017. Mixed Estimator of Kernel and Fourier Series in Semiparametric Regression. *Journal of Physics: Conf. Series* 855.
- Ali, T. H. 2019. Modification of the adaptive Nadaraya-Watson kernel method for nonparametric regression (simulation study). *Journal of Communications In Statistics - Simulation and Computation*. DOI: 10.1080 /03610918 .2019.1652319
- Ardianti, A. V., Wibisono, S., & Jumiati, A. 2015. Faktor-faktor yang Mempengaruhi Angka Harapan Hidup di Kabupaten Jember. *Artikel Ilmiah* 2015.
- Asrini, L. J. & Budiantara, I. N. 2014. Fourier Series Semiparametric Regression Models (Case Study: The Production of Lowland Rice Irrigation In Central Java). *ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences*. VOL. 9, NO. 9, SEPTEMBER 2014, pp. 1501-1506.
- Bappenas. 2017. Tujuan Pembangunan Berkelanjutan (TPB)/ Sustainable Development Goals (SDGs). Jakarta. Kementerian Perencanaan Pembangunan Nasional/ Bappenas.
- Badan Pusat Statistik (BPS). 2019. Indeks Pembangunan Manusia Provinsi Jawa Timur 2019. BPS Provinsi Jawa Timur, PT. Sinar Murni Indo Printing.
- Bilodeau, M. 1992. Fourier Smoother and Additive Models, *The Canadian Journal of Statistics*, 3, pp. 257-259.

- Budiantara, I.N. 2009. *Spline Dalam Regresi Nonparametrik Dan Semiparametrik: Sebuah Pemodelan Statistika Masa Kini dan Masa Mendatang*. Pidato Pengukuhan Untuk Jabatan Guru Besar Dalam Bidang Ilmu Matematika Statistika dan Probabilitas, Pada Jurusan Statistika, Fakultas MIPA, Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya: ITS Press
- Budiantara, I. N. 2014. *Pemodelan Regresi Nonparametrik dan Semiparametrik Spline (Konsep, Metode dan Aplikasinya)*. Prosiding Seminar Nasional Matematika 2014, Universitas Udayana.
- Budiantara, I. N. & Mulianah. 2007. *Pemilihan Bandwidth Optimal Dalam Regresi Semiparametrik Kernel dan Aplikasinya*, *Journal Sains dan Teknologi SIGMA* Vol.10 No.2, pp. 159-166.
- Budiantara, I. N., Ratnasari, V., Ratna, M., Wibowo, W., Afifah, N. Rahmawati, D. P., & Octavanny, M. D. A. 2019. *Modeling Percentage of Poor People in Indonesia Using Kernel and Fourier Series Mixed Estimator In Nonparametric Regression*. *Revista Investigacion Operacional* Vol. 40 No.4, pp. 538-550.
- Dani, A. T. R., Ratnasari, V. & Budiantara, I. N. 2021. *Optimal Knots Point and Bandwidth Selection in Modelling Mixed Estimator Nonparametric Regression*. *Journal of Materials Science and Engineering: Conf. Series* 1115.
- Dewanti, P. 2020. *Estimator Campuran Spline Truncated dan Kernel dalam Regresi Nonparametrik Birespon untuk Pemodelan Faktor-faktor yang Mempengaruhi Keberhasilan Pembangunan di Provinsi Jawa Timur*. Tesis. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.
- Draper, N.R. & Smith, H. 1992 (Skovgaard, 2000). John Wiley and sons, Inc. New York
- Eubank, R.L. 1999. *Nonparametric Regression and Spline Smoothing* 2 nd edition, Marcel Dekker, New York.
- Guidoum, A. C. 2020. *Kernel Estimator and (Guidoum, 2020) Bandwidth Selection for Density and its Derivatives: The kedd Package*. arXiv:2012.06102v1
- Hardle, W. 1990. *Applied Nonparametric Regression*. Cambridge University Press: New York.

- Hesikumalasari. 2016. *Pemodelan Regresi Semiparametrik menggunakan Estimator Campuran Spline Truncated dan Kernel*. Tesis. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.
- Indayani, S. & Hartono, B. 2020. Analisis Pengangguran dan Pertumbuhan Ekonomi sebagai Akibat Pandemi Covid-19. *Perspektif: Jurnal Ekonomi & Manajemen Universitas Bina Sarana Informatika* Vol. 18 No.2, pp. 201-208.
- Kayri, M., & Zirhhoglu, G. 2009. Kernel Smoothing Function and Choosing Bandwitdh for Nonparametric Regression Methods. *Ozean Journal of Applied Sciences* Vol.2, pp.49-60.
- Kiha, E. K., Seran & Lau, H.T. 2021. Pengaruh Jumlah Penduduk, Pengangguran, dan Kemiskinan Terhadap Indeks Pembangunan Manusia di Kabupaten Belu. *Intelektiva Jurnal Ekonomi, Sosial, dan Humaniora* Vol.2 No.07, pp. 60-84.
- Kumari, K. & Yadav, S. 2018. Linear Regression Analysis Study. *Journal of the Practice of CardiovascularSciences*. Wolters Kluwer-Medknown. New Delhi. India. Vol.4 Issue 1 January-April 2018.
- Lestari, B., Budiantara, I.N. & Chamidah, N. 2019. Smoothing parameter selection method for multiresponse nonparametric regression model using smoothing spline and kernel estimator approaches, *Journal of Physics: Conference Series* **1397** 012064
- Mangkoesoebroto, D. 2016. *Ekonomi publik*. Yogyakarta: BPFE Yogyakarta.
- Mariati, N. P. A. M. 2015. *Pemodelan Regresi Deret Fourier dan Spline Truncated dalam Regresi Nonparametrik Multivariabel (Aplikasi: Data Kemiskinan di Provinsi Papua)*. Tesis. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.
- Mongan, J. J. S. 2019. Pengaruh Pengeluaran Pemerintah bidang Pendidikan dan Kesehatan terhadap Indeks Pembangunan Manusia. *Jurnal Perbendaharaan, Keuangan Negara dan Kebijakan Publik* Vol. 4 No. 2 2019 pp. 163-176.

- Nisa, K. 2017. Model Regresi Semiparametrik Campuran Spline Truncated dan Deret Fourier (Studi Kasus: Angka Harapan Hidup Provinsi Jawa Timur). Tesis. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.
- Nisa, K. & Budiantara, I. N. 2020. Modeling East Java Indonesia Life Expectancy using Semiparametric Regression Mixed Spline Truncated and Fourier Series. *Media Statistika* Vol.13 (2) 2020, pp. 149-160.
- Nurjannah, Rahardjo, S. S., Sanusi, R. 2019. Linear Regression Analysis on the Determinants Of Hypertension Prevention Behavior. *Journal of Health Promotion and Behavior*. Vol.4 No.1.
- Pradana, R. S. 2021. Analysis of Health Personnel Ratio and its Relationship to the Health Quality of Aceh Province Population 2019. *Jurnal Ekonomi dan Pembangunan* Vol. 12 (1).
- Prahotama, A. 2013. Model Regresi Nonparametrik dengan Pendekatan Deret Fourier pada Kasus Tingkat Pengangguran Terbuka di Jawa Timur. *Prosiding Seminar Nasional Statistika Undip* Vol. 10, pp. 69-76.
- Pratiwi, D. A., Budiantara, I.N. & Wibowo. W. 2017. Pendekatan Regresi Semiparametrik Spline untuk Memodelkan Rata-rata Umur Kawin Pertama (UKP) di Provinsi Jawa Timur, *Jurnal Sains dan Seni ITS* Vol. 6 (1), pp.129-136.
- Ratnasari, V., Budiantara, I. N., Ratna, M. & Zain, I. 2016. Estimation of Nonparametric Regression Curve using Mixed Estimator of Multivariable Truncated Spline and Multivariable Kernel. *Global Journal of Pure and Applied Mathematics*. Volume 12, Number 6 (2016), pp. 5047-5057
- Ridlo, I. A. 2020. Pandemi COVID-19 dan Tantangan Kebijakan Kesehatan Mental di Indonesia. *INSAN Jurnal Psikologi dan Kesehatan Mental* Vol.5(2), pp 155-164.
- Si'lang, I. L. S., Hasid, Z. & Priyagus. 2019. Analisis Faktor-faktor yang berpengaruh terhadap Indeks Pembangunan Manusia. *Jurnal Manajemen Fakultas Ekonomi dan Bisnis Universitas Mulawarman* Vol. 11 No. 2 2019, pp 159-169.

- Shyti, B. & Valera, D. 2018. The Regression Model for the Statistical Analysis of Albanian Economy. *International Journal of Mathematics Trends and Technology (IJMTT)*. Volume 62 Number 2. October 2018.
- Sudiarsa, I. W., Budiantara, I. N., Suhartono, & Purnami, S. W. 2015. Combined Estimator Fourier Series and Spline Truncated in Multivariable Nonparametric Regression. *Applied Mathematical Sciences*, Vol. 9, 2015, No. 100, pp. 4997 – 5010.
- Sugiantari, A. P. & Budiantara, I. N. 2013. Analisis Faktor-faktor yang Mempengaruhi Angka Harapan Hidup di Jawa Timur Menggunakan Regresi Semiparametrik Spline. *Jurnal Sains dan Seni POMITS*, Vol. 2. No. 1, pp 2337-3520.
- Sukarsa, I. M. G. & Srinadi, I. G. A. M. 2012. Estimator Kernel dalam Model Regresi Nonparametrik. *Jurnal Matematika*, Vol. 2 No. 1, Juni 2012, pp 1693-1394.
- Tripena, A. & Budiantara, I N. 2007. Fourier Estimator in Nonparametric Regression, *International Conference On Natural Sciences and Applied Natural Scienses*, Ahmad Dahlan University, Yogyakarta.
- Umiyati, E., Amril, & Zulfanetti. 2017. Pengaruh Belanja Modal, Pertumbuhan Ekonomi, dan Jumlah Penduduk Miskin terhadap Indeks Pembangunan Manusia di Kabupaten/Kota Provinsi Jambi. *Jurnal Sains Sosiohumaniora* Vol. 1 No. 1 2017, pp. 29-37
- Utami, T.W., Nur, I. M. & Suryaningsih, E. 2018. Pemodelan Produksi Padi menggunakan Regresi Semiparametrik Kernel. *Jurnal Statistika Universitas Muhammadiyah Semarang* Vol. 6, No. 2, pp. 160-165.
- Veritia, Lubis, I., Priatna, I. S., & Susanto. 2019. *Teori Ekonomi Makro*. Banten. UNPAM Press: Tangerang Selatan, Banten.
- Wahba, G. 1990. *Spline Models for Observational Data*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Wand, M. P. 2000. A comparison of regression spline smoothing procedures. *Computational Statistics* Vol.15 No.4, pp. 443-462
- Wang, Y. 1998. Smoothing Spline Models with Correlated Random Errors, *Journal of the American Statistical Association* Vol.93 No.441, pp. 341-348.

Zamharir, A. 2016. Pengaruh Pertumbuhan Ekonomi, Kemiskinan, PDRB Perkapita, dan Upah Minimum terhadap *Human Development Index*. Skripsi. Surabaya: Universitas Airlangga.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Penelitian

Kab/Kota	IPM	Presentase Penduduk Miskin (%)	Jumlah Tenaga Kesehatan (Ribu)	TPT (%)	Belanja Pemerintah (Triliun)
Pacitan	68.16	13.67	1.432	0.95	2.02
Ponorogo	70.56	9.64	2.293	3.58	2.483
Trenggalek	69.46	10.98	1.859	3.43	2.29
Tulungagung	72.62	6.74	3.165	3.36	3.018
Blitar	70.57	8.94	2.036	3.11	2.657
Kediri	71.85	10.42	2.493	3.68	3.496
Malang	70.35	9.47	4.017	3.82	4.482
Lumajang	65.33	9.49	2.433	2.81	2.38
Jember	66.69	9.25	4.066	3.8	4.557
Banyuwangi	70.6	7.52	3.853	4.08	3.282
Bondowoso	66.09	13.33	2.021	2.96	2.36
Situbondo	67.09	11.2	1.189	2.82	1.973
Probolinggo	65.6	17.76	2.357	3.88	2.581
Pasuruan	68.29	8.68	2.523	5.42	3.698
Sidoarjo	80.05	5.32	5.501	4.72	5.423
Mojokerto	73.53	9.75	2.973	3.68	2.877
Jombang	72.85	9.22	4.059	4.39	3.131
Nganjuk	71.71	11.24	2.621	3.22	2.805
Madiun	71.69	10.54	1.599	3.62	2.106
Magetan	73.49	9.61	1.534	3.08	2.188
Ngawi	70.41	14.39	2.539	3.7	2.406
Bojonegoro	68.75	12.38	3.011	3.7	7.128
Tuban	68.37	14.58	1.742	2.76	2.817
Lamongan	72.57	13.21	3.241	4	3.038
Gresik	76.1	11.35	2.854	5.54	3.334
Bangkalan	63.79	18.9	2.486	5.84	2.496
Sampang	61.94	20.71	1.772	2.81	1.97
Pamekasan	65.94	13.95	2.364	2.32	2.401
Sumenep	66.22	19.48	2.228	2.17	2.876
Kota Kediri	78.08	7.16	2.589	4.22	1.547
Kota Blitar	78.56	7.13	1.274	4.64	1.174
Kota Malang	81.32	4.07	6.753	6.04	2.652
Kota Probolinggo	73.27	6.91	1.208	4.41	1.301
Kota Pasuruan	75.25	6.46	0.983	5.06	1.15
Kota Mojokerto	77.96	5.15	0.701	2.65	1.096
Kota Madiun	80.88	4.35	2.247	4.01	1.377
Kota Surabaya	82.22	4.51	11.817	5.87	1.261
Kota Batu	75.88	3.81	0.937	2.48	9.933

Lampiran 2. Syntax R Model Semiparametrik Campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier

```
library(pracma)
data=read.table("clipboard",header=T)
data

hasilku=function(data,kn,par.osilasi)
{
  y=data[,1] #variabel y
  x=as.matrix(data[,2:5])
  xp=as.matrix(x[,c(1)]) #variabel parametrik
  xs=as.matrix(x[,c(2)]) #variabel spline
  xk=as.matrix(x[,c(3)]) #variabel kernel
  xf=as.matrix(x[,c(4)]) #variabel fourier

  par(mfrow=c(2,2))
  plot(xp,y,main="PARAMETRIK",xlab="X1",lwd=3,pch=19,col="red")
  plot(xs,y,main="SPLINE TRUNCATED",xlab="X2",lwd=3,pch=19,col="green")
  plot(xk,y,main="GAUSSIAN KERNEL",xlab="X3",lwd=3,pch=19,col="blue")
  plot(xf,y,main="FOURIER SERIES",xlab="X4",lwd=3,pch=19,col="purple")

  n=length(y) #jumlah pengamatan
  pp=ncol(xp) #jumlah variabel parametrik
  ps=ncol(xs) #jumlah variabel spline
  pk=ncol(xk) #jumlah variabel kernel
  pf=ncol(xf) #jumlah variabel fourier

  int.kr=10 #jumlah pembagi titik bandwidth yang diinginkan
  int.sp=10 #jumlah pembagi titik knot yang diinginkan

  #matrix
  m1.nn=matrix(1, nrow=n, ncol=n) #matriks 1 nxn
  m1.n1=matrix(1, nrow=n) #matriks 1 nx1
  mi.nn=diag(1,n,n)

  #penentuan titik knot
  knot=matrix(0,int.sp,ps)
  for (i in 1:ps)
  {
    knot[,i]=seq(min(xs[,i]),max(xs[,i]),length.out=int.sp)
  }
  knot=as.matrix(knot[2:(int.sp-1),])
  nknot=nrow(knot)

  if (kn==1){
    knot=as.matrix(knot)
  }else
  {
    if (kn==2)
    {
      #knot2
      nkomb=(nknot*(nknot-1)/2)
      knot2=matrix(0,nkomb,kn*ps)
      v=1
      for (i in 1:(nknot-1))
```

Lampiran 2. Syntax R Model Semiparametrik Campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier (Lanjutan)

```
{
  for (j in (i+1):nknot)
  {
    kk=0
    for (l in 1:ps)
    {
      a=cbind(knot[i,l],knot[j,l])
      kk=cbind(kk,a)
    }
    knot2[v,]=kk[1,2:ncol(kk)]
    v=v+1
  }
}
knot=as.matrix(knot2)
nknot=nrow(knot)
}
else
{
  #knot3
  nkomb=(nknot*(nknot-1)*(nknot-2)/6)
  knot3=matrix(0,nkomb,kn*ps)
  v=1
  for (i in 1:(nknot-2))
  {
    for (j in (i+1):(nknot-1))
    {
      for (k in (j+1):nknot)
      {
        kk=0
        for (l in 1:ps)
        {
          a=cbind(knot[i,l],knot[j,l],knot[k,l])
          kk=cbind(kk,a)
        }
        knot3[v,]=kk[1,2:ncol(kk)]
        v=v+1
      }
    }
  }
  knot=as.matrix(knot3)
  nknot=nrow(knot)
}

#penentuan bandwidth
bw=matrix(0,int.kr,pk)
for (i in 1:pk)
{
  proband=seq(0.1,25,0.5)
  proband=cbind(proband)
  bw[,i]=seq(0,(max(proband[,i])-
    min(proband[,i])),length.out=int.kr)
```

Lampiran 2. Syntax R Model Semiparametrik Campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier (Lanjutan)

```

}
bw=as.matrix(bw[2:(int.kr-1),])
nband=nrow(bw)
#penentuan parameter K (Osilasi)
Pou_Matriks<-(1*par.osilasi+1+1)
Osilasi<-matrix(0,n,Pou_Matriks)
for(q in 1:n)
{
  for (h in 1:par.osilasi)
  {
    Osilasi[q,1]<-0.5
    Osilasi[q,2]<-xf[q]
    Osilasi[q,2+h]<-cos(h*((xf[q]*pi)/180))
  }
}
Xfour=Osilasi

#desain matriks X(k) pada spline
MSE=matrix(0,nband*nknot)
GCV=matrix(0,nband*nknot)
R2=matrix(0,nband*nknot)
code=matrix(0,nband*nknot,kn*ps+pk+pf)
o=1
for (i in 1:nknot)
{
  for (j in 1:nband)
  {
    #matriks parametrik
    Xpar=as.matrix(cbind(1,xp))

    #matrik spline
    Z=cbind(xs)
    a=1
    for (k in 1:ps)
    {
      for (l in 1:kn)
      {
        Z=cbind(Z,(pmax(0,xs[,k]-knot[l,a])))
        a=a+1
      }
    }
    Xnon=Z

    #Matriks Kernel
    sum.v.phi=0
    for (k in 1:pk)
    {
      v.diag=diag(xk[,k])
      V=m1.nn %*%v.diag
      z=(t(V)-V)/bw[j,k]
      K=1/sqrt(2*pi)*exp(-1/2*z^2) #fungsi kernel gaussian
      K.Z=(1/bw[j,k])*K
    }
  }
}

```

Lampiran 2. Syntax R Model Semiparametrik Campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier (Lanjutan)

```

W.penyebut=diag(c(1/n*K.Z**%ml.n1))**%ml.nn
V.phi=1/n*K.Z/W.penyebut

#penimbang V(phi).1
sum.v.phi=sum.v.phi+V.phi #nilai kernel untuk setiap variabel
}

# penimbang kernel gabungan
V.phi=sum.v.phi/pk          #nilai kernel rata-rata
Xker=V.phi
Xker
#Matriks Fourier
Pou_Matriks<-(1*(par.osilasi+1)+1)
Osilasi<-matrix(0,n,Pou_Matriks)
for(q in 1:n)
{
  for(h in 1:(par.osilasi))
  {
    Osilasi[q,1]<-0.5
    Osilasi[q,2]<-xf[q]
    Osilasi[q,2+h]<-cos(h*((xf[q]*pi)/180))
  }
}
Xfour=Osilasi

#estimasi parameter
Ix=diag((1+pp)) #membuat matriks identitas untuk variabel x
                (parametrik)
Ixnon=diag(ps+(ps*kn)) #membuat matriks identitas untuk variabel
                spline
Ixker=diag(n) #membuat matriks identitas untuk variabel kernel
Ixfour=diag(pf+(pf*par.osilasi)+1) #membuat matriks identitas untuk
                variabel fourier
invX=pinv(t(Xpar)**Xpar)**t(Xpar)
invXnon=pinv(t(Xnon)**Xnon)**t(Xnon)
invXfour=pinv(t(Xfour)**Xfour)**t(Xfour)

A=invX**Xfour**invXfour**Xpar
B=(invX**Xnon)-(invX**Xfour**invXfour**Xnon)
C=invXnon**Xfour**invXfour**Xnon
D=(invXnon**Xpar)-(invXnon**Xfour**invXfour**Xpar)
E=invX-(invX**Xfour**invXfour)
G=invXnon-(invXnon**Xfour**invXfour)
Ystar=(Ixker-Xker)**y

B1=pinv((Ix-A)-B**pinv(Ixnon-C)**D)
B2=(E-B**pinv(Ixnon-C)**G)
Beta1=B1**B2**(Ixker-Xker)
S1=pinv(Ixnon-C)
S2=(G-(D**Beta1))
S11=S1**S2**(Ixker-Xker)

```

Lampiran 2. Syntax R Model Semiparametrik Campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier (Lanjutan)

```

Tetal=(invXfour-(invXfour**Xpar**Beta1)-
      (invXfour**Xnon**Si1)**(Ixker-Xker)

  parametrik=Xpar**Beta1
  parametrik
  spline=Xnon**Si1
  spline
  kernel=Xker
  kernel
  fourier=Xfour**Tetal
  fourier
  gabungan=parametrik+spline+kernel+fourier
  yhat=gabungan**y
  error=y-yhat
  MSE[o]=n^-1*(t(error)**error)
  SSE=sum((y-yhat)^2)
  SSR=sum((yhat-mean(y))^2)
  SST=SSE+SSR
  R2[o]=((1-(SSE/SST))*100)

  db=(sum(diag(mi.nn-spline-V.phi-fourier))/(n))^2
  GCV[o]=MSE[i]/(1-db)
  code[o,]=c(knot[i,],bw[j,],par.osilasi)
  o=o+1
}
}
optimum=cbind(code,MSE,R2,GCV)
GCVmin=optimum[order(optimum[(kn*ps+pk+pf+3)],),]

#Validasi Model Terbaik
#mengurutkan nilai GCV minimum
knot.opt=GCVmin[1,1:(kn*ps)]
band.opt=GCVmin[1,(kn+ps)]
osilasi.opt=GCVmin[1,(kn+ps+1)]
gcv.opt=GCVmin[1,ncol(GCVmin)]

#validasi nilai GCV terkecil
#matrik parametrik
Xpar=cbind(1, xp)

#matrik spline
Z=cbind(xs)
a=1
for (k in 1:ps)
{
  for (l in 1:kn)
  {
    Z=cbind(Z, (pmax(0, xs[,k]-knot.opt[a])))
    a=a+1
  }
}
}

```


Lampiran 2. Syntax R Model Semiparametrik Campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier (Lanjutan)

```

Xnon=Z

sum.v.phi=0
for (k in 1:pk)
{
  v.diag=diag(xk[,k])
  V=m1.nn %*%v.diag
  z=(t(V)-V)/band.opt[k]
  K=1/sqrt(2*pi)*exp(-1/2*z^2) #fungsi kernel gaussian
  K.Z=(1/band.opt[k])*K
  W.penyebut=diag(c(1/n*K.Z%*%m1.n1))%*%m1.nn
  V.phi=1/n*K.Z/W.penyebut
  #penimbang V(phi).1
  sum.v.phi=sum.v.phi+V.phi #nilai kernel rata-rata setiap variabel
}

# penimbang kernel gabungan
V.phi=sum.v.phi/pk #nilai kernel rata-rata
Xker=V.phi

#Matriks Fourier
Pou_Matriks<-(1*osilasi.opt+1+1)
Osilasi<-matrix(0,n,Pou_Matriks)
for(q in 1:n)
{
  for (h in 1:par.osilasi)
  {
    Osilasi[q,1]<-0.5
    Osilasi[q,2]<-xf[q]
    Osilasi[q,2+h]<-cos(h*((xf[q]*pi)/180))
  }
}
Xfour=Osilasi

#estimasi parameter
Ix=diag((1+pp)) #membuat matriks identitas untuk variabel x (parametrik)
Ixnon=diag(ps+(ps*kn)) #membuat matriks identitas untuk variabel spline
Ixker=diag(n) #membuat matriks identitas untuk variabel kernel
Xfour=diag(pf+(pf*par.osilasi)+1) #membuat matriks identitas untuk
variabel fourier
invX=pinv(t(Xpar)%*%Xpar)%*%t(Xpar)
invXnon=pinv(t(Xnon)%*%Xnon)%*%t(Xnon)
invXfour=pinv(t(Xfour)%*%Xfour)%*%t(Xfour)

A=invX%*%Xfour%*%invXfour%*%Xpar
B=(invX%*%Xnon)-(invX%*%Xfour%*%invXfour%*%Xnon)
C=invXnon%*%Xfour%*%invXfour%*%Xnon
D=(invXnon%*%Xpar)-(invXnon%*%Xfour%*%invXfour%*%Xpar)
E=invX-(invX%*%Xfour%*%invXfour)
F=invXnon-(invXnon%*%Xfour%*%invXfour)

```

Lampiran 2. Syntax R Model Semiparametrik Campuran Spline *Truncated*, Kernel, dan Deret Fourier (Lanjutan)

```

Ystar=(Ixker-Xker)%*%y

B1=pinv((Ix-A)-B%*%pinv(Ixnon-C)%*%D)
B2=(E-B%*%pinv(Ixnon-C)%*%F)
Beta1=B1%*%B2%*%(Ixker-Xker)
S1=pinv(Ixnon-C)
S2=(F-(D%*%Beta1))
Si1=S1%*%S2%*%(Ixker-Xker)
Teta1=(invXfour-(invXfour%*%Xpar%*%Beta1)-
      (invXfour%*%Xnon%*%Si1))%*%(Ixker-Xker)
parametrik=Xpar%*%Beta1
spline=Xnon%*%Si1
kernel=Xker
fourier=Xfour%*%Teta1
gabungan=parametrik+spline+kernel+fourier
yhat=gabungan%*%y
error=y-yhat
SSE=sum(error^2)
SSR=sum((yhat-mean(y))^2)
SST=SSE+SSR
Koef.Determinasi=(1-(SSE/SST))*100

beta=Beta1%*%y
si=Si1%*%y
teta=Teta1%*%y

dataprint=data.frame(GCVmin[1:10,])
hasil=list(GCVmin=GCVmin[1:10,],nilaibeta=beta,nilaisi=si,
          nilaiteta=teta,yhat=yhat)
}
hasilvariabel1=hasilku(data,3,2)

#Untuk membuat plot dari model terbaik
yhat=hasilvariabel1$yhat
R2=hasilvariabel1$GCVmin[1,7]
GCVMIN=hasilvariabel1$GCVmin[1,8]
y=data[,1]

par(mfrow=c(1,1))
residual=y-yhat
plot(y)
plot(y, main="Y Aktual dan Y Prediksi", xlab="Observation", ylab="IPM Jawa
      Timur", ylim=c(60,90))
lines(y,col="tomato",type="o",lwd=2)
lines(yhat,col="yellow green",type="o",lwd=2)
legend(30.5,68,legend=c("actual","prediction"),col=c("tomato","yellow
      green"),lwd=2,cex=0.75)
text(x=7.5,y=85,labels="R2 = 97.2403% GCV=0.4131",cex=0.75)

```

Lampiran 3. Nilai GCV pada Semua Kombinasi Variabel Penelitian

Parametrik	Spline	Kernel	Fourier	GCV
X2	X1	X3	X4	7.2532
X2	X1	X4	X3	5.8136
X2	X3	X1	X4	1.3144
X2	X3	X4	X1	5.5537
X2	X4	X1	X3	1.3364
X2	X4	X3	X1	6.5204
X3	X1	X2	X4	6.9807
X3	X1	X4	X2	6.4711
X3	X2	X1	X4	1.3342
X3	X2	X4	X1	5.9951
X3	X4	X1	X2	1.6013
X3	X4	X2	X1	6.8165
X4	X1	X2	X3	5.902
X4	X1	X3	X2	7.7697
X4	X2	X1	X3	1.3361
X4	X2	X3	X1	6.2708
X4	X3	X1	X2	1.5261
X4	X3	X2	X1	9.9012

Lampiran 4.1 Iterasi dari Kombonasi Pemilihan Titik Knot, Bandwidth, dan Osilasi pada Satu Titik Knot dan Satu Osilasi

[1,]	1.936111	0.007142857	1	0.4379155	98.40279	0.4427702
[2,]	1.936111	0.014285714	1	1.0074784	96.46594	0.4504106
[3,]	1.936111	0.021428571	1	1.8413904	93.87693	0.4589955
[4,]	1.936111	0.028571429	1	2.5989798	91.70224	0.4681217
[5,]	1.936111	0.035714286	1	3.1222465	90.24917	0.4780544
[6,]	1.936111	0.042857143	1	3.5442721	89.09640	0.4888347
[7,]	1.936111	0.050000000	1	4.0683175	87.73895	0.5010088
[8,]	1.936111	0.057142857	1	4.8457987	85.87971	0.5150377
[9,]	1.936111	0.064285714	1	5.7259417	83.91437	0.5307835
[10,]	1.936111	0.071428571	1	6.4589825	82.31884	0.5476980
[11,]	1.936111	0.078571429	1	6.9699589	81.16328	0.5651662
[12,]	1.936111	0.085714286	1	7.3054282	80.32608	0.5827049
[13,]	1.936111	0.092857143	1	7.5211577	79.69864	0.6000178
[14,]	3.171222	0.007142857	1	0.5710245	97.94695	1.0187233
[15,]	3.171222	0.014285714	1	1.2288344	95.78475	1.0366891
[16,]	3.171222	0.021428571	1	2.0990651	93.19329	1.0566235
[17,]	3.171222	0.028571429	1	2.6954997	91.47089	1.0776538
[18,]	3.171222	0.035714286	1	3.0333226	90.43892	1.1005284
[19,]	3.171222	0.042857143	1	3.2955330	89.60082	1.1255131
[20,]	3.171222	0.050000000	1	3.5193862	88.84931	1.1539334
[21,]	3.171222	0.057142857	1	3.7412970	88.08564	1.1868600
[22,]	3.171222	0.064285714	1	3.9920182	87.23708	1.2239133
[23,]	3.171222	0.071428571	1	4.2744099	86.30912	1.2637383
[24,]	3.171222	0.078571429	1	4.5776593	85.34454	1.3048513
[25,]	3.171222	0.085714286	1	4.8898206	84.38412	1.3461065
[26,]	3.171222	0.092857143	1	5.1999251	83.45787	1.3868134
[27,]	4.406333	0.007142857	1	0.5283493	98.09221	1.8620653
[28,]	4.406333	0.014285714	1	1.3648471	95.41546	1.8943082
[29,]	4.406333	0.021428571	1	2.4059303	92.48598	1.9302693
[30,]	4.406333	0.028571429	1	2.8709908	91.15565	1.9684734
[31,]	4.406333	0.035714286	1	3.0671666	90.48331	2.0101777
[32,]	4.406333	0.042857143	1	3.2146934	89.92137	2.0560239
[33,]	4.406333	0.050000000	1	3.3629386	89.33954	2.1084655
[34,]	4.406333	0.057142857	1	3.5390407	88.66425	2.1693978
[35,]	4.406333	0.064285714	1	3.7524166	87.87307	2.2380576
[36,]	4.406333	0.071428571	1	3.9927145	86.99980	2.3119192
[37,]	4.406333	0.078571429	1	4.2483015	86.08753	2.3882480
[38,]	4.406333	0.085714286	1	4.5114051	85.17004	2.4649446
[39,]	4.406333	0.092857143	1	4.7748643	84.27421	2.5407461
[40,]	5.641444	0.007142857	1	0.5186586	98.12653	2.6284582
[41,]	5.641444	0.014285714	1	1.3733174	95.38984	2.6748650
[42,]	5.641444	0.021428571	1	2.4045049	92.44090	2.7260520
[43,]	5.641444	0.028571429	1	2.7472959	91.34558	2.7804689
[44,]	5.641444	0.035714286	1	2.8498850	90.84706	2.8396600
[45,]	5.641444	0.042857143	1	2.9480762	90.36144	2.9045903
[46,]	5.641444	0.050000000	1	3.0695968	89.80750	2.9789560
[47,]	5.641444	0.057142857	1	3.2253505	89.14441	3.0653568
[48,]	5.641444	0.064285714	1	3.4234329	88.34560	3.1624431
[49,]	5.641444	0.071428571	1	3.6598403	87.42677	3.2664149
[50,]	5.641444	0.078571429	1	3.9275629	86.42295	3.3733332

Lampiran 4. 1 Iterasi dari Kombonasi Pemilihan Titik Knot, Bandwidth, dan

Osilasi pada Satu Titik Knot dan Satu Osilasi (Lanjutan)

[51,]	5.641444	0.085714286	1	4.2169079	85.38012	3.4802962
[52,]	5.641444	0.092857143	1	4.5141084	84.34909	3.5856509
[53,]	6.876556	0.007142857	1	0.5206876	98.11745	3.1582279
[54,]	6.876556	0.014285714	1	1.2178508	95.84173	3.2149709
[55,]	6.876556	0.021428571	1	2.0014527	93.48110	3.2772009
[56,]	6.876556	0.028571429	1	2.4150243	92.16560	3.3433918
[57,]	6.876556	0.035714286	1	2.6516176	91.32541	3.4156113
[58,]	6.876556	0.042857143	1	2.8403752	90.61734	3.4948245
[59,]	6.876556	0.050000000	1	3.0099895	89.95154	3.5852979
[60,]	6.876556	0.057142857	1	3.1893613	89.23596	3.6899641
[61,]	6.876556	0.064285714	1	3.3971296	88.41367	3.8069157
[62,]	6.876556	0.071428571	1	3.6360067	87.48252	3.9313318
[63,]	6.876556	0.078571429	1	3.9075550	86.45802	4.0583919
[64,]	6.876556	0.085714286	1	4.2077391	85.37713	4.1847015
[65,]	6.876556	0.092857143	1	4.5217571	84.29934	4.3084686
[66,]	8.111667	0.007142857	1	0.5206876	98.11745	3.5851170
[67,]	8.111667	0.014285714	1	1.2178508	95.84173	3.6495297
[68,]	8.111667	0.021428571	1	2.0014527	93.48110	3.7201712
[69,]	8.111667	0.028571429	1	2.4150243	92.16560	3.7953090
[70,]	8.111667	0.035714286	1	2.6516176	91.32541	3.8772901
[71,]	8.111667	0.042857143	1	2.8403752	90.61734	3.9672104
[72,]	8.111667	0.050000000	1	3.0099895	89.95154	4.0699129
[73,]	8.111667	0.057142857	1	3.1893613	89.23596	4.1887265
[74,]	8.111667	0.064285714	1	3.3971296	88.41367	4.3214861
[75,]	8.111667	0.071428571	1	3.6360067	87.48252	4.4627192
[76,]	8.111667	0.078571429	1	3.9075550	86.45802	4.6069537
[77,]	8.111667	0.085714286	1	4.2077391	85.37713	4.7503362
[78,]	8.111667	0.092857143	1	4.5217571	84.29934	4.8908326
[79,]	9.346778	0.007142857	1	0.5206876	98.11745	4.1152016
[80,]	9.346778	0.014285714	1	1.2178508	95.84173	4.1891382
[81,]	9.346778	0.021428571	1	2.0014527	93.48110	4.2702245
[82,]	9.346778	0.028571429	1	2.4150243	92.16560	4.3564719
[83,]	9.346778	0.035714286	1	2.6516176	91.32541	4.4505746
[84,]	9.346778	0.042857143	1	2.8403752	90.61734	4.5537902
[85,]	9.346778	0.050000000	1	3.0099895	89.95154	4.6716780
[86,]	9.346778	0.057142857	1	3.1893613	89.23596	4.8080590
[87,]	9.346778	0.064285714	1	3.3971296	88.41367	4.9604481
[88,]	9.346778	0.071428571	1	3.6360067	87.48252	5.1225635
[89,]	9.346778	0.078571429	1	3.9075550	86.45802	5.2881240
[90,]	9.346778	0.085714286	1	4.2077391	85.37713	5.4527066
[91,]	9.346778	0.092857143	1	4.5217571	84.29934	5.6139764
[92,]	10.581889	0.007142857	1	0.5206876	98.11745	4.9016427
[93,]	10.581889	0.014285714	1	1.2178508	95.84173	4.9897091
[94,]	10.581889	0.021428571	1	2.0014527	93.48110	5.0862915
[95,]	10.581889	0.028571429	1	2.4150243	92.16560	5.1890213
[96,]	10.581889	0.035714286	1	2.6516176	91.32541	5.3011076
[97,]	10.581889	0.042857143	1	2.8403752	90.61734	5.4240483
[98,]	10.581889	0.050000000	1	3.0099895	89.95154	5.5644652
[99,]	10.581889	0.057142857	1	3.1893613	89.23596	5.7269096
[100,]	10.581889	0.064285714	1	3.3971296	88.41367	5.9084211
[101,]	10.581889	0.071428571	1	3.6360067	87.48252	6.1015178
[102,]	10.581889	0.078571429	1	3.9075550	86.45802	6.2987180
[103,]	10.581889	0.085714286	1	4.2077391	85.37713	6.4947534
[104,]	10.581889	0.092857143	1	4.5217571	84.29934	6.6868428

**Lampiran 4.2 Iterasi dari Kombinasi Pemilihan Titik Knot, Bandwidth,
dan Osilasi pada Dua Titik Knot dan Satu Osilasi**

[1,]	1.936111	3.171222	0.007142857	1	0.4425895	98.40283	0.4472538
[2,]	1.936111	3.171222	0.014285714	1	1.0091594	96.49871	0.4546820
[3,]	1.936111	3.171222	0.021428571	1	1.7308607	94.26081	0.4630562
[4,]	1.936111	3.171222	0.028571429	1	2.3080129	92.50540	0.4718417
[5,]	1.936111	3.171222	0.035714286	1	2.7121685	91.24537	0.4812820
[6,]	1.936111	3.171222	0.042857143	1	3.0985770	90.05174	0.4914797
[7,]	1.936111	3.171222	0.050000000	1	3.5954065	88.60330	0.5029657
[8,]	1.936111	3.171222	0.057142857	1	4.2970253	86.72262	0.5161723
[9,]	1.936111	3.171222	0.064285714	1	5.0893062	84.75074	0.5309569
[10,]	1.936111	3.171222	0.071428571	1	5.7793197	83.10533	0.5467898
[11,]	1.936111	3.171222	0.078571429	1	6.3016345	81.86452	0.5630867
[12,]	1.936111	3.171222	0.085714286	1	6.6837143	80.93186	0.5793940
[13,]	1.936111	3.171222	0.092857143	1	6.9618148	80.21498	0.5954376
[14,]	1.936111	4.406333	0.007142857	1	0.4455577	98.38862	1.0199886
[15,]	1.936111	4.406333	0.014285714	1	1.3200195	95.58636	1.0367827
[16,]	1.936111	4.406333	0.021428571	1	2.3220918	92.76054	1.0557512
[17,]	1.936111	4.406333	0.028571429	1	2.7119275	91.60598	1.0759154
[18,]	1.936111	4.406333	0.035714286	1	2.9062008	90.92878	1.0977787
[19,]	1.936111	4.406333	0.042857143	1	3.1819244	90.04392	1.1215358
[20,]	1.936111	4.406333	0.050000000	1	3.6323515	88.73540	1.1483817
[21,]	1.936111	4.406333	0.057142857	1	4.2617958	87.03669	1.1792738
[22,]	1.936111	4.406333	0.064285714	1	4.8984897	85.37548	1.2138351
[23,]	1.936111	4.406333	0.071428571	1	5.3693124	84.10051	1.2508053
[24,]	1.936111	4.406333	0.078571429	1	5.6660984	83.19386	1.2888264
[25,]	1.936111	4.406333	0.085714286	1	5.8590048	82.50607	1.3268691
[26,]	1.936111	4.406333	0.092857143	1	6.0006242	81.93491	1.3643283
[27,]	1.936111	5.641444	0.007142857	1	0.4402776	98.40287	1.7495195
[28,]	1.936111	5.641444	0.014285714	1	1.4808001	95.09501	1.7786276
[29,]	1.936111	5.641444	0.021428571	1	2.6538180	91.83453	1.8112440
[30,]	1.936111	5.641444	0.028571429	1	2.8572182	91.09677	1.8461117
[31,]	1.936111	5.641444	0.035714286	1	2.8902260	90.76764	1.8839619
[32,]	1.936111	5.641444	0.042857143	1	3.0873768	90.02809	1.9250773
[33,]	1.936111	5.641444	0.050000000	1	3.4885190	88.78399	1.9715975
[34,]	1.936111	5.641444	0.057142857	1	4.0512807	87.17229	2.0251138
[35,]	1.936111	5.641444	0.064285714	1	4.5782630	85.67527	2.0848167
[36,]	1.936111	5.641444	0.071428571	1	4.9087006	84.62075	2.1483944
[37,]	1.936111	5.641444	0.078571429	1	5.0756423	83.91493	2.2134552
[38,]	1.936111	5.641444	0.085714286	1	5.1812355	83.34692	2.2782592
[39,]	1.936111	5.641444	0.092857143	1	5.2860772	82.79866	2.3418405
[40,]	1.936111	6.876556	0.007142857	1	0.4384019	98.40643	2.3332013
[41,]	1.936111	6.876556	0.014285714	1	1.3535251	95.44939	2.3724406
[42,]	1.936111	6.876556	0.021428571	1	2.3483449	92.56928	2.4162055
[43,]	1.936111	6.876556	0.028571429	1	2.6297672	91.62658	2.4630984
[44,]	1.936111	6.876556	0.035714286	1	2.7738680	91.03142	2.5142454
[45,]	1.936111	6.876556	0.042857143	1	3.0331532	90.14898	2.5698616
[46,]	1.936111	6.876556	0.050000000	1	3.4737089	88.82304	2.6326472
[47,]	1.936111	6.876556	0.057142857	1	4.0771226	87.13165	2.7045737
[48,]	1.936111	6.876556	0.064285714	1	4.6236590	85.60175	2.7843593
[49,]	1.936111	6.876556	0.071428571	1	4.9346845	84.58647	2.8687442
[50,]	1.936111	6.876556	0.078571429	1	5.0636544	83.94891	2.9544795
[51,]	1.936111	6.876556	0.085714286	1	5.1411601	83.42630	3.0393113
[52,]	1.936111	6.876556	0.092857143	1	5.2394701	82.88124	3.1220891
[53,]	1.936111	8.111667	0.007142857	1	0.4384019	98.40643	2.7417676
[54,]	1.936111	8.111667	0.014285714	1	1.3535251	95.44939	2.7878781
[55,]	1.936111	8.111667	0.021428571	1	2.3483449	92.56928	2.8393066
[56,]	1.936111	8.111667	0.028571429	1	2.6297672	91.62658	2.8944110
[57,]	1.936111	8.111667	0.035714286	1	2.7738680	91.03142	2.9545143
[58,]	1.936111	8.111667	0.042857143	1	3.0331532	90.14898	3.0198695
[59,]	1.936111	8.111667	0.050000000	1	3.4737089	88.82304	3.0936494
[60,]	1.936111	8.111667	0.057142857	1	4.0771226	87.13165	3.1781709
[61,]	1.936111	8.111667	0.064285714	1	4.6236590	85.60175	3.2719277
[62,]	1.936111	8.111667	0.071428571	1	4.9346845	84.58647	3.3710893

Lampiran 4.2 Iterasi dari Kombinasi Pemilihan Titik Knot, Bandwidth, dan

Osilasi pada Dua Titik Knot dan Satu Osilasi (Lanjutan)

[63,]	1.936111	8.111667	0.078571429	1	5.0636544	83.94891	3.4718377
[64,]	1.936111	8.111667	0.085714286	1	5.1411601	83.42630	3.5715244
[65,]	1.936111	8.111667	0.092857143	1	5.2394701	82.88124	3.6687973
[66,]	1.936111	9.346778	0.007142857	1	0.4384019	98.40643	3.1323932
[67,]	1.936111	9.346778	0.014285714	1	1.3535251	95.44939	3.1850731
[68,]	1.936111	9.346778	0.021428571	1	2.3483449	92.56928	3.2438288
[69,]	1.936111	9.346778	0.028571429	1	2.6297672	91.62658	3.3067840
[70,]	1.936111	9.346778	0.035714286	1	2.7738680	91.03142	3.3754504
[71,]	1.936111	9.346778	0.042857143	1	3.0331532	90.14898	3.4501169
[72,]	1.936111	9.346778	0.050000000	1	3.4737089	88.82304	3.5344084
[73,]	1.936111	9.346778	0.057142857	1	4.0771226	87.13165	3.6309718
[74,]	1.936111	9.346778	0.064285714	1	4.6236590	85.60175	3.7380864
[75,]	1.936111	9.346778	0.071428571	1	4.9346845	84.58647	3.8513757
[76,]	1.936111	9.346778	0.078571429	1	5.0636544	83.94891	3.9664780
[77,]	1.936111	9.346778	0.085714286	1	5.1411601	83.42630	4.0803672
[78,]	1.936111	9.346778	0.092857143	1	5.2394701	82.88124	4.1914989
[79,]	1.936111	10.581889	0.007142857	1	0.4384019	98.40643	3.6346448
[80,]	1.936111	10.581889	0.014285714	1	1.3535251	95.44939	3.6957715
[81,]	1.936111	10.581889	0.021428571	1	2.3483449	92.56928	3.7639482
[82,]	1.936111	10.581889	0.028571429	1	2.6297672	91.62658	3.8369977
[83,]	1.936111	10.581889	0.035714286	1	2.7738680	91.03142	3.9166741
[84,]	1.936111	10.581889	0.042857143	1	3.0331532	90.14898	4.0033127
[85,]	1.936111	10.581889	0.050000000	1	3.4737089	88.82304	4.1011196
[86,]	1.936111	10.581889	0.057142857	1	4.0771226	87.13165	4.2131661
[87,]	1.936111	10.581889	0.064285714	1	4.6236590	85.60175	4.3374556
[88,]	1.936111	10.581889	0.071428571	1	4.9346845	84.58647	4.4689098
[89,]	1.936111	10.581889	0.078571429	1	5.0636544	83.94891	4.6024677
[90,]	1.936111	10.581889	0.085714286	1	5.1411601	83.42630	4.7346181
[91,]	1.936111	10.581889	0.092857143	1	5.2394701	82.88124	4.8635687
[92,]	3.171222	4.406333	0.007142857	1	0.5606985	97.98403	4.3438986
[93,]	3.171222	4.406333	0.014285714	1	1.3999328	95.32726	4.4179682
[94,]	3.171222	4.406333	0.021428571	1	2.4105816	92.50852	4.5004697
[95,]	3.171222	4.406333	0.028571429	1	2.8324008	91.29216	4.5871938
[96,]	3.171222	4.406333	0.035714286	1	2.9745970	90.76180	4.6803973
[97,]	3.171222	4.406333	0.042857143	1	3.0952752	90.27925	4.7814927
[98,]	3.171222	4.406333	0.050000000	1	3.2297671	89.74928	4.8961989
[99,]	3.171222	4.406333	0.057142857	1	3.3946757	89.12257	5.0288176
[100,]	3.171222	4.406333	0.064285714	1	3.5981273	88.37728	5.1775066
[101,]	3.171222	4.406333	0.071428571	1	3.8307816	87.54315	5.3365139
[102,]	3.171222	4.406333	0.078571429	1	4.0810329	86.66229	5.4997896
[103,]	3.171222	4.406333	0.085714286	1	4.3395029	85.77149	5.6628551
[104,]	3.171222	4.406333	0.092857143	1	4.5973893	84.90106	5.8231615
[105,]	3.171222	5.641444	0.007142857	1	0.5624701	97.97913	5.1450256
[106,]	3.171222	5.641444	0.014285714	1	1.5170776	94.97149	5.2337530
[107,]	3.171222	5.641444	0.021428571	1	2.6506972	91.82075	5.3318691
[108,]	3.171222	5.641444	0.028571429	1	2.9190788	90.92563	5.4355087
[109,]	3.171222	5.641444	0.035714286	1	2.9035988	90.71921	5.5473696
[110,]	3.171222	5.641444	0.042857143	1	2.9454416	90.37452	5.6690906
[111,]	3.171222	5.641444	0.050000000	1	3.0505083	89.86300	5.8076315
[112,]	3.171222	5.641444	0.057142857	1	3.2052416	89.20570	5.9679202
[113,]	3.171222	5.641444	0.064285714	1	3.4083631	88.39948	6.1472809
[114,]	3.171222	5.641444	0.071428571	1	3.6531470	87.46765	6.3383794
[115,]	3.171222	5.641444	0.078571429	1	3.9289417	86.45563	6.5337418
[116,]	3.171222	5.641444	0.085714286	1	4.2219448	85.41892	6.7280107
[117,]	3.171222	5.641444	0.092857143	1	4.5178197	84.40696	6.9182745
[118,]	3.171222	6.876556	0.007142857	1	0.5692677	97.95526	5.8431742
[119,]	3.171222	6.876556	0.014285714	1	1.4475801	95.15780	5.9446401
[120,]	3.171222	6.876556	0.021428571	1	2.4621205	92.26170	6.0564074

Lampiran 4.2 Iterasi dari Kombonasi Pemilihan Titik Knot, Bandwidth, dan Osilasi pada Dua Titik Knot dan Satu Osilasi (Lanjutan)

```
[121,] 3.171222 6.876556 0.028571429 1 2.7544984 91.29745 6.1747862
[122,] 3.171222 6.876556 0.035714286 1 2.7941725 90.96306 6.3034726
[123,] 3.171222 6.876556 0.042857143 1 2.8749545 90.52655 6.4440072
[124,] 3.171222 6.876556 0.050000000 1 3.0000262 89.96861 6.6037328
[125,] 3.171222 6.876556 0.057142857 1 3.1638382 89.28946 6.7877301
[126,] 3.171222 6.876556 0.064285714 1 3.3729436 88.46456 6.9923772
[127,] 3.171222 6.876556 0.071428571 1 3.6262814 87.50366 7.2088514
[128,] 3.171222 6.876556 0.078571429 1 3.9162447 86.44814 7.4284922
[129,] 3.171222 6.876556 0.085714286 1 4.2283404 85.36008 7.6453908
[130,] 3.171222 6.876556 0.092857143 1 4.5452418 84.29987 7.8566161
[131,] 3.171222 8.111667 0.007142857 1 0.5692677 97.95526 6.3712600
[132,] 3.171222 8.111667 0.014285714 1 1.4475801 95.15780 6.4818961
[133,] 3.171222 8.111667 0.021428571 1 2.4621205 92.26170 6.6037644
[134,] 3.171222 8.111667 0.028571429 1 2.7544984 91.29745 6.7328419
[135,] 3.171222 8.111667 0.035714286 1 2.7941725 90.96306 6.8731586
[136,] 3.171222 8.111667 0.042857143 1 2.8749545 90.52655 7.0263942
[137,] 3.171222 8.111667 0.050000000 1 3.0000262 89.96861 7.2005552
[138,] 3.171222 8.111667 0.057142857 1 3.1638382 89.28946 7.4011816
[139,] 3.171222 8.111667 0.064285714 1 3.3729436 88.46456 7.6243239
[140,] 3.171222 8.111667 0.071428571 1 3.6262814 87.50366 7.8603624
[141,] 3.171222 8.111667 0.078571429 1 3.9162447 86.44814 8.0998535
[142,] 3.171222 8.111667 0.085714286 1 4.2283404 85.36008 8.3363547
[ reached getoption("max.print") -- omitted 222 rows ]
```


Lampiran 4.3 Iterasi dari Kombinasi Pemilihan Titik Knot, Bandwidth, dan Osilasi pada Tiga Titik Knot dan Satu Osilasi

[1,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.007142857	1	0.4370325	98.41197	0.4414260
[2,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.014285714	1	1.2691257	95.72454	0.4483281
[3,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.021428571	1	2.3330036	92.70801	0.4562233
[4,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.028571429	1	2.7462942	91.49355	0.4645174
[5,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.035714286	1	3.0299169	90.59986	0.4733180
[6,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.042857143	1	3.4595229	89.36419	0.4827339
[7,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.050000000	1	4.1995530	87.45576	0.4933025
[8,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.057142857	1	5.2167933	85.08441	0.5054415
[9,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.064285714	1	6.1430870	83.05599	0.5190063
[10,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.071428571	1	6.6615917	81.84240	0.5334854
[11,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.078571429	1	6.7948306	81.30529	0.5483278
[12,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.085714286	1	6.7215863	81.12805	0.5631194
[13,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.092857143	1	6.5820085	81.08290	0.5776215
[14,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.007142857	1	0.4320819	98.43759	1.2820912
[15,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.014285714	1	1.4155494	95.29566	1.3026730
[16,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.021428571	1	2.5541976	92.09786	1.3258912
[17,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.028571429	1	2.7480234	91.37962	1.3503281
[18,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.035714286	1	2.8102208	90.96724	1.3763368
[19,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.042857143	1	3.0614730	90.06843	1.4042757
[20,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.050000000	1	3.5596327	88.55667	1.4357661
[21,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.057142857	1	4.2526228	86.62725	1.4719579
[22,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.064285714	1	4.8812701	84.91701	1.5122810
[23,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.071428571	1	5.2364820	83.82801	1.5551114
[24,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.078571429	1	5.3615125	83.22775	1.5987804
[25,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.085714286	1	5.3955208	82.83098	1.6420863
[26,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.092857143	1	5.4276062	82.46072	1.6843732
[27,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.007142857	1	0.4342940	98.43147	2.3571854
[28,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.014285714	1	1.3265830	95.54721	2.3955047
[29,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.021428571	1	2.2791057	92.78098	2.4384701
[30,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.028571429	1	2.5053928	91.97079	2.4837667
[31,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.035714286	1	2.6237954	91.41813	2.5323681
[32,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.042857143	1	2.8924389	90.46702	2.5848106
[33,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.050000000	1	3.3685032	88.98677	2.6438224
[34,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.057142857	1	4.0211962	87.11098	2.7113005
[35,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.064285714	1	4.6180969	85.42839	2.7859671
[36,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.071428571	1	4.9680382	84.32554	2.8646554
[37,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.078571429	1	5.1180641	83.66562	2.9442500
[38,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.085714286	1	5.2008331	83.16881	3.0226270
[39,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.092857143	1	5.2946141	82.67625	3.0987373
[40,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.007142857	1	0.4342940	98.43147	2.7747598
[41,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.014285714	1	1.3265830	95.54721	2.8198673
[42,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.021428571	1	2.2791057	92.78098	2.8704440
[43,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.028571429	1	2.5053928	91.97079	2.9237649
[44,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.035714286	1	2.6237954	91.41813	2.9809760
[45,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.042857143	1	2.8924389	90.46702	3.0427087
[46,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.050000000	1	3.3685032	88.98677	3.1121743
[47,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.057142857	1	4.0211962	87.11098	3.1916062
[48,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.064285714	1	4.6180969	85.42839	3.2795000
[49,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.071428571	1	4.9680382	84.32554	3.3721278
[50,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.078571429	1	5.1180641	83.66562	3.4658226
[51,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.085714286	1	5.2008331	83.16881	3.5580841
[52,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.092857143	1	5.2946141	82.67625	3.6476773
[53,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.007142857	1	0.4342940	98.43147	3.0613223
[54,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.014285714	1	1.3265830	95.54721	3.1110883
[55,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.021428571	1	2.2791057	92.78098	3.1668882
[56,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.028571429	1	2.5053928	91.97079	3.2257159
[57,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.035714286	1	2.6237954	91.41813	3.2888354
[58,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.042857143	1	2.8924389	90.46702	3.3569435
[59,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.050000000	1	3.3685032	88.98677	3.4335832
[60,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.057142857	1	4.0211962	87.11098	3.5212184
[61,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.064285714	1	4.6180969	85.42839	3.6181893
[62,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.071428571	1	4.9680382	84.32554	3.7203833
[63,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.078571429	1	5.1180641	83.66562	3.8237544
[64,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.085714286	1	5.2008331	83.16881	3.9255441
[65,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.092857143	1	5.2946141	82.67625	4.0243900
[66,]	1.936111	3.171222	10.581889	0.007142857	1	0.4342940	98.43147	3.4953812
[67,]	1.936111	3.171222	10.581889	0.014285714	1	1.3265830	95.54721	3.5522034
[68,]	1.936111	3.171222	10.581889	0.021428571	1	2.2791057	92.78098	3.6159151
[69,]	1.936111	3.171222	10.581889	0.028571429	1	2.5053928	91.97079	3.6830838
[70,]	1.936111	3.171222	10.581889	0.035714286	1	2.6237954	91.41813	3.7551529

Lampiran 4.3 Iterasi dari Kombinasi Pemilihan Titik Knot, Bandwidth, dan Osilasi pada Tiga Titik Knot dan Satu Osilasi (Lanjutan)

```

[71,] 1.936111 3.171222 10.581889 0.042857143 1 2.8924389 90.46702 3.8329180
[72,] 1.936111 3.171222 10.581889 0.050000000 1 3.3685032 88.98677 3.9204243
[73,] 1.936111 3.171222 10.581889 0.057142857 1 4.0211962 87.11098 4.0204850
[74,] 1.936111 3.171222 10.581889 0.064285714 1 4.6180969 85.42839 4.1312053
[75,] 1.936111 3.171222 10.581889 0.071428571 1 4.9680382 84.32554 4.2478892
[76,] 1.936111 3.171222 10.581889 0.078571429 1 5.1180641 83.66562 4.3659170
[77,] 1.936111 3.171222 10.581889 0.085714286 1 5.2008331 83.16881 4.4821393
[78,] 1.936111 3.171222 10.581889 0.092857143 1 5.2946141 82.67625 4.5950004
[79,] 1.936111 4.406333 5.641444 0.007142857 1 0.4409647 98.40512 4.2442222
[80,] 1.936111 4.406333 5.641444 0.014285714 1 1.4791585 95.11108 4.3130351
[81,] 1.936111 4.406333 5.641444 0.021428571 1 2.6482728 91.86235 4.3904552
[82,] 1.936111 4.406333 5.641444 0.028571429 1 2.8590667 91.11986 4.4723481
[83,] 1.936111 4.406333 5.641444 0.035714286 1 2.8946546 90.80108 4.5597358
[84,] 1.936111 4.406333 5.641444 0.042857143 1 3.0910495 90.07527 4.6536237
[85,] 1.936111 4.406333 5.641444 0.050000000 1 3.4926489 88.83421 4.7594727
[86,] 1.936111 4.406333 5.641444 0.057142857 1 4.0579727 87.21730 4.8811728
[87,] 1.936111 4.406333 5.641444 0.064285714 1 4.5917155 85.71068 5.0167518
[88,] 1.936111 4.406333 5.641444 0.071428571 1 4.9328683 84.64991 5.1606813
[89,] 1.936111 4.406333 5.641444 0.078571429 1 5.1092510 83.95319 5.3073384
[90,] 1.936111 4.406333 5.641444 0.085714286 1 5.2180214 83.41694 5.4527246
[91,] 1.936111 4.406333 5.641444 0.092857143 1 5.3182734 82.92217 5.5946910
[92,] 1.936111 4.406333 6.876556 0.007142857 1 0.4434660 98.39544 5.2725346
[93,] 1.936111 4.406333 6.876556 0.014285714 1 1.4165982 95.28702 5.3583550
[94,] 1.936111 4.406333 6.876556 0.021428571 1 2.4749205 92.30109 5.4547871
[95,] 1.936111 4.406333 6.876556 0.028571429 1 2.7273833 91.46182 5.5571855
[96,] 1.936111 4.406333 6.876556 0.035714286 1 2.8177561 91.01755 5.6677722
[97,] 1.936111 4.406333 6.876556 0.042857143 1 3.0421168 90.22755 5.7875788
[98,] 1.936111 4.406333 6.876556 0.050000000 1 3.4619317 88.94422 5.9226287
[99,] 1.936111 4.406333 6.876556 0.057142857 1 4.0488524 87.27856 6.0771145
[100,] 1.936111 4.406333 6.876556 0.064285714 1 4.6077707 85.72013 6.2479928
[101,] 1.936111 4.406333 6.876556 0.071428571 1 4.9738209 84.61175 6.4279309
[102,] 1.936111 4.406333 6.876556 0.078571429 1 5.1723263 83.87423 6.6097897
[103,] 1.936111 4.406333 6.876556 0.085714286 1 5.2997218 83.30485 6.7887795
[104,] 1.936111 4.406333 6.876556 0.092857143 1 5.4149718 82.78522 6.9626043
[105,] 1.936111 4.406333 8.111667 0.007142857 1 0.4434660 98.39544 6.2087258
[106,] 1.936111 4.406333 8.111667 0.014285714 1 1.4165982 95.28702 6.3097844
[107,] 1.936111 4.406333 8.111667 0.021428571 1 2.4749205 92.30109 6.4233390
[108,] 1.936111 4.406333 8.111667 0.028571429 1 2.7273833 91.46182 6.5439192
[109,] 1.936111 4.406333 8.111667 0.035714286 1 2.8177561 91.01755 6.6741417
[110,] 1.936111 4.406333 8.111667 0.042857143 1 3.0421168 90.22755 6.8152211
[111,] 1.936111 4.406333 8.111667 0.050000000 1 3.4619317 88.94422 6.9742505
[112,] 1.936111 4.406333 8.111667 0.057142857 1 4.0488524 87.27856 7.1561668
[113,] 1.936111 4.406333 8.111667 0.064285714 1 4.6077707 85.72013 7.3573863
[114,] 1.936111 4.406333 8.111667 0.071428571 1 4.9738209 84.61175 7.5692742
[115,] 1.936111 4.406333 8.111667 0.078571429 1 5.1723263 83.87423 7.7834239
[116,] 1.936111 4.406333 8.111667 0.085714286 1 5.2997218 83.30485 7.9941951
[117,] 1.936111 4.406333 8.111667 0.092857143 1 5.4149718 82.78522 8.1988842
[118,] 1.936111 4.406333 9.346778 0.007142857 1 0.4434660 98.39544 6.7327706
[119,] 1.936111 4.406333 9.346778 0.014285714 1 1.4165982 95.28702 6.8423591
[120,] 1.936111 4.406333 9.346778 0.021428571 1 2.4749205 92.30109 6.9654982
[121,] 1.936111 4.406333 9.346778 0.028571429 1 2.7273833 91.46182 7.0962559
[122,] 1.936111 4.406333 9.346778 0.035714286 1 2.8177561 91.01755 7.2374698
[123,] 1.936111 4.406333 9.346778 0.042857143 1 3.0421168 90.22755 7.3904570
[124,] 1.936111 4.406333 9.346778 0.050000000 1 3.4619317 88.94422 7.5629092
[125,] 1.936111 4.406333 9.346778 0.057142857 1 4.0488524 87.27856 7.7601801
[ reached getopt("max.print") -- omitted 603 rows ]

```

Lampiran 4. 4 Iterasi dari Kombonasi Pemilihan Titik Knot, Bandwidth, dan

Osilasi pada Satu Titik Knot dan Dua Osilasi

[1,]	1. 936111	0. 007142857	2	0. 4378910	98. 40278	0. 4427450
[2,]	1. 936111	0. 014285714	2	1. 0077641	96. 46509	0. 4503818
[3,]	1. 936111	0. 021428571	2	1. 8416722	93. 87631	0. 4589629
[4,]	1. 936111	0. 028571429	2	2. 5992330	91. 70180	0. 4680857
[5,]	1. 936111	0. 035714286	2	3. 1222375	90. 24939	0. 4780151
[6,]	1. 936111	0. 042857143	2	3. 5436460	89. 09817	0. 4887918
[7,]	1. 936111	0. 050000000	2	4. 0663162	87. 74397	0. 5009617
[8,]	1. 936111	0. 057142857	2	4. 8419646	85. 88854	0. 5149859
[9,]	1. 936111	0. 064285714	2	5. 7210437	83. 92494	0. 5307269
[10,]	1. 936111	0. 071428571	2	6. 4547178	82. 32805	0. 5476364
[11,]	1. 936111	0. 078571429	2	6. 9677978	81. 16901	0. 5651000
[12,]	1. 936111	0. 085714286	2	7. 3059931	80. 32762	0. 5826343
[13,]	1. 936111	0. 092857143	2	7. 5243144	79. 69634	0. 5999433
[14,]	3. 171222	0. 007142857	2	0. 5704336	97. 94891	1. 0190137
[15,]	3. 171222	0. 014285714	2	1. 2298750	95. 78169	1. 0369816
[16,]	3. 171222	0. 021428571	2	2. 0999357	93. 19116	1. 0569169
[17,]	3. 171222	0. 028571429	2	2. 6956698	91. 47050	1. 0779490
[18,]	3. 171222	0. 035714286	2	3. 0327244	90. 44011	1. 1008259
[19,]	3. 171222	0. 042857143	2	3. 2945447	89. 60260	1. 1258133
[20,]	3. 171222	0. 050000000	2	3. 5180728	88. 85158	1. 1542365
[21,]	3. 171222	0. 057142857	2	3. 7395397	88. 08885	1. 1871664
[22,]	3. 171222	0. 064285714	2	3. 9899189	87. 24118	1. 2242237
[23,]	3. 171222	0. 071428571	2	4. 2723716	86. 31342	1. 2640534
[24,]	3. 171222	0. 078571429	2	4. 5761166	85. 34827	1. 3051720
[25,]	3. 171222	0. 085714286	2	4. 8890957	84. 38675	1. 3464337
[26,]	3. 171222	0. 092857143	2	5. 2002135	83. 45910	1. 3871478
[27,]	4. 406333	0. 007142857	2	0. 5278166	98. 09396	1. 8623596
[28,]	4. 406333	0. 014285714	2	1. 3662903	95. 41149	1. 8946074
[29,]	4. 406333	0. 021428571	2	2. 4072194	92. 48325	1. 9305706
[30,]	4. 406333	0. 028571429	2	2. 8710998	91. 15568	1. 9687773
[31,]	4. 406333	0. 035714286	2	3. 0660497	90. 48591	2. 0104847
[32,]	4. 406333	0. 042857143	2	3. 2127588	89. 92554	2. 0563350
[33,]	4. 406333	0. 050000000	2	3. 3603852	89. 34485	2. 1087818
[34,]	4. 406333	0. 057142857	2	3. 5360926	88. 67026	2. 1697207
[35,]	4. 406333	0. 064285714	2	3. 7495997	87. 87873	2. 2383888
[36,]	4. 406333	0. 071428571	2	3. 9906837	87. 00385	2. 3122609
[37,]	4. 406333	0. 078571429	2	4. 2474352	86. 08940	2. 3886028
[38,]	4. 406333	0. 085714286	2	4. 5117247	85. 16995	2. 4653151
[39,]	4. 406333	0. 092857143	2	4. 7762084	84. 27269	2. 5411349
[40,]	5. 641444	0. 007142857	2	0. 5182377	98. 12786	2. 6287279
[41,]	5. 641444	0. 014285714	2	1. 3743212	95. 38707	2. 6751379
[42,]	5. 641444	0. 021428571	2	2. 4049496	92. 44015	2. 7263238
[43,]	5. 641444	0. 028571429	2	2. 7467338	91. 34707	2. 7807409
[44,]	5. 641444	0. 035714286	2	2. 8485407	90. 85011	2. 8399332
[45,]	5. 641444	0. 042857143	2	2. 9463744	90. 36503	2. 9048650
[46,]	5. 641444	0. 050000000	2	3. 0677519	89. 81115	2. 9792324
[47,]	5. 641444	0. 057142857	2	3. 2235527	89. 14774	3. 0656358
[48,]	5. 641444	0. 064285714	2	3. 4220186	88. 34797	3. 1627273
[49,]	5. 641444	0. 071428571	2	3. 6591204	87. 42768	3. 2667083
[50,]	5. 641444	0. 078571429	2	3. 9275321	86. 42271	3. 3736408
[51,]	5. 641444	0. 085714286	2	4. 2172832	85. 37966	3. 4806233
[52,]	5. 641444	0. 092857143	2	4. 5145734	84. 34926	3. 5860023
[53,]	6. 876556	0. 007142857	2	0. 5203607	98. 11848	3. 1582268
[54,]	6. 876556	0. 014285714	2	1. 2187299	95. 83924	3. 2149611
[55,]	6. 876556	0. 021428571	2	2. 0023322	93. 47902	3. 2771781

Lampiran 4.4 Iterasi dari Kombonasi Pemilihan Titik Knot, Bandwidth, dan Osilasi pada Satu Titik Knot dan Dua Osilasi (Lanjutan)

[56,]	6.876556	0.028571429	2	2.4150268	92.16562	3.3433585
[57,]	6.876556	0.035714286	2	2.6508626	91.32703	3.4155687
[58,]	6.876556	0.042857143	2	2.8392103	90.61965	3.4947727
[59,]	6.876556	0.050000000	2	3.0085720	89.95421	3.5852357
[60,]	6.876556	0.057142857	2	3.1877967	89.23882	3.6898905
[61,]	6.876556	0.064285714	2	3.3956742	88.41617	3.8068320
[62,]	6.876556	0.071428571	2	3.6349686	87.48402	3.9312417
[63,]	6.876556	0.078571429	2	3.9070258	86.45842	4.0583006
[64,]	6.876556	0.085714286	2	4.2075699	85.37697	4.1846145
[65,]	6.876556	0.092857143	2	4.5217352	84.29921	4.3083914
[66,]	8.111667	0.007142857	2	0.5203607	98.11848	3.5844928
[67,]	8.111667	0.014285714	2	1.2187299	95.83924	3.6488845
[68,]	8.111667	0.021428571	2	2.0023322	93.47902	3.7194989
[69,]	8.111667	0.028571429	2	2.4150268	92.16562	3.7946117
[70,]	8.111667	0.035714286	2	2.6508626	91.32703	3.8765681
[71,]	8.111667	0.042857143	2	2.8392103	90.61965	3.9664623
[72,]	8.111667	0.050000000	2	3.0085720	89.95421	4.0691351
[73,]	8.111667	0.057142857	2	3.1877967	89.23882	4.1879151
[74,]	8.111667	0.064285714	2	3.3956742	88.41617	4.3206402
[75,]	8.111667	0.071428571	2	3.6349686	87.48402	4.4618415
[76,]	8.111667	0.078571429	2	3.9070258	86.45842	4.6060495
[77,]	8.111667	0.085714286	2	4.2075699	85.37697	4.7494121
[78,]	8.111667	0.092857143	2	4.5217352	84.29921	4.8898951
[79,]	9.346778	0.007142857	2	0.5203607	98.11848	4.1131877
[80,]	9.346778	0.014285714	2	1.2187299	95.83924	4.1870769
[81,]	9.346778	0.021428571	2	2.0023322	93.47902	4.2681065
[82,]	9.346778	0.028571429	2	2.4150268	92.16562	4.3542981
[83,]	9.346778	0.035714286	2	2.6508626	91.32703	4.4483427
[84,]	9.346778	0.042857143	2	2.8392103	90.61965	4.5514958
[85,]	9.346778	0.050000000	2	3.0085720	89.95421	4.6693123
[86,]	9.346778	0.057142857	2	3.1877967	89.23882	4.8056118
[87,]	9.346778	0.064285714	2	3.3956742	88.41617	4.9579132
[88,]	9.346778	0.071428571	2	3.6349686	87.48402	5.1199409
[89,]	9.346778	0.078571429	2	3.9070258	86.45842	5.2854189
[90,]	9.346778	0.085714286	2	4.2075699	85.37697	5.4499268
[91,]	9.346778	0.092857143	2	4.5217352	84.29921	5.6111303
[92,]	10.581889	0.007142857	2	0.5203607	98.11848	4.8977769
[93,]	10.581889	0.014285714	2	1.2187299	95.83924	4.9857604
[94,]	10.581889	0.021428571	2	2.0023322	93.47902	5.0822464
[95,]	10.581889	0.028571429	2	2.4150268	92.16562	5.1848790
[96,]	10.581889	0.035714286	2	2.6508626	91.32703	5.2968625
[97,]	10.581889	0.042857143	2	2.8392103	90.61965	5.4196921
[98,]	10.581889	0.050000000	2	3.0085720	89.95421	5.5599821
[99,]	10.581889	0.057142857	2	3.1877967	89.23882	5.7222807
[100,]	10.581889	0.064285714	2	3.3956742	88.41617	5.9036335
[101,]	10.581889	0.071428571	2	3.6349686	87.48402	6.0965679
[102,]	10.581889	0.078571429	2	3.9070258	86.45842	6.2936108
[103,]	10.581889	0.085714286	2	4.2075699	85.37697	6.4894985
[104,]	10.581889	0.092857143	2	4.5217352	84.29921	6.6814516

**Lampiran 4.5 Iterasi dari Kombonasi Pemilihan Titik Knot, Bandwidth, dan
Osilasi pada Dua Titik Knot dan Dua Osilasi**

[1,]	1.936111	3.171222	0.007142857	2	0.4422148	98.40402	0.4468754
[2,]	1.936111	3.171222	0.014285714	2	1.0096663	96.49721	0.4542952
[3,]	1.936111	3.171222	0.021428571	2	1.7312180	94.26000	0.4626597
[4,]	1.936111	3.171222	0.028571429	2	2.3080573	92.50539	0.4714358
[5,]	1.936111	3.171222	0.035714286	2	2.7117660	91.24633	0.4808661
[6,]	1.936111	3.171222	0.042857143	2	3.0976425	90.05389	0.4910529
[7,]	1.936111	3.171222	0.050000000	2	3.5932230	88.60838	0.5025265
[8,]	1.936111	3.171222	0.057142857	2	4.2929982	86.73165	0.5157189
[9,]	1.936111	3.171222	0.064285714	2	5.0841005	84.76185	0.5304876
[10,]	1.936111	3.171222	0.071428571	2	5.7746487	83.11523	0.5463037
[11,]	1.936111	3.171222	0.078571429	2	6.2990367	81.87087	0.5625835
[12,]	1.936111	3.171222	0.085714286	2	6.6838827	80.93388	0.5788739
[13,]	1.936111	3.171222	0.092857143	2	6.9646721	80.21306	0.5949012
[14,]	1.936111	4.406333	0.007142857	2	0.4451460	98.38990	1.0205044
[15,]	1.936111	4.406333	0.014285714	2	1.3219689	95.58077	1.0373033
[16,]	1.936111	4.406333	0.021428571	2	2.3246914	92.75418	1.0562767
[17,]	1.936111	4.406333	0.028571429	2	2.7132480	91.60284	1.0764473
[18,]	1.936111	4.406333	0.035714286	2	2.9058604	90.92948	1.0983180
[19,]	1.936111	4.406333	0.042857143	2	3.1803889	90.04727	1.1220834
[20,]	1.936111	4.406333	0.050000000	2	3.6291964	88.74227	1.1489386
[21,]	1.936111	4.406333	0.057142857	2	4.2566997	87.04743	1.1798415
[22,]	1.936111	4.406333	0.064285714	2	4.8926334	85.38735	1.2144152
[23,]	1.936111	4.406333	0.071428571	2	5.3648644	84.10952	1.2513995
[24,]	1.936111	4.406333	0.078571429	2	5.6646124	83.19757	1.2894360
[25,]	1.936111	4.406333	0.085714286	2	5.8608300	82.50415	1.3274950
[26,]	1.936111	4.406333	0.092857143	2	6.0052724	81.92838	1.3649713
[27,]	1.936111	5.641444	0.007142857	2	0.4400483	98.40349	1.7498868
[28,]	1.936111	5.641444	0.014285714	2	1.4830703	95.08857	1.7789928
[29,]	1.936111	5.641444	0.021428571	2	2.6570551	91.82677	1.8116060
[30,]	1.936111	5.641444	0.028571429	2	2.8588217	91.09287	1.8464727
[31,]	1.936111	5.641444	0.035714286	2	2.8898188	90.76843	1.8843228
[32,]	1.936111	5.641444	0.042857143	2	3.0856917	90.03186	1.9254379
[33,]	1.936111	5.641444	0.050000000	2	3.4852594	88.79136	1.9719577
[34,]	1.936111	5.641444	0.057142857	2	4.0462318	87.18342	2.0254737
[35,]	1.936111	5.641444	0.064285714	2	4.5726919	85.68723	2.0851777
[36,]	1.936111	5.641444	0.071428571	2	4.9046637	84.62958	2.1487583
[37,]	1.936111	5.641444	0.078571429	2	5.0743267	83.91856	2.2138246
[38,]	1.936111	5.641444	0.085714286	2	5.1825668	83.34566	2.2786368
[39,]	1.936111	5.641444	0.092857143	2	5.2893078	82.79411	2.3422287
[40,]	1.936111	6.876556	0.007142857	2	0.4382453	98.40683	2.3332493
[41,]	1.936111	6.876556	0.014285714	2	1.3561036	95.44189	2.3724739
[42,]	1.936111	6.876556	0.021428571	2	2.3526180	92.55842	2.4162229
[43,]	1.936111	6.876556	0.028571429	2	2.6321603	91.62050	2.4631030
[44,]	1.936111	6.876556	0.035714286	2	2.7740907	91.03060	2.5142378
[45,]	1.936111	6.876556	0.042857143	2	3.0320180	90.15137	2.5698408
[46,]	1.936111	6.876556	0.050000000	2	3.4709204	88.82923	2.6326113
[47,]	1.936111	6.876556	0.057142857	2	4.0722354	87.14227	2.7045209
[48,]	1.936111	6.876556	0.064285714	2	4.6175253	85.61459	2.7842896
[49,]	1.936111	6.876556	0.071428571	2	4.9290677	84.59806	2.8686593
[50,]	1.936111	6.876556	0.078571429	2	5.0597680	83.95702	2.9543823
[51,]	1.936111	6.876556	0.085714286	2	5.1391865	83.43064	3.0392052
[52,]	1.936111	6.876556	0.092857143	2	5.2389919	82.88269	3.1219776
[53,]	1.936111	8.111667	0.007142857	2	0.4382453	98.40683	2.7413644
[54,]	1.936111	8.111667	0.014285714	2	1.3561036	95.44189	2.7874499
[55,]	1.936111	8.111667	0.021428571	2	2.3526180	92.55842	2.8388511
[56,]	1.936111	8.111667	0.028571429	2	2.6321603	91.62050	2.8939311
[57,]	1.936111	8.111667	0.035714286	2	2.7740907	91.03060	2.9540100
[58,]	1.936111	8.111667	0.042857143	2	3.0320180	90.15137	3.0193388
[59,]	1.936111	8.111667	0.050000000	2	3.4709204	88.82923	3.0930886
[60,]	1.936111	8.111667	0.057142857	2	4.0722354	87.14227	3.1775762

Lampiran 4.5 Iterasi dari Kombinasi Pemilihan Titik Knot, Bandwidth, dan Osilasi pada Dua Titik Knot dan Dua Osilasi (Lanjutan)

[61,]	1.936111	8.111667	0.064285714	2	4.6175253	85.61459	3.2712974
[62,]	1.936111	8.111667	0.071428571	2	4.9290677	84.59806	3.3704245
[63,]	1.936111	8.111667	0.078571429	2	5.0597680	83.95702	3.4711414
[64,]	1.936111	8.111667	0.085714286	2	5.1391865	83.43064	3.5708010
[65,]	1.936111	8.111667	0.092857143	2	5.2389919	82.88269	3.6680514
[66,]	1.936111	9.346778	0.007142857	2	0.4382453	98.40683	3.1314527
[67,]	1.936111	9.346778	0.014285714	2	1.3561036	95.44189	3.1840960
[68,]	1.936111	9.346778	0.021428571	2	2.3526180	92.55842	3.2428115
[69,]	1.936111	9.346778	0.028571429	2	2.6321603	91.62050	3.3057292
[70,]	1.936111	9.346778	0.035714286	2	2.7740907	91.03060	3.3743572
[71,]	1.936111	9.346778	0.042857143	2	3.0320180	90.15137	3.4489821
[72,]	1.936111	9.346778	0.050000000	2	3.4709204	88.82923	3.5332262
[73,]	1.936111	9.346778	0.057142857	2	4.0722354	87.14227	3.6297362
[74,]	1.936111	9.346778	0.064285714	2	4.6175253	85.61459	3.7367937
[75,]	1.936111	9.346778	0.071428571	2	4.9290677	84.59806	3.8500262
[76,]	1.936111	9.346778	0.078571429	2	5.0597680	83.95702	3.9650749
[77,]	1.936111	9.346778	0.085714286	2	5.1391865	83.43064	4.0789157
[78,]	1.936111	9.346778	0.092857143	2	5.2389919	82.88269	4.1900045
[79,]	1.936111	10.581889	0.007142857	2	0.4382453	98.40683	3.6324423
[80,]	1.936111	10.581889	0.014285714	2	1.3561036	95.44189	3.6935079
[81,]	1.936111	10.581889	0.021428571	2	2.3526180	92.55842	3.7616170
[82,]	1.936111	10.581889	0.028571429	2	2.6321603	91.62050	3.8346008
[83,]	1.936111	10.581889	0.035714286	2	2.7740907	91.03060	3.9142083
[84,]	1.936111	10.581889	0.042857143	2	3.0320180	90.15137	4.0007721
[85,]	1.936111	10.581889	0.050000000	2	3.4709204	88.82923	4.0984942
[86,]	1.936111	10.581889	0.057142857	2	4.0722354	87.14227	4.2104444
[87,]	1.936111	10.581889	0.064285714	2	4.6175253	85.61459	4.3346296
[88,]	1.936111	10.581889	0.071428571	2	4.9290677	84.59806	4.4659778
[89,]	1.936111	10.581889	0.078571429	2	5.0597680	83.95702	4.5994327
[90,]	1.936111	10.581889	0.085714286	2	5.1391865	83.43064	4.7314865
[91,]	1.936111	10.581889	0.092857143	2	5.2389919	82.88269	4.8603481
[92,]	3.171222	4.406333	0.007142857	2	0.5600517	97.98616	4.3398476
[93,]	3.171222	4.406333	0.014285714	2	1.4014944	95.32293	4.4138466
[94,]	3.171222	4.406333	0.021428571	2	2.4119357	92.50550	4.4962613
[95,]	3.171222	4.406333	0.028571429	2	2.8325129	91.29205	4.5828948
[96,]	3.171222	4.406333	0.035714286	2	2.9733386	90.76461	4.6760015
[97,]	3.171222	4.406333	0.042857143	2	3.0932054	90.28363	4.7769927
[98,]	3.171222	4.406333	0.050000000	2	3.2270823	89.75478	4.8915811
[99,]	3.171222	4.406333	0.057142857	2	3.3914915	89.12904	5.0240644
[100,]	3.171222	4.406333	0.064285714	2	3.5949115	88.38378	5.1726032
[101,]	3.171222	4.406333	0.071428571	2	3.8282433	87.54829	5.3314530
[102,]	3.171222	4.406333	0.078571429	2	4.0796758	86.66517	5.4945714
[103,]	3.171222	4.406333	0.085714286	2	4.3394980	85.77200	5.6574849
[104,]	3.171222	4.406333	0.092857143	2	4.5986928	84.89948	5.8176475
[105,]	3.171222	5.641444	0.007142857	2	0.5617965	97.98131	5.1397867
[106,]	3.171222	5.641444	0.014285714	2	1.5187235	94.96692	5.2284186
[107,]	3.171222	5.641444	0.021428571	2	2.6519976	91.81788	5.3264190
[108,]	3.171222	5.641444	0.028571429	2	2.9190330	90.92576	5.4299384
[109,]	3.171222	5.641444	0.035714286	2	2.9021233	90.72246	5.5416702
[110,]	3.171222	5.641444	0.042857143	2	2.9432567	90.37917	5.6632507
[111,]	3.171222	5.641444	0.050000000	2	3.0479758	89.86816	5.8016312
[112,]	3.171222	5.641444	0.057142857	2	3.2025974	89.21087	5.9617348
[113,]	3.171222	5.641444	0.064285714	2	3.4060428	88.40379	6.1408909
[114,]	3.171222	5.641444	0.071428571	2	3.6516216	87.47026	6.3317761
[115,]	3.171222	5.641444	0.078571429	2	3.9283498	86.45658	6.5269268
[116,]	3.171222	5.641444	0.085714286	2	4.2221286	85.41891	6.7209930
[117,]	3.171222	5.641444	0.092857143	2	4.5185598	84.40665	6.9110662
[118,]	3.171222	6.876556	0.007142857	2	0.5685943	97.95747	5.8384690
[119,]	3.171222	6.876556	0.014285714	2	1.4497373	95.15169	5.9398389
[120,]	3.171222	6.876556	0.021428571	2	2.4648892	92.25498	6.0514911

Lampiran 4.5 Iterasi dari Kombonasi Pemilihan Titik Knot, Bandwidth, dan Osilasi pada Dua Titik Knot dan Dua Osilasi (Lanjutan)

```
[121,] 3.171222 6.876556 0.028571429    2 2.7555437 91.29481 6.1697526
[122,] 3.171222 6.876556 0.035714286    2 2.7932707 90.96485 6.2983138
[123,] 3.171222 6.876556 0.042857143    2 2.8730071 90.53055 6.4387127
[124,] 3.171222 6.876556 0.050000000    2 2.9975275 89.97359 6.5982842
[125,] 3.171222 6.876556 0.057142857    2 3.1610615 89.29481 6.7821045
[126,] 3.171222 6.876556 0.064285714    2 3.3703321 88.46931 6.9865568
[127,] 3.171222 6.876556 0.071428571    2 3.6243287 87.50680 7.2028294
[128,] 3.171222 6.876556 0.078571429    2 3.9151138 86.44958 7.4222719
[129,] 3.171222 6.876556 0.085714286    2 4.2278831 85.36044 7.6389822
[130,] 3.171222 6.876556 0.092857143    2 4.5452439 84.29983 7.8500323
[131,] 3.171222 8.111667 0.007142857    2 0.5685943 97.95747 6.3686524
[132,] 3.171222 8.111667 0.014285714    2 1.4497373 95.15169 6.4792275
[133,] 3.171222 8.111667 0.021428571    2 2.4648892 92.25498 6.6010187
[134,] 3.171222 8.111667 0.028571429    2 2.7555437 91.29481 6.7300194
[135,] 3.171222 8.111667 0.035714286    2 2.7932707 90.96485 6.8702550
[136,] 3.171222 8.111667 0.042857143    2 2.8730071 90.53055 7.0234034
[137,] 3.171222 8.111667 0.050000000    2 2.9975275 89.97359 7.1974653
[138,] 3.171222 8.111667 0.057142857    2 3.1610615 89.29481 7.3979780
[139,] 3.171222 8.111667 0.064285714    2 3.3703321 88.46931 7.6209964
[140,] 3.171222 8.111667 0.071428571    2 3.6243287 87.50680 7.8569085
[141,] 3.171222 8.111667 0.078571429    2 3.9151138 86.44958 8.0962782
[142,] 3.171222 8.111667 0.085714286    2 4.2278831 85.36044 8.3326677
[ reached getoption("max.print") -- omitted 222 rows ]
```

Lampiran 4.6 Iterasi dari Kombinasi Pemilihan Titik Knot, Bandwidth, dan

Osilasi pada Tiga Titik Knot dan Dua Osilasi

[1,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.007142857	2	0.4375581	98.40993	0.4419582
[2,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.014285714	2	1.2710776	95.71890	0.4488666
[3,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.021428571	2	2.3360857	92.70045	0.4567691
[4,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.028571429	2	2.7481496	91.48919	0.4650714
[5,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.035714286	2	3.0302052	90.59917	0.4738810
[6,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.042857143	2	3.4586363	89.36614	0.4833067
[7,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.050000000	2	4.1971257	87.46090	0.4938863
[8,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.057142857	2	5.2126957	85.09245	0.5060381
[9,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.064285714	2	6.1387503	83.06406	0.5196175
[10,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.071428571	2	6.6593467	81.84700	0.5341125
[11,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.078571429	2	6.7961513	81.30438	0.5489717
[12,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.085714286	2	6.7264996	81.12150	0.5637805
[13,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.092857143	2	6.5896237	81.07191	0.5782999
[14,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.007142857	2	0.4321300	98.43723	1.2840672
[15,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.014285714	2	1.4176638	95.28962	1.3046752
[16,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.021428571	2	2.5573369	92.09021	1.3279223
[17,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.028571429	2	2.7496373	91.37561	1.3523914
[18,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.035714286	2	2.8099858	90.96760	1.3784348
[19,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.042857143	2	3.0600325	90.07160	1.4064109
[20,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.050000000	2	3.5566181	88.56342	1.4379429
[21,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.057142857	2	4.2477776	86.63771	1.4741828
[22,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.064285714	2	4.8758489	84.92833	1.5145603
[23,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.071428571	2	5.2325621	83.83642	1.5574495
[24,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.078571429	2	5.3603042	83.23126	1.6011799
[25,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.085714286	2	5.3969374	82.82985	1.6445481
[26,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.092857143	2	5.4308598	82.45649	1.6868976
[27,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.007142857	2	0.4340767	98.43207	2.3603037
[28,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.014285714	2	1.3290786	95.53995	2.3986612
[29,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.021428571	2	2.2832058	92.77048	2.4416687
[30,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.028571429	2	2.5076476	91.96494	2.4870139
[31,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.035714286	2	2.6239916	91.41732	2.5356689
[32,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.042857143	2	2.8914083	90.46911	2.5881691
[33,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.050000000	2	3.3659881	88.99228	2.6472452
[34,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.057142857	2	4.0167502	87.12057	2.7147970
[35,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.064285714	2	4.6124556	85.44013	2.7895460
[36,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.071428571	2	4.9628174	84.33630	2.8683226
[37,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.078571429	2	5.1144141	83.67338	2.9480086
[38,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.085714286	2	5.1989570	83.17327	3.0264780
[39,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.092857143	2	5.2941442	82.67819	3.1026806
[40,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.007142857	2	0.4340767	98.43207	2.7766395
[41,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.014285714	2	1.3290786	95.53995	2.8217629
[42,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.021428571	2	2.2832058	92.77048	2.8723565
[43,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.028571429	2	2.5076476	91.96494	2.9257002
[44,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.035714286	2	2.6239916	91.41732	2.9829375
[45,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.042857143	2	2.8914083	90.46911	3.0446983
[46,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.050000000	2	3.3659881	88.99228	3.1141949
[47,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.057142857	2	4.0167502	87.12057	3.1936622
[48,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.064285714	2	4.6124556	85.44013	3.2815962
[49,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.071428571	2	4.9628174	84.33630	3.3742683
[50,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.078571429	2	5.1144141	83.67338	3.4680102
[51,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.085714286	2	5.1989570	83.17327	3.5603208
[52,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.092857143	2	5.2941442	82.67819	3.6499648
[53,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.007142857	2	0.4340767	98.43207	3.0616191
[54,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.014285714	2	1.3290786	95.53995	3.1113737
[55,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.021428571	2	2.2832058	92.77048	3.1671600
[56,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.028571429	2	2.5076476	91.96494	3.2259786
[57,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.035714286	2	2.6239916	91.41732	3.2890904
[58,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.042857143	2	2.8914083	90.46911	3.3571900
[59,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.050000000	2	3.3659881	88.99228	3.4338194
[60,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.057142857	2	4.0167502	87.12057	3.5214428
[61,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.064285714	2	4.6124556	85.44013	3.6184019
[62,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.071428571	2	4.9628174	84.33630	3.7205853
[63,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.078571429	2	5.1144141	83.67338	3.8239484
[64,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.085714286	2	5.1989570	83.17327	3.9257333
[65,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.092857143	2	5.2941442	82.67819	4.0245779
[66,]	1.936111	3.171222	10.581889	0.007142857	2	0.4340767	98.43207	3.4944916
[67,]	1.936111	3.171222	10.581889	0.014285714	2	1.3290786	95.53995	3.5512810
[68,]	1.936111	3.171222	10.581889	0.021428571	2	2.2832058	92.77048	3.6149547
[69,]	1.936111	3.171222	10.581889	0.028571429	2	2.5076476	91.96494	3.6820895
[70,]	1.936111	3.171222	10.581889	0.035714286	2	2.6239916	91.41732	3.7541244

Lampiran 4. 6 Iterasi dari Kombonasi Pemilihan Titik Knot, Bandwidth, dan Osilasi pada Tiga Titik Knot dan Dua Osilasi (Lanjutan)

```

[70,] 1.936111 3.171222 10.581889 0.035714286 2 2.6239916 91.41732 3.7541244
[71,] 1.936111 3.171222 10.581889 0.042857143 2 2.8914083 90.46911 3.8318524
[72,] 1.936111 3.171222 10.581889 0.050000000 2 3.3659881 88.99228 3.9193162
[73,] 1.936111 3.171222 10.581889 0.057142857 2 4.0167502 87.12057 4.0193284
[74,] 1.936111 3.171222 10.581889 0.064285714 2 4.6124556 85.44013 4.1299962
[75,] 1.936111 3.171222 10.581889 0.071428571 2 4.9628174 84.33630 4.2466271
[76,] 1.936111 3.171222 10.581889 0.078571429 2 5.1144141 83.67338 4.3646043
[77,] 1.936111 3.171222 10.581889 0.085714286 2 5.1989570 83.17327 4.4807802
[78,] 1.936111 3.171222 10.581889 0.092857143 2 5.2941442 82.67819 4.5936002
[79,] 1.936111 4.406333 5.641444 0.007142857 2 0.4406874 98.40592 4.2417851
[80,] 1.936111 4.406333 5.641444 0.014285714 2 1.4814487 95.10463 4.3105425
[81,] 1.936111 4.406333 5.641444 0.021428571 2 2.6514633 91.85474 4.3878978
[82,] 1.936111 4.406333 5.641444 0.028571429 2 2.8606912 91.11595 4.4697271
[83,] 1.936111 4.406333 5.641444 0.035714286 2 2.8942982 90.80177 4.5570491
[84,] 1.936111 4.406333 5.641444 0.042857143 2 3.0894128 90.07891 4.6508665
[85,] 1.936111 4.406333 5.641444 0.050000000 2 3.4894338 88.84141 4.7566357
[86,] 1.936111 4.406333 5.641444 0.057142857 2 4.0529759 87.22820 4.8782446
[87,] 1.936111 4.406333 5.641444 0.064285714 2 4.5862514 85.72228 5.0137242
[88,] 1.936111 4.406333 5.641444 0.071428571 2 4.9290730 84.65813 5.1575520
[89,] 1.936111 4.406333 5.641444 0.078571429 2 5.1083771 83.95589 5.3041099
[90,] 1.936111 4.406333 5.641444 0.085714286 2 5.2200168 83.41441 5.4494028
[91,] 1.936111 4.406333 5.641444 0.092857143 2 5.3223703 82.91605 5.5912834
[92,] 1.936111 4.406333 6.876556 0.007142857 2 0.4430875 98.39660 5.2684108
[93,] 1.936111 4.406333 6.876556 0.014285714 2 1.4195330 95.27864 5.3541439
[94,] 1.936111 4.406333 6.876556 0.021428571 2 2.4796201 92.28947 5.4504746
[95,] 1.936111 4.406333 6.876556 0.028571429 2 2.7299738 91.45537 5.5527726
[96,] 1.936111 4.406333 6.876556 0.035714286 2 2.8178557 91.01699 5.6632541
[97,] 1.936111 4.406333 6.876556 0.042857143 2 3.0406492 90.23060 5.7829469
[98,] 1.936111 4.406333 6.876556 0.050000000 2 3.4586944 88.95122 5.9178683
[99,] 1.936111 4.406333 6.876556 0.057142857 2 4.0435147 87.28986 6.0722075
[100,] 1.936111 4.406333 6.876556 0.064285714 2 4.6013455 85.73326 6.2429252
[101,] 1.936111 4.406333 6.876556 0.071428571 2 4.9682353 84.62299 6.4226971
[102,] 1.936111 4.406333 6.876556 0.078571429 2 5.1689151 83.88128 6.6043919
[103,] 1.936111 4.406333 6.876556 0.085714286 2 5.2987248 83.30744 6.7832250
[104,] 1.936111 4.406333 6.876556 0.092857143 2 5.4159492 82.78432 6.9569031
[105,] 1.936111 4.406333 8.111667 0.007142857 2 0.4430875 98.39660 6.2043633
[106,] 1.936111 4.406333 8.111667 0.014285714 2 1.4195330 95.27864 6.3053272
[107,] 1.936111 4.406333 8.111667 0.021428571 2 2.4796201 92.28947 6.4187715
[108,] 1.936111 4.406333 8.111667 0.028571429 2 2.7299738 91.45537 6.5392431
[109,] 1.936111 4.406333 8.111667 0.035714286 2 2.8178557 91.01699 6.6693519
[110,] 1.936111 4.406333 8.111667 0.042857143 2 3.0406492 90.23060 6.8103087
[111,] 1.936111 4.406333 8.111667 0.050000000 2 3.4586944 88.95122 6.9691994
[112,] 1.936111 4.406333 8.111667 0.057142857 2 4.0435147 87.28986 7.1509574
[113,] 1.936111 4.406333 8.111667 0.064285714 2 4.6013455 85.73326 7.3520038
[114,] 1.936111 4.406333 8.111667 0.071428571 2 4.9682353 84.62299 7.5637129
[115,] 1.936111 4.406333 8.111667 0.078571429 2 5.1689151 83.88128 7.7776864
[116,] 1.936111 4.406333 8.111667 0.085714286 2 5.2987248 83.30744 7.9882898
[117,] 1.936111 4.406333 8.111667 0.092857143 2 5.4159492 82.78432 8.1928225
[118,] 1.936111 4.406333 9.346778 0.007142857 2 0.4430875 98.39660 6.7305240
[119,] 1.936111 4.406333 9.346778 0.014285714 2 1.4195330 95.27864 6.8400502
[120,] 1.936111 4.406333 9.346778 0.021428571 2 2.4796201 92.28947 6.9631151
[121,] 1.936111 4.406333 9.346778 0.028571429 2 2.7299738 91.45537 7.0938033
[122,] 1.936111 4.406333 9.346778 0.035714286 2 2.8178557 91.01699 7.2349460
[123,] 1.936111 4.406333 9.346778 0.042857143 2 3.0406492 90.23060 7.3878566
[124,] 1.936111 4.406333 9.346778 0.050000000 2 3.4586944 88.95122 7.5602220
[125,] 1.936111 4.406333 9.346778 0.057142857 2 4.0435147 87.28986 7.7573940
[ reached getopt("max.print") -- omitted 603 rows ]

```

Lampiran 4.7 Iterasi dari Kombonasi Pemilihan Titik Knot, Bandwidth, dan Osilasi pada Satu Titik Knot dan Tiga Osilasi

[1,]	1.936111	0.007142857	3	0.4378696	98.40272	0.4427228
[2,]	1.936111	0.014285714	3	1.0082038	96.46377	0.4503543
[3,]	1.936111	0.021428571	3	1.8421144	93.87531	0.4589300
[4,]	1.936111	0.028571429	3	2.5996274	91.70108	0.4680480
[5,]	1.936111	0.035714286	3	3.1222420	90.24966	0.4779728
[6,]	1.936111	0.042857143	3	3.5427374	89.10072	0.4887445
[7,]	1.936111	0.050000000	3	4.0633689	87.75135	0.5009087
[8,]	1.936111	0.057142857	3	4.8363033	85.90156	0.5149264
[9,]	1.936111	0.064285714	3	5.7138278	83.94049	0.5306606
[10,]	1.936111	0.071428571	3	6.4484873	82.34152	0.5475635
[11,]	1.936111	0.078571429	3	6.9647448	81.17722	0.5650208
[12,]	1.936111	0.085714286	3	7.3070392	80.32953	0.5825493
[13,]	1.936111	0.092857143	3	7.5292532	79.69251	0.5998530
[14,]	3.171222	0.007142857	3	0.5695599	97.95182	1.0194604
[15,]	3.171222	0.014285714	3	1.2314092	95.77718	1.0374313
[16,]	3.171222	0.021428571	3	2.1011954	93.18808	1.0573682
[17,]	3.171222	0.028571429	3	2.6958870	91.47001	1.0784029
[18,]	3.171222	0.035714286	3	3.0318246	90.44189	1.1012835
[19,]	3.171222	0.042857143	3	3.2930900	89.60521	1.1262750
[20,]	3.171222	0.050000000	3	3.5161636	88.85487	1.1547028
[21,]	3.171222	0.057142857	3	3.7370063	88.09344	1.1876381
[22,]	3.171222	0.064285714	3	3.9869085	87.24704	1.2247018
[23,]	3.171222	0.071428571	3	4.2694706	86.31954	1.2645391
[24,]	3.171222	0.078571429	3	4.5739643	85.35352	1.3056666
[25,]	3.171222	0.085714286	3	4.8881749	84.39035	1.3469383
[26,]	3.171222	0.092857143	3	5.2008215	83.46059	1.3876637
[27,]	4.406333	0.007142857	3	0.5270342	98.09653	1.8628200
[28,]	4.406333	0.014285714	3	1.3683660	95.40579	1.8950751
[29,]	4.406333	0.021428571	3	2.4089540	92.47963	1.9310413
[30,]	4.406333	0.028571429	3	2.8711017	91.15611	1.9692519
[31,]	4.406333	0.035714286	3	3.0643010	90.48998	2.0109642
[32,]	4.406333	0.042857143	3	3.2098630	89.93179	2.0568207
[33,]	4.406333	0.050000000	3	3.3566318	89.35265	2.1092754
[34,]	4.406333	0.057142857	3	3.5318087	88.67898	2.1702241
[35,]	4.406333	0.064285714	3	3.7455509	87.88685	2.2389047
[36,]	4.406333	0.071428571	3	3.9878212	87.00955	2.3127926
[37,]	4.406333	0.078571429	3	4.2463076	86.09189	2.3891542
[38,]	4.406333	0.085714286	3	4.5123645	85.16954	2.4658902
[39,]	4.406333	0.092857143	3	4.7783828	84.27015	2.5417374
[40,]	5.641444	0.007142857	3	0.5176202	98.12979	2.6291462
[41,]	5.641444	0.014285714	3	1.3757411	95.38316	2.6755607
[42,]	5.641444	0.021428571	3	2.4054256	92.43950	2.7267445
[43,]	5.641444	0.028571429	3	2.7457570	91.34963	2.7811619
[44,]	5.641444	0.035714286	3	2.8464867	90.85480	2.8403556
[45,]	5.641444	0.042857143	3	2.9438572	90.37037	2.9052894
[46,]	5.641444	0.050000000	3	3.0650711	89.81646	2.9796591
[47,]	5.641444	0.057142857	3	3.2209773	89.15252	3.0660662
[48,]	5.641444	0.064285714	3	3.4200304	88.35129	3.1631650
[49,]	5.641444	0.071428571	3	3.6581596	87.42887	3.2671595
[50,]	5.641444	0.078571429	3	3.9275764	86.42227	3.3741130
[51,]	5.641444	0.085714286	3	4.2179105	85.37897	3.4811241
[52,]	5.641444	0.092857143	3	4.5153205	84.34956	3.5865389
[53,]	6.876556	0.007142857	3	0.5198788	98.11999	3.1582426
[54,]	6.876556	0.014285714	3	1.2200148	95.83560	3.2149636
[55,]	6.876556	0.021428571	3	2.0035859	93.47606	3.2771607

**Lampiran 4.7 Iterasi dari Kombonasi Pemilihan Titik Knot, Bandwidth, dan
Osilasi pada Satu Titik Knot dan Tiga Osilasi (Lanjutan)**

[56,]	6.876556	0.028571429	3	2.4149922	92.16575	3.3433253
[57,]	6.876556	0.035714286	3	2.6497295	91.32946	3.4155216
[58,]	6.876556	0.042857143	3	2.8374908	90.62307	3.4947118
[59,]	6.876556	0.050000000	3	3.0064972	89.95813	3.5851590
[60,]	6.876556	0.057142857	3	3.1855230	89.24297	3.6897968
[61,]	6.876556	0.064285714	3	3.3935782	88.41976	3.8067231
[62,]	6.876556	0.071428571	3	3.6334957	87.48612	3.9311231
[63,]	6.876556	0.078571429	3	3.9062986	86.45896	4.0581801
[64,]	6.876556	0.085714286	3	4.2073599	85.37673	4.1845006
[65,]	6.876556	0.092857143	3	4.5217262	84.29908	4.3082919
[66,]	8.111667	0.007142857	3	0.5198788	98.11999	3.5835865
[67,]	8.111667	0.014285714	3	1.2200148	95.83560	3.6479465
[68,]	8.111667	0.021428571	3	2.0035859	93.47606	3.7185202
[69,]	8.111667	0.028571429	3	2.4149922	92.16575	3.7935957
[70,]	8.111667	0.035714286	3	2.6497295	91.32946	3.8755151
[71,]	8.111667	0.042857143	3	2.8374908	90.62307	3.9653704
[72,]	8.111667	0.050000000	3	3.0064972	89.95813	4.0679989
[73,]	8.111667	0.057142857	3	3.1855230	89.24297	4.1867290
[74,]	8.111667	0.064285714	3	3.3935782	88.41976	4.3194026
[75,]	8.111667	0.071428571	3	3.6334957	87.48612	4.4605565
[76,]	8.111667	0.078571429	3	3.9062986	86.45896	4.6047252
[77,]	8.111667	0.085714286	3	4.2073599	85.37673	4.7480583
[78,]	8.111667	0.092857143	3	4.5217262	84.29908	4.8885215
[79,]	9.346778	0.007142857	3	0.5198788	98.11999	4.1102210
[80,]	9.346778	0.014285714	3	1.2200148	95.83560	4.1840392
[81,]	9.346778	0.021428571	3	2.0035859	93.47606	4.2649843
[82,]	9.346778	0.028571429	3	2.4149922	92.16575	4.3510926
[83,]	9.346778	0.035714286	3	2.6497295	91.32946	4.4450507
[84,]	9.346778	0.042857143	3	2.8374908	90.62307	4.5481109
[85,]	9.346778	0.050000000	3	3.0064972	89.95813	4.6658215
[86,]	9.346778	0.057142857	3	3.1855230	89.24297	4.8019998
[87,]	9.346778	0.064285714	3	3.3935782	88.41976	4.9541708
[88,]	9.346778	0.071428571	3	3.6334957	87.48612	5.1160683
[89,]	9.346778	0.078571429	3	3.9062986	86.45896	5.2814236
[90,]	9.346778	0.085714286	3	4.2073599	85.37673	5.4458205
[91,]	9.346778	0.092857143	3	4.5217262	84.29908	5.6069258
[92,]	10.581889	0.007142857	3	0.5198788	98.11999	4.8920677
[93,]	10.581889	0.014285714	3	1.2200148	95.83560	4.9799276
[94,]	10.581889	0.021428571	3	2.0035859	93.47606	5.0762700
[95,]	10.581889	0.028571429	3	2.4149922	92.16575	5.1787580
[96,]	10.581889	0.035714286	3	2.6497295	91.32946	5.2905888
[97,]	10.581889	0.042857143	3	2.8374908	90.62307	5.4132531
[98,]	10.581889	0.050000000	3	3.0064972	89.95813	5.5533545
[99,]	10.581889	0.057142857	3	3.1855230	89.24297	5.7154367
[100,]	10.581889	0.064285714	3	3.3935782	88.41976	5.8965537
[101,]	10.581889	0.071428571	3	3.6334957	87.48612	6.0892473
[102,]	10.581889	0.078571429	3	3.9062986	86.45896	6.2860566
[103,]	10.581889	0.085714286	3	4.2073599	85.37673	6.4817251
[104,]	10.581889	0.092857143	3	4.5217262	84.29908	6.6734759

**Lampiran 4.8 Iterasi dari Kombonasi Pemilihan Titik Knot, Bandwidth, dan
Osilasi pada Dua Titik Knot dan Tiga Osilasi**

[1,]	1.936111	3.171222	0.007142857	3	0.4416707	98.40575	0.4463261
[2,]	1.936111	3.171222	0.014285714	3	1.0104110	96.49501	0.4537335
[3,]	1.936111	3.171222	0.021428571	3	1.7317250	94.25885	0.4620838
[4,]	1.936111	3.171222	0.028571429	3	2.3080981	92.50544	0.4708458
[5,]	1.936111	3.171222	0.035714286	3	2.7111573	91.24779	0.4802616
[6,]	1.936111	3.171222	0.042857143	3	3.0962587	90.05708	0.4904326
[7,]	1.936111	3.171222	0.050000000	3	3.5900156	88.61584	0.5018881
[8,]	1.936111	3.171222	0.057142857	3	4.2871187	86.74485	0.5150596
[9,]	1.936111	3.171222	0.064285714	3	5.0765657	84.77798	0.5298051
[10,]	1.936111	3.171222	0.071428571	3	5.7680071	83.12941	0.5455966
[11,]	1.936111	3.171222	0.078571429	3	6.2955569	81.87964	0.5618514
[12,]	1.936111	3.171222	0.085714286	3	6.6845731	80.93616	0.5781172
[13,]	1.936111	3.171222	0.092857143	3	6.9693983	80.20943	0.5941208
[14,]	1.936111	4.406333	0.007142857	3	0.4445581	98.39173	1.0212619
[15,]	1.936111	4.406333	0.014285714	3	1.3247870	95.57270	1.0380676
[16,]	1.936111	4.406333	0.021428571	3	2.3283393	92.74527	1.0570479
[17,]	1.936111	4.406333	0.028571429	3	2.7150207	91.59864	1.0772275
[18,]	1.936111	4.406333	0.035714286	3	2.9052338	90.93080	1.0991090
[19,]	1.936111	4.406333	0.042857143	3	3.1780318	90.05242	1.1228862
[20,]	1.936111	4.406333	0.050000000	3	3.6244725	88.75258	1.1497546
[21,]	1.936111	4.406333	0.057142857	3	4.2491644	87.06334	1.1806730
[22,]	1.936111	4.406333	0.064285714	3	4.8840850	85.40472	1.2152647
[23,]	1.936111	4.406333	0.071428571	3	5.3585410	84.12242	1.2522692
[24,]	1.936111	4.406333	0.078571429	3	5.6628081	83.20239	1.2903278
[25,]	1.936111	4.406333	0.085714286	3	5.8640390	82.50045	1.3284105
[26,]	1.936111	4.406333	0.092857143	3	6.0127442	81.91775	1.3659116
[27,]	1.936111	5.641444	0.007142857	3	0.4397331	98.40433	1.7504079
[28,]	1.936111	5.641444	0.014285714	3	1.4863274	95.07934	1.7795099
[29,]	1.936111	5.641444	0.021428571	3	2.6615361	91.81605	1.8121175
[30,]	1.936111	5.641444	0.028571429	3	2.8609401	91.08771	1.8469818
[31,]	1.936111	5.641444	0.035714286	3	2.8890675	90.76999	1.8848308
[32,]	1.936111	5.641444	0.042857143	3	3.0831139	90.03767	1.9259446
[33,]	1.936111	5.641444	0.050000000	3	3.4803961	88.80239	1.9724626
[34,]	1.936111	5.641444	0.057142857	3	4.0387938	87.19989	2.0259772
[35,]	1.936111	5.641444	0.064285714	3	4.5646047	85.70468	2.0856814
[36,]	1.936111	5.641444	0.071428571	3	4.8989919	84.64211	2.1492652
[37,]	1.936111	5.641444	0.078571429	3	5.0728055	83.92317	2.2143384
[38,]	1.936111	5.641444	0.085714286	3	5.1850457	83.34290	2.2791613
[39,]	1.936111	5.641444	0.092857143	3	5.2946420	82.78642	2.3427676
[40,]	1.936111	6.876556	0.007142857	3	0.4380344	98.40735	2.3332946
[41,]	1.936111	6.876556	0.014285714	3	1.3598911	95.43088	2.3724966
[42,]	1.936111	6.876556	0.021428571	3	2.3588211	92.54269	2.4162209
[43,]	1.936111	6.876556	0.028571429	3	2.6355898	91.61180	2.4630809
[44,]	1.936111	6.876556	0.035714286	3	2.7743412	91.02960	2.5141965
[45,]	1.936111	6.876556	0.042857143	3	3.0302783	90.15506	2.5697791
[46,]	1.936111	6.876556	0.050000000	3	3.4667469	88.83852	2.6325260
[47,]	1.936111	6.876556	0.057142857	3	4.0649983	87.15802	2.7044096
[48,]	1.936111	6.876556	0.064285714	3	4.6085421	85.63344	2.7841520
[49,]	1.936111	6.876556	0.071428571	3	4.9209805	84.61479	2.8684977
[50,]	1.936111	6.876556	0.078571429	3	5.0543544	83.96840	2.9542011
[51,]	1.936111	6.876556	0.085714286	3	5.1366714	83.43632	3.0390096
[52,]	1.936111	6.876556	0.092857143	3	5.2387151	82.88407	3.1217731
[53,]	1.936111	8.111667	0.007142857	3	0.4380344	98.40735	2.7407538
[54,]	1.936111	8.111667	0.014285714	3	1.3598911	95.43088	2.7868017
[55,]	1.936111	8.111667	0.021428571	3	2.3588211	92.54269	2.8381614
[56,]	1.936111	8.111667	0.028571429	3	2.6355898	91.61180	2.8932045
[57,]	1.936111	8.111667	0.035714286	3	2.7743412	91.02960	2.9532463
[58,]	1.936111	8.111667	0.042857143	3	3.0302783	90.15506	3.0185352
[59,]	1.936111	8.111667	0.050000000	3	3.4667469	88.83852	3.0922395
[60,]	1.936111	8.111667	0.057142857	3	4.0649983	87.15802	3.1766760

Lampiran 4. 8 Iterasi dari Kombonasi Pemilihan Titik Knot, Bandwidth, dan

Osilasi pada Dua Titik Knot dan Tiga Osilasi (Lanjutan)

[61,]	1.936111	8.111667	0.064285714	3	4.6085421	85.63344	3.2703436
[62,]	1.936111	8.111667	0.071428571	3	4.9209805	84.61479	3.3694185
[63,]	1.936111	8.111667	0.078571429	3	5.0543544	83.96840	3.4700881
[64,]	1.936111	8.111667	0.085714286	3	5.1366714	83.43632	3.5697067
[65,]	1.936111	8.111667	0.092857143	3	5.2387151	82.88407	3.6669230
[66,]	1.936111	9.346778	0.007142857	3	0.4380344	98.40735	3.1300592
[67,]	1.936111	9.346778	0.014285714	3	1.3598911	95.43088	3.1826478
[68,]	1.936111	9.346778	0.021428571	3	2.3588211	92.54269	3.2413028
[69,]	1.936111	9.346778	0.028571429	3	2.6355898	91.61180	3.3041644
[70,]	1.936111	9.346778	0.035714286	3	2.7743412	91.02960	3.3727348
[71,]	1.936111	9.346778	0.042857143	3	3.0302783	90.15506	3.4472975
[72,]	1.936111	9.346778	0.050000000	3	3.4667469	88.83852	3.5314711
[73,]	1.936111	9.346778	0.057142857	3	4.0649983	87.15802	3.6279012
[74,]	1.936111	9.346778	0.064285714	3	4.6085421	85.63344	3.7348736
[75,]	1.936111	9.346778	0.071428571	3	4.9209805	84.61479	3.8480215
[76,]	1.936111	9.346778	0.078571429	3	5.0543544	83.96840	3.9629905
[77,]	1.936111	9.346778	0.085714286	3	5.1366714	83.43632	4.0767591
[78,]	1.936111	9.346778	0.092857143	3	5.2387151	82.88407	4.1877843
[79,]	1.936111	10.581889	0.007142857	3	0.4380344	98.40735	3.6292063
[80,]	1.936111	10.581889	0.014285714	3	1.3598911	95.43088	3.6901811
[81,]	1.936111	10.581889	0.021428571	3	2.3588211	92.54269	3.7581898
[82,]	1.936111	10.581889	0.028571429	3	2.6355898	91.61180	3.8310759
[83,]	1.936111	10.581889	0.035714286	3	2.7743412	91.02960	3.9105811
[84,]	1.936111	10.581889	0.042857143	3	3.0302783	90.15506	3.9970342
[85,]	1.936111	10.581889	0.050000000	3	3.4667469	88.83852	4.0946308
[86,]	1.936111	10.581889	0.057142857	3	4.0649983	87.15802	4.2064386
[87,]	1.936111	10.581889	0.064285714	3	4.6085421	85.63344	4.3304698
[88,]	1.936111	10.581889	0.071428571	3	4.9209805	84.61479	4.4616612
[89,]	1.936111	10.581889	0.078571429	3	5.0543544	83.96840	4.5949642
[90,]	1.936111	10.581889	0.085714286	3	5.1366714	83.43632	4.7268754
[91,]	1.936111	10.581889	0.092857143	3	5.2387151	82.88407	4.8556057
[92,]	3.171222	4.406333	0.007142857	3	0.5590995	97.98928	4.3339326
[93,]	3.171222	4.406333	0.014285714	3	1.4037402	95.31670	4.4078273
[94,]	3.171222	4.406333	0.021428571	3	2.4137584	92.50149	4.4901138
[95,]	3.171222	4.406333	0.028571429	3	2.8325184	91.29225	4.5766139
[96,]	3.171222	4.406333	0.035714286	3	2.9713900	90.76897	4.6695780
[97,]	3.171222	4.406333	0.042857143	3	3.0901223	90.29014	4.7704157
[98,]	3.171222	4.406333	0.050000000	3	3.2231475	89.76283	4.8848308
[99,]	3.171222	4.406333	0.057142857	3	3.3868722	89.13840	5.0171148
[100,]	3.171222	4.406333	0.064285714	3	3.5902871	88.39313	5.1654328
[101,]	3.171222	4.406333	0.071428571	3	3.8246448	87.55556	5.3240509
[102,]	3.171222	4.406333	0.078571429	3	4.0778400	86.66911	5.4869379
[103,]	3.171222	4.406333	0.085714286	3	4.3396826	85.77241	5.6496278
[104,]	3.171222	4.406333	0.092857143	3	4.6008435	84.89676	5.8095790
[105,]	3.171222	5.641444	0.007142857	3	0.5608038	97.98452	5.1322032
[106,]	3.171222	5.641444	0.014285714	3	1.5210578	94.96045	5.2206953
[107,]	3.171222	5.641444	0.021428571	3	2.6536421	91.81433	5.3185264
[108,]	3.171222	5.641444	0.028571429	3	2.9187377	90.92652	5.4218701
[109,]	3.171222	5.641444	0.035714286	3	2.8998381	90.72754	5.5334132
[110,]	3.171222	5.641444	0.042857143	3	2.9400191	90.38609	5.6547887
[111,]	3.171222	5.641444	0.050000000	3	3.0442939	89.87566	5.7929352
[112,]	3.171222	5.641444	0.057142857	3	3.1988034	89.21827	5.9527688
[113,]	3.171222	5.641444	0.064285714	3	3.4027578	88.40987	6.1316265
[114,]	3.171222	5.641444	0.071428571	3	3.6495138	87.47386	6.3222008
[115,]	3.171222	5.641444	0.078571429	3	3.9276099	86.45779	6.5170433
[116,]	3.171222	5.641444	0.085714286	3	4.2225283	85.41875	6.7108142
[117,]	3.171222	5.641444	0.092857143	3	4.5197889	84.40610	6.9006102
[118,]	3.171222	6.876556	0.007142857	3	0.5675983	97.96072	5.8317781
[119,]	3.171222	6.876556	0.014285714	3	1.4528706	95.14283	5.9330092
[120,]	3.171222	6.876556	0.021428571	3	2.4688124	92.24547	6.0444949

Lampiran 4.8 Iterasi dari Kombinasi Pemilihan Titik Knot, Bandwidth, dan

Osilasi pada Dua Titik Knot dan Tiga Osilasi (Lanjutan)

```
[121,] 3.171222 6.876556 0.028571429 3 2.7569424 91.29128 6.1625868
[122,] 3.171222 6.876556 0.035714286 3 2.7918672 90.96767 6.2909674
[123,] 3.171222 6.876556 0.042857143 3 2.8701209 90.53650 6.4311710
[124,] 3.171222 6.876556 0.050000000 3 2.9938774 89.98086 6.5905208
[125,] 3.171222 6.876556 0.057142857 3 3.1570475 89.30252 6.7740864
[126,] 3.171222 6.876556 0.064285714 3 3.3665946 88.47607 6.9782589
[127,] 3.171222 6.876556 0.071428571 3 3.6215717 87.51120 7.1942421
[128,] 3.171222 6.876556 0.078571429 3 3.9135593 86.45151 7.4134003
[129,] 3.171222 6.876556 0.085714286 3 4.2273097 85.36086 7.6298412
[130,] 3.171222 6.876556 0.092857143 3 4.5453433 84.29972 7.8406411
[131,] 3.171222 8.111667 0.007142857 3 0.5675983 97.96072 6.3651605
[132,] 3.171222 8.111667 0.014285714 3 1.4528706 95.14283 6.4756502
[133,] 3.171222 8.111667 0.021428571 3 2.4688124 92.24547 6.5973325
[134,] 3.171222 8.111667 0.028571429 3 2.7569424 91.29128 6.7262254
[135,] 3.171222 8.111667 0.035714286 3 2.7918672 90.96767 6.8663478
[136,] 3.171222 8.111667 0.042857143 3 2.8701209 90.53650 7.0193746
[137,] 3.171222 8.111667 0.050000000 3 2.9938774 89.98086 7.1932988
[138,] 3.171222 8.111667 0.057142857 3 3.1570475 89.30252 7.3936535
[139,] 3.171222 8.111667 0.064285714 3 3.3665946 88.47607 7.6164999
[140,] 3.171222 8.111667 0.071428571 3 3.6215717 87.51120 7.8522372
[141,] 3.171222 8.111667 0.078571429 3 3.9135593 86.45151 8.0914400
[142,] 3.171222 8.111667 0.085714286 3 4.2273097 85.36086 8.3276768
[ reached getOption("max.print") -- omitted 222 rows ]
```

Lampiran 4.9 Iterasi dari Kombinasi Pemilihan Titik Knot, Bandwidth, dan

Osilasi pada Tiga Titik Knot dan Tiga Osilasi

[1,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.007142857	3	0.4383647	98.40681	0.4427749
[2,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.014285714	3	1.2739024	95.71075	0.4496930
[3,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.021428571	3	2.3404372	92.68982	0.4576066
[4,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.028571429	3	2.7506966	91.48323	0.4659215
[5,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.035714286	3	3.0304713	90.59855	0.4747449
[6,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.042857143	3	3.4571760	89.36936	0.4841856
[7,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.050000000	3	4.1933863	87.46885	0.4947820
[8,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.057142857	3	5.2065320	85.10457	0.5069534
[9,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.064285714	3	6.1323714	83.07596	0.5205551
[10,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.071428571	3	6.6562686	81.85344	0.5350746
[11,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.078571429	3	6.7985572	81.30235	0.5499595
[12,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.085714286	3	6.7343868	81.11086	0.5647945
[13,]	1.936111	3.171222	4.406333	0.092857143	3	6.6016182	81.05455	0.5793404
[14,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.007142857	3	0.4322251	98.43662	1.2869269
[15,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.014285714	3	1.4206847	95.28099	1.3075721
[16,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.021428571	3	2.5616752	92.07967	1.3308604
[17,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.028571429	3	2.7517787	91.37029	1.3553754
[18,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.035714286	3	2.8094987	90.96849	1.3814687
[19,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.042857143	3	3.0578275	90.07651	1.4094980
[20,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.050000000	3	3.5521358	88.57349	1.4410898
[21,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.057142857	3	4.2406790	86.65311	1.4773987
[22,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.064285714	3	4.8680463	84.94472	1.5178541
[23,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.071428571	3	5.2271441	83.84822	1.5608278
[24,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.078571429	3	5.3590263	83.23557	1.6046465
[25,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.085714286	3	5.3996175	82.82716	1.6481046
[26,]	1.936111	3.171222	5.641444	0.092857143	3	5.4362848	82.44918	1.6905442
[27,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.007142857	3	0.4337748	98.43288	2.3647060
[28,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.014285714	3	1.3327160	95.52938	2.4031160
[29,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.021428571	3	2.2891097	92.75538	2.4461812
[30,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.028571429	3	2.5108483	91.95663	2.4915935
[31,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.035714286	3	2.6242041	91.41632	2.5403228
[32,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.042857143	3	2.8898433	90.47232	2.5929032
[33,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.050000000	3	3.3622638	89.00048	2.6520687
[34,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.057142857	3	4.0102453	87.13464	2.7197229
[35,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.064285714	3	4.6043067	85.45715	2.7945865
[36,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.071428571	3	4.9554250	84.35161	2.8734863
[37,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.078571429	3	5.1094428	83.68407	2.9533000
[38,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.085714286	3	5.1966558	83.17902	3.0318986
[39,]	1.936111	3.171222	6.876556	0.092857143	3	5.2939282	82.68024	3.1082306
[40,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.007142857	3	0.4337748	98.43288	2.7792195
[41,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.014285714	3	1.3327160	95.52938	2.8243625
[42,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.021428571	3	2.2891097	92.75538	2.8749766
[43,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.028571429	3	2.5108483	91.95663	2.9283493
[44,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.035714286	3	2.6242041	91.41632	2.9856205
[45,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.042857143	3	2.8898433	90.47232	3.0474177
[46,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.050000000	3	3.3622638	89.00048	3.1169545
[47,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.057142857	3	4.0102453	87.13464	3.1964679
[48,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.064285714	3	4.6043067	85.45715	3.2844545
[49,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.071428571	3	4.9554250	84.35161	3.3771848
[50,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.078571429	3	5.1094428	83.68407	3.4709892
[51,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.085714286	3	5.1966558	83.17902	3.5633655
[52,]	1.936111	3.171222	8.111667	0.092857143	3	5.2939282	82.68024	3.6530779
[53,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.007142857	3	0.4337748	98.43288	3.0618953
[54,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.014285714	3	1.3327160	95.52938	3.1116298
[55,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.021428571	3	2.2891097	92.75538	3.1673920
[56,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.028571429	3	2.5108483	91.95663	3.2261932
[57,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.035714286	3	2.6242041	91.41632	3.2892895
[58,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.042857143	3	2.8898433	90.47232	3.3573722
[59,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.050000000	3	3.3622638	89.00048	3.4339816
[60,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.057142857	3	4.0102453	87.13464	3.5215823
[61,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.064285714	3	4.6043067	85.45715	3.6185181
[62,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.071428571	3	4.9554250	84.35161	3.7206801
[63,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.078571429	3	5.1094428	83.68407	3.8240253
[64,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.085714286	3	5.1966558	83.17902	3.9257972
[65,]	1.936111	3.171222	9.346778	0.092857143	3	5.2939282	82.68024	4.0246343
[66,]	1.936111	3.171222	10.581889	0.007142857	3	0.4337748	98.43288	3.4930247
[67,]	1.936111	3.171222	10.581889	0.014285714	3	1.3327160	95.52938	3.5497620
[68,]	1.936111	3.171222	10.581889	0.021428571	3	2.2891097	92.75538	3.6133758
[69,]	1.936111	3.171222	10.581889	0.028571429	3	2.5108483	91.95663	3.6804565
[70,]	1.936111	3.171222	10.581889	0.035714286	3	2.6242041	91.41632	3.7524370

Lampiran 4.9 Iterasi dari Kombonasi Pemilihan Titik Knot, Bandwidth, dan Osilasi pada Tiga Titik Knot dan Tiga Osilasi (Lanjutan)

[71,]	1.936111	3.171222	10.581889	0.042857143	3	2.8898433	90.47232	3.8301060
[72,]	1.936111	3.171222	10.581889	0.050000000	3	3.3622638	89.00048	3.9175024
[73,]	1.936111	3.171222	10.581889	0.057142857	3	4.0102453	87.13464	4.0174378
[74,]	1.936111	3.171222	10.581889	0.064285714	3	4.6043067	85.45715	4.1280225
[75,]	1.936111	3.171222	10.581889	0.071428571	3	4.9554250	84.35161	4.2445694
[76,]	1.936111	3.171222	10.581889	0.078571429	3	5.1094428	83.68407	4.3624661
[77,]	1.936111	3.171222	10.581889	0.085714286	3	5.1966558	83.17902	4.4785680
[78,]	1.936111	3.171222	10.581889	0.092857143	3	5.2939282	82.68024	4.5913218
[79,]	1.936111	4.406333	5.641444	0.007142857	3	0.4402992	98.40702	4.2380285
[80,]	1.936111	4.406333	5.641444	0.014285714	3	1.4847330	95.09537	4.3067005
[81,]	1.936111	4.406333	5.641444	0.021428571	3	2.6558748	91.84425	4.3839560
[82,]	1.936111	4.406333	5.641444	0.028571429	3	2.8628331	91.11080	4.4656871
[83,]	1.936111	4.406333	5.641444	0.035714286	3	2.8936105	90.80320	4.5529077
[84,]	1.936111	4.406333	5.641444	0.042857143	3	3.0868945	90.08454	4.6466165
[85,]	1.936111	4.406333	5.641444	0.050000000	3	3.4846243	88.85221	4.7522626
[86,]	1.936111	4.406333	5.641444	0.057142857	3	4.0456028	87.24434	4.8737312
[87,]	1.936111	4.406333	5.641444	0.064285714	3	4.5783079	85.73920	5.0090578
[88,]	1.936111	4.406333	5.641444	0.071428571	3	4.9237388	84.66978	5.1527285
[89,]	1.936111	4.406333	5.641444	0.078571429	3	5.1074860	83.95916	5.2991332
[90,]	1.936111	4.406333	5.641444	0.085714286	3	5.2234565	83.40982	5.4442817
[91,]	1.936111	4.406333	5.641444	0.092857143	3	5.3289709	82.90607	5.5860291
[92,]	1.936111	4.406333	6.876556	0.007142857	3	0.4425501	98.39824	5.2622057
[93,]	1.936111	4.406333	6.876556	0.014285714	3	1.4238106	95.26644	5.3478068
[94,]	1.936111	4.406333	6.876556	0.021428571	3	2.4863627	92.27281	5.4439842
[95,]	1.936111	4.406333	6.876556	0.028571429	3	2.7336108	91.44632	5.5461302
[96,]	1.936111	4.406333	6.876556	0.035714286	3	2.8178674	91.01650	5.6564523
[97,]	1.936111	4.406333	6.876556	0.042857143	3	3.0383836	90.23535	5.7759732
[98,]	1.936111	4.406333	6.876556	0.050000000	3	3.4538428	88.96174	5.9107003
[99,]	1.936111	4.406333	6.876556	0.057142857	3	4.0356184	87.30662	6.0648180
[100,]	1.936111	4.406333	6.876556	0.064285714	3	4.5919513	85.75250	6.2352933
[101,]	1.936111	4.406333	6.876556	0.071428571	3	4.9602141	84.63919	6.4148142
[102,]	1.936111	4.406333	6.876556	0.078571429	3	5.1642216	83.89107	6.5962610
[103,]	1.936111	4.406333	6.876556	0.085714286	3	5.2976782	83.31051	6.7748571
[104,]	1.936111	4.406333	6.876556	0.092857143	3	5.4178661	82.78218	6.9483133
[105,]	1.936111	4.406333	8.111667	0.007142857	3	0.4425501	98.39824	6.1979450
[106,]	1.936111	4.406333	8.111667	0.014285714	3	1.4238106	95.26644	6.2987680
[107,]	1.936111	4.406333	8.111667	0.021428571	3	2.4863627	92.27281	6.4120478
[108,]	1.936111	4.406333	8.111667	0.028571429	3	2.7336108	91.44632	6.5323578
[109,]	1.936111	4.406333	8.111667	0.035714286	3	2.8178674	91.01650	6.6622976
[110,]	1.936111	4.406333	8.111667	0.042857143	3	3.0383836	90.23535	6.8030720
[111,]	1.936111	4.406333	8.111667	0.050000000	3	3.4538428	88.96174	6.9617567
[112,]	1.936111	4.406333	8.111667	0.057142857	3	4.0356184	87.30662	7.1432800
[113,]	1.936111	4.406333	8.111667	0.064285714	3	4.5919513	85.75250	7.3440696
[114,]	1.936111	4.406333	8.111667	0.071428571	3	4.9602141	84.63919	7.5555134
[115,]	1.936111	4.406333	8.111667	0.078571429	3	5.1642216	83.89107	7.7692256
[116,]	1.936111	4.406333	8.111667	0.085714286	3	5.2976782	83.31051	7.9795802
[117,]	1.936111	4.406333	8.111667	0.092857143	3	5.4178661	82.78218	8.1838808
[118,]	1.936111	4.406333	9.346778	0.007142857	3	0.4425501	98.39824	6.7274443
[119,]	1.936111	4.406333	9.346778	0.014285714	3	1.4238106	95.26644	6.8368807
[120,]	1.936111	4.406333	9.346778	0.021428571	3	2.4863627	92.27281	6.9598382
[121,]	1.936111	4.406333	9.346778	0.028571429	3	2.7336108	91.44632	7.0904264
[122,]	1.936111	4.406333	9.346778	0.035714286	3	2.8178674	91.01650	7.2314672
[123,]	1.936111	4.406333	9.346778	0.042857143	3	3.0383836	90.23535	7.3842682
[124,]	1.936111	4.406333	9.346778	0.050000000	3	3.4538428	88.96174	7.5565095
[125,]	1.936111	4.406333	9.346778	0.057142857	3	4.0356184	87.30662	7.7535406

[reached getopt("max.print") -- omitted 603 rows]

BIOGRAFI PENULIS



Ardiana Fatma Dewi, Lahir di Kediri pada tanggal 23 Desember 1996, merupakan putri kedua dari tiga bersaudara dari pasangan Suharto dan Suhartatik. Pendidikan formal yang telah ditempuh oleh penulis diantaranya adalah pada jenjang SD di SDN. Banjaran 5 Kota Kediri, jenjang SMP di SMPN 1 Kota Kediri, Jenjang SMA di SMAN 1 Kota Kediri lulus pada Tahun 2015. Setelah lulus SMA penulis melanjutkan ke perguruan tinggi S1 di Jurusan Statistika Universitas Brawijaya Malang lulus pada Tahun 2019. Pada tahun yang sama penulis melanjutkan studi Pascasarjana S2 di Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya Jurusan Statistika. Segala kritik dan Saran yang dapat dikirim melalui email: ardianafatmad@gmail.com