

48.364/H/12



ITS
Institut
Teknologi
Sepuluh Nopember

RSFi

538.7

Hid

p-1

2012

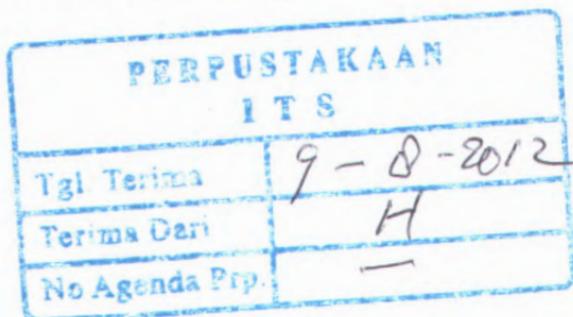
TUGAS AKHIR – SF 091321

**PENDEKATAN KARTESIAN UNTUK SISTEM
POTENSIAL LISTRIK GEOMETRI CAMPURAN
KARTESIAN - POLAR**

FITRIANA RICHA HIDAYATI
NRP.1107 100046

Dosen Pembimbing
M. Arief Bustomi, M.Si

JURUSAN FISIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA 2012



NOV 20 1954	
NOV 20 1954	
FBI LABORATORY	

TO: SAC, NEW YORK
 FROM: SAC, PHOENIX
 RE: [Illegible]

DATE: 11/18/54
 TIME: 10:00 AM

TO: SAC, NEW YORK
 FROM: SAC, PHOENIX

RE: [Illegible]
 [Illegible]

TO: SAC, NEW YORK

3015
 b-1
 #19
 238
 82±!

NOV 20 1954	
FBI LABORATORY	



ITS
Institut
Teknologi
Sepuluh Nopember

FINAL PROJECT – SF 091321

**CARTESIAN APPROACH FOR ELECTRIC
POTENTIAL OF MIXTURE GEOMETRY
SYSTEM CARTESIAN – POLAR**

FITRIANA RICHA HIDAYATI
NRP.1107 100046

Advisor

M. Arief Bustomi, M.Si

DEPARTEMEN OF PHYSICS

Faculty of Mathematic and Natural Science
Sepuluh November Institute of Technology
Surabaya 2012

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
DEPARTMENT OF CHEMISTRY
57-1171 UNIVERSITY POLAR

1971-1972

1971-1972

1971-1972
1971-1972
1971-1972
1971-1972

**ANALISIS MENGGUNAKAN KOORDINAT KARTESIAN
UNTUK SISTEM POTENSIAL LISTRIK GEOMETRI
CAMPURAN KARTESIAN – POLAR**

TUGAS AKHIR

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Pada Bidang Studi Optoelektronika
Program Studi S-1 Jurusan Fisika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh :

Fitriana Richa Hidayati
NRP. 1107 100 046

Disetujui oleh Pembimbing Tugas Akhir :

M. Arief Bustomi M.Si



ANALISIS MENGGUNAKAN KOORDINAT KARTESIAN
UNTUK SISTEM POTENSIAL LISTRIK GEOMETRI
CAMPAK KARTESIAN - POLAR

TUGAS AKHIR

Digunakan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Pada Bidang Studi Optoelektronika
Program Studi S-1 Jurusan Fisika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh

Fitriana Richa Hidayati

NIP. 1107 100 046

Disetujui oleh Pembimbing (Nama, Gelar):

M. Achmad Hossaini M.Si

STRARAYA JUNI 2012

PENDEKATAN KARTESIAN UNTUK SISTEM POTENSIAL LISTRIK GEOMETRI CAMPURAN KARTESIAN - POLAR

Nama Mahasiswa : Fitriana Richa Hidayati

NRP : 1107 100 046

Jurusan : Fisika FMIPA ITS

Dosen Pembimbing : M.Arief Bustomi, M.Si

Abstrak

Sistem potensial listrik dengan geometri campuran kartesian – polar dianalisa dengan menggunakan pendekatan kartesian. Untuk penelitian ini hanya dibatasi pada pengaruh jumlah titik data syarat batas pada pendekatan kartesian. Ada beberapa tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini yaitu melakukan perhitungan analitik dalam koordinat campuran kartesian – polar, menentukan syarat batas untuk pendekatan kartesian, menghitung potensial listrik dengan pendekatan kartesian pada masing – masing jumlah titik data syarat batas dan membandingkannya dengan hasil perhitungannya secara langsung. Berdasarkan penelitian ini semakin banyak jumlah titik data yang digunakan, maka selisih nilai potensial listrik antara pendekatan kartesian dan perhitungan langsung akan mendekati suatu nilai tertentu. Dari penelitian ini juga diperoleh bahwa perhitungan pada pendekatan kartesian untuk sistem geometri campuran kartesian – polar ternyata diperoleh nilai yang berbeda dari nilai perhitungan langsungnya.

Kata kunci : *pendekatan kartesian, jumlah titik data, syarat batas, sistem geometri campuran kartesian - polar*

CARTESIAN APPROACH FOR ELECTRIC POTENTIAL OF MIXTURE GEOMETRY SYSTEM CARTESIAN- POLAR

Student Name : Fitriana R. H
NRP : 1107 100 046
Department : Fisika FMIPA ITS
Advisor : M.Arief Bustomi, M.Si

Abstract

Electrical potential system with a mixture geometry of cartesian – polar analyzed using cartesian approach. This study was only limited by the influence of the number of points on the boundary condition cartesian approach. There are several steps in this study, first analytical calculation in cartesian – polar coordinate, second determine the boundary conditions for cartesian approach, third calculate the electric potential with cartesian approach for each number of data points in boundary conditions and compared with the result of direct calculation. Based on the study the more number of data points used, then the difference in the electrical potential between cartesian and direct calculation approach will approach a particular value. From this study also found that the calculation of the cartesian approach for mixed system of cartesian – polar geometry was obtained by the different values of the direct calculation.

Keywords : *cartesian approach, the number of data points, the boundary conditions, a mixture geometry system of cartesian-polar.*

KATA PENGANTAR

**Bismillaahirrohmaanirrohiim
Dengan Nama Allah Yang
Maha Pengasih Lagi Maha Penyayang**

Alhamdulillah Robbil'Aalamiin, segala puji bagi Allah SWT, Tuhan seluruh alam, karena atas limpahan rahmat serta karunia-Nya penulis dapat menyelesaikan Laporan Tugas Akhir yang berjudul "*PENDEKATAN KARTESIAN UNTUK SISTEM POTENSIAL LISTRIK GEOMETRI CAMPURAN KARTESIAN - POLAR*". Adapun tujuan dari penulisan Tugas Akhir ini adalah sebagai syarat untuk menyelesaikan program studi Strata-1 di Jurusan Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.

Ucapan terima kasih pertama kali penulis sampaikan kepada:

Mama dan Ayah

atas segala do'a yang telah dipanjatkan, mendengarkan segala keluh kesah, dan motivasi yang diberikan sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas akhir ini.

Penulis juga ingin menyampaikan ucapan terima kasih atas segala bantuan maupun dukungan sehingga terselesaikannya tugas akhir ini kepada:

1. M. Arief Bustomi, M.Si. selaku dosen pembimbing yang telah berkenan dengan segala kesabaran dan keikhlasan membimbing penulis dalam penulisan Tugas Akhir ini sehingga berjalan dengan lancar.
2. Dosen penguji yang telah memberikan banyak saran dalam Tugas Akhir ini.
3. Bapak Dr.Yono Hadi Pramono, M.Eng. sebagai Ketua Jurusan Fisika MIPA ITS, Ibu Dr.Melania Suwentini, M.T. sebagai Sekretaris Jurusan Fisika MIPA ITS, serta Bapak Drs.Gatut Yudoyono, M.T sebagai Koordinator Tugas Akhir Program S1 Jurusan Fisika FMIPA ITS.

4. Drs. Yoyok Cahyono, M.Si selaku dosen wali.
5. Seluruh dosen dan staf karyawan Jurusan Fisika yang telah membantu penulis selama perkuliahan.
6. Teman-teman kosan, orang-orang yang telah menyayangi ku, *keluarga besar angkatan 2007 Jurusan Fisika*, serta semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu yang telah membantu dalam penelitian dan penyusunan Tugas Akhir ini.

Semoga Tugas Akhir ini memberikan kontribusi dan menginspirasi terutama bagi pihak-pihak yang menekuni tema terkait, saran dan kritik sangat penulis harapkan untuk pengembangan penelitian Tugas Akhir berikutnya.

Surabaya, Juni 2012

Penulis

DAFTAR ISI

ABSTRAK	iv
ABSTRACT	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR TABEL	xii
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah	1
1.3 Batasan Masalah	1
1.4 Tujuan Penelitian	2
1.5 Manfaat Penelitian	2
BAB II DASAR TEORI	
2.1 Persamaan Laplace	3
2.2 Deret Fourier	8
2.3 Integrasi Numerik	9
2.4 Penelitian Sebelumnya	11
BAB III METODOLOGI	
3.1 Langkah – Langkah Penelitian	13
3.2 Diagram Alir Penelitian	14
BAB IV ANALISA DATA PEMBAHASAN	
4.1 Potensial Listrik Sistem yang diteliti	15
4.2 Perhitungan Langsung Potensial Listrik	20
4.2.1 Perhitungan Potensial Atas (V_1)	21
4.2.2 Perhitungan Potensial Sisi Kanan	23
4.2.3 Perhitungan Potensial Sisi Bawah	24
4.2.4 Perhitungan Potensial Sisi Kiri	26

4.3	Penentuan Fungsi Potensial Pendekatan Kartesian	28
4.3.1	Potensial Listrik Untuk 15 titik data	29
4.3.2	Potensial Listrik Untuk 30 titik data	34
4.3.3	Potensial Listrik Untuk 60 titik data	39
4.3.4	Potensial Listrik Untuk 120 titik data	44
4.3.5	Potensial Listrik Untuk 240 titik data	49
4.3.6	Potensial Listrik Untuk 480 titik data	53
4.4	Selisih Potensial Listrik Perhitungan Langsung dan Pendekatan Kartesian	58
4.4.1	Selisih V untuk 15 titik data	59
4.4.2	Selisih V untuk 30 titik data	63
4.4.3	Selisih V untuk 60 titik data	68
4.4.4	Selisih V untuk 120 titik data	73
4.4.5	Selisih V untuk 240 titik data	77
4.4.6	Selisih V untuk 480 titik data	82
4.5	Pembahasan	87
4.5.1	Grafik Perbandingan V_1 untuk 15 titik data	87
4.5.2	Grafik Perbandingan V_2 untuk 15 titik data	88
4.5.3	Grafik Perbandingan V_3 untuk 15 titik data	89
4.5.4	Grafik Perbandingan V_4 untuk 15 titik data	90
4.5.5	Grafik Nilai Potensial V pada titik (0,2 ; 0,4)	91
4.5.6	Grafik Nilai Potensial V pada titik (0,4 ; 0,2)	93
4.5.7	Grafik Nilai Potensial V pada titik (0,2 ; 0)	94
4.5.8	Grafik Nilai Potensial V pada titik (0 ; 0,2)	96
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN		99
DAFTAR PUSTAKA		101
LAMPIRAN A		103
LAMPIRAN B		132
LAMPIRAN C		155

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Syarat Batas untuk sistem kartesian	4
Gambar 2.2 Kaidah Trapesium	9
Gambar 2.3 Kaidah Trapesium Gabungan	10
Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian	14
Gambar 4.1 Geometri system dan Syarat Batas Potensial Listrik	15
Gambar 4.2 Potensial Listrik dalam Koordinat Kartesian secara umum	16
Gambar 4.3 Potensial Listrik ditinjau dari sisi kanan (V_{kn})	17
Gambar 4.4 Potensial Listrik ditinjau dari sisi kiri (V_{kr})	17
Gambar 4.5 Potensial Listrik ditinjau dari sisi atas (V_{polar})	18
Gambar 4.6 Perhitungan potensial langsung	20
Gambar 4.7 Potensial Listrik ditinjau dari sisi atas (V_1)	21
Gambar 4.8 Potensial Listrik ditinjau dari sisi kanan (V_2)	23
Gambar 4.9 Potensial Listrik ditinjau dari sisi bawah (V_3)	25
Gambar 4.10 Potensial Listrik ditinjau dari sisi kiri (V_4)	26
Gambar 4.11 Hubungan potensial atas Vlangsung dengan $V_{kartesian}$	88
Gambar 4.12 Hubungan potensial kanan Vlangsung dengan $V_{kartesian}$ 15	89
Gambar 4.13 Hubungan potensial bawah Vlangsung dengan $V_{kartesian}$ 15	90
Gambar 4.14 Hubungan potensial kiri Vlangsung dengan $V_{kartesian}$ 15	91
Gambar 4.15 Hubungan antara jumlah titik data syarat batas dan Seli: beda potensial listrik pada titik (0,2 ; 0,4)	92
Gambar 4.16 Hubungan antara jumlah titik data syarat batas dan Selisih beda potensial pada titik (0,4 ; 0,2)	94
Gambar 4.17 Hubungan antara jumlah titik data syarat batas dan Selisih beda potensial pada titik (0,2 ; 0)	95
Gambar 4.18 Hubungan antara jumlah titik data syarat batas dan Selisih beda potensial pada titik (0 ; 0,2)	97
Gambar C.1 Potensial atas 30	155
Gambar C.2 Potensial atas 60	155
Gambar C.3 Potensial atas 120	156

Gambar C.4 Potensial atas 240	156
Gambar C.5 Potensial atas 480	157
Gambar C.6 Potensial kanan 30	157
Gambar C.7 Potensial kanan 60	158
Gambar C.8 Potensial kanan 120	158
Gambar C.9 Potensial kanan 240	159
Gambar C.10 Potensial kanan 480	159
Gambar C.11 Potensial bawah 30	160
Gambar C.12 Potensial bawah 60	160
Gambar C.13 Potensial bawah 120	161
Gambar C.14 Potensial bawah 240	161
Gambar C.15 Potensial bawah 480	162
Gambar C.16 Potensial kiri 30	162
Gambar C.17 Potensial kiri 60	163
Gambar C.18 Potensial kiri 120	163
Gambar C.19 Potensial kiri 240	164
Gambar C.20 Potensial kiri 480	164

DAFTAR TABEL

Tabel 4.1 Selisih nilai V untuk 15 titik data	59
Tabel 4.2 Selisih nilai V untuk 30 titik data	63
Tabel 4.3 Selisih nilai V untuk 60 titik data	68
Tabel 4.4 Selisih nilai V untuk 120 titik data	73
Tabel 4.5 Selisih nilai V untuk 240 titik data	77
Tabel 4.6 Selisih nilai V untuk 480 titik data	82
Tabel 4.7 Selisih titik data syarat batas dengan Beda potensial pada titik (0,2 ; 0,4)	92
Tabel 4.8 Selisih titik data syarat batas dengan Beda potensial pada titik (0,4 ; 0,2)	93
Tabel 4.9 Selisih titik data syarat batas dengan Beda potensial pada titik (0,2 ; 0)	94
Tabel 4.10 Selisih titik data syarat batas dengan Beda potensial pada titik (0 ; 0,2)	96
Tabel B.1 Perhitungan V_1 secara langsung	132
Tabel B.2 Perhitungan V_2 secara langsung	132
Tabel B.3 Perhitungan V_3 secara langsung	133
Tabel B.4 Perhitungan V_4 secara langsung	134
Tabel B.5 V_1 pendekatan kartesian untuk 15 titik data	135
Tabel B.6 V_2 pendekatan kartesian untuk 15 titik data	135
Tabel B.7 V_3 pendekatan kartesian untuk 15 titik data	136
Tabel B.8 V_4 pendekatan kartesian untuk 15 titik data	137
Tabel B.9 V_1 pendekatan kartesian untuk 30 titik data	138
Tabel B.10 V_2 pendekatan kartesian untuk 30 titik data	139
Tabel B.11 V_3 pendekatan kartesian untuk 30 titik data	139
Tabel B.12 V_4 pendekatan kartesian untuk 30 titik data	140
Tabel B.13 V_1 pendekatan kartesian untuk 60 titik data	141
Tabel B.14 V_2 pendekatan kartesian untuk 60 titik data	142
Tabel B.15 V_3 pendekatan kartesian untuk 60 titik data	143
Tabel B.16 V_4 pendekatan kartesian untuk 60 titik data	143
Tabel B.17 V_1 pendekatan kartesian untuk 120 titik data	144
Tabel B.18 V_2 pendekatan kartesian untuk 120 titik data	145
Tabel B.19 V_3 pendekatan kartesian untuk 120 titik data	146

Tabel B.20 V_4 pendekatan kartesian untuk 120 titik data	147
Tabel B.21 V_1 pendekatan kartesian untuk 240 titik data	147
Tabel B.22 V_2 pendekatan kartesian untuk 240 titik data	148
Tabel B.23 V_3 pendekatan kartesian untuk 240 titik data	149
Tabel B.24 V_4 pendekatan kartesian untuk 240 titik data	150
Tabel B.25 V_1 pendekatan kartesian untuk 480 titik data	151
Tabel B.26 V_2 pendekatan kartesian untuk 480 titik data	151
Tabel B.27 V_3 pendekatan kartesian untuk 480 titik data	152
Tabel B.28 V_4 pendekatan kartesian untuk 480 titik data	153

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Sebagian besar persoalan matematika dalam Fisika adalah persoalan penyelesaian suatu persamaan differensial dalam fisika harus memenuhi suatu syarat batas tertentu yang merupakan kondisi fisis dari sistem. Untuk kondisi yang demikian analisa yang digunakan harus disesuaikan dengan bentuk geometri sistemnya.

Permasalahannya adalah bagaimana jika suatu sistem tersebut mempunyai bentuk geometri campuran. Dalam penelitian Tugas Akhir sebelumnya telah dipelajari suatu metode pendekatan perhitungan menggunakan koordinat yang tidak sesuai dengan bentuk geometri sistemnya. Penelitian tersebut sebagai langkah awal untuk mempelajari sistem dengan geometri campuran.

Dalam Tugas Akhir ini akan diteliti sistem dengan geometri campuran yaitu kartesian dan pola. Sistem tersebut akan dicoba untuk dianalisa dengan pendekatan perhitungan menggunakan koordinat kartesian.

1.2 Perumusan Masalah

Dalam penelitian Tugas Akhir ini akan dipelajari suatu sistem dengan geometri campuran kartesian – polar. Dalam penelitian ini diteliti variasi jumlah titik data syarat batas pada pendekatan kartesian untuk sistem potensial listrik geometri campuran kartesian – polar.

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah untuk penyederhaaan analisa dalam Penelitian Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut :

1. Sistem yang dianalisa adalah 2 dimensi

2. Analisa menggunakan pendekatan kartesian.
3. Pendekatan suku fourier kartesiannya hanya sampai 10 suku.
4. Hanya diteliti pengaruh jumlah titik data pada pendekatan kartesiannya.

1.4 Tujuan

Tujuan pada penelitian Tugas Akhir ini adalah :

1. Untuk menguji apakah transformasi syarat batas untuk sistem geometri campuran kartesian – polar dapat didekati menggunakan kartesian.
2. Untuk menentukan jumlah titik data pada pendekatan kartesian yang optimum untuk sistem geometri campuran kartesian – polar.

1.5 Manfaat

Manfaat Tugas Akhir ini adalah agar dapat diketahui seberapa baik pendekatan kartesian dapat digunakan untuk sistem geometri campuran kartesian – polar.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Persamaan Laplace

Dalam persoalan listrik statik tertentu yang melibatkan penghantar seluruh muatan terdapat pada permukaan penghantar atau dalam bentuk muatan titik yang tetap. Dalam hal ini ρ di sebagian besar titik dalam ruang sama dengan nol. Dan di tempat yang rapat muatannya nol, persamaan Poisson mempunyai bentuk yang lebih sederhana.

$$\nabla^2 \varphi = 0 \dots\dots\dots(2.1)$$

Didalam persamaan Laplace ini akan digunakan dibahas dua metode separasi yaitu :

1. Metode separasi variabel koordinat kartesian
2. Metode separasi variabel koordinat polar

2.1.1 Metode Separasi Variabel Koordinat Kartesian

Diketahui persamaan Laplace $\nabla^2 \varphi = 0$ yang dalam koordinat kartesian berbentuk :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0 \dots\dots\dots(2.2)$$

Dengan metode pemisahan variabel maka φ disajikan dalam bentuk :

$$\varphi = X(x)Y(y) \dots\dots\dots(2.3)$$

Dan fungsi ini disubstitusikan ke persamaan (2.2) menjadi

$$\frac{1}{X(x)} \frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{1}{Y(y)} \frac{d^2 Y}{dy^2} = 0 \dots\dots\dots(2.4)$$

Karena persamaan ini harus sama dengan nol untuk semua nilai x dan y maka kedua sukunya bisa disamakan dengan konstanta :

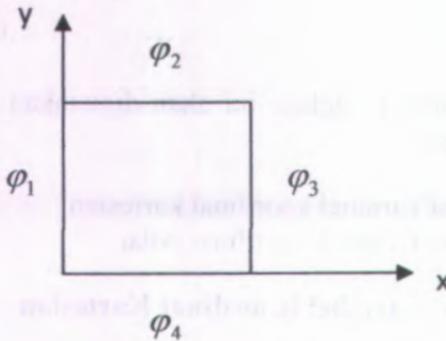
$$\frac{1}{X(x)} \frac{d^2 X}{dx^2} = -k^2 \dots\dots\dots(2.5)$$

$$\frac{1}{Y(y)} \frac{d^2 Y}{dy^2} = k^2 \dots\dots\dots(2.6)$$

Yang solusinya adalah :

$$X(x) = A \sin(kx) + B \cos(kx) \dots\dots\dots(2.7)$$

$$Y(y) = C \sinh(ky) + D \cosh(ky) \dots\dots\dots(2.8)$$



Gambar 2.1 Syarat batas untuk sistem kartesian

Jika system dikondisikan $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 0$ dan hanya $\varphi_4 = V_4$ yang memiliki nilai, maka :

$$V = V_4 \dots\dots\dots(2.9)$$

Untuk sistem di $x = 0$

$$V_4(0, y) = B(C \sinh(ky) + D \cosh(ky)) = \Phi_1(y) = 0 \dots\dots\dots(2.10)$$

diperoleh konstanta B bernilai nol. Sistem di $x = a$ menghasilkan potensial :

$$V_4(a, y) = A \sin(ka)(C \sinh(ky) + D \cosh(ky)) = \Phi_3(y) = 0 \quad \dots(2.11)$$

Untuk menghindari solusi trivial (karena $B = 0$) maka didefinisikan $k = \frac{n\pi}{a}$, kemudian untuk sistem di $y = a$

$$V_4(x, a) = A \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right)(C \sinh(n\pi) + D \cosh(n\pi)) = \Phi_2(x) = 0 \quad \dots(2.12)$$

Sehingga diperoleh konstanta C bernilai $C = -D \coth(n\pi)$. sistem di $y = 0$ menghasilkan potensial :

$$V_4(x, 0) = AD \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) = \Phi_4(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \dots(2.13)$$

Dengan menggunakan ekspansi Deret Fourier, diperoleh koefisien Fourier dari persamaan tersebut bernilai :

$$\gamma_n = \frac{2}{a} \int_0^a \varphi_4(x) \sin \frac{n\pi x}{a} dx \dots(2.14)$$

Sehingga persamaan potensial disetiap titik adalah :

$$V_4(x, y) = \sum_1^{\infty} \gamma_n \sin(n\pi) \left(\cosh\left(\frac{n\pi y}{a}\right) - \coth(n\pi) \sinh\left(\frac{n\pi y}{a}\right) \right) \dots(2.15)$$

(Vanderlinde,2004)

2.1.2 Metode Separasi Variabel Koordinat Polar

Selanjutnya, untuk masalah nilai batas didalam sifat dasar bentuk geometri polar, dimana potensial adalah suatu fungsi lebih dari satu koordinat. Dianggap potensial – potensial itu adalah suatu fungsi dari ρ dan ϕ saja. Seperti timbul potensial – potensial didalam keadaan dimana ada suatu simetri sepanjang

sumbu - Z. Dalam daerah meniadakan batas beban, potensial memenuhi persamaan :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} = 0 \dots\dots\dots(2.16)$$

Metode separasi variabel digunakan diatas untuk menyelesaikan potensial dalam koordinat polar. ϕ merupakan hasil dari 2 fungsi, $\Phi = R(\rho)Y(\phi)$, dan jika disubstitusikan ke persamaan (2.16) menjadi :

$$\frac{R}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{dR}{d\rho} \right) = - \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{d\phi^2} \dots\dots\dots(2.17)$$

Kedua sisi dari persamaan (2.14) akan disamakan ke K^2 , yang mana K merupakan konstanta separasi variabel

$$\frac{d^2 Y}{d\phi^2} + K^2 Y = 0 \dots\dots\dots(2.18)$$

Mempunyai solusi $\cos(K\phi)$ dan $\sin(K\phi)$. Besaran dari K harus dibatasi dalam orde tertentu untuk membuat solusi ini mempunyai nilai fungsi tunggal dari ϕ . Atau dalam kata lain, solusi untuk membuat pengertian fisiknya seharusnya sama setelah diputar 2π atau

$$\begin{aligned} \text{Cos}K(\phi + 2\pi) &= \text{cos}(K\phi) \\ \text{Sin}K(\phi + 2\pi) &= \text{sin}(K\phi) \dots\dots\dots(2.19) \end{aligned}$$

Dimana menghendaki bahwa $K = n$, dan n adalah nol atau suatu bilangan positif. Memasukkan bilangan negative tidak akan menghasilkan dalam mengabaikan beberapa solusi yang mungkin, sebab $\cos(-n\phi) = \cos(n\phi)$ dan $\sin(-n\phi) = -\sin(n\phi)$. Suatu sifat penting dari solusi ini adalah kenyataan bahwa sin dan soc orthogonal :

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \cos(m\phi) \cos(n\phi) d\phi &= \int_0^{2\pi} \sin(m\phi) \sin(n\phi) d\phi = m \delta_{mn} \\ \int_0^{2\pi} \cos(m\phi) \sin(n\phi) d\phi &= 0 \dots\dots\dots(2.20) \end{aligned}$$

Dimana δ_{mn} adalah delta kronecker.

Ketergantungan radial dari potensial selanjutnya dapat diperoleh. Pengaturan sisi sebelah kiri persamaan (2.14) menyamakan $K^2 = n^2$ didapatkan :

$$\frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{dR}{d\rho} \right) - \frac{n^2 R}{\rho} = 0 \dots\dots\dots(2.21)$$

Untuk $n = 0$, potensial memenuhi persamaan yang sama ditemukan dalam kasus dimana potensial tidak mempunyai ketergantungan angular yaitu :

$$\frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{dR}{d\rho} \right) = 0 \dots\dots\dots(2.22)$$

Dimana memiliki solusi $R(\rho) = \text{Kons tan ta}$ dan $R(\rho) = \ln \rho$ untuk $n \neq 0$ persamaan memiliki dua solusi ρ^n dan ρ^{-n} oleh karena itu, solusi yang paling umum adalah :

$$\Phi(\rho, \theta) = A_0 \ln \sum_{n=1}^{\infty} A_n (\rho^n + \rho^{-n}) \cos n\theta + B_n (\rho^n + \rho^{-n}) \sin n\theta$$

$$\Phi(\rho, \theta) = A_0 + A'_0 \ln \rho + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta] \rho^n + \sum_{n=1}^{\infty} [A'_n \cos n\theta + B'_n \sin n\theta] \rho^{-n}$$

.....(2.23)

Dimana A_n, A'_n, B_n, B'_n untuk $n \geq 0$ adalah konstanta untuk nilai dari syarat batas. (Andrews, 2006)



2.2 Deret Fourier

Pada tahun 1822, Joseph Fourier, ahli matematika dari perancis menemukan bahwa setiap fungsi periodic (sinyal) dapat dibentuk dari penjumlahan gelombang – gelombang sinus atau cosines.

Teorema fourier menyatakan bahwa fungsi bernilai tunggal $f(x)$ pada selang $[-\pi, \pi]$ dapat diungkapkan sebagai kombinasi linier dari fungsi sinus dan cosinus.

$$f(x) = a_0 + a_1 \cos x + a_2 \cos 2x + a_3 \cos 3x + \dots$$

$$b_1 \sin x + b_2 \sin 2x + b_3 \sin 3x + \dots$$

$$= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{L} + b_n \sin \frac{n\pi x}{L} \right) \dots\dots (2.24)$$

Dengan koefisien:

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$$

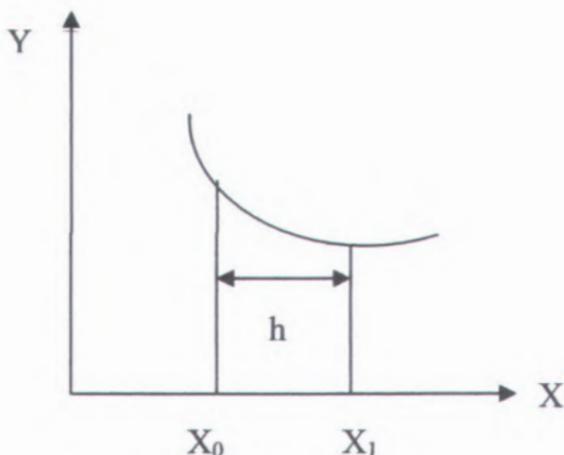
$$a_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx$$

$$b_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx \dots\dots\dots (2.25)$$

Deret persamaan (2.25) dikenal sebagai deret fourier dan koefisien a_n, b_n disebut koefisien fourier. (Boas, 1985)

2.3 Integrasi Numerik

Integrasi numerik dapat diturunkan dengan metode pias. Daerah integrasi dibagi atas sejumlah pias yang berbentuk segiempat. Luas daerah integrasi dihamperi dengan luas seluruh pias.



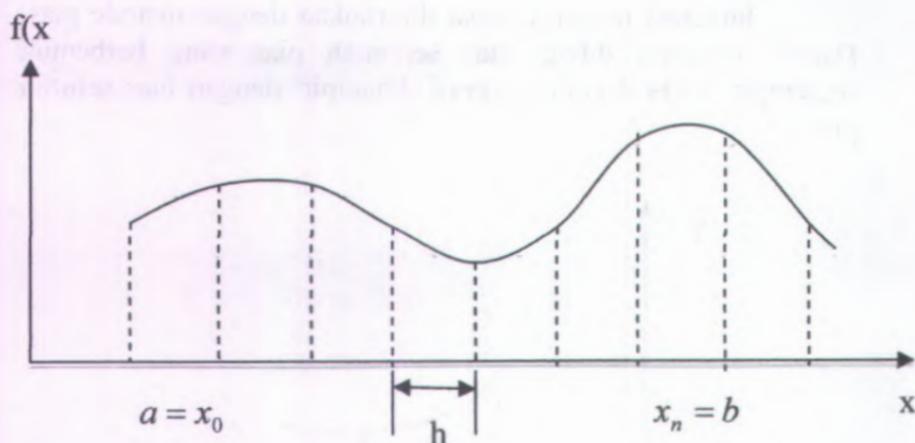
Gambar 2.2 Kaidah Trapesium

Salah satu kaidah integrasi numerik yang dapat diturunkan dengan metode pias adalah kaidah Trapesium. Sebuah pias berbentuk trapesium dipandang dari $x = x_0$ sampai $x = x_1$ seperti gambar 2.2.

Luas satu trapesium adalah :

$$\int_{x_0}^x f(x)dx = \frac{h}{2} [f(x_0) + f(x_1)] \dots\dots\dots (2.26)$$

Persamaan (2.26) dikenal dengan nama kaidah trapesium.



Gambar 2.3 Kaidah trapesium gabungan

Bila selang $[a, b]$ dibagi atas n sebuah pias trapesium, kaidah integrasi yang diperoleh adalah kaidah trapesium gabungan seperti pada gambar 2.3 :

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx + \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx + \dots + \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{h}{2} [f(x_0) + f(x_1)] + \frac{h}{2} [f(x_1) + f(x_2)]$$

$$+ \dots + \frac{h}{2} [f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{h}{2} [f(x_0) + 2f_1(x_1) + \dots +$$

$$2f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{2} \left(f_0 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f_i + f_n \right) \dots\dots\dots (2.27)$$

Dengan $f_r = f(x_r)$, $r = 0, 1, 2, \dots, n$ (Mathew dan Frank, 1999)

2.4 Penelitian Sebelumnya

Pada 2 penelitian sebelumnya yang berjudul yaitu :

- a. Pengaruh jumlah titik data Syarat Batas Pada Kartesian Untuk Sistem potensial Listrik Geometri Polar.
- b. Analisis menggunakan Koordinat Polar Untuk Sistem Potensial Listrik Geometri Campuran Kartesian – Polar.

Pada penelitian a sistem potensial bentuk lingkaran dianalisis dengan menggunakan koordinat kartesian. Sedangkan pada penelitian b sistem potensial berbentuk persegi panjang dianalisis dengan menggunakan koordinat polar. Berikut ini penjelasannya lebih lanjut.

2.4.1 Pengaruh Jumlah Titik Data Syarat Batas Pada Kartesian Untuk Sistem Potensial Listrik Geometri Polar

Sistem potensial listrik dalam koordinat polar dapat dianalisa dengan menggunakan pendekatan kartesian. Dalam penelitian ini hanya dibatasi pada pengaruh jumlah titik data syarat batas pada pendekatan kartesian. Ada beberapa tahap yang harus dilakukan, yaitu: melakukan perhitungan analitik dalam koordinat polar, menentukan syarat batas untuk pendekatan kartesian, menghitung potensial listrik dengan pendekatan kartesian pada masing-masing titik data syarat batas dan membandingkannya dengan hasil perhitungan koordinat polar. Dalam penelitian ini jumlah titik data syarat batas yang digunakan adalah 16, 32, 64, 128, 256 dan 512. Hasil penelitian

memperlihatkan bahwa semakin banyak jumlah titik data syarat batas yang digunakan dalam pendekatan kartesian akan memberikan hasil yang semakin mendekati perhitungan langsung dalam koordinat polar (Agustina tri Wahyudi, 2012).

2.4.2 Analisis Menggunakan Koordinat Polar Untuk Sistem Potensial Listrik Geometri Campuran Kartesian – Polar

Sistem potensial listrik dengan geometri campuran kartesian – polar dianalisa dengan menggunakan pendekatan polar. Untuk penelitian ini hanya dibatasi pada pengaruh jumlah titik data syarat batas pada pendekatan polar. Ada beberapa tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini yaitu melakukan perhitungan analitik dalam koordinat campuran kartesian – polar, menentukan syarat batas untuk pendekatan polar, menghitung potensial listrik dengan pendekatan polar pada masing – masing jumlah titik data syarat batas dan membandingkannya dengan hasil perhitungannya secara langsung. Berdasarkan penelitian ini pendekatan polar untuk sistem geometri campuran kartesian – polar yang sangat berbeda dengan nilainya bila dihitung secara langsung. Dari penelitian ini juga diperoleh bahwa empat macam variasi jumlah titik data syarat batas yaitu 360,720,1080,dan 1440 ternyata tidak terlalu berpengaruh pada nilai selisih potensial listrik pendekatan polar dan perhitungan langsung (M. Najik, 2012).

BAB 3 METODOLOGI

Dalam bab ini akan dibahas mengenai langkah-langkah penelitian dan metode yang akan digunakan dalam penelitian Tugas Akhir ini. Didalam proses perhitungannya menggunakan aplikasi program matlab.

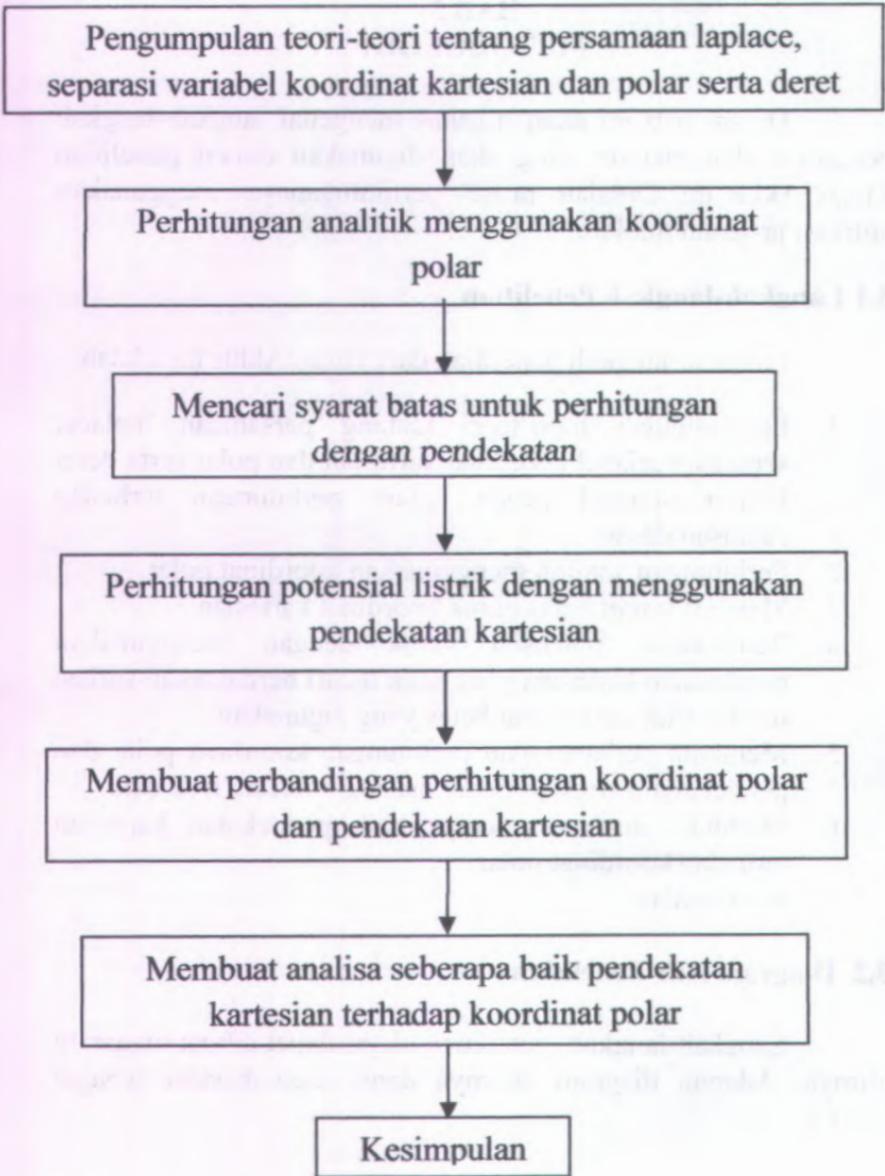
3.1 Langkah-langkah Penelitian

Langkah-langkah penelitian dari Tugas Akhir ini adalah:

1. Pengumpulan teori-teori tentang persamaan laplace, separasi variabel koordinat kartesian dan polar serta deret fourier sebagai acuan dalam perhitungan terhadap rumusan dasar.
2. Perhitungan analitik menggunakan koordinat polar.
3. Mencari syarat batas untuk koordinat kartesian.
4. Perhitungan potensial listrik dengan menggunakan pendekatan kartesian yang akan dicari berdasarkan variasi jumlah titik data syarat batas yang digunakan.
5. Membuat perbandingan perhitungan koordinat polar dan pendekatan kartesian untuk masing –masing titik data.
6. Membuat analisa seberapa baik pendekatan kartesian terhadap koordinat polar.
7. Kesimpulan

3.2 Diagram Alir Penelitian

Langkah-langkah penelitian diatas dapat dibuat diagram alirnya. Adapun diagram alairnya dapat digambarkan sebagai berikut :



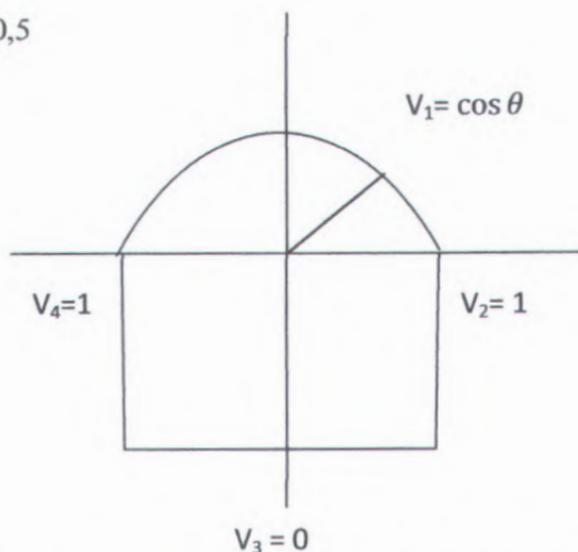
Gambar 3.1 Diagram alir penelitian

BAB IV ANALISA DATA DAN PEMBAHASAN

4.1 Potensial Listrik Sistem yang diteliti

Didalam kasus ini, akan dihitung nilai potensial pada sebuah sistem dengan geometri polar seperti gambar di bawah ini :

$$r = 0,5$$



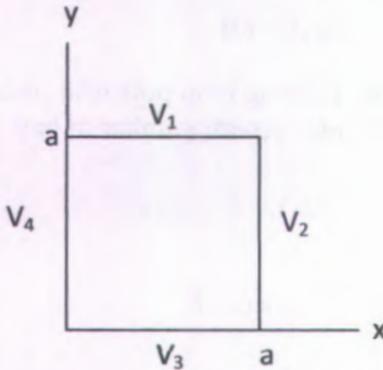
Gambar 4.1 Geometri Sistem dan Syarat Batas Potensial Listriknya

Dalam menghitung potensial pada sistem di atas dapat digunakan solusi umumnya yaitu :

$$\Phi_{total} = \Phi_{polar} + \Phi_{katesian\ kanan} + \Phi_{kartesian\ kiri} \quad (4.1)$$

Pada koordinat kartesian dimisalkan mempunyai panjang $x = a$ dan $y = b$ dengan V (potensial listrik) pada setiap sisinya

yaitu $V_{k1} = 1$ pada sisi samping kanan, $V_{k2} = -1$ pada sisi bawah $V_3 = 0$. Seperti pada Gambar 4.2 dibawah ini :



Gambar 4.2 Potensial Listrik dalam Koordinat Kartesian

Pada perumusan persamaan potensial listrik diatas dapat ditinjau satu persatu dari setiap sisinya dan setiap sisi lainnya dianggap $V = 0$. Berikut ini uraian dari setiap sisi :

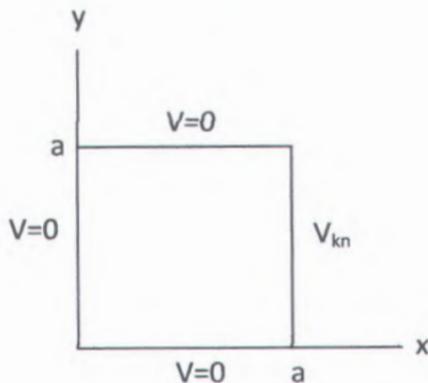
1. Tinjau dari sisi kanan (ϕ_{kn})

Persamaan potensial listrik dengan sisi atas $x = a$ sebagai berikut :

$$\Phi(x,y) = \sum_{n=\text{ganjil}}^{\infty} \frac{4}{n\pi \sinh n\pi} \sin \frac{n\pi}{a} x \sinh \frac{n\pi}{a} y \quad (4.2)$$

Sehingga dalam koordinat polar menjadi :

$$\Phi(x,y) = \sum_{n=\text{ganjil}}^{\infty} \frac{4}{n\pi \sinh n\pi} \sin \frac{n\pi}{a} (r \cos \theta) \sinh \frac{n\pi}{a} r \sin \theta \quad (4.3)$$



Gambar 4.3 Potensial Listrik ditinjau dari sisi kanan (V_{kn})

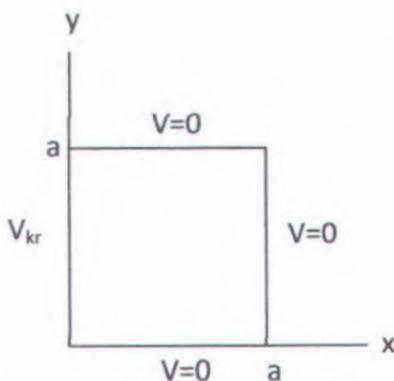
2. Tinjauan dari sisi kiri (Φ_{kr})

Persamaan potensial listrik dengan sisi kanan $x=a$ sebagai berikut :

$$\Phi(x,y) = \sum_{n=\text{ganjil}}^{\infty} \frac{4}{n\pi \sinh n\pi} (-1)^n \sin \frac{n\pi}{a} x \sinh \frac{n\pi}{a} y \quad (4.4)$$

Sehingga dalam koordinat polar menjadi :

$$\Phi(x,y) = \sum_{n=\text{ganjil}}^{\infty} \frac{4}{n\pi \sinh n\pi} (-1)^n \sin \frac{n\pi}{a} (r \cos \theta) \sinh \frac{n\pi}{a} r \sin \theta \quad (4.5)$$

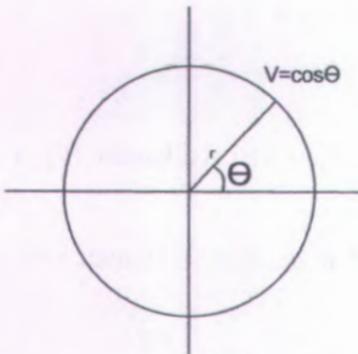


Gambar 4.4 Potensial Listrik ditinjau dari sisi kiri (V_{kr})



3. Tinjauan dari sisi atas (Φ_{polar})

Untuk meninjau potensial listrik sisi atas dapat dihitung dengan menggunakan koordinat polar. Maka persamaan potensial listrik dengan sisi kanan $V = \cos \theta$ adalah :



Gambar 4.5 Potensial Listrik ditinjau dari sisi atas (V_{polar})

Persamaan potensial listrik dengan sisi kiri, $x=0$ sebagai berikut :

$$\Phi(r, \theta) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta) r^n \quad (4.6)$$

Untuk Tugas Akhir ini hanya dibatasi sampai suku fourier ke tiga maka hanya dihitung nilai A_0 , A_1 , A_2 , A_3 , B_1 , B_2 , dan B_3 yang akan digunakan dalam rumus koordinat polar dengan persamaan sebagai berikut :

$$A_0 = \frac{1}{n} \int_0^{2\pi} V(\theta) d\theta \quad (4.7)$$

$$r^n A_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \cos n\theta d\theta \Rightarrow A_n = \frac{1}{\pi r^n} \int_0^{2\pi} V(\theta) \cos n\theta d\theta \quad (4.8)$$

$$r^n B_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \sin n\theta d\theta \Rightarrow B_n = \frac{1}{\pi r^n} \int_0^{2\pi} V(\theta) \sin n\theta d\theta$$

(4.9)

Maka didapatkan nilai –nilai konstanta seperti dibawah ini :

$$A_0 = 0$$

$$A_1 = 1$$

$$A_2 = 0$$

$$A_3 = 0$$

$$B_1 = 0$$

$$B_2 = 1,699$$

$$B_3 = 0$$

Setelah nilai konstanta didapatkan maka persamaan potensial polarnya adalah :

$$\begin{aligned} \phi_{\text{polar}}(r, \theta) &= A_1 r \cos \theta + B_2 r^2 \sin 2\theta \\ &= r \cos \theta + 1,699 r^2 \sin 2\theta \end{aligned} \quad (4.10)$$

Sehingga persamaan potensial totalnya adalah :

$$\phi_{\text{total}} = \phi_{\text{polar}} + \phi_{kn} + \phi_{kr} \quad (4.11)$$

Dimana :

$$\phi_{\text{polar}} = r \cos \theta + 1,699 r^2 \sin 2\theta \quad (4.11 \text{ a})$$

$$\begin{aligned} \Phi(x, y) &= \sum_{n=\text{ganjil}}^{\infty} \frac{4}{n\pi \sinh n\pi} \sin \frac{n\pi}{a} (r \cos \theta) \sinh \frac{n\pi}{a} r \sin \theta \\ & \quad (4.11 \text{ b}) \end{aligned}$$

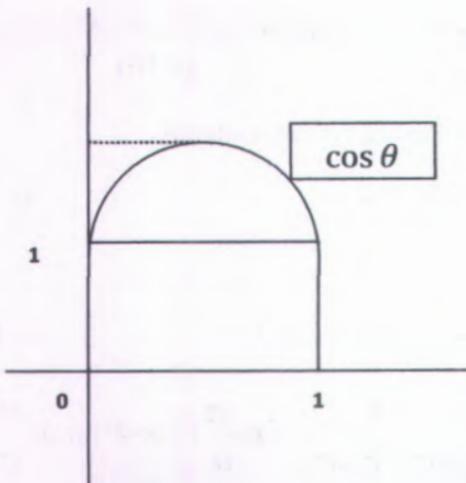
$$\Phi(x,y) = \sum_{n=\text{ganjil}}^{\infty} \frac{4}{n\pi \sinh n\pi} (-1)^n \sin \frac{n\pi}{a} (r \cos \theta) \sinh \frac{n\pi}{a} r \sin \theta$$

(4.11 c)

Dari persamaan 4.11, 4.11 a, 4.11 b, 4.11 c dapat dibuat program MATLAB nya dengan jari- jari 0,5 (lampiran A no 1, 2, 3, dan 4). Sehingga didapatkan nilai potensial totalnya ϕ nya (lampiran B no 1, 2, 3, dan 4).

4.2 Perhitungan Langsung Potensial Listrik

Dalam memudahkan untuk menganalisa dapat dilakukan translasi kotak potensial ke tengah-tengah sumbu koordinat sehingga menjadi



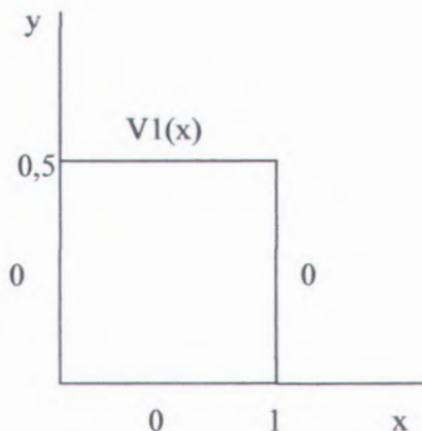
Gambar 4.6 perhitungan potensial langsung

Dalam gambar 4.6 adalah gambar sistem potensial listrik yang telah ditranslasi.

Untuk kasus ini, potensial listrik dalam koordinat kartesian mempunyai panjang $x = 1$ dan $y = 0,5$. Sedangkan V (potensial) dalam setiap sisinya adalah sisi atas = V_1 , sisi samping kanan = V_2 , sisi bawah = V_3 , dan sisi samping kiri = V_4 . Untuk mendapatkan persamaan potensial listrik dengan pendekatan kartesian dapat dicari satu persatu dari setiap sisinya. Jika yang ditinjau sisi atas V_1 maka sisi yang lainnya $V = 0$.

4.2.1 Perhitungan Potensial atas (V_1)

Untuk menghitung potensial atas (V_1) dapat dicari dengan sisi – sisi yang lain dibuat 0 (nol). Adapun di tinjau dari sisi atas (V_1)



Gambar 4.7 Potensial Listrik ditinjau dari sisi atas (V_1)

Pada sisi atas, $y = 0,5$ maka persamaan potensial listriknya :

$$\Phi_1(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n \sin \frac{n\pi x}{a} \left(\cosh \frac{n\pi(b-y)}{a} - \coth \frac{n\pi b}{a} \sin \frac{n\pi(b-y)}{a} \right) \quad (4.12)$$

Untuk nilai konstanta γ_n dihitung dengan menggunakan deret fourier dan di batasi sampai 10 suku. Adapun persamaan untuk mencari nilai γ_n sebagai berikut :

$$\gamma_n = \frac{2}{a} \int_0^a V_1(x, a) \sin \frac{n\pi x}{a} dx \quad (4.13)$$

$$\gamma_1 = \frac{2}{a} \int_0^a V_1(x, a) \sin \frac{\pi x}{a} dx \quad (4.13a)$$

$$\gamma_2 = \frac{2}{a} \int_0^a V_1(x, a) \sin \frac{2\pi x}{a} dx \quad (4.13b)$$

$$\gamma_3 = \frac{2}{a} \int_0^a V_1(x, a) \sin \frac{3\pi x}{a} dx \quad (4.13c)$$

$$\gamma_4 = \frac{2}{a} \int_0^a V_1(x, a) \sin \frac{4\pi x}{a} dx \quad (4.13d)$$

$$\gamma_5 = \frac{2}{a} \int_0^a V_1(x, a) \sin \frac{5\pi x}{a} dx \quad (4.13e)$$

$$\gamma_6 = \frac{2}{a} \int_0^a V_1(x, a) \sin \frac{6\pi x}{a} dx \quad (4.13f)$$

$$\gamma_7 = \frac{2}{a} \int_0^a V_1(x, a) \sin \frac{7\pi x}{a} dx \quad (4.13g)$$

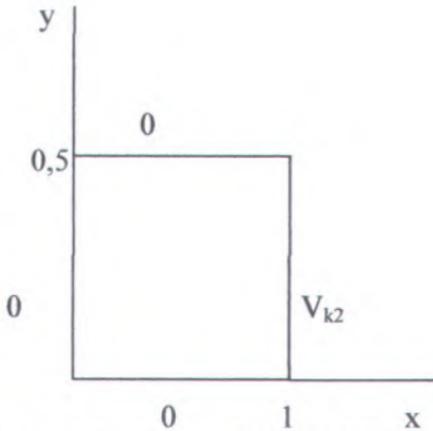
$$\gamma_8 = \frac{2}{a} \int_0^a V_1(x, a) \sin \frac{8\pi x}{a} dx \quad (4.13h)$$

$$\gamma_9 = \frac{2}{a} \int_0^a V_1(x, a) \sin \frac{9\pi x}{a} dx \quad (4.13i)$$

$$\gamma_{10} = \frac{2}{a} \int_0^a V_1(x, a) \sin \frac{10\pi x}{a} dx \quad (4.13j)$$

4.2.2 Perhitungan Potensial Sisi Kanan (V_2)

Untuk menghitung potensial atas (V_2) dapat dicari dengan sisi – sisi yang lain dibuat 0 (nol). Adapun di tinjau dari sisi atas (V_2)



Gambar 4.8 Potensial Listrik ditinjau dari sisi kanan

Pada sisi samping kanan, $x = a = 1$, persamaan potensialnya adalah :

$$\Phi_2(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n \sin \frac{n\pi y}{b} \left(\cosh \frac{n\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{n\pi a}{b} \sinh \frac{n\pi(a-x)}{b} \right) \quad (4.14)$$

Untuk nilai konstanta γ_n dihitung dengan menggunakan deret fourier dan di batasi sampai 10 suku. Adapun persamaan untuk mencari nilai γ_n sebagai berikut :

$$\gamma_n = \frac{2}{b} \int_0^a V_2(a, y) \sin \frac{n\pi y}{b} dy \quad (4.15)$$

$$\gamma_1 = \frac{2}{b} \int_0^a V_2(a, y) \sin \frac{\pi y}{b} dy \quad (4.15a)$$

$$\gamma_2 = \frac{2}{b} \int_0^a V_2(a, y) \sin \frac{2\pi y}{b} dy \quad (4.15b)$$

$$\gamma_3 = \frac{2}{b} \int_0^a V_2(a, y) \sin \frac{3\pi y}{b} dy \quad (4.15c)$$

$$\gamma_4 = \frac{2}{b} \int_0^a V_2(a, y) \sin \frac{4\pi y}{b} dy \quad (4.15d)$$

$$\gamma_5 = \frac{2}{b} \int_0^a V_2(a, y) \sin \frac{5\pi y}{b} dy \quad (4.15e)$$

$$\gamma_6 = \frac{2}{b} \int_0^a V_2(a, y) \sin \frac{6\pi y}{b} dy \quad (4.15f)$$

$$\gamma_7 = \frac{2}{b} \int_0^a V_2(a, y) \sin \frac{7\pi y}{b} dy \quad (4.15g)$$

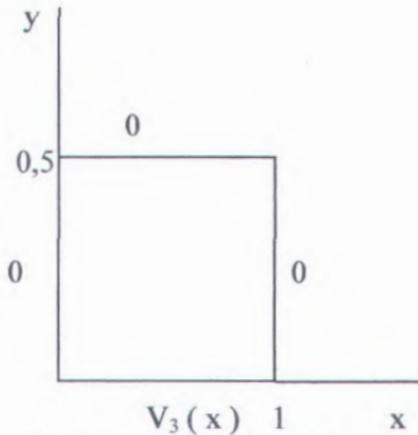
$$\gamma_8 = \frac{2}{b} \int_0^a V_2(a, y) \sin \frac{8\pi y}{b} dy \quad (4.15h)$$

$$\gamma_9 = \frac{2}{b} \int_0^a V_2(a, y) \sin \frac{9\pi y}{b} dy \quad (4.15i)$$

$$\gamma_{10} = \frac{2}{b} \int_0^a V_2(a, y) \sin \frac{10\pi y}{b} dy \quad (4.15j)$$

4.2.3 Perhitungan Potensial Sisi Bawah

Untuk menghitung potensial atas (V_3) dapat dicari dengan sisi – sisi yang lain dibuat 0 (nol). Adapun di tinjau dari sisi atas (V_3)



Gambar 4.9 Potensial Listrik ditinjau dari sisi bawah (V_3)

Pada sisi samping kanan, $y = 0$, persamaan potensialnya adalah :

$$\Phi_3(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n \sin \frac{n\pi x}{a} \left(\cosh \frac{n\pi y}{a} - \coth \frac{n\pi b}{a} \sinh \frac{n\pi y}{a} \right) \quad (4.16)$$

Untuk nilai konstanta γ_n dihitung dengan menggunakan deret fourier dan di batasi sampai 10 suku. Adapun persamaan untuk mencari nilai γ_n sebagai berikut :

$$\gamma_n = \frac{2}{a} \int_0^a V_3(x, 0) \sin \frac{n\pi x}{a} dx \quad (4.17)$$

$$\gamma_1 = \frac{2}{a} \int_0^a V_3(x, 0) \sin \frac{1\pi x}{a} dx \quad (4.17a)$$

$$\gamma_2 = \frac{2}{a} \int_0^a V_3(x, 0) \sin \frac{2\pi x}{a} dx \quad (4.17b)$$

$$\gamma_3 = \frac{2}{a} \int_0^a V_3(x, 0) \sin \frac{3\pi x}{a} dx \quad (4.17c)$$

$$\gamma_4 = \frac{2}{a} \int_0^a V_3(x, 0) \sin \frac{4\pi x}{a} dx \quad (4.17d)$$

$$\gamma_5 = \frac{2}{a} \int_0^a V_3(x, 0) \sin \frac{5\pi x}{a} dx \quad (4.17e)$$

$$\gamma_6 = \frac{2}{a} \int_0^a V_3(x, 0) \sin \frac{6\pi x}{a} dx \quad (4.17f)$$

$$\gamma_7 = \frac{2}{a} \int_0^a V_3(x, 0) \sin \frac{7\pi x}{a} dx \quad (4.17g)$$

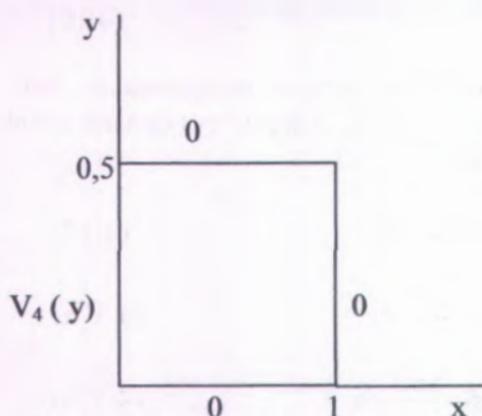
$$\gamma_8 = \frac{2}{a} \int_0^a V_3(x, 0) \sin \frac{8\pi x}{a} dx \quad (4.17h)$$

$$\gamma_9 = \frac{2}{a} \int_0^a V_3(x, 0) \sin \frac{9\pi x}{a} dx \quad (4.17i)$$

$$\gamma_{10} = \frac{2}{a} \int_0^a V_3(x, 0) \sin \frac{10\pi x}{a} dx \quad (4.17j)$$

4.2.4 Perhitungan Potensial Sisi Kiri

Untuk menghitung potensial atas (V_4) dapat dicari dengan sisi – sisi yang lain dibuat 0 (nol). Adapun di tinjau dari sisi atas (V_4)



Gambar 4.10 Potensial Listrik ditinjau dari kiri (V_4)

Pada sisi samping kanan, $x = 0$, persamaan potensialnya adalah :

$$\Phi_4(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n \sin \frac{n\pi y}{b} \left(\cosh \frac{n\pi x}{b} - \coth \frac{n\pi a}{b} \sinh \frac{n\pi x}{b} \right)$$

(4.18)

Untuk nilai konstanta γ_n dihitung dengan menggunakan deret fourier dan di batasi sampai 10 suku. Adapun persamaan untuk mencari nilai γ_n sebagai berikut :

$$\gamma_n = \frac{2}{b} \int_0^a V_4(0, y) \sin \frac{n\pi y}{b} dy$$

(4.19)

$$\gamma_1 = \frac{2}{b} \int_0^a V_4(0, y) \sin \frac{\pi y}{b} dy$$

(4.19a)

$$\gamma_2 = \frac{2}{b} \int_0^a V_4(0, y) \sin \frac{2\pi y}{b} dy$$

(4.19b)

$$\gamma_3 = \frac{2}{b} \int_0^a V_4(0, y) \sin \frac{3\pi y}{b} dy$$

(4.19c)

$$\gamma_4 = \frac{2}{b} \int_0^a V_4(0, y) \sin \frac{4\pi y}{b} dy$$

(4.19d)

$$\gamma_5 = \frac{2}{b} \int_0^a V_4(0, y) \sin \frac{5\pi y}{b} dy$$

(4.19e)

$$\gamma_6 = \frac{2}{b} \int_0^a V_4(0, y) \sin \frac{6\pi y}{b} dy \quad (4.19f)$$

$$\gamma_7 = \frac{2}{b} \int_0^a V_4(0, y) \sin \frac{7\pi y}{b} dy \quad (4.19g)$$

$$\gamma_8 = \frac{2}{b} \int_0^a V_4(0, y) \sin \frac{8\pi y}{b} dy \quad (4.19h)$$

$$\gamma_9 = \frac{2}{b} \int_0^a V_4(0, y) \sin \frac{9\pi y}{b} dy \quad (4.19i)$$

$$\gamma_{10} = \frac{2}{b} \int_0^a V_4(0, y) \sin \frac{10\pi y}{b} dy \quad (4.19j)$$

Sehingga potensial listrik adalah superposisi dari keempat potensial tersebut. Jadi fungsi potensial sistemnya adalah :

$$\Phi(x, y) = \Phi_1(x, y) + \Phi_2(x, y) + \Phi_3(x, y) + \Phi_4(x, y) \quad (4.20)$$

4.3 Penentuan Fungsi Potensial Pendekatan Kartesian

Untuk menganalisa data dapat dilakukan dengan menentukan jumlah titik data yang benar agar hasil metode analisa kartesian tepat atau setidaknya mendekati dengan hasil koordinat polar. Untuk menganalisa menggunakan 6 titik data yang berbeda. Adapun 6 titik data dimulai titik 15, 30, 60, 120, 240, dan 480 titik data. Titik data yang dimaksud adalah

kumpulan titik-titik di sepanjang tinjauan sisi pada gambar yang akan ditentukan potensial listriknya. Adapun jumlah titik data yang digunakan untuk menghitung nilai koefisien γ_n dibatasi sampai pendekatan 10 suku fourier.

Untuk meninjau permukaan kotak dapat digunakan nilai $a = 1$ dan $b = 0,5$ sehingga akan didapatkan nilai konstanta γ_n . Setelah mendapatkan nilai konstanta γ_n dapat dimasukkan kedalam persamaan (4.20) dan dapat dibuat program MATLAB nya. Sehingga akan didapatkan nilai potensial dari pendekatan kartesian untuk 6 titik data tersebut.

4.3.1 Potensial Listrik Untuk 15 titik data

Dari persamaan (4.13a – 4.13j , 4.15a – 4.15j , 4.17a – 4.17j , 4.19a – 4.19j) kemudian dapat dibuat program MATLAB nya (lampiran A no 5 - 44) dengan menggunakan kaidah trapesium maka akan didapatkan nilai γ_1 sampai γ_{10} sebagai berikut :

Tinjauan sisi atas :

$$\begin{aligned}\gamma_1 &= 0,2297 \\ \gamma_2 &= -9,6982 \times 10^{-17} \approx 0 \\ \gamma_3 &= 0,2494 \\ \gamma_4 &= -3,1132 \times 10^{-17} \approx 0 \\ \gamma_5 &= 0,1001 \\ \gamma_6 &= -7,6303 \times 10^{-17} \approx 0 \\ \gamma_7 &= 0,0814 \\ \gamma_8 &= -2,5256 \times 10^{-17} \approx 0 \\ \gamma_9 &= 0,0444 \\ \gamma_{10} &= 7,7602 \times 10^{-17} \approx 0\end{aligned}$$

Kemudian konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.12) sehingga menjadi :

$$\begin{aligned}
\Phi_{1(x,y)} = & 0,297 \sin \frac{\pi x}{a} \left(\cosh \frac{\pi(b-y)}{a} - \coth \frac{\pi b}{a} \sinh \frac{\pi(b-y)}{a} \right) + \\
& 0,2494 \sin \frac{3\pi x}{a} \left(\cosh \frac{3\pi(b-y)}{a} - \right. \\
& \left. \coth \frac{3\pi b}{a} \sinh \frac{3\pi(b-y)}{a} \right) + \\
& 0,1001 \sin \frac{5\pi x}{a} \left(\cosh \frac{5\pi(b-y)}{a} - \right. \\
& \left. \coth \frac{5\pi b}{a} \sinh \frac{5\pi(b-y)}{a} \right) + \\
& 0,0814 \sin \frac{7\pi x}{a} \left(\cosh \frac{7\pi(b-y)}{a} - \right. \\
& \left. \coth \frac{7\pi b}{a} \sinh \frac{7\pi(b-y)}{a} \right) + \\
& 0,0444 \sin \frac{9\pi x}{a} \left(\cosh \frac{9\pi(b-y)}{a} - \right. \\
& \left. \coth \frac{9\pi b}{a} \sinh \frac{9\pi(b-y)}{a} \right)
\end{aligned}
\tag{4.21}$$

Tinjauan sisi kanan :

$$\begin{aligned}
\gamma_1 &= 1,4731 \\
\gamma_2 &= -0,5635 \\
\gamma_3 &= 0,5118 \\
\gamma_4 &= -0,3193 \\
\gamma_5 &= 0,3355 \\
\gamma_6 &= -0,2751 \\
\gamma_7 &= 0,2785 \\
\gamma_8 &= -0,2785 \\
\gamma_9 &= 0,2751 \\
\gamma_{10} &= -0,3355
\end{aligned}$$

Kemudian konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.14) sehingga menjadi :

$$\Phi_{2(x,y)} = 1,4731 \sin \frac{\pi x}{b} \left(\cosh \frac{\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{\pi a}{b} \sinh \frac{\pi(a-x)}{b} \right) -$$

$$\begin{aligned}
& 0,5635 \sin \frac{2\pi x}{b} \left(\cosh \frac{2\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{2\pi a}{b} \sinh \frac{2\pi(a-x)}{b} \right) + \\
& 0,5118 \sin \frac{3\pi x}{b} \left(\cosh \frac{3\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{3\pi a}{b} \sinh \frac{3\pi(a-x)}{b} \right) - \\
& 0,3193 \sin \frac{4\pi x}{b} \left(\cosh \frac{4\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{4\pi a}{b} \sinh \frac{4\pi(a-x)}{b} \right) + \\
& 0,3355 \sin \frac{5\pi x}{b} \left(\cosh \frac{5\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{5\pi a}{b} \sinh \frac{5\pi(a-x)}{b} \right) - \\
& 0,2751 \sin \frac{6\pi x}{b} \left(\cosh \frac{6\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{6\pi a}{b} \sinh \frac{6\pi(a-x)}{b} \right) + \\
& 0,2785 \sin \frac{7\pi x}{b} \left(\cosh \frac{7\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{7\pi a}{b} \sinh \frac{7\pi(a-x)}{b} \right) - \\
& 0,2785 \sin \frac{8\pi x}{b} \left(\cosh \frac{8\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{8\pi a}{b} \sinh \frac{8\pi(a-x)}{b} \right) + \\
& 0,2751 \sin \frac{9\pi x}{b} \left(\cosh \frac{9\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{9\pi a}{b} \sinh \frac{9\pi(a-x)}{b} \right) - \\
& 0,3355 \sin \frac{10\pi x}{b} \left(\cosh \frac{10\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{10\pi a}{b} \sinh \frac{10\pi(a-x)}{b} \right)
\end{aligned}$$

(4.22)

Tinjauan sisi bawah :

$$\begin{aligned}
 \gamma_1 &= 0,2297 \\
 \gamma_2 &= 0,5325 \\
 \gamma_3 &= 0,2494 \\
 \gamma_4 &= 0,2542 \\
 \gamma_5 &= 0,1001 \\
 \gamma_6 &= 0,1558 \\
 \gamma_7 &= 0,0814 \\
 \gamma_8 &= 0,1019 \\
 \gamma_9 &= 0,0444 \\
 \gamma_{10} &= 0,0653
 \end{aligned}$$

Kemudian konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.16) sehingga menjadi :

$$\begin{aligned}
 \Phi_{3(x,y)} &= 0,2297 \sin \frac{\pi x}{a} \left(\cosh \frac{\pi y}{a} - \coth \frac{\pi b}{a} \sinh \frac{\pi y}{a} \right) - \\
 & 0,5325 \sin \frac{2\pi x}{a} \left(\cosh \frac{2\pi y}{a} - \coth \frac{2\pi b}{a} \sinh \frac{2\pi y}{a} \right) + \\
 & 0,2494 \sin \frac{3\pi x}{a} \left(\cosh \frac{3\pi y}{a} - \coth \frac{3\pi b}{a} \sinh \frac{3\pi y}{a} \right) - \\
 & 0,2542 \sin \frac{4\pi x}{a} \left(\cosh \frac{4\pi y}{a} - \coth \frac{4\pi b}{a} \sinh \frac{4\pi y}{a} \right) + \\
 & 0,1001 \sin \frac{5\pi x}{a} \left(\cosh \frac{5\pi y}{a} - \coth \frac{5\pi b}{a} \sinh \frac{5\pi y}{a} \right) + \\
 & 0,1558 \sin \frac{6\pi x}{a} \left(\cosh \frac{6\pi y}{a} - \coth \frac{6\pi b}{a} \sinh \frac{6\pi y}{a} \right) + \\
 & 0,0814 \sin \frac{7\pi x}{a} \left(\cosh \frac{7\pi y}{a} - \coth \frac{7\pi b}{a} \sinh \frac{7\pi y}{a} \right) + \\
 & 0,1019 \sin \frac{8\pi x}{a} \left(\cosh \frac{8\pi y}{a} - \coth \frac{8\pi b}{a} \sinh \frac{8\pi y}{a} \right) + \\
 & 0,0444 \sin \frac{9\pi x}{a} \left(\cosh \frac{9\pi y}{a} - \coth \frac{9\pi b}{a} \sinh \frac{9\pi y}{a} \right) -
 \end{aligned}$$

$$\coth \frac{9\pi b}{a} \sinh \frac{9\pi(y)}{a} + 0,0653 \sin \frac{10\pi b}{a} \left(\cosh \frac{10\pi(y)}{a} - \coth \frac{10\pi b}{a} \sinh \frac{10\pi(y)}{a} \right) \quad (4.23)$$

Tinjauan sisi kiri :

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= 0,3715 \\ \gamma_2 &= 0,5084 \\ \gamma_3 &= 0,3105 \\ \gamma_4 &= 0,2038 \\ \gamma_5 &= 0,1307 \\ \gamma_6 &= 0,0735 \\ \gamma_7 &= 0,0238 \\ \gamma_8 &= -0,0238 \\ \gamma_9 &= -0,0735 \\ \gamma_{10} &= -0,1307 \end{aligned}$$

Kemudian konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.18) sehingga menjadi :

$$\begin{aligned} \Phi_{4(x,y)} &= 0,3715 \sin \frac{\pi y}{b} \left(\cosh \frac{\pi x}{b} - \coth \frac{\pi a}{b} \sinh \frac{\pi x}{b} \right) + \\ &0,5084 \sin \frac{2\pi y}{b} \left(\cosh \frac{2\pi x}{b} - \coth \frac{2\pi a}{b} \sinh \frac{2\pi x}{b} \right) + \\ &0,3105 \sin \frac{3\pi y}{b} \left(\cosh \frac{3\pi x}{b} - \coth \frac{3\pi a}{b} \sinh \frac{3\pi x}{b} \right) + \\ &0,2038 \sin \frac{4\pi y}{b} \left(\cosh \frac{4\pi x}{b} - \coth \frac{4\pi a}{b} \sinh \frac{4\pi x}{b} \right) + \\ &0,1307 \sin \frac{5\pi y}{b} \left(\cosh \frac{5\pi x}{b} - \coth \frac{5\pi a}{b} \sinh \frac{5\pi x}{b} \right) + 0,0735 \sin \frac{6\pi y}{b} \left(\cosh \frac{6\pi x}{b} - \coth \frac{6\pi a}{b} \sinh \frac{6\pi x}{b} \right) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 0,0238 \sin \frac{7\pi y}{b} \left(\cosh \frac{7\pi x}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{7\pi a}{b} \sinh \frac{7\pi x}{b} \right) - 0,0238 \sin \frac{8\pi y}{b} \left(\cosh \frac{8\pi x}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{8\pi a}{b} \sinh \frac{8\pi x}{b} \right) - \\
& 0,0735 \sin \frac{9\pi y}{b} \left(\cosh \frac{9\pi(x)}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{9\pi a}{b} \sinh \frac{9\pi(x)}{b} \right) - 0,1307 \sin \frac{10\pi y}{b} \left(\cosh \frac{10\pi(x)}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{10\pi a}{b} \sinh \frac{10\pi(x)}{b} \right)
\end{aligned}
\tag{4.24}$$

Kemudian persamaan (4.21, 4.22, 4.23, dan 4.24) dijumlahkan dan dibuat program MATLAB nya (lampiran A no 45) sehingga didapatkan nilai V-nya (lampiran B no 5, 6, 7, dan 8).

4.3.2 Potensial Listrik untuk 30 titik data

Dari persamaan (4.13a – 4.13j , 4.15a – 4.15j , 4.17a – 4.17j , 4.19a – 4.19j) kemudian dapat dibuat program MATLAB nya (lampiran) dengan menggunakan kaidah trapesium maka akan didapatkan nilai γ_1 sampai γ_{10} sebagai berikut :

Tinjau sisi atas :

$$\begin{aligned}
\gamma_1 &= 0,2304 \\
\gamma_2 &= -1,3453 \times 10^{-16} \approx 0 \\
\gamma_3 &= 0,2559 \\
\gamma_4 &= -5,9975 \times 10^{-17} \approx 0 \\
\gamma_5 &= 0,1078 \\
\gamma_6 &= -1,0477 \times 10^{-16} \approx 0 \\
\gamma_7 &= 0,0955 \\
\gamma_8 &= 1,3277 \times 10^{-17} \approx 0 \\
\gamma_9 &= 0,06 \\
\gamma_{10} &= -5,6078 \times 10^{-17} \approx 0
\end{aligned}$$

Kemudian konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.12) sehingga menjadi :

$$\begin{aligned}
\Phi_{1(x,y)} = & 0,2304 \sin \frac{\pi x}{a} \left(\cosh \frac{\pi(b-y)}{a} - \coth \frac{\pi b}{a} \sinh \frac{\pi(b-y)}{a} \right) + \\
& 0,2559 \sin \frac{3\pi x}{a} \left(\cosh \frac{3\pi(b-y)}{a} - \coth \frac{3\pi b}{a} \sinh \frac{3\pi(b-y)}{a} \right) + \\
& 0,1078 \sin \frac{5\pi x}{a} \left(\cosh \frac{5\pi(b-y)}{a} - \coth \frac{5\pi b}{a} \sinh \frac{5\pi(b-y)}{a} \right) + \\
& 0,0955 \sin \frac{7\pi x}{a} \left(\cosh \frac{7\pi(b-y)}{a} - \coth \frac{7\pi b}{a} \sinh \frac{7\pi(b-y)}{a} \right) + \\
& 0,06 \sin \frac{9\pi x}{a} \left(\cosh \frac{9\pi(b-y)}{a} - \coth \frac{9\pi b}{a} \sinh \frac{9\pi(b-y)}{a} \right)
\end{aligned}
\tag{4.25}$$

Tinjauan sisi kanan :

$$\begin{aligned}
\gamma_1 &= 1,4612 \\
\gamma_2 &= -0,5325 \\
\gamma_3 &= 0,4750 \\
\gamma_4 &= -0,2542 \\
\gamma_5 &= 0,2702 \\
\gamma_6 &= -0,1558 \\
\gamma_7 &= 0,1766 \\
\gamma_8 &= -0,1019 \\
\gamma_9 &= 0,1193 \\
\gamma_{10} &= -0,0653
\end{aligned}$$

Kemudian konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.14) sehingga menjadi :

$$\begin{aligned}
\Phi_{2(x,r)} = & 1,4612 \sin \frac{\pi x}{b} \left(\cosh \frac{\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{\pi a}{b} \sinh \frac{\pi(a-x)}{b} \right) - \\
& 0,5325 \sin \frac{2\pi x}{b} \left(\cosh \frac{2\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{2\pi a}{b} \sinh \frac{2\pi(a-x)}{b} \right) + \\
& 0,4750 \sin \frac{3\pi x}{b} \left(\cosh \frac{3\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{3\pi a}{b} \sinh \frac{3\pi(a-x)}{b} \right) - \\
& 0,2542 \sin \frac{4\pi x}{b} \left(\cosh \frac{4\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{4\pi a}{b} \sinh \frac{4\pi(a-x)}{b} \right) + \\
& 0,2702 \sin \frac{5\pi x}{b} \left(\cosh \frac{5\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{5\pi a}{b} \sinh \frac{5\pi(a-x)}{b} \right) - \\
& 0,1558 \sin \frac{6\pi x}{b} \left(\cosh \frac{6\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{6\pi a}{b} \sinh \frac{6\pi(a-x)}{b} \right) + \\
& 0,1766 \sin \frac{7\pi x}{b} \left(\cosh \frac{7\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{7\pi a}{b} \sinh \frac{7\pi(a-x)}{b} \right) - \\
& 0,1019 \sin \frac{8\pi x}{b} \left(\cosh \frac{8\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{8\pi a}{b} \sinh \frac{8\pi(a-x)}{b} \right) +
\end{aligned}$$

$$0,0822 \sin \frac{9\pi x}{b} \left(\cosh \frac{9\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{9\pi a}{b} \sinh \frac{9\pi(a-x)}{b} \right) -$$

$$0,0653 \sin \frac{10\pi x}{b} \left(\cosh \frac{10\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{10\pi a}{b} \sinh \frac{10\pi(a-x)}{b} \right)$$

(4.26)

Tinjauan sisi bawah :

$$\gamma_1 = 0,2304$$

$$\gamma_2 = 0,5384$$

$$\gamma_3 = 0,2559$$

$$\gamma_4 = 0,2662$$

$$\gamma_5 = 0,1078$$

$$\gamma_6 = 0,1742$$

$$\gamma_7 = 0,0955$$

$$\gamma_8 = 0,1271$$

$$\gamma_9 = 0,06$$

$$\gamma_{10} = 0,098$$

Kemudian konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.16) sehingga menjadi :

$$\begin{aligned} \Phi_{3(x,y)} = & 0,2304 \sin \frac{\pi x}{a} \left(\cosh \frac{\pi y}{a} - \coth \frac{\pi b}{a} \sinh \frac{\pi y}{a} \right) + \\ & 0,5384 \sin \frac{2\pi x}{a} \left(\cosh \frac{2\pi y}{a} - \coth \frac{2\pi b}{a} \sinh \frac{2\pi y}{a} \right) + \\ & 0,2559 \sin \frac{3\pi x}{a} \left(\cosh \frac{3\pi y}{a} - \coth \frac{3\pi b}{a} \sinh \frac{3\pi y}{a} \right) + \\ & 0,2662 \sin \frac{4\pi x}{a} \left(\cosh \frac{4\pi y}{a} - \coth \frac{4\pi b}{a} \sinh \frac{4\pi y}{a} \right) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 0,1078 \sin \frac{5\pi b}{a} \left(\cosh \frac{5\pi y}{a} - \right. \\
& \left. \coth \frac{5\pi b}{a} \sinh \frac{5\pi y}{a} \right) + 0,1742 \sin \frac{6\pi b}{a} \left(\cosh \frac{6\pi y}{a} - \right. \\
& \left. \coth \frac{6\pi b}{a} \sinh \frac{6\pi y}{a} \right) + \\
& 0,0955 \sin \frac{7\pi b}{a} \left(\cosh \frac{7\pi y}{a} - \right. \\
& \left. \coth \frac{7\pi b}{a} \sinh \frac{7\pi y}{a} \right) + 0,1271 \sin \frac{8\pi b}{a} \left(\cosh \frac{8\pi y}{a} - \right. \\
& \left. \coth \frac{8\pi b}{a} \sinh \frac{8\pi y}{a} \right) + 0,06 \sin \frac{9\pi b}{a} \left(\cosh \frac{9\pi(y)}{a} - \right. \\
& \left. \coth \frac{9\pi b}{a} \sinh \frac{9\pi(y)}{a} \right) + 0,098 \sin \frac{10\pi b}{a} \left(\cosh \frac{10\pi(y)}{a} - \right. \\
& \left. \coth \frac{10\pi b}{a} \sinh \frac{10\pi(y)}{a} \right)
\end{aligned}
\tag{4.27}$$

Tinjauan sisi kiri :

$$\begin{aligned}
\gamma_1 &= 0,3834 \\
\gamma_2 &= 0,5325 \\
\gamma_3 &= 0,3472 \\
\gamma_4 &= 0,2542 \\
\gamma_5 &= 0,1960 \\
\gamma_6 &= 0,1558 \\
\gamma_7 &= 0,1257 \\
\gamma_8 &= 0,1019 \\
\gamma_9 &= 0,0822 \\
\gamma_{10} &= 0,0653
\end{aligned}$$

Kemudian konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.18) sehingga menjadi :

$$\begin{aligned}
\phi_{4(x,y)} &= 0,3834 \sin \frac{\pi y}{b} \left(\cosh \frac{\pi x}{b} - \coth \frac{\pi a}{b} \sinh \frac{\pi x}{b} \right) + \\
& 0,5325 \sin \frac{2\pi y}{b} \left(\cosh \frac{2\pi x}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{2\pi a}{b} \sinh \frac{2\pi x}{b} \right) + \\
& 0,3472 \sin \frac{3\pi y}{b} \left(\cosh \frac{3\pi x}{b} - \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \coth \frac{3\pi a}{b} \sinh \frac{3\pi x}{b} + \\
& 0,2542 \sin \frac{4\pi y}{b} \left(\cosh \frac{4\pi x}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{4\pi a}{b} \sinh \frac{4\pi x}{b} \right) + \\
& 0,1960 \sin \frac{5\pi y}{b} \left(\cosh \frac{5\pi x}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{5\pi a}{b} \sinh \frac{5\pi x}{b} \right) + 0,1558 \sin \frac{6\pi y}{b} \left(\cosh \frac{6\pi x}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{6\pi a}{b} \sinh \frac{6\pi x}{b} \right) + \\
& 0,1257 \sin \frac{7\pi y}{b} \left(\cosh \frac{7\pi x}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{7\pi a}{b} \sinh \frac{7\pi x}{b} \right) + 0,1019 \sin \frac{8\pi y}{b} \left(\cosh \frac{8\pi x}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{8\pi a}{b} \sinh \frac{8\pi x}{b} \right) + \\
& 0,0822 \sin \frac{9\pi y}{b} \left(\cosh \frac{9\pi(x)}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{9\pi a}{b} \sinh \frac{9\pi(x)}{b} \right) + 0,0653 \sin \frac{10\pi y}{b} \left(\cosh \frac{10\pi(x)}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{10\pi a}{b} \sinh \frac{10\pi(x)}{b} \right)
\end{aligned}
\tag{4.28}$$

Kemudian persamaan (4.25, 4.26, 4.27, dan 4.28) dijumlahkan dan dibuat program MATLAB nya (lampiran A no 46) sehingga didapatkan nilai V-nya (lampiran B no 9, 10, 11, dan 12).

4.3.3 Potensial Listrik untuk 60 titik data

Dari persamaan (4.13a – 4.13j , 4.15a – 4.15j , 4.17a – 4.17j , 4.19a – 4.19j) kemudian dapat dibuat program MATLAB nya (lampiran) dengan menggunakan kaidah trapesium maka akan didapatkan nilai γ_1 sampai γ_{10} sebagai berikut :

Tinjauan sisi atas :

$$\gamma_1 = 0,2311$$

$$\gamma_2 = 3,1576 \times 10^{-16} \approx 0$$

$$\gamma_3 = 0,2569$$

$$\gamma_4 = 4,2177 \times 10^{-17} \approx 0$$

$$\gamma_5 = 0,1103$$

$$\gamma_6 = -1,4398 \times 10^{-16} \approx 0$$

$$\gamma_7 = 0,0983$$

$$\gamma_8 = -2,8109 \times 10^{-17} \approx 0$$

$$\gamma_9 = 0,0643$$

$$\gamma_{10} = -3,7103 \times 10^{-16} \approx 0$$

Kemudian konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.12) sehingga menjadi :

$$\begin{aligned} \Phi_{1(x,y)} = & 0,2311 \sin \frac{\pi x}{a} \left(\cosh \frac{\pi(b-y)}{a} - \coth \frac{\pi b}{a} \sinh \frac{\pi(b-y)}{a} \right) + \\ & 0,2569 \sin \frac{3\pi x}{a} \left(\cosh \frac{3\pi(b-y)}{a} - \coth \frac{3\pi b}{a} \sinh \frac{3\pi(b-y)}{a} \right) + \\ & 0,1103 \sin \frac{5\pi x}{a} \left(\cosh \frac{5\pi(b-y)}{a} - \coth \frac{5\pi b}{a} \sinh \frac{5\pi(b-y)}{a} \right) + \\ & 0,0983 \sin \frac{7\pi x}{a} \left(\cosh \frac{7\pi(b-y)}{a} - \coth \frac{7\pi b}{a} \sinh \frac{7\pi(b-y)}{a} \right) + \\ & 0,0643 \sin \frac{9\pi x}{a} \left(\cosh \frac{9\pi(b-y)}{a} - \coth \frac{9\pi b}{a} \sinh \frac{9\pi(b-y)}{a} \right) \end{aligned}$$

(4.29)

Tinjauan sisi kanan :

$$\gamma_1 = 1,4648$$

$$\gamma_2 = -0,5384$$

$$\gamma_3 = 0,4858$$

$$\gamma_4 = -0,2662$$

$$\gamma_5 = 0,2884$$

$$\gamma_6 = -0,1742$$

$$\gamma_7 = 0,2027$$

$$\gamma_8 = -0,1271$$

$$\gamma_9 = 0,1542$$

$$\gamma_{10} = -0,098$$

Kemudian konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.14) sehingga menjadi :

$$\begin{aligned} \Phi_{2(x,y)} = & 1,4648 \sin \frac{\pi x}{b} \left(\cosh \frac{\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{\pi a}{b} \sinh \frac{\pi(a-x)}{b} \right) - \\ & 0,5384 \sin \frac{2\pi x}{b} \left(\cosh \frac{2\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{2\pi a}{b} \sinh \frac{2\pi(a-x)}{b} \right) + \\ & 0,4858 \sin \frac{3\pi a}{b} \left(\cosh \frac{3\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{3\pi a}{b} \sinh \frac{3\pi(a-x)}{b} \right) - \\ & 0,2662 \sin \frac{4\pi a}{b} \left(\cosh \frac{4\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{4\pi a}{b} \sinh \frac{4\pi(a-x)}{b} \right) + \\ & 0,2884 \sin \frac{5\pi a}{b} \left(\cosh \frac{5\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{5\pi a}{b} \sinh \frac{5\pi(a-x)}{b} \right) - 0,1742 \sin \frac{6\pi x}{b} \left(\cosh \frac{6\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{6\pi a}{b} \sinh \frac{6\pi(a-x)}{b} \right) + \\ & 0,2027 \sin \frac{7\pi a}{b} \left(\cosh \frac{7\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{7\pi a}{b} \sinh \frac{7\pi(a-x)}{b} \right) - \\ & 0,1271 \sin \frac{8\pi x}{b} \left(\cosh \frac{8\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{8\pi a}{b} \sinh \frac{8\pi(a-x)}{b} \right) + \\ & 0,1542 \sin \frac{9\pi a}{b} \left(\cosh \frac{9\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{9\pi a}{b} \sinh \frac{9\pi(a-x)}{b} \right) - \\ & 0,098 \sin \frac{10\pi a}{b} \left(\cosh \frac{10\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{10\pi a}{b} \sinh \frac{10\pi(a-x)}{b} \right) \end{aligned} \quad (4.30)$$

Tinjauan sisi bawah :

$$\gamma_1 = 0,2311$$

$$\gamma_2 = 0,5399$$

$$\gamma_3 = 0,2569$$

$$\gamma_4 = 0,2692$$

$$\gamma_5 = 0,1103$$

$$\gamma_6 = 0,1786$$

$$\gamma_7 = 0,0983$$

$$\gamma_8 = 0,1331$$

$$\gamma_9 = 0,0643$$

$$\gamma_{10} = 0,1056$$

Kemudian konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.16) sehingga menjadi :

$$\begin{aligned} \Phi_{3(x,y)} = & 0,2311 \sin \frac{\pi x}{a} \left(\cosh \frac{\pi y}{a} - \coth \frac{\pi b}{a} \sinh \frac{\pi y}{a} \right) + \\ & 0,5399 \sin \frac{2\pi x}{a} \left(\cosh \frac{2\pi y}{a} - \coth \frac{2\pi b}{a} \sinh \frac{2\pi y}{a} \right) + \\ & 0,2569 \sin \frac{3\pi x}{a} \left(\cosh \frac{3\pi y}{a} - \coth \frac{3\pi b}{a} \sinh \frac{3\pi y}{a} \right) + \\ & 0,2692 \sin \frac{4\pi x}{a} \left(\cosh \frac{4\pi y}{a} - \coth \frac{4\pi b}{a} \sinh \frac{4\pi y}{a} \right) + \\ & 0,1103 \sin \frac{5\pi x}{a} \left(\cosh \frac{5\pi y}{a} - \coth \frac{5\pi b}{a} \sinh \frac{5\pi y}{a} \right) + \\ & 0,1786 \sin \frac{6\pi x}{a} \left(\cosh \frac{6\pi y}{a} - \coth \frac{6\pi b}{a} \sinh \frac{6\pi y}{a} \right) + \\ & 0,0983 \sin \frac{7\pi x}{a} \left(\cosh \frac{7\pi y}{a} - \coth \frac{7\pi b}{a} \sinh \frac{7\pi y}{a} \right) + \\ & 0,1331 \sin \frac{8\pi x}{a} \left(\cosh \frac{8\pi y}{a} - \coth \frac{8\pi b}{a} \sinh \frac{8\pi y}{a} \right) + \\ & 0,0643 \sin \frac{9\pi x}{a} \left(\cosh \frac{9\pi y}{a} - \coth \frac{9\pi b}{a} \sinh \frac{9\pi y}{a} \right) \end{aligned}$$

$$\coth \frac{9\pi b}{a} \sinh \frac{9\pi(y)}{a} + 0,1056 \sin \frac{10\pi b}{a} \left(\cosh \frac{10\pi(y)}{a} - \coth \frac{10\pi b}{a} \sinh \frac{10\pi(y)}{a} \right) \quad (4.31)$$

Tinjauan sisi kiri :

$$\gamma_1 = 0,3864$$

$$\gamma_2 = 0,5384$$

$$\gamma_3 = 0,3562$$

$$\gamma_4 = 0,2662$$

$$\gamma_5 = 0,2112$$

$$\gamma_6 = 0,1742$$

$$\gamma_7 = 0,1474$$

$$\gamma_8 = 0,1271$$

$$\gamma_9 = 0,1111$$

$$\gamma_{10} = 0,098$$

Kemudian konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.18) sehingga menjadi :

$$\begin{aligned} \Phi_{4(x,y)} = & 0,3864 \sin \frac{\pi y}{b} \left(\cosh \frac{\pi x}{b} - \coth \frac{\pi a}{b} \sinh \frac{\pi x}{b} \right) + \\ & 0,5384 \sin \frac{2\pi y}{b} \left(\cosh \frac{2\pi x}{b} - \coth \frac{2\pi a}{b} \sinh \frac{2\pi x}{b} \right) + \\ & 0,3562 \sin \frac{3\pi y}{b} \left(\cosh \frac{3\pi x}{b} - \coth \frac{3\pi a}{b} \sinh \frac{3\pi x}{b} \right) + \\ & 0,2662 \sin \frac{4\pi y}{b} \left(\cosh \frac{4\pi x}{b} - \coth \frac{4\pi a}{b} \sinh \frac{4\pi x}{b} \right) + \\ & 0,2112 \sin \frac{5\pi y}{b} \left(\cosh \frac{5\pi x}{b} - \coth \frac{5\pi a}{b} \sinh \frac{5\pi x}{b} \right) + \\ & 0,1742 \sin \frac{6\pi y}{b} \left(\cosh \frac{6\pi x}{b} - \coth \frac{6\pi a}{b} \sinh \frac{6\pi x}{b} \right) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 0,1474 \sin \frac{7\pi y}{b} \left(\cosh \frac{7\pi x}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{7\pi a}{b} \sinh \frac{7\pi x}{b} \right) + 0,1271 \sin \frac{8\pi y}{b} \left(\cosh \frac{8\pi x}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{8\pi a}{b} \sinh \frac{8\pi x}{b} \right) + \\
& 0,1111 \sin \frac{9\pi y}{b} \left(\cosh \frac{9\pi(x)}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{9\pi a}{b} \sinh \frac{9\pi(x)}{b} \right) + 0,098 \sin \frac{10\pi y}{b} \left(\cosh \frac{10\pi(x)}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{10\pi a}{b} \sinh \frac{10\pi(x)}{b} \right) \quad (4.32)
\end{aligned}$$

Kemudian persamaan (4.29, 4.30, 4.31, dan 4.32) dijumlahkan dan dibuat program MATLAB nya (lampiran A no 47) sehingga didapatkan nilai V-nya (lampiran B no 13, 14, 15, dan 16).

4.3.4 Potensial Listrik untuk 120 titik data

Dari persamaan (4.13a – 4.13j , 4.15a – 4.15j , 4.17a – 4.17j , 4.19a – 4.19j) kemudian dapat dibuat program MATLAB nya (lampiran) dengan menggunakan kaidah trapesium maka akan didapatkan nilai γ_1 sampai γ_{10} sebagai berikut :

Tinjau sisi atas :

$$\gamma_1 = 0,2313$$

$$\gamma_2 = -8,3363 \times 10^{-16} \approx 0$$

$$\gamma_3 = 0,2572$$

$$\gamma_4 = -2,2767 \times 10^{-16} \approx 0$$

$$\gamma_5 = 0,1109$$

$$\gamma_6 = -2,3783 \times 10^{-16} \approx 0$$

$$\gamma_7 = 0,0990$$

$$\gamma_8 = -1,5836 \times 10^{-17} \approx 0$$

$$\gamma_9 = 0,0654$$

$$\gamma_{10} = -4,3961 \times 10^{-17} \approx 0$$

Kemudian konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.12) sehingga menjadi :

$$\begin{aligned}
\Phi_{1(x,y)} = & 0,2313 \sin \frac{\pi x}{a} \left(\cosh \frac{\pi(b-y)}{a} - \coth \frac{\pi b}{a} \sinh \frac{\pi(b-y)}{a} \right) + \\
& 0,2572 \sin \frac{3\pi x}{a} \left(\cosh \frac{3\pi(b-y)}{a} - \coth \frac{3\pi b}{a} \sinh \frac{3\pi(b-y)}{a} \right) + \\
& 0,1109 \sin \frac{5\pi x}{a} \left(\cosh \frac{5\pi(b-y)}{a} - \coth \frac{5\pi b}{a} \sinh \frac{5\pi(b-y)}{a} \right) + \\
& 0,099 \sin \frac{7\pi x}{a} \left(\cosh \frac{7\pi(b-y)}{a} - \coth \frac{7\pi b}{a} \sinh \frac{7\pi(b-y)}{a} \right) + \\
& 0,0654 \sin \frac{9\pi x}{a} \left(\cosh \frac{9\pi(b-y)}{a} - \coth \frac{9\pi b}{a} \sinh \frac{9\pi(b-y)}{a} \right)
\end{aligned} \tag{4.33}$$

Tinjauan sisi kanan :

$$\begin{aligned}
\gamma_1 &= 1,4656 \\
\gamma_2 &= -0,5399 \\
\gamma_3 &= 0,4883 \\
\gamma_4 &= -0,2692 \\
\gamma_5 &= 0,2926 \\
\gamma_6 &= -0,1786 \\
\gamma_7 &= 0,2086 \\
\gamma_8 &= -0,1331 \\
\gamma_9 &= 0,1619 \\
\gamma_{10} &= -0,1056
\end{aligned}$$

Kemudian konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.14) sehingga menjadi :

$$\Phi_{2(x,y)} = 1,4731 \sin \frac{\pi x}{b} \left(\cosh \frac{\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{\pi a}{b} \sinh \frac{\pi(a-x)}{b} \right) -$$

$$\begin{aligned}
& 0,5399 \sin \frac{2\pi x}{b} \left(\cosh \frac{2\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{2\pi a}{b} \sinh \frac{2\pi(a-x)}{b} \right) + \\
& 0,4833 \sin \frac{3\pi x}{b} \left(\cosh \frac{3\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{3\pi a}{b} \sinh \frac{3\pi(a-x)}{b} \right) - \\
& 0,2692 \sin \frac{4\pi x}{b} \left(\cosh \frac{4\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{4\pi a}{b} \sinh \frac{4\pi(a-x)}{b} \right) + \\
& 0,2926 \sin \frac{5\pi x}{b} \left(\cosh \frac{5\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{5\pi a}{b} \sinh \frac{5\pi(a-x)}{b} \right) - \\
& 0,1786 \sin \frac{6\pi x}{b} \left(\cosh \frac{6\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{6\pi a}{b} \sinh \frac{6\pi(a-x)}{b} \right) + \\
& 0,2086 \sin \frac{7\pi x}{b} \left(\cosh \frac{7\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{7\pi a}{b} \sinh \frac{7\pi(a-x)}{b} \right) - \\
& 0,1331 \sin \frac{8\pi x}{b} \left(\cosh \frac{8\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{8\pi a}{b} \sinh \frac{8\pi(a-x)}{b} \right) + \\
& 0,1619 \sin \frac{9\pi x}{b} \left(\cosh \frac{9\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{9\pi a}{b} \sinh \frac{9\pi(a-x)}{b} \right) - \\
& 0,1056 \sin \frac{10\pi x}{b} \left(\cosh \frac{10\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{10\pi a}{b} \sinh \frac{10\pi(a-x)}{b} \right)
\end{aligned}$$

(4.34)

Tinjauan sisi bawah :

$$\gamma_1 = 0,2313$$

$$\gamma_2 = 0,5403$$

$$\gamma_3 = 0,2572$$

$$\gamma_4 = 0,2699$$

$$\gamma_5 = 0,1109$$

$$\gamma_6 = 0,1798$$

$$\gamma_7 = 0,099$$

$$\gamma_8 = 0,1346$$

$$\gamma_9 = 0,0654$$

$$\gamma_{10} = 0,1075$$

Kemudian konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.16) sehingga menjadi :

$$\begin{aligned} \Phi_{3(x,y)} = & 0,2313 \sin \frac{\pi x}{a} \left(\cosh \frac{\pi y}{a} - \coth \frac{\pi b}{a} \sinh \frac{\pi y}{a} \right) + \\ & 0,5403 \sin \frac{2\pi x}{a} \left(\cosh \frac{2\pi y}{a} - \coth \frac{2\pi b}{a} \sinh \frac{2\pi y}{a} \right) + \\ & 0,2572 \sin \frac{3\pi x}{a} \left(\cosh \frac{3\pi y}{a} - \coth \frac{3\pi b}{a} \sinh \frac{3\pi y}{a} \right) + \\ & 0,2699 \sin \frac{4\pi x}{a} \left(\cosh \frac{4\pi y}{a} - \coth \frac{4\pi b}{a} \sinh \frac{4\pi y}{a} \right) + \\ & 0,1109 \sin \frac{5\pi x}{a} \left(\cosh \frac{5\pi y}{a} - \coth \frac{5\pi b}{a} \sinh \frac{5\pi y}{a} \right) + \\ & 0,1798 \sin \frac{6\pi x}{a} \left(\cosh \frac{6\pi y}{a} - \coth \frac{6\pi b}{a} \sinh \frac{6\pi y}{a} \right) + \\ & 0,099 \sin \frac{7\pi x}{a} \left(\cosh \frac{7\pi y}{a} - \coth \frac{7\pi b}{a} \sinh \frac{7\pi y}{a} \right) + \\ & 0,1346 \sin \frac{8\pi x}{a} \left(\cosh \frac{8\pi y}{a} - \coth \frac{8\pi b}{a} \sinh \frac{8\pi y}{a} \right) + \\ & 0,0654 \sin \frac{9\pi x}{a} \left(\cosh \frac{9\pi y}{a} - \coth \frac{9\pi b}{a} \sinh \frac{9\pi y}{a} \right) \end{aligned}$$



$$\coth \frac{9\pi b}{a} \sinh \frac{9\pi(y)}{a} + 0,1075 \sin \frac{10\pi b}{a} \left(\cosh \frac{10\pi(y)}{a} - \coth \frac{10\pi b}{a} \sinh \frac{10\pi(y)}{a} \right) \quad (4.35)$$

Tinjauan sisi kiri :

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= 0,3871 \\ \gamma_2 &= 0,5399 \\ \gamma_3 &= 0,3584 \\ \gamma_4 &= 0,2692 \\ \gamma_5 &= 0,214 \\ \gamma_6 &= 0,1786 \\ \gamma_7 &= 0,1527 \\ \gamma_8 &= 0,1331 \\ \gamma_9 &= 0,1179 \\ \gamma_{10} &= 0,1056 \end{aligned}$$

Kemudian konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.18) sehingga menjadi :

$$\begin{aligned} \Phi_{4(x,y)} &= 0,3871 \sin \frac{\pi y}{b} \left(\cosh \frac{\pi x}{b} - \coth \frac{\pi a}{b} \sinh \frac{\pi x}{b} \right) + \\ &0,5399 \sin \frac{2\pi y}{b} \left(\cosh \frac{2\pi x}{b} - \coth \frac{2\pi a}{b} \sinh \frac{2\pi x}{b} \right) + \\ &0,3584 \sin \frac{3\pi y}{b} \left(\cosh \frac{3\pi x}{b} - \coth \frac{3\pi a}{b} \sinh \frac{3\pi x}{b} \right) + \\ &0,2692 \sin \frac{4\pi y}{b} \left(\cosh \frac{4\pi x}{b} - \coth \frac{4\pi a}{b} \sinh \frac{4\pi x}{b} \right) + \\ &0,2149 \sin \frac{5\pi y}{b} \left(\cosh \frac{5\pi x}{b} - \coth \frac{5\pi a}{b} \sinh \frac{5\pi x}{b} \right) + \\ &0,1786 \sin \frac{6\pi y}{b} \left(\cosh \frac{6\pi x}{b} - \coth \frac{6\pi a}{b} \sinh \frac{6\pi x}{b} \right) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 0,1527 \sin \frac{7\pi y}{b} \left(\cosh \frac{7\pi x}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{7\pi a}{b} \sinh \frac{7\pi x}{b} \right) + 0,1331 \sin \frac{8\pi y}{b} \left(\cosh \frac{8\pi x}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{8\pi a}{b} \sinh \frac{8\pi x}{b} \right) + \\
& 0,1179 \sin \frac{9\pi y}{b} \left(\cosh \frac{9\pi(x)}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{9\pi a}{b} \sinh \frac{9\pi(x)}{b} \right) + 0,1056 \sin \frac{10\pi y}{b} \left(\cosh \frac{10\pi(x)}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{10\pi a}{b} \sinh \frac{10\pi(x)}{b} \right)
\end{aligned}
\tag{4.36}$$

Kemudian persamaan (4.33, 4.34, 4.35, dan 4.36) dijumlahkan dan dibuat program MATLAB nya (lampiran A no 48) sehingga didapatkan nilai V-nya (lampiran B no 17, 18, 19, dan 20).

4.3.5 Potensial Listrik untuk 240 titik data

Dari persamaan (4.13a – 4.13j , 4.15a – 4.15j , 4.17a – 4.17j , 4.19a – 4.19j) kemudian dapat dibuat program MATLAB nya (lampiran) dengan menggunakan kaidah trapesium maka akan didapatkan nilai γ_1 sampai γ_{10} sebagai berikut :

Tinjauan sisi atas :

$$\begin{aligned}
\gamma_1 &= 0,2313 \\
\gamma_2 &= -7,3239 \times 10^{-16} \approx 0 \\
\gamma_3 &= 0,2572 \\
\gamma_4 &= -6,9844 \times 10^{-16} \approx 0 \\
\gamma_5 &= 0,1111 \\
\gamma_6 &= -1,6818 \times 10^{-16} \approx 0 \\
\gamma_7 &= 0,0992 \\
\gamma_8 &= 9,8573 \times 10^{-17} \approx 0 \\
\gamma_9 &= 0,0656 \\
\gamma_{10} &= -4,8643 \times 10^{-18} \approx 0
\end{aligned}$$

Kemudian konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.12) sehingga menjadi :

$$\begin{aligned}
\Phi_{1(x,y)} = & 0,2313 \sin \frac{\pi x}{a} \left(\cosh \frac{\pi(b-y)}{a} - \coth \frac{\pi b}{a} \sinh \frac{\pi(b-y)}{a} \right) + \\
& 0,2572 \sin \frac{3\pi x}{a} \left(\cosh \frac{3\pi(b-y)}{a} - \coth \frac{3\pi b}{a} \sinh \frac{3\pi(b-y)}{a} \right) + \\
& 0,1111 \sin \frac{5\pi x}{a} \left(\cosh \frac{5\pi(b-y)}{a} - \coth \frac{5\pi b}{a} \sinh \frac{5\pi(b-y)}{a} \right) + \\
& 0,0992 \sin \frac{7\pi x}{a} \left(\cosh \frac{7\pi(b-y)}{a} - \coth \frac{7\pi b}{a} \sinh \frac{7\pi(b-y)}{a} \right) + \\
& 0,0656 \sin \frac{9\pi x}{a} \left(\cosh \frac{9\pi(b-y)}{a} - \coth \frac{9\pi b}{a} \sinh \frac{9\pi(b-y)}{a} \right)
\end{aligned} \tag{4.37}$$

Tinjauan sisi kanan :

$$\begin{aligned}
\gamma_1 &= 1,4658 \\
\gamma_2 &= -0,5403 \\
\gamma_3 &= 0,4888 \\
\gamma_4 &= -0,2699 \\
\gamma_5 &= 0,2935 \\
\gamma_6 &= -0,1798 \\
\gamma_7 &= 0,2098 \\
\gamma_8 &= -0,1346 \\
\gamma_9 &= 0,1634 \\
\gamma_{10} &= -0,1075
\end{aligned}$$

Kemudian konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.14) sehingga menjadi :

$$\begin{aligned}
\Phi_{2(x,y)} = & 1,4658 \sin \frac{\pi x}{b} \left(\cosh \frac{\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{\pi a}{b} \sinh \frac{\pi(a-x)}{b} \right) - \\
& 0,5403 \sin \frac{2\pi x}{b} \left(\cosh \frac{2\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{2\pi a}{b} \sinh \frac{2\pi(a-x)}{b} \right) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 0,4888 \sin \frac{3\pi a}{b} \left(\cosh \frac{3\pi(a-x)}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{3\pi a}{b} \sinh \frac{3\pi(a-x)}{b} \right) - \\
& 0,2699 \sin \frac{4\pi a}{b} \left(\cosh \frac{4\pi(a-x)}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{4\pi a}{b} \sinh \frac{4\pi(a-x)}{b} \right) + \\
& 0,2935 \sin \frac{5\pi a}{b} \left(\cosh \frac{5\pi(a-x)}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{5\pi a}{b} \sinh \frac{5\pi(a-x)}{b} \right) - 0,1798 \sin \frac{6\pi x}{b} \left(\cosh \frac{6\pi(a-x)}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{6\pi a}{b} \sinh \frac{6\pi(a-x)}{b} \right) + \\
& 0,2098 \sin \frac{7\pi a}{b} \left(\cosh \frac{7\pi(a-x)}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{7\pi a}{b} \sinh \frac{7\pi(a-x)}{b} \right) - \\
& 0,1346 \sin \frac{8\pi x}{b} \left(\cosh \frac{8\pi(a-x)}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{8\pi a}{b} \sinh \frac{8\pi(a-x)}{b} \right) + \\
& 0,1634 \sin \frac{9\pi a}{b} \left(\cosh \frac{9\pi(a-x)}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{9\pi a}{b} \sinh \frac{9\pi(a-x)}{b} \right) - \\
& 0,1075 \sin \frac{10\pi a}{b} \left(\cosh \frac{10\pi(a-x)}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{10\pi a}{b} \sinh \frac{10\pi(a-x)}{b} \right)
\end{aligned}
\tag{4.38}$$

Tinjauan sisi bawah :

$$\gamma_1 = 0,2313$$

$$\gamma_2 = 0,5403$$

$$\gamma_3 = 0,2572$$

$$\gamma_4 = 0,2701$$

$$\gamma_5 = 0,1111$$

$$\gamma_6 = 0,18$$

$$\gamma_7 = 0,0992$$

$$\gamma_8 = 0,135$$

$$\gamma_9 = 0,0656$$

$$\gamma_{10} = 0,1079$$

Kemudian konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.16) sehingga menjadi :

$$\begin{aligned} \Phi_{3(x,y)} = & 0,2313 \sin \frac{\pi x}{a} \left(\cosh \frac{\pi y}{a} - \coth \frac{\pi b}{a} \sinh \frac{\pi y}{a} \right) + \\ & 0,5403 \sin \frac{2\pi x}{a} \left(\cosh \frac{2\pi y}{a} - \coth \frac{2\pi b}{a} \sinh \frac{2\pi y}{a} \right) + \\ & 0,2572 \sin \frac{3\pi x}{a} \left(\cosh \frac{3\pi y}{a} - \coth \frac{3\pi b}{a} \sinh \frac{3\pi y}{a} \right) + \\ & 0,2701 \sin \frac{4\pi x}{a} \left(\cosh \frac{4\pi y}{a} - \coth \frac{4\pi b}{a} \sinh \frac{4\pi y}{a} \right) + \\ & 0,1111 \sin \frac{5\pi x}{a} \left(\cosh \frac{5\pi y}{a} - \coth \frac{5\pi b}{a} \sinh \frac{5\pi y}{a} \right) + 0,18 \sin \frac{6\pi x}{a} \left(\cosh \frac{6\pi y}{a} - \coth \frac{6\pi b}{a} \sinh \frac{6\pi y}{a} \right) + \\ & 0,0992 \sin \frac{7\pi x}{a} \left(\cosh \frac{7\pi y}{a} - \coth \frac{7\pi b}{a} \sinh \frac{7\pi y}{a} \right) + 0,135 \sin \frac{8\pi x}{a} \left(\cosh \frac{8\pi y}{a} - \coth \frac{8\pi b}{a} \sinh \frac{8\pi y}{a} \right) + \\ & 0,0656 \sin \frac{9\pi x}{a} \left(\cosh \frac{9\pi y}{a} - \coth \frac{9\pi b}{a} \sinh \frac{9\pi y}{a} \right) + 0,1079 \sin \frac{10\pi x}{a} \left(\cosh \frac{10\pi y}{a} - \coth \frac{10\pi b}{a} \sinh \frac{10\pi y}{a} \right) \end{aligned} \quad (4.39)$$

Tinjauan sisi kiri :

$$\gamma_1 = 0,3873$$

$$\gamma_2 = 0,5403$$

$$\gamma_3 = 0,359$$

$$\gamma_4 = 0,2699$$

$$\begin{aligned}\gamma_5 &= 0,2158 \\ \gamma_6 &= 0,1798 \\ \gamma_7 &= 0,154 \\ \gamma_8 &= 0,1346 \\ \gamma_9 &= 0,1195 \\ \gamma_{10} &= 0,1075\end{aligned}$$

Kemudian konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.18) sehingga menjadi :

$$\begin{aligned}\Phi_{4(x,y)} &= 0,3873 \sin \frac{\pi y}{b} \left(\cosh \frac{\pi x}{b} - \coth \frac{\pi a}{b} \sinh \frac{\pi x}{b} \right) + \\ &0,5403 \sin \frac{2\pi y}{b} \left(\cosh \frac{2\pi x}{b} - \coth \frac{2\pi a}{b} \sinh \frac{2\pi x}{b} \right) + \\ &0,359 \sin \frac{3\pi y}{b} \left(\cosh \frac{3\pi x}{b} - \coth \frac{3\pi a}{b} \sinh \frac{3\pi x}{b} \right) + \\ &0,2699 \sin \frac{4\pi y}{b} \left(\cosh \frac{4\pi x}{b} - \coth \frac{4\pi a}{b} \sinh \frac{4\pi x}{b} \right) + \\ &0,2158 \sin \frac{5\pi y}{b} \left(\cosh \frac{5\pi x}{b} - \coth \frac{5\pi a}{b} \sinh \frac{5\pi x}{b} \right) + \\ &0,1798 \sin \frac{6\pi y}{b} \left(\cosh \frac{6\pi x}{b} - \coth \frac{6\pi a}{b} \sinh \frac{6\pi x}{b} \right) + \\ &0,154 \sin \frac{7\pi y}{b} \left(\cosh \frac{7\pi x}{b} - \coth \frac{7\pi a}{b} \sinh \frac{7\pi x}{b} \right) + \\ &0,1346 \sin \frac{8\pi y}{b} \left(\cosh \frac{8\pi x}{b} - \coth \frac{8\pi a}{b} \sinh \frac{8\pi x}{b} \right) + \\ &0,1195 \sin \frac{9\pi y}{b} \left(\cosh \frac{9\pi(x)}{b} - \coth \frac{9\pi a}{b} \sinh \frac{9\pi(x)}{b} \right) + \\ &0,1075 \sin \frac{10\pi y}{b} \left(\cosh \frac{10\pi(x)}{b} - \coth \frac{10\pi a}{b} \sinh \frac{10\pi(x)}{b} \right) \quad (4.40)\end{aligned}$$

Kemudian persamaan (4.37, 4.38, 4.39, dan 4.40) dijumlahkan dan dibuat program MATLAB nya (lampiran A no 49) sehingga didapatkan nilai V-nya (lampiran B no 21, 22, 23, dan 24).

4.3.6 Potensial Listrik untuk 480 titik data

Dari persamaan (4.13a – 4.13j , 4.15a – 4.15j , 4.17a – 4.17j , 4.19a – 4.19j) kemudian dapat dibuat program MATLAB nya (lampiran) dengan menggunakan kaidah trapesium maka akan didapatkan nilai γ_1 sampai γ_{10} sebagai berikut :

Tinjauan sisi atas :

$$\gamma_1 = 0,2313$$

$$\gamma_2 = -3,5141 \times 10^{-16} \approx 0$$

$$\gamma_3 = 0,2572$$

$$\gamma_4 = -3,9844 \times 10^{-16} \approx 0$$

$$\gamma_5 = 0,1111$$

$$\gamma_6 = -4,9127 \times 10^{-16} \approx 0$$

$$\gamma_7 = 0,0992$$

$$\gamma_8 = -3,4123 \times 10^{-16} \approx 0$$

$$\gamma_9 = 0,0657$$

$$\gamma_{10} = -2,3650 \times 10^{-16} \approx 0$$

Kemudian konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.12) sehingga menjadi :

$$\begin{aligned} \Phi_{1(x,y)} = & 0,2313 \sin \frac{\pi x}{a} \left(\cosh \frac{\pi(b-y)}{a} - \coth \frac{\pi b}{a} \sinh \frac{\pi(b-y)}{a} \right) + \\ & 0,2572 \sin \frac{3\pi x}{a} \left(\cosh \frac{3\pi(b-y)}{a} - \coth \frac{3\pi b}{a} \sinh \frac{3\pi(b-y)}{a} \right) + \\ & 0,1111 \sin \frac{5\pi x}{a} \left(\cosh \frac{5\pi(b-y)}{a} - \coth \frac{5\pi b}{a} \sinh \frac{5\pi(b-y)}{a} \right) + \\ & 0,0992 \sin \frac{7\pi x}{a} \left(\cosh \frac{7\pi(b-y)}{a} - \coth \frac{7\pi b}{a} \sinh \frac{7\pi(b-y)}{a} \right) + \\ & 0,0657 \sin \frac{9\pi x}{a} \left(\cosh \frac{9\pi(b-y)}{a} - \coth \frac{9\pi b}{a} \sinh \frac{9\pi(b-y)}{a} \right) \end{aligned}$$

(4.41)

Tinjauan sisi kanan :

$$\begin{aligned}
 \gamma_1 &= 1,4657 \\
 \gamma_2 &= -0,5403 \\
 \gamma_3 &= 0,4886 \\
 \gamma_4 &= -0,2701 \\
 \gamma_5 &= 0,2932 \\
 \gamma_6 &= -0,18 \\
 \gamma_7 &= 0,2095 \\
 \gamma_8 &= -0,135 \\
 \gamma_9 &= 0,163 \\
 \gamma_{10} &= -0,1079
 \end{aligned}$$

Kemudian konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.14) sehingga menjadi :

$$\begin{aligned}
 \Phi_{2(x,y)} &= 1,4657 \sin \frac{\pi x}{b} \left(\cosh \frac{\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{\pi a}{b} \sinh \frac{\pi(a-x)}{b} \right) - \\
 & 0,5403 \sin \frac{2\pi x}{b} \left(\cosh \frac{2\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{2\pi a}{b} \sinh \frac{2\pi(a-x)}{b} \right) + \\
 & 0,4886 \sin \frac{3\pi a}{b} \left(\cosh \frac{3\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{3\pi a}{b} \sinh \frac{3\pi(a-x)}{b} \right) - \\
 & 0,2701 \sin \frac{4\pi x}{b} \left(\cosh \frac{4\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{4\pi a}{b} \sinh \frac{4\pi(a-x)}{b} \right) + \\
 & 0,2932 \sin \frac{5\pi a}{b} \left(\cosh \frac{5\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{5\pi a}{b} \sinh \frac{5\pi(a-x)}{b} \right) - 0,18 \sin \frac{6\pi x}{b} \left(\cosh \frac{6\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{6\pi a}{b} \sinh \frac{6\pi(a-x)}{b} \right) + \\
 & 0,2095 \sin \frac{7\pi a}{b} \left(\cosh \frac{7\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{7\pi a}{b} \sinh \frac{7\pi(a-x)}{b} \right) - 0,135 \sin \frac{8\pi x}{b} \left(\cosh \frac{8\pi(a-x)}{b} - \coth \frac{8\pi a}{b} \sinh \frac{8\pi(a-x)}{b} \right) -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \coth \frac{8\pi a}{b} \sinh \frac{8\pi(a-x)}{b} + \\
& 0,163 \sin \frac{9\pi a}{b} \left(\cosh \frac{9\pi(a-x)}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{9\pi a}{b} \sinh \frac{9\pi(a-x)}{b} \right) - \\
& 0,1079 \sin \frac{10\pi a}{b} \left(\cosh \frac{10\pi(a-x)}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{10\pi a}{b} \sinh \frac{10\pi(a-x)}{b} \right)
\end{aligned} \tag{4.42}$$

Tinjauan sisi bawah :

$$\gamma_1 = 0,2313$$

$$\gamma_2 = 0,5404$$

$$\gamma_3 = 0,2572$$

$$\gamma_4 = 0,2702$$

$$\gamma_5 = 0,1111$$

$$\gamma_6 = 0,1801$$

$$\gamma_7 = 0,0992$$

$$\gamma_8 = 0,1351$$

$$\gamma_9 = 0,0657$$

$$\gamma_{10} = 0,108$$

Kemudian konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.16) sehingga menjadi :

$$\begin{aligned}
\Phi_{3(x,y)} = & 0,2313 \sin \frac{\pi x}{a} \left(\cosh \frac{\pi y}{a} - \coth \frac{\pi b}{a} \sinh \frac{\pi y}{a} \right) + \\
& 0,5404 \sin \frac{2\pi x}{a} \left(\cosh \frac{2\pi y}{a} - \right. \\
& \left. \coth \frac{2\pi b}{a} \sinh \frac{2\pi y}{a} \right) + \\
& 0,2572 \sin \frac{3\pi x}{a} \left(\cosh \frac{3\pi y}{a} - \right. \\
& \left. \coth \frac{3\pi b}{a} \sinh \frac{3\pi y}{a} \right) + \\
& 0,2702 \sin \frac{4\pi x}{a} \left(\cosh \frac{4\pi y}{a} - \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \coth \frac{4\pi b}{a} \sinh \frac{4\pi y}{a} + \\
& 0,1111 \sin \frac{5\pi b}{a} \left(\cosh \frac{5\pi y}{a} - \right. \\
& \left. \coth \frac{5\pi b}{a} \sinh \frac{5\pi y}{a} \right) + 0,1801 \sin \frac{6\pi b}{a} \left(\cosh \frac{6\pi y}{a} - \right. \\
& \left. \coth \frac{6\pi b}{a} \sinh \frac{6\pi y}{a} \right) + \\
& 0,0992 \sin \frac{7\pi b}{a} \left(\cosh \frac{7\pi y}{a} - \right. \\
& \left. \coth \frac{7\pi b}{a} \sinh \frac{7\pi y}{a} \right) + 0,1351 \sin \frac{8\pi b}{a} \left(\cosh \frac{8\pi y}{a} - \right. \\
& \left. \coth \frac{8\pi b}{a} \sinh \frac{8\pi y}{a} \right) + \\
& 0,0657 \sin \frac{9\pi b}{a} \left(\cosh \frac{9\pi(y)}{a} - \right. \\
& \left. \coth \frac{9\pi b}{a} \sinh \frac{9\pi(y)}{a} \right) + 0,108 \sin \frac{10\pi b}{a} \left(\cosh \frac{10\pi(y)}{a} - \right. \\
& \left. \coth \frac{10\pi b}{a} \sinh \frac{10\pi(y)}{a} \right)
\end{aligned} \tag{4.43}$$

Tinjauan sisi kiri :

$$\begin{aligned}
\gamma_1 &= 0,3874 \\
\gamma_2 &= 0,5403 \\
\gamma_3 &= 0,359 \\
\gamma_4 &= 0,2701 \\
\gamma_5 &= 0,2161 \\
\gamma_6 &= 0,18 \\
\gamma_7 &= 0,1543 \\
\gamma_8 &= 0,135 \\
\gamma_9 &= 0,1199 \\
\gamma_{10} &= 0,1079
\end{aligned}$$

Kemudian konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.18) sehingga menjadi :

$$\begin{aligned}
\Phi_{4(x,y)} &= 0,3874 \sin \frac{\pi y}{b} \left(\cosh \frac{\pi x}{b} - \coth \frac{\pi a}{b} \sinh \frac{\pi x}{b} \right) + \\
& 0,5403 \sin \frac{2\pi y}{b} \left(\cosh \frac{2\pi x}{b} - \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \coth \frac{2\pi a}{b} \sinh \frac{2\pi x}{b} + 0,359 \sin \frac{3\pi y}{b} \left(\cosh \frac{3\pi x}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{3\pi a}{b} \sinh \frac{3\pi x}{b} \right) + \\
& 0,2701 \sin \frac{4\pi y}{b} \left(\cosh \frac{4\pi x}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{4\pi a}{b} \sinh \frac{4\pi x}{b} \right) + \\
& 0,2161 \sin \frac{5\pi y}{b} \left(\cosh \frac{5\pi x}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{5\pi a}{b} \sinh \frac{5\pi x}{b} \right) + 0,18 \sin \frac{6\pi y}{b} \left(\cosh \frac{6\pi x}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{6\pi a}{b} \sinh \frac{6\pi x}{b} \right) + \\
& 0,1543 \sin \frac{7\pi y}{b} \left(\cosh \frac{7\pi x}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{7\pi a}{b} \sinh \frac{7\pi x}{b} \right) + 0,135 \sin \frac{8\pi y}{b} \left(\cosh \frac{8\pi x}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{8\pi a}{b} \sinh \frac{8\pi x}{b} \right) + \\
& 0,1199 \sin \frac{9\pi y}{b} \left(\cosh \frac{9\pi(x)}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{9\pi a}{b} \sinh \frac{9\pi(x)}{b} \right) + 0,1079 \sin \frac{10\pi y}{b} \left(\cosh \frac{10\pi(x)}{b} - \right. \\
& \left. \coth \frac{10\pi a}{b} \sinh \frac{10\pi(x)}{b} \right)
\end{aligned}
\tag{4.44}$$

Kemudian persamaan (4.41, 4.42, 4.43, dan 4.44) dijumlahkan dan dibuat program MATLAB nya (lampiran A no 50) sehingga didapatkan nilai V-nya (lampiran B no 25, 26, 27, dan 28).

4.4 Selisih Potensial Listrik Perhitungan Langsung dan Pendekatan Kartesian

Ketika telah mendapatkan nilai V dari pendekatan kartesian untuk masing – masing titik data yang berbeda. Sehingga nilai V tersebut dibandingkan dengan nilai V hasil perhitungan secara langsung dengan V (potensial) kartesian titik data tersebut. Adapun selisih V (potensial) dari enam titik data yang berbeda adalah :

4.4.1 Selisih V untuk 15 titik data

Tabel 4.1 Tabel selisih nilai \bar{V} untuk 15 titik data

No	x	y	Selisih
1	0	0,4	0,514
2	0,02	0,4	0,436
3	0,04	0,4	0,356
4	0,06	0,4	0,2825
5	0,08	0,4	0,2185
6	0,1	0,4	0,1648
7	0,12	0,4	0,121
8	0,14	0,4	0,0858
9	0,16	0,4	0,0579
10	0,18	0,4	0,0355
11	0,2	0,4	0,0172
12	0,22	0,4	0,0021
13	0,24	0,4	-0,0105
14	0,26	0,4	-0,0213
15	0,28	0,4	-0,0303
16	0,3	0,4	-0,0375

17	0,32	0,4	-0,0433
18	0,34	0,4	-0,048
19	0,36	0,4	-0,0522
20	0,38	0,4	-0,0561
21	0,4	0,4	-0,0605
22	0,4	0	0,0328
23	0,4	0,02	0,0028
24	0,4	0,04	-0,0195
25	0,4	0,06	-0,0368
26	0,4	0,08	-0,0509
27	0,4	0,1	-0,0627
28	0,4	0,12	-0,0727
29	0,4	0,14	-0,081
30	0,4	0,16	-0,3659
31	0,4	0,18	-0,0931
32	0,4	0,2	-0,097
33	0,4	0,22	-0,0995
34	0,4	0,24	-0,1033
35	0,4	0,26	-0,1003
36	0,4	0,28	-0,0986

37	0,4	0,3	-0,0955
38	0,4	0,32	-0,0511
39	0,4	0,34	-0,0854
40	0,4	0,36	-0,0785
41	0,4	0,38	-0,0702
42	0,4	0,4	-0,0605
43	0	0	1,3488
44	0,02	0	0,8696
45	0,04	0	0,04489
46	0,06	0	0,1316
47	0,08	0	-0,0615
48	0,1	0	-0,1316
49	0,12	0	-0,1212
50	0,14	0	-0,0573
51	0,16	0	0,0139
52	0,18	0	0,0619
53	0,2	0	0,0732
54	0,22	0	0,0511
55	0,24	0	0,0111
56	0,26	0	-0,0273

57	0,28	0	-0,0486
58	0,3	0	-0,0467
59	0,32	0	-0,0254
60	0,34	0	0,0041
61	0,36	0	0,0288
62	0,38	0	0,0392
63	0,4	0	0,0328
64	0	0	1,3488
65	0	0,02	0,9511
66	0	0,04	0,4063
67	0	0,06	-0,1347
68	0	0,08	-0,3491
69	0	0,1	-0,1422
70	0	0,12	0,2038
71	0	0,14	0,3394
72	0	0,16	0,2287
73	0	0,18	0,131
74	0	0,2	0,2363
75	0	0,22	0,4388
76	0	0,24	0,5147

77	0	0,26	0,4303
78	0	0,28	0,3641
79	0	0,3	0,4443
80	0	0,32	0,5783
81	0	0,34	0,5994
82	0	0,36	0,5043
83	0	0,38	0,4471
84	0	0,4	0,514
Rata - rata		0,1296	

Dari tabel 4.1 diketahui bahwa selisih rata – rata antara V perhitungan secara langsung dan V kartesian adalah 0,1296. Ini menunjukkan bahwa nilai V pendekatan kartesian mendekati nilai V perhitungan langsung dengan rata – rata selisihnya adalah 0,1296.

4.4.2 Selisih V untuk 30 titik data

Tabel 4.2 Tabel selisih nilai V untuk 30 titik data

No	x	y	Selisih
1	0	0,4	0,5452
2	0,02	0,4	0,4427
3	0,04	0,4	0,3542

4	0,06	0,4	0,2747
5	0,08	0,4	0,2123
6	0,1	0,4	0,1585
7	0,12	0,4	0,1154
8	0,14	0,4	0,0812
9	0,16	0,4	0,0544
10	0,18	0,4	0,033
11	0,2	0,4	0,0153
12	0,22	0,4	0,0005
13	0,24	0,4	-0,0122
14	0,26	0,4	-0,0231
15	0,28	0,4	-0,0321
16	0,3	0,4	-0,0393
17	0,32	0,4	-0,0448
18	0,34	0,4	-0,049
19	0,36	0,4	-0,0526
20	0,38	0,4	-0,056
21	0,4	0,4	-0,0599
22	0,4	0	0,0478
23	0,4	0,02	0,0111

24	0,4	0,04	-0,0149
25	0,4	0,06	-0,0344
26	0,4	0,08	-0,0499
27	0,4	0,1	-0,0624
28	0,4	0,12	-0,0728
29	0,4	0,14	-0,0815
30	0,4	0,16	-0,0885
31	0,4	0,18	-0,0939
32	0,4	0,2	-0,0979
33	0,4	0,22	-0,1004
34	0,4	0,24	-0,1041
35	0,4	0,26	-0,1056
36	0,4	0,28	-0,0993
37	0,4	0,3	-0,0961
38	0,4	0,32	-0,0915
39	0,4	0,34	-0,0857
40	0,4	0,36	-0,0786
41	0,4	0,38	-0,07
42	0,4	0,4	-0,0599
43	0	0	1,3488

44	0,02	0	0,8097
45	0,04	0	0,3447
46	0,06	0	0,0094
47	0,08	0	-0,1726
48	0,1	0	-0,2127
49	0,12	0	-0,1517
50	0,14	0	-0,0445
51	0,16	0	0,0554
52	0,18	0	0,1115
53	0,2	0	0,1113
54	0,22	0	0,0656
55	0,24	0	0,0004
56	0,26	0	-0,0555
57	0,28	0	-0,0811
58	0,3	0	-0,0703
59	0,32	0	-0,0319
60	0,34	0	0,0151
61	0,36	0	0,0511
62	0,38	0	0,0626
63	0,4	0	0,0478

64	0	0	1,3488
65	0	0,02	0,2992
66	0	0,04	-0,2756
67	0	0,06	-0,2756
68	0	0,08	-0,0324
69	0	0,1	0,1197
70	0	0,12	0,1121
71	0	0,14	0,0952
72	0	0,16	0,1783
73	0	0,18	0,3041
74	0	0,2	0,3641
75	0	0,22	0,3548
76	0	0,24	0,3621
77	0	0,26	0,4258
78	0	0,28	0,4997
79	0	0,3	0,5131
80	0	0,32	0,4885
81	0	0,34	0,4906
82	0	0,36	0,5338
83	0	0,38	0,5648

84	0	0,4	0,5452
----	---	-----	--------

Rata - rata		0,1071	
-------------	--	--------	--

Dari tabel 4.2 diketahui bahwa selisih rata – rata antara V perhitungan secara langsung dan V kartesian adalah 0,1071. Ini menunjukkan bahwa nilai V pendekatan kartesian mendekati nilai V perhitungan langsung dengan rata – rata selisihnya adalah 0,1071.

4.4.3 Selisih V untuk 60 titik data

Tabel 4.3 Tabel selisih nilai V untuk 60 titik data

No	x	y	Selisih
1	0	0,4	0,5503
2	0,02	0,4	0,4552
3	0,04	0,4	0,3753
4	0,06	0,4	0,3051
5	0,08	0,4	0,2432
6	0,1	0,4	0,1887
7	0,12	0,4	0,141
8	0,14	0,4	0,0993
9	0,16	0,4	0,0629
10	0,18	0,4	0,0314

11	0,2	0,4	0,0044
12	0,22	0,4	-0,018
13	0,24	0,4	-0,0354
14	0,26	0,4	-0,0481
15	0,28	0,4	-0,0559
16	0,3	0,4	-0,0595
17	0,32	0,4	-0,0597
18	0,34	0,4	-0,058
19	0,36	0,4	-0,0557
20	0,38	0,4	-0,054
21	0,4	0,4	-0,054
22	0,4	0	0,0514
23	0,4	0,02	0,0128
24	0,4	0,04	-0,0143
25	0,4	0,06	-0,0344
26	0,4	0,08	-0,0501
27	0,4	0,1	-0,0629
28	0,4	0,12	-0,0735
29	0,4	0,14	-0,0822
30	0,4	0,16	-0,0892

31	0,4	0,18	-0,0947
32	0,4	0,2	-0,0986
33	0,4	0,22	-0,1011
34	0,4	0,24	-0,1047
35	0,4	0,26	-0,1015
36	0,4	0,28	-0,0996
37	0,4	0,3	-0,0962
38	0,4	0,32	-0,0942
39	0,4	0,34	-0,0847
40	0,4	0,36	-0,0765
41	0,4	0,38	-0,0664
42	0,4	0,4	-0,054
43	0	0	1,3488
44	0,02	0	0,7953
45	0,04	0	0,3196
46	0,06	0	-0,0201
47	0,08	0	-0,1995
48	0,1	0	-0,2313
49	0,12	0	-0,1592
50	0,14	0	-0,0416

51	0,16	0	0,0652
52	0,18	0	0,1231
53	0,2	0	0,1203
54	0,22	0	0,0689
55	0,24	0	-0,0024
56	0,26	0	-0,0624
57	0,28	0	-0,0889
58	0,3	0	-0,0758
59	0,32	0	-0,0331
60	0,34	0	0,0183
61	0,36	0	0,0571
62	0,38	0	0,0687
63	0,4	0	0,0514
64	0	0	1,3488
65	0	0,02	0,1715
66	0	0,04	-0,4075
67	0	0,06	-0,3167
68	0	0,08	0,017
69	0	0,1	0,1692
70	0	0,12	0,1023

71	0	0,14	0,0545
72	0	0,16	0,1667
73	0	0,18	-0,0679
74	0	0,2	0,3865
75	0	0,22	0,343
76	0	0,24	0,3371
77	0	0,26	0,4267
78	0	0,28	0,521
79	0	0,3	0,5253
80	0	0,32	0,4749
81	0	0,34	0,4729
82	0	0,36	0,5378
83	0	0,38	0,5833
84	0	0,4	0,5503
Rata - rata		0,1078	

Dari tabel 4.3 diketahui bahwa selisih rata – rata antara V perhitungan secara langsung dan V kartesian adalah 0,1078. Ini menunjukkan bahwa nilai V pendekatan kartesian mendekati nilai V perhitungan langsung dengan rata – rata selisihnya adalah 0,1078.

4.4.4 Selisih V untuk 120 titik data

Tabel 4.4 Tabel selisih nilai V untuk 120 titik data

No	x	y	Selisih
1	0	0,4	0,5518
2	0,02	0,4	0,4438
3	0,04	0,4	0,3533
4	0,06	0,4	0,2757
5	0,08	0,4	0,2103
6	0,1	0,4	0,1565
7	0,12	0,4	0,1136
8	0,14	0,4	0,0798
9	0,16	0,4	0,0532
10	0,18	0,4	0,032
11	0,2	0,4	0,0146
12	0,22	0,4	-0,0003
13	0,24	0,4	-0,0129
14	0,26	0,4	-0,0239
15	0,28	0,4	-0,0329
16	0,3	0,4	-0,0401

17	0,32	0,4	-0,0456
18	0,34	0,4	-0,0497
19	0,36	0,4	-0,0532
20	0,38	0,4	-0,0565
21	0,4	0,4	-0,0605
22	0,4	0	0,0522
23	0,4	0,02	0,0132
24	0,4	0,04	-0,0142
25	0,4	0,06	-0,0344
26	0,4	0,08	-0,0503
27	0,4	0,1	-0,0631
28	0,4	0,12	-0,0737
29	0,4	0,14	-0,0824
30	0,4	0,16	-0,0894
31	0,4	0,18	-0,0949
32	0,4	0,2	-0,0989
33	0,4	0,22	-0,1014
34	0,4	0,24	-0,1051
35	0,4	0,26	-0,1021
36	0,4	0,28	-0,1003

37	0,4	0,3	-0,0971
38	0,4	0,32	-0,0924
39	0,4	0,34	-0,0866
40	0,4	0,36	-0,0793
41	0,4	0,38	-0,0707
42	0,4	0,4	-0,0605
43	0	0	1,3488
44	0,02	0	0,7917
45	0,04	0	0,3132
46	0,06	0	-0,0276
47	0,08	0	-0,2063
48	0,1	0	-0,236
49	0,12	0	-0,1611
50	0,14	0	-0,0409
51	0,16	0	0,0676
52	0,18	0	0,1261
53	0,2	0	0,1225
54	0,22	0	0,0698
55	0,24	0	-0,0031
56	0,26	0	-0,0642

57	0,28	0	-0,0909
58	0,3	0	-0,0772
59	0,32	0	-0,0335
60	0,34	0	0,019
61	0,36	0	0,0584
62	0,38	0	0,07
63	0,4	0	0,0522
64	0	0	1,3488
65	0	0,02	0,1411
66	0	0,04	-0,4407
67	0	0,06	-0,327
68	0	0,08	0,0282
69	0	0,1	0,1808
70	0	0,12	0,1002
71	0	0,14	0,0451
72	0	0,16	0,1637
73	0	0,18	0,337
74	0	0,2	0,3918
75	0	0,22	0,3404
76	0	0,24	0,3314

77	0	0,26	0,4264
78	0	0,28	0,5259
79	0	0,3	0,5279
80	0	0,32	0,4717
81	0	0,34	0,4688
82	0	0,36	0,5389
83	0	0,38	0,5878
84	0	0,4	0,5518
Rata - rata		0,1109	

Dari tabel 4.4 diketahui bahwa selisih rata – rata antara V perhitungan secara langsung dan V kartesian adalah 0,1109. Ini menunjukkan bahwa nilai V pendekatan kartesian mendekati nilai V perhitungan langsung dengan rata – rata selisihnya adalah 0,1109.

4.4.5 Selisih V untuk 240 titik data

Tabel 4.5 Tabel selisih nilai V untuk 240 titik data

No	x	Y	Selisih
1	0	0,4	0,5519
2	0,02	0,4	0,4438
3	0,04	0,4	0,3532

4	0,06	0,4	0,2756
5	0,08	0,4	0,2102
6	0,1	0,4	0,1565
7	0,12	0,4	0,1135
8	0,14	0,4	0,0797
9	0,16	0,4	0,0532
10	0,18	0,4	0,032
11	0,2	0,4	0,0146
12	0,22	0,4	-0,0002
13	0,24	0,4	-0,0129
14	0,26	0,4	-0,0239
15	0,28	0,4	-0,0329
16	0,3	0,4	-0,0401
17	0,32	0,4	-0,0456
18	0,34	0,4	-0,0497
19	0,36	0,4	-0,0532
20	0,38	0,4	-0,0565
21	0,4	0,4	-0,0605
22	0,4	0	0,0525
23	0,4	0,02	0,0134

24	0,4	0,04	-0,014
25	0,4	0,06	-0,0343
26	0,4	0,08	-0,0502
27	0,4	0,1	-0,063
28	0,4	0,12	-0,0736
29	0,4	0,14	-0,0824
30	0,4	0,16	-0,0894
31	0,4	0,18	-0,095
32	0,4	0,2	-0,0989
33	0,4	0,22	-0,1014
34	0,4	0,24	-0,1052
35	0,4	0,26	-0,1021
36	0,4	0,28	-0,1003
37	0,4	0,3	-0,0971
38	0,4	0,32	-0,0925
39	0,4	0,34	-0,0866
40	0,4	0,36	-0,0794
41	0,4	0,38	-0,0707
42	0,4	0,4	-0,0605
43	0	0	1,3488

44	0,02	0	0,7909
45	0,04	0	0,3118
46	0,06	0	-0,0292
47	0,08	0	-0,2078
48	0,1	0	-0,2371
49	0,12	0	-0,1615
50	0,14	0	-0,0407
51	0,16	0	0,0682
52	0,18	0	0,1269
53	0,2	0	0,1232
54	0,22	0	0,0702
55	0,24	0	-0,003
56	0,26	0	-0,0644
57	0,28	0	-0,0912
58	0,3	0	-0,0774
59	0,32	0	-0,0335
60	0,34	0	0,0192
61	0,36	0	0,0588
62	0,38	0	0,0705
63	0,4	0	0,0561

64	0	0	1,3488
65	0	0,02	0,1335
66	0	0,04	-0,449
67	0	0,06	-0,3297
68	0	0,08	0,0309
69	0	0,1	0,1836
70	0	0,12	0,0998
71	0	0,14	0,0428
72	0	0,16	0,163
73	0	0,18	0,3384
74	0	0,2	0,3929
75	0	0,22	0,3397
76	0	0,24	0,3301
77	0	0,26	0,4264
78	0	0,28	0,5272
79	0	0,3	0,5287
80	0	0,32	0,4709
81	0	0,34	0,4679
82	0	0,36	0,5391
83	0	0,38	0,5888

84	0	0,4	0,5519
----	---	-----	--------

Rata - rata		0,1107	
-------------	--	--------	--

Dari tabel 4.5 diketahui bahwa selisih rata – rata antara V perhitungan secara langsung dan V kartesian adalah 0,1107. Ini menunjukkan bahwa nilai V pendekatan kartesian mendekati nilai V perhitungan langsung dengan rata – rata selisihnya adalah 0,1107.

4.4.6 Selisih V untuk 480 titik data

Tabel 4.6 Tabel selisih nilai V untuk 480 titik data

No	x	y	Selisih
1	0	0,4	0,5519
2	0,02	0,4	0,4437
3	0,04	0,4	0,3532
4	0,06	0,4	0,2756
5	0,08	0,4	0,2102
6	0,1	0,4	0,1564
7	0,12	0,4	0,1135
8	0,14	0,4	0,0797

9	0,16	0,4	0,0532
10	0,18	0,4	0,032
11	0,2	0,4	0,0146
12	0,22	0,4	-0,0003
13	0,24	0,4	-0,0129
14	0,26	0,4	-0,0239
15	0,28	0,4	-0,0329
16	0,3	0,4	-0,0401
17	0,32	0,4	-0,0456
18	0,34	0,4	-0,0497
19	0,36	0,4	-0,0532
20	0,38	0,4	-0,0565
21	0,4	0,4	-0,0605
22	0,4	0	0,0526
23	0,4	0,02	0,0134
24	0,4	0,04	-0,014
25	0,4	0,06	-0,0343
26	0,4	0,08	-0,0502
27	0,4	0,1	-0,0631
28	0,4	0,12	-0,0737

29	0,4	0,14	-0,0824
30	0,4	0,16	-0,0895
31	0,4	0,18	-0,095
32	0,4	0,2	-0,0989
33	0,4	0,22	-0,1014
34	0,4	0,24	-0,1052
35	0,4	0,26	-0,1021
36	0,4	0,28	-0,1003
37	0,4	0,3	-0,0971
38	0,4	0,32	-0,0925
39	0,4	0,34	-0,0866
40	0,4	0,36	-0,0794
41	0,4	0,38	-0,0707
42	0,4	0,4	-0,0605
43	0	0	1,3488
44	0,02	0	0,7906
45	0,04	0	0,3114
46	0,06	0	-0,0297
47	0,08	0	-0,2083
48	0,1	0	-0,2374

49	0,12	0	-0,1617
50	0,14	0	-0,0407
51	0,16	0	0,0683
52	0,18	0	0,127
53	0,2	0	0,1233
54	0,22	0	0,0701
55	0,24	0	-0,0031
56	0,26	0	-0,0646
57	0,28	0	-0,0914
58	0,3	0	-0,0776
59	0,32	0	-0,0336
60	0,34	0	0,0193
61	0,36	0	0,0589
62	0,38	0	0,0706
63	0,4	0	0,0526
64	0	0	1,3488
65	0	0,02	0,1317
66	0	0,04	-0,4509
67	0	0,06	-0,3303
68	0	0,08	0,0315

69	0	0,1	0,1844
70	0	0,12	0,0997
71	0	0,14	0,0423
72	0	0,16	0,1629
73	0	0,18	0,3388
74	0	0,2	0,3933
75	0	0,22	0,3396
76	0	0,24	0,3297
77	0	0,26	0,4262
78	0	0,28	0,5272
79	0	0,3	0,5286
80	0	0,32	0,4707
81	0	0,34	0,4676
82	0	0,36	0,5392
83	0	0,38	0,589
84	0	0,4	0,5519
Rata - rata			0,1106

Dari tabel 4.6 diketahui bahwa selisih rata – rata antara V perhitungan secara langsung dan V kartesian adalah 0,1106. Ini menunjukkan bahwa nilai V pendekatan kartesian mendekati nilai

V perhitungan langsung dengan rata – rata selisihnya adalah 0,1106.

4.5 Pembahasan

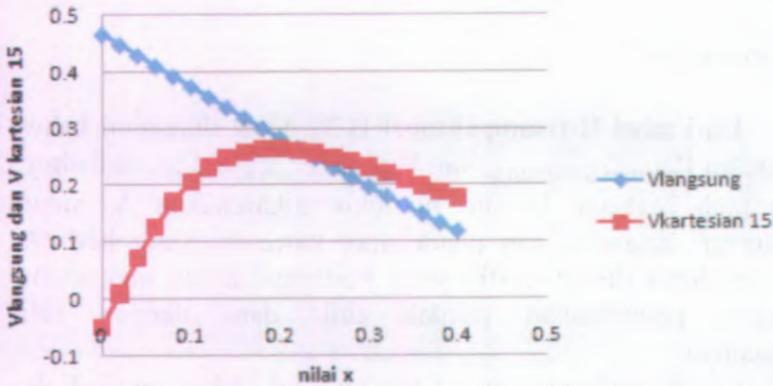
Dari tabel B.1 sampai tabel B.28 dapat diketahui bahwa nilai antara $V_{secara\ langsung}$ dan $V_{pendekatan\ kartesian}$ selisihnya cukup jauh berbeda, hal ini mungkin dikarenakan A_0 antara perhitungan langsung dan pendekatan kartesian yang berbeda. Sehingga dapat dibuat grafik yang berfungsi untuk mengetahui hubungan penambahan jumlah titik data dengan nilai potensialnya.

Grafik perbandingan ini nantinya dibedakan menjadi dua bagian, grafik yang pertama adalah grafik perbandingan antara V (potensial) secara langsung dengan V (potensial) pendekatan kartesian dengan jumlah titik data yang telah ditentukan. Grafik yang kedua adalah grafik perbandingan untuk menyederhanakan pendekatan kartesian untuk beberapa titik saja yang telah ditentukan.

4.5.1 Grafik Perbandingan V_1 untuk 15 titik data

Dari tabel B.1 dan B.5 dapat dibuat grafik perbandingan $V_{secara\ langsung}$ dan $V_{pendekatan\ kartesian}$ seperti dibawah ini :

Grafik Kartesian 15



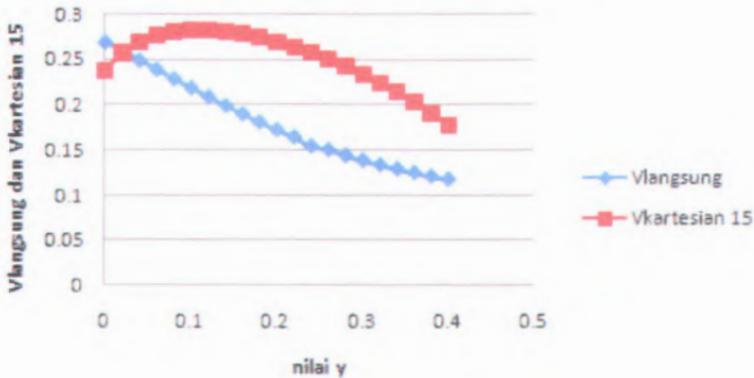
Gambar 4.11 Grafik antara V_{langsung} dengan $V_{\text{kartesian 15}}$

Dari grafik yang didapat bahwa V_{langsung} membentuk grafik linier sedangkan $V_{\text{kartesian 15}}$ membentuk grafik parabola. Untuk grafik kartesian 30,60,120,240, dan 480 membentuk grafik yang sama. Pada grafik tersebut untuk $V_{\text{kartesian}}$ untuk masing – masing titik data terdapat titik puncak yang berbeda. Sedangkan untuk grafik V_{langsung} membentuk linier, hal ini disebabkan semakin besar nilai x maka nilai potensialnya akan turun. Untuk grafik kartesian 30,60,120,240,dan 480 terdapat pada lampiran C (no 1.1 – 1.5)

4.5.2 Grafik Perbandingan V_2 untuk 15 titik data

Dari tabel B.2 dan B.6 dapat dibuat grafik perbandingan $V_{\text{secara langsung}}$ dan $V_{\text{pendekatan kartesian}}$ seperti dibawah ini :

Grafik Potensial Kanan 15



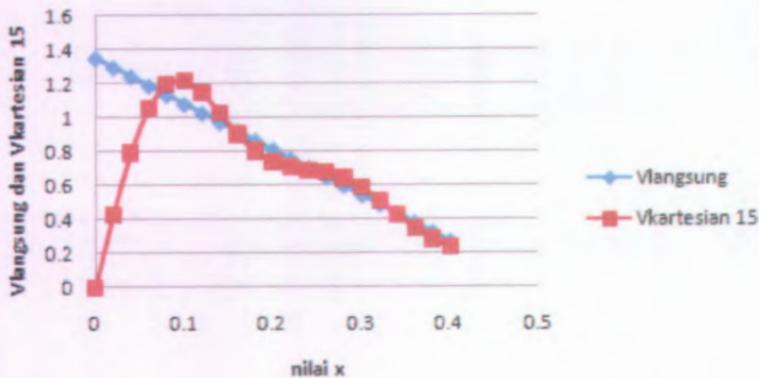
Grafik 4.12 Grafik antara $V_{langsung}$ dan $V_{kartesian 15}$

Dari grafik yang didapat bahwa $V_{langsung}$ membentuk grafik linier sedangkan $V_{kartesian 15}$ membentuk grafik parabola. Untuk grafik kartesian 30,60,120,240, dan 480 membentuk grafik yang sama. Pada grafik tersebut untuk $V_{kartesian}$ untuk masing – masing titik data terdapat titik puncak yang berbeda. Sedangkan untuk grafik $V_{langsung}$ membentuk linier, hal ini disebabkan semakin besar nilai y maka nilai potensialnya akan turun. Untuk grafik kartesian 30,60,120,240,dan 480 terdapat pada lampiran C (no 2.1 – 2.5).

4.5.3 Grafik Perbandingan V_3 untuk 15 titik data

Dari tabel B.3 dan B.7 dapat dibuat grafik perbandingan $V_{secara langsung}$ dan $V_{pendekatan kartesian}$ seperti dibawah ini :

Grafik Potensial Bawah 15



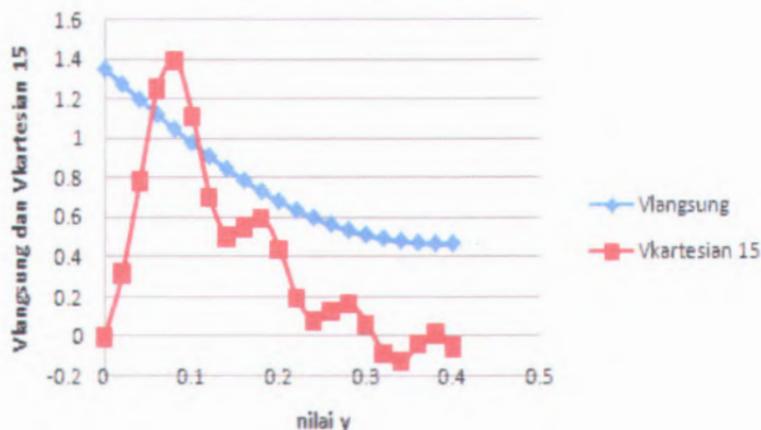
Grafik 4.13 Grafik antara $V_{langsung}$ dan $V_{kartesian 15}$

Dari grafik yang didapat bahwa $V_{langsung}$ membentuk grafik linier sedangkan $V_{kartesian 15}$ membentuk grafik parabola yang tidak beraturan. Hal ini disebabkan terdapat beberapa titik puncak. Untuk grafik kartesian 30,60,120,240, dan 480 membentuk grafik yang sama. Pada grafik tersebut untuk $V_{kartesian}$ untuk masing – masing titik data terdapat titik puncak yang berbeda. Sedangkan untuk grafik $V_{langsung}$ membentuk linier, hal ini disebabkan semakin besar nilai y maka nilai potensialnya akan turun. Untuk grafik kartesian 30,60,120,240,dan 480 terdapat pada lampiran C (no 3.1 – 3.5).

4.5.4 Grafik Perbandingan V_4 untuk 15 titik data

Dari tabel B.4 dan B.8 dapat dibuat grafik perbandingan $V_{secara langsung}$ dan $V_{pendekatan kartesian}$ seperti dibawah ini :

Grafik Potensial Kiri 15



Grafik 4.14 Grafik antara Vlangsung dan Vkartesian 15

Dari grafik yang didapat bahwa Vlangsung membentuk grafik linier sedangkan Vkartesian 15 membentuk grafik parabola yang tidak beraturan. Hal ini disebabkan terdapat beberapa titik puncak. Untuk grafik kartesian 30,60,120,240, dan 480 membentuk grafik yang sama. Pada grafik tersebut untuk Vkartesian untuk masing – masing titik data terdapat titik puncak yang berbeda. Sedangkan untuk grafik Vlangsung membentuk linier, hal ini disebabkan semakin besar nilai y maka nilai potensialnya akan turun. Untuk grafik kartesian 30,60,120,240,dan 480 terdapat pada lampiran C (no 4.1 – 4.5)

4.5.5 Grafik Nilai Potensial V pada titik (0,2 ; 0,4)

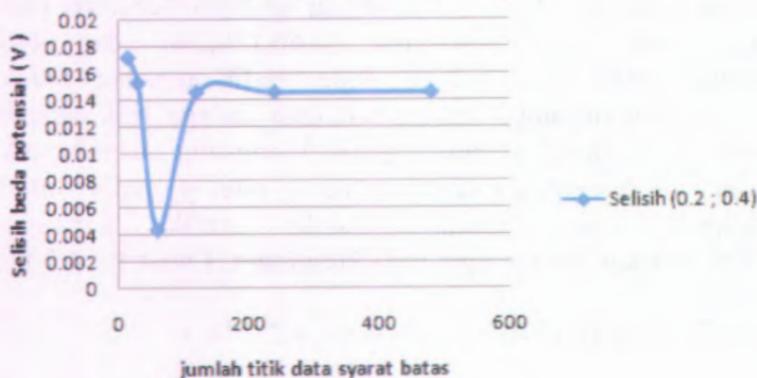
Pada titik ini didapatkan nilai selisih dari potensial secara langsung dan potensial pendekatan kartesian untuk masing – masing titik data syarat batas yang digunakan yaitu :

Tabel 4.7 Tabel selisih antara titik data syarat batas dengan beda potensial pada titik (0,2 ; 0,4)

No	Jumlah titik data	Selisih (V)
1	15	0,0172
2	30	0,0153
3	60	0,0044
4	120	0,0146
5	240	0,0146
6	480	0,0146

Dari data tersebut dapat dibuat grafik selisih pada titik (0,2 ; 0,4).

Selisih (0.2 ; 0.4)



Gambar 4.15 Grafik antara jumlah titik data syarat batas dan selisih beda potensial listrik pada titik (0,2 ; 0,4)

Dari grafik diatas dapat dilihat bahwa terdapat titik minimum pada titik data 60. Kemudian pada titik data 120 nilainya naik lagi. Dan ketika titik data pada 120 dan seterusnya telah mendekati nilai nol yaitu 0,0146. Selain itu grafik pada titik (0,2 ; 0,4) selisih potensial untuk V secara langsung dan V pendekatan kartesian telah konvergen.

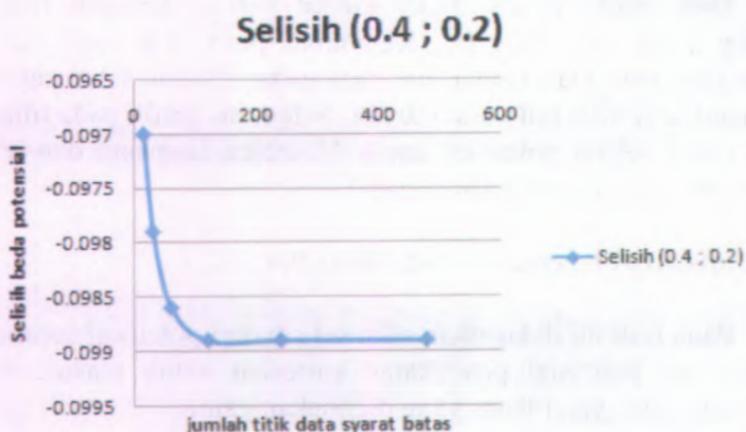
4.5.6 Grafik Nilai Potensial V pada titik (0,4 ; 0,2)

Pada titik ini didapatkan nilai selisih dari potensial secara langsung dan potensial pendekatan kartesian untuk masing – masing titik data syarat batas yang digunakan yaitu :

Tabel 4.8 Tabel selisih antara titik data syarat batas dengan beda potensial pada titik (0,4 ; 0,2)

No	Jumlah titik data	Selisih (V)
1	15	-0,097
2	30	-0,0979
3	60	-0,0986
4	120	-0,0989
5	240	-0,0989
6	480	-0,0989

Dari data tersebut dapat dibuat grafik selisih pada titik (0,4 ; 0,2).



Gambar 4.16 Grafik antara jumlah titik data syarat batas dan selisih beda potensial listrik pada titik data (0,4 ; 0,2)

Dari grafik diatas dapat dilihat bahwa tidak terdapat titik minimum. Terlihat dari grafik pada titik ini nilai selisih beda potensial listriknya sangat kecil. Namun demikian grafik pada titik (0,4 ; 0,2) selisih potensial untuk V secara langsung dan V pendekatan kartesian telah konvergen

4.5.7 Grafik Nilai Potensial V pada titik (0,2 ; 0)

Pada titik ini didapatkan nilai selisih dari potensial secara langsung dan potensial pendekatan kartesian untuk masing – masing titik data syarat batas yang digunakan yaitu :

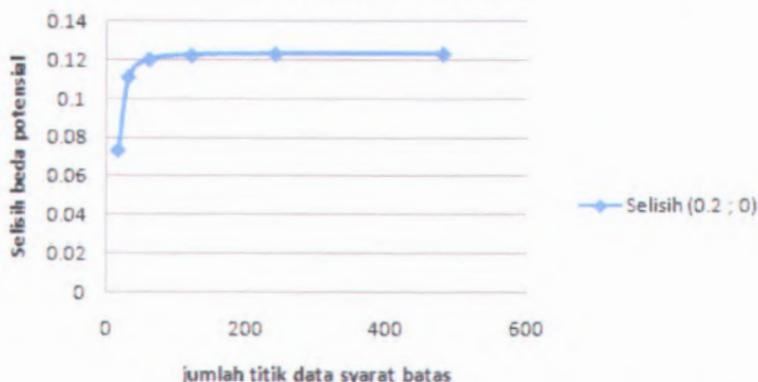
Tabel 4.9 Tabel selisih antara titik data syarat batas dengan beda potensial pada titik (0,2 ; 0)

No	Jumlah titik data	Selisih (V)
1	15	0,0732

2	30	0,1113
3	60	0,1203
4	120	0,1225
5	240	0,1232
6	480	0,1233

Dari data tersebut dapat dibuat grafik selisih pada titik (0,2 ; 0).

Selisih (0.2 ; 0)



Gambar 4.17 Grafik antara jumlah titik data syarat batas dan selisih beda potensial listrik pada titik (0,2 ; 0)

Dari grafik diatas dapat dilihat bahwa tidak terdapat titik minimum. Terlihat dari grafik pada titik ini nilai selisih beda potensial listriknya naik dari 0,0732 menjadi 0,1233. Namun demikian grafik pada titik (0,2 ; 0) selisih potensial untuk V secara langsung dan V pendekatan kartesian telah konvergen.

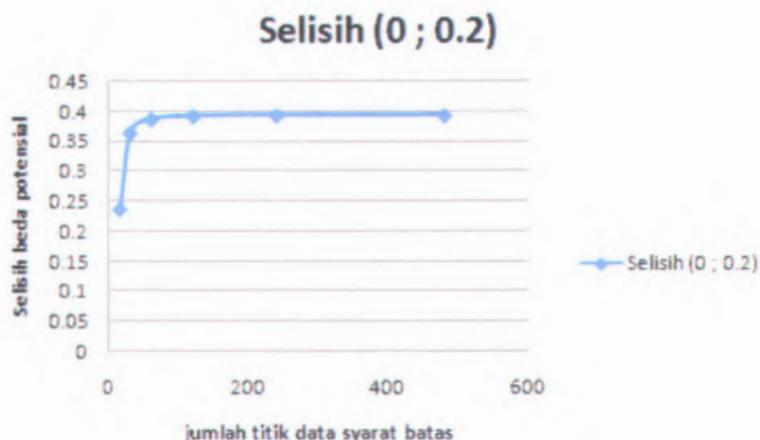
4.5.8 Grafik Nilai Potensial V pada titik (0 ; 0,2)

Pada titik ini didapatkan nilai selisih dari potensial secara langsung dan potensial pendekatan kartesian untuk masing – masing titik data syarat batas yang digunakan yaitu :

Tabel 4.10 Tabel selisih antara titik data syarat batas dengan beda potensial pada titik (0 ; 0,2)

No	Jumlah titik data	Selisih (V)
1	15	0,2363
2	30	0,3641
3	60	0,3865
4	120	0,3918
5	240	0,3929
6	480	0,3933

Dari data tersebut dapat dibuat grafik selisih pada titik (0 ; 0,2).



Gambar 4.18 Grafik antara jumlah titik data syarat batas dan selisih beda potensial listrik pada titik (0 ; 0,2)

Dari grafik diatas dapat dilihat bahwa tidak terdapat titik minimum. Terlihat dari grafik pada titik ini nilai selisih beda potensial listriknya naik dari 0,2363 menjadi 0,3933. Namun demikian grafik pada titik (0 ; 0,2) selisih potensial untuk V secara langsung dan V pendekatan kartesian telah konvergen.

“Hal ini sengaja dikosongkan”

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Dari hasil penelitian dan analisis yang dilakukan diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut :

1. Semakin banyak jumlah titik data yang digunakan, maka selisih nilai potensial listrik antara pendekatan kartesian dan perhitungan langsung akan mendekati suatu nilai nilai tertentu.
2. Berdasarkan perhitungan pada pendekatan kartesian untuk sistem geometri campuran kartesian – polar akan didapatkan nilai berbeda dari nilai perhitungan langsung.

5.2 Saran

Untuk kelanjutan penelitian ini, ada beberapa saran yang dapat diberikan :

1. Jumlah titik data agar dibuat lebih banyak.
2. Perlu diteliti untuk sistem geometri campuran lainnya .
3. Perlu juga diteliti untuk tiga dimensi.

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

DAFTAR PUSTAKA

- Al-Khaled, Kamel, 2005, "Numerical Solutions of The Laplace's Equation", *Applied Mathematics and Computation* 170: 1271-1283.
- Amalia, Iffah, 2009, "Analisa Potensial Listrik Menggunakan Koordinat Polar untuk Sistem Geometri", Skripsi S1 Jur. Fisika FMIPA ITS, Surabaya.
- Andrews, Mark, 2006, "Alternative Separation of Laplace's Equation in Toroidal Coordinates and its Application to Electrostatics", *Journal of Electrostatics* 64: 664-672.
- Averbuch, A., Coifman, R.R., Donoho, D.L., Elad, M., Israeli, M., 2006. "Fast and Accurate Polar Fourier Transform", *Appl. Comput. Harmon. Anal.* 21: 145-167.
- Bottner, C.U., Sommerfeld, M., 2002, "Numerical Calculation of Electrostatic Powder Painting using The Euler/ Lagrange Approach", *Powder Technology* 125: 206-216.
- Deng, Shaozhong, 2009, "Electrostatic Potential of Point Charges inside Dielectric Oblate Spheroids", *Journal of Electrostatics* 67: 807-814.
- Kettunen, H., Wallen, H., Sihvola, A., 2009, "Electrostatic Response of Half-Disk", *Journal of Electrostatics* 67: 890-897.
- Lavery, John E., 2002, "Shape-Preserving, Multiscale Interpolation by Univariate Curvature-based Cubic L_1 Splines in Cartesian and Polar Coordinates", *Computer Aided Geometric Design* 19: 257-273.
- Mathews, J. H. Dan Fink K. D. 1999. "Numerical Method Using MATLAB". N. J. : Prentice Hall.



- M, Najik, 2012, “ Pengaruh Jumlah Titik Data Potensial Listrik Sistem Geometri Campuran Kartesian – Polar Menggunakan Pendekatan Polar “, Sripsi S1 Jur. Fisika FMIPA ITS, Surabaya.
- Nayfeh M.H, M.K Brussel, 1985, ”Electricity and Magnetism”, John Willey and Sons Inc, New York.
- Purwanto, Agus, 1995, “Fisika Matematika 1”, Penerbit ITS, Surabaya
- Reitz, J. R, Milford F. J, Dan Christy R. W. 1979, “ Foundation Of Electromagnetic Theory “. Boston : Addison – Wesley.
- Vanderline, J. 2004. “Classical Electromagnetic Theory”. Dordreet. Springer.
- Wahyudi, Agustina. T, 2012, “Pengaruh Jumlah Titik Data Syarat Batas Pada Pendekatan Kartesian Untuk Sistem Potensial Listrik Geometri Polar

LAMPIRAN A
PROGRAM LEMBAR KERJA MATLAB

1. Program Fungsi Vpolar

```
function vpol=vpolar(x,y)
x=-0.5+x;
y=-0.5+y;
r=sqrt(x^2+y^2);
sd=atan(y/x);
vpol=(r*cos(sd))+(4*r^2*sin(2*sd)/(0.75*pi));
end
```

2. Program Fungsi

```
function vk1=vk1(x,y,n)
vkkn1=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    vkkn1=vkkn1+(4*sinh((2*i-1)*pi*x)*sin((2*i-1)*2*pi*y)/((2*i-1)*pi*sinh((2*i-1)*pi)));
end
vk1=vkkn1;
```

3. Program Fungsi

```
function vk2=vk2(x,y,n)
vkkr1=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    vkkr1=vkkr1+(-4*sinh((2*i-1)*pi*(1-x))*sin((2*i-1)*2*pi*y)/((2*i-1)*pi*sinh((2*i-1)*pi))));
end
vk2=vkkr1;
```

4. Program Fungsi

```
function vttotal=vttotal(x,y,n)
vttotal=vk1(x,y,n)+vk2(x,y,n)+vpol(x,y);
end
```

5. Program Nilai γ_1 (untuk sisi atas)

```
function gammaats1=intmetrapats1
h=1/p;
x=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vttotal(x,0.5,100)*sin(1*pi*x/1);
x=x+h;
end
gammaats1=(2*h/1)*(((vttotal(0,0.5,100)*sin(1*pi*0/1))+v
total(1,0.5,100)*sin(1*pi*1/1))/2)+sigma);
end
```

6. Program Nilai γ_2 (untuk sisi atas)

```
function gammaats2=intmetrapats2
h=1/p;
x=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vttotal(x,0.5,100)*sin(2*pi*x/1);
x=x+h;
end
gammaats2=(2*h/1)*(((vttotal(0,0.5,100)*sin(2*pi*0/1))+v
total(1,0.5,100)*sin(2*pi*1/1))/2)+sigma);
end
```

7. Program Nilai γ_3 (untuk sisi atas)

```
function gammaats3=intmetrapats3
h=1/p;
x=h;
sigma=0;
```

```

for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vttotal(x,0.5,100)*sin(3*pi*x/1);
x=x+h;
end
gammaats3=(2*h/1)*(((vttotal(0,0.5,100)*sin(3*pi*0/1)+v
total(1,0.5,100)*sin(3*pi*1/1))/2)+sigma);
end

```

8. Program Nilai γ_4 (untuk sisi atas)

```

function gammaats4=intmetrapats4
h=1/p;
x=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vttotal(x,0.5,100)*sin(4*pi*x/1);
x=x+h;
end
gammaats4=(2*h/1)*(((vttotal(0,0.5,100)*sin(4*pi*0/1)+v
total(1,0.5,100)*sin(4*pi*1/1))/2)+sigma);
end

```

9. Program Nilai γ_5 (untuk sisi atas)

```

function gammaats5=intmetrapats5
h=1/p;
x=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vttotal(x,0.5,100)*sin(5*pi*x/1);
x=x+h;
end
gammaats5=(2*h/1)*(((vttotal(0,0.5,100)*sin(5*pi*0/1)+v
total(1,0.5,100)*sin(5*pi*1/1))/2)+sigma);
end

```

10. Program Nilai γ_6 (untuk sisi atas)

```

function gammaats6=intmetrapats6
h=1/p;
x=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vtotal(x,0.5,100)*sin(6*pi*x/1);
x=x+h;
end
gammaats6=(2*h/1)*(((vtotal(0,0.5,100)*sin(6*pi*0/1)+v
total(1,0.5,100)*sin(6*pi*1/1))/2)+sigma);
end

```

11. Program Nilai γ_7 (untuk sisi atas)

```

function gammaats7=intmetrapats7
h=1/p;
x=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vtotal(x,0.5,100)*sin(7*pi*x/1);
x=x+h;
end
gammaats7=(2*h/1)*(((vtotal(0,0.5,100)*sin(7*pi*0/1)+v
total(1,0.5,100)*sin(7*pi*1/1))/2)+sigma);
end

```

12. Program Nilai γ_8 (untuk sisi atas)

```

function gammaats8=intmetrapats8
h=1/p;
x=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vtotal(x,0.5,100)*sin(8*pi*x/1);
x=x+h;
end

```

```
gammaats8=(2*h/1)*(((vtotal(0,0.5,100)*sin(8*pi*0/1)+v
total(1,0.5,100)*sin(8*pi*1/1))/2)+sigma);
end
```

13. Program Nilai γ_9 (untuk sisi atas)

```
function gammaats9=intmetrapats9
h=1/p;
x=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vtotal(x,0.5,100)*sin(9*pi*x/1);
x=x+h;
end
gammaats9=(2*h/1)*(((vtotal(0,0.5,100)*sin(9*pi*0/1)+v
total(1,0.5,100)*sin(9*pi*1/1))/2)+sigma);
end
```

14. Program Nilai γ_{10} (untuk sisi atas)

```
function gammaats10=intmetrapats10
h=1/p;
x=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vtotal(x,0.5,100)*sin(10*pi*x/1);
x=x+h;
end
gammaats10=(2*h/1)*(((vtotal(0,0.5,100)*sin(10*pi*0/1)
+vtotal(1,0.5,100)*sin(10*pi*1/1))/2)+sigma);
end
```

15. Program Nilai γ_1 (untuk sisi kanan)

```
function gammaknn1=intmetrapknn1
h=1/p;
y=h;
sigma=0;
```

```

for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vtotal(1,y,100)*sin(pi*y/0.5);
y=y+h;
end
gammaknn1=(2*h/0.5)*(((vtotal(1,0,100)*sin(pi*0/0.5)+
vtotal(1,0.5,100)*sin(pi*0.5/0.5))/2)+sigma);
end

```

16. Program Nilai γ_2 (untuk sisi kanan)

```

function gammaknn2=intmetrapknn2
h=1/p;
y=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vtotal(1,y,100)*sin(2*pi*y/0.5);
y=y+h;
end
gammaknn2=(2*h/0.5)*(((vtotal(1,0,100)*sin(2*pi*0/0.5
)+vtotal(1,0.5,100)*sin(2*pi*0.5/0.5))/2)+sigma);
end

```

17. Program Nilai γ_3 (untuk sisi kanan)

```

function gammaknn3=intmetrapknn3
h=1/p;
y=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vtotal(1,y,100)*sin(3*pi*y/0.5);
y=y+h;
end
gammaknn3=(2*h/0.5)*(((vtotal(1,0,100)*sin(3*pi*0/0.5
)+vtotal(1,0.5,100)*sin(3*pi*0.5/0.5))/2)+sigma);
end

```

18. Program Nilai γ_4 (untuk sisi kanan)

```

function gammaknn4=intmetrapknn4
h=1/p;
y=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vtotal(1,y,100)*sin(4*pi*y/0.5);
y=y+h;
end
gammaknn4=(2*h/0.5)*(((vtotal(1,0,100)*sin(4*pi*0/0.5
)+vtotal(1,0.5,100)*sin(4*pi*0.5/0.5))/2)+sigma);
end

```

19. Program Nilai γ_5 (untuk sisi kanan)

```

function gammaknn5=intmetrapknn5
h=1/p;
y=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vtotal(1,y,100)*sin(5*pi*y/0.5);
y=y+h;
end
gammaknn5=(2*h/0.5)*(((vtotal(1,0,100)*sin(5*pi*0/0.5
)+vtotal(1,0.5,100)*sin(5*pi*0.5/0.5))/2)+sigma);
end

```

20. Program Nilai γ_6 (untuk sisi kanan)

```

function gammaknn6=intmetrapknn6
h=1/p;
y=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vtotal(1,y,100)*sin(6*pi*y/0.5);
y=y+h;
end

```

```
gammaknn6=(2*h/0.5)*(((vtotal(1,0,100)*sin(6*pi*0/0.5)
)+vtotal(1,0.5,100)*sin(6*pi*0.5/0.5))/2)+sigma);
end
```

21. Program Nilai γ_7 (untuk sisi kanan)

```
function gammaknn7=intmetrapknn7
h=1/p;
y=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vtotal(1,y,100)*sin(7*pi*y/0.5);
y=y+h;
end
gammaknn7=(2*h/0.5)*(((vtotal(1,0,100)*sin(7*pi*0/0.5)
)+vtotal(1,0.5,100)*sin(7*pi*0.5/0.5))/2)+sigma);
end
```

22. Program Nilai γ_8 (untuk sisi kanan)

```
function gammaknn8=intmetrapknn8
h=1/p;
y=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vtotal(1,y,100)*sin(8*pi*y/0.5);
y=y+h;
end
gammaknn8=(2*h/0.5)*(((vtotal(1,0,100)*sin(8*pi*0/0.5)
)+vtotal(1,0.5,100)*sin(8*pi*0.5/0.5))/2)+sigma);
end
```

23. Program Nilai γ_9 (untuk sisi kanan)

```
function gammaknn9=intmetrapknn9
h=1/p;
y=h;
sigma=0;
```

```

for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vtotal(1,y,100)*sin(9*pi*y/0.5);
y=y+h;
end
gammaknn9=(2*h/0.5)*(((vtotal(1,0,100)*sin(9*pi*0/0.5)
)+vtotal(1,0.5,100)*sin(9*pi*0.5/0.5))/2)+sigma);
end

```

24. Program Nilai γ_{10} (untuk sisi kanan)

```

function gammaknn10=intmetrapknn10
h=1/p;
y=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vtotal(1,y,100)*sin(10*pi*y/0.5);
y=y+h;
end
gammaknn10=(2*h/0.5)*(((vtotal(1,0,100)*sin(10*pi*0/0.5)
)+vtotal(1,0.5,100)*sin(10*pi*0.5/0.5))/2)+sigma);
end

```

25. Program Nilai γ_1 (untuk sisi bawah)

```

function gammabwh1=intmetrapbwh1
h=1/p;
x=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vtotal(x,0,100)*sin(pi*x/1);
x=x+h;
end
gammabwh1=(2*h/1)*(((vtotal(0,0,100)*sin(pi*0/1)+vtotal(1,0,100)*sin(pi*1/1))/2)+sigma);
end

```

26. Program Nilai γ_2 (untuk sisi bawah)

```

function gammabwh2=intmetrapbwh2
h=1/p;
x=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
    sigma=sigma+vtotal(x,0,100)*sin(2*pi*x/1);
    x=x+h;
end
gammabwh2=(2*h/1)*(((vtotal(0,0,100)*sin(2*pi*0/1)+v
total(1,0,100)*sin(2*pi*1/1))/2)+sigma);
end

```

27. Program Nilai γ_3 (untuk sisi bawah)

```

function gammabwh3=intmetrapbwh3
h=1/p;
x=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
    sigma=sigma+vtotal(x,0,100)*sin(3*pi*x/1);
    x=x+h;
end
gammabwh3=(2*h/1)*(((vtotal(0,0,100)*sin(3*pi*0/1)+v
total(1,0,100)*sin(3*pi*1/1))/2)+sigma);
end

```

28. Program Nilai γ_4 (untuk sisi bawah)

```

function gammabwh4=intmetrapbwh4
h=1/p;
x=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
    sigma=sigma+vtotal(x,0,100)*sin(4*pi*x/1);
    x=x+h;
end

```

```
gammabwh4=(2*h/1)*(((vtotal(0,0,100)*sin(4*pi*0/1)+v
total(1,0,100)*sin(4*pi*1/1))/2)+sigma);
end
```

29. Program Nilai γ_5 (untuk sisi bawah)

```
function gammabwh5=intmetrapbwh5
h=1/p;
x=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vtotal(x,0,100)*sin(5*pi*x/1);
x=x+h;
end
gammabwh5=(2*h/1)*(((vtotal(0,0,100)*sin(5*pi*0/1)+v
total(1,0,100)*sin(5*pi*1/1))/2)+sigma);
end
```

30. Program Nilai γ_6 (untuk sisi bawah)

```
function gammabwh6=intmetrapbwh6
h=1/p;
x=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vtotal(x,0,100)*sin(6*pi*x/1);
x=x+h;
end
gammabwh6=(2*h/1)*(((vtotal(0,0,100)*sin(6*pi*0/1)+v
total(1,0,100)*sin(6*pi*1/1))/2)+sigma);
end
```

31. Program Nilai γ_7 (untuk sisi bawah)

```
function gammabwh7=intmetrapbwh7
h=1/p;
x=h;
sigma=0;
```

```

for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vttotal(x,0,100)*sin(7*pi*x/l);
x=x+h;
end
gammabwh7=(2*h/l)*(((vttotal(0,0,100)*sin(7*pi*0/l)+v
total(1,0,100)*sin(7*pi*l/l))/2)+sigma);
end

```

32. Program Nilai γ_8 (untuk sisi bawah)

```

function gammabwh8=intmetrapbwh8
h=1/p;
x=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vttotal(x,0,100)*sin(8*pi*x/l);
x=x+h;
end
gammabwh8=(2*h/l)*(((vttotal(0,0,100)*sin(8*pi*0/l)+v
total(1,0,100)*sin(8*pi*l/l))/2)+sigma);
end

```

33. Program Nilai γ_9 (untuk sisi bawah)

```

function gammabwh9=intmetrapbwh9
h=1/p;
x=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vttotal(x,0,100)*sin(9*pi*x/l);
x=x+h;
end
gammabwh9=(2*h/l)*(((vttotal(0,0,100)*sin(9*pi*0/l)+v
total(1,0,100)*sin(9*pi*l/l))/2)+sigma);
end

```

34. Program Nilai γ_{10} (untuk sisi bawah)

```

function gammabwh10=intmetrapbwh10
h=1/p;
x=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vttotal(x,0,100)*sin(10*pi*x/1);
x=x+h;
end
gammabwh10=(2*h/1)*(((vttotal(0,0,100)*sin(10*pi*0/1)
+vttotal(1,0,100)*sin(10*pi*1/1))/2)+sigma);
end

```

35. Program Nilai γ_1 (untuk sisi kiri)

```

function gammakr1=intmetrapkr1
h=1/p;
y=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vttotal(0,y,100)*sin(pi*y/0.5);
y=y+h;
end
gammakr1=(2*h/0.5)*(((vttotal(0,0,100)*sin(pi*0/0.5)+vt
otal(0,0.5,100)*sin(pi*0.5/0.5))/2)+sigma);
end

```

36. Program Nilai γ_2 (untuk sisi kiri)

```

function gammakr2=intmetrapkr2
h=1/p;
y=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vttotal(0,y,100)*sin(2*pi*y/0.5);
y=y+h;
end

```

```

gammakr2=(2*h/0.5)*(((vtotal(0,0,100)*sin(2*pi*0/0.5)+
vtotal(0,0.5,100)*sin(2*pi*0.5/0.5))/2)+sigma);
end

```

37. Program Nilai γ_3 (untuk sisi kiri)

```

function gammakr3=intmetrapkr3
h=1/p;
y=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vtotal(0,y,100)*sin(3*pi*y/0.5);
y=y+h;
end
gammakr3=(2*h/0.5)*(((vtotal(0,0,100)*sin(3*pi*0/0.5)+
vtotal(0,0.5,100)*sin(3*pi*0.5/0.5))/2)+sigma);
end

```

38. Program Nilai γ_4 (untuk sisi kiri)

```

function gammakr4=intmetrapkr4
h=1/p;
y=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vtotal(0,y,100)*sin(4*pi*y/0.5);
y=y+h;
end
gammakr4=(2*h/0.5)*(((vtotal(0,0,100)*sin(4*pi*0/0.5)+
vtotal(0,0.5,100)*sin(4*pi*0.5/0.5))/2)+sigma);
end

```

39. Program Nilai γ_5 (untuk sisi kiri)

```

function gammakr5=intmetrapkr5
h=1/p;
y=h;
sigma=0;

```

```

for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vttotal(0,y,100)*sin(5*pi*y/0.5);
y=y+h;
end
gammakr5=(2*h/0.5)*(((vttotal(0,0,100)*sin(5*pi*0/0.5)+
vttotal(0,0.5,100)*sin(5*pi*0.5/0.5))/2)+sigma);
end

```

40. Program Nilai γ_6 (untuk sisi kiri)

```

function gammakr6=intmetrapkr6
h=1/p;
y=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vttotal(0,y,100)*sin(6*pi*y/0.5);
y=y+h;
end
gammakr6=(2*h/0.5)*(((vttotal(0,0,100)*sin(6*pi*0/0.5)+
vttotal(0,0.5,100)*sin(6*pi*0.5/0.5))/2)+sigma);
end

```

41. Program Nilai γ_7 (untuk sisi kiri)

```

function gammakr7=intmetrapkr7
h=1/p;
y=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vttotal(0,y,100)*sin(7*pi*y/0.5);
y=y+h;
end
gammakr7=(2*h/0.5)*(((vttotal(0,0,100)*sin(7*pi*0/0.5)+
vttotal(0,0.5,100)*sin(7*pi*0.5/0.5))/2)+sigma);
end

```

42. Program Nilai γ_8 (untuk sisi kiri)

```

function gammakr8=intmetrapkr8
h=1/p;
y=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vtotal(0,y,100)*sin(8*pi*y/0.5);
y=y+h;
end
gammakr8=(2*h/0.5)*(((vtotal(0,0,100)*sin(8*pi*0/0.5)+
vtotal(0,0.5,100)*sin(8*pi*0.5/0.5))/2)+sigma);
end

```

43. Program Nilai γ_9 (untuk sisi kiri)

```

function gammakr9=intmetrapkr9
h=1/p;
y=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vtotal(0,y,100)*sin(9*pi*y/0.5);
y=y+h;
end
gammakr9=(2*h/0.5)*(((vtotal(0,0,100)*sin(9*pi*0/0.5)+
vtotal(0,0.5,100)*sin(9*pi*0.5/0.5))/2)+sigma);
end

```

44. Program Nilai γ_{10} (untuk sisi kiri)

```

function gammakr10=intmetrapkr10
h=1/p;
y=h;
sigma=0;
for r=1:(p-1);
sigma=sigma+vtotal(0,y,100)*sin(10*pi*y/0.5);
y=y+h;
end

```

```

gammakr10=(2*h/0.5)*(((vtotal(0,0,100)*sin(10*pi*0/0.
5)+vtotal(0,0.5,100)*sin(10*pi*0.5/0.5))/2)+sigma);
end

```

45. Program Fungsi V Kartesian (15 titik data)

```

function vtot15=vtotal15(x,y)
vats1=0.2297*sin(x*pi/1)*(cosh(pi*(0.5-y)/1)-
coth(pi*0.5/1)*sinh(pi*(0.5-
y)/1))+0.2494*sin(3*x*pi/1)*(cosh(3*pi*(0.5-y)/1)-
coth(3*pi*0.5/1)*sinh(3*pi*(0.5-
y)/1))+0.1001*sin(5*x*pi/1)*(cosh(5*pi*(0.5-y)/1)-
coth(5*pi*0.5/1)*sinh(5*pi*(0.5-y)/1));
vats2=0.0814*sin(7*x*pi/1)*(cosh(7*pi*(0.5-y)/1)-
coth(7*pi*0.5/1)*sinh(7*pi*(0.5-
y)/1))+0.0444*sin(9*x*pi/1)*(cosh(9*pi*(0.5-y)/1)-
coth(9*pi*0.5/1)*sinh(9*pi*(0.5-y)/1));
vbwh1=0.2297*sin(x*pi/1)*(cosh(pi*y/1)-
coth(pi*0.5/1)*sinh(pi*y/1))+0.5325*sin(2*x*pi/1)*(cos
h(2*pi*y/1)-
coth(2*pi*0.5/1)*sinh(2*pi*y/1))+0.2494*sin(3*x*pi/1)*
(cosh(3*pi*y/1)-coth(3*pi*0.5/1)*sinh(3*pi*y/1));
vbwh2=0.2542*sin(4*x*pi/1)*(cosh(4*pi*y/1)-
coth(4*pi*0.5/1)*sinh(4*pi*y/1))+0.1001*sin(5*x*pi/1)*
(cosh(5*pi*y/1)-
coth(5*pi*0.5/1)*sinh(5*pi*y/1))+0.1558*sin(6*x*pi/1)*
(cosh(6*pi*y/1)-coth(6*pi*0.5/1)*sinh(6*pi*y/1));
vbwh3=0.0814*sin(7*x*pi/1)*(cosh(7*pi*y/1)-
coth(7*pi*0.5/1)*sinh(7*pi*y/1))+0.1019*sin(8*x*pi/1)*
(cosh(8*pi*y/1)-
coth(8*pi*0.5/1)*sinh(8*pi*y/1))+0.0444*sin(9*x*pi/1)*
(cosh(9*pi*y/1)-
coth(9*pi*0.5/1)*sinh(9*pi*y/1))+0.0653*sin(10*x*pi/1)*
(cosh(10*pi*y/1)-coth(10*pi*0.5/1)*sinh(10*pi*y/1));
vkr1=0.3715*sin(y*pi/0.5)*(cosh(x*pi/0.5)-
coth(pi*1/0.5)*sinh(pi*x/0.5))+0.5084*sin(2*pi*y/0.5)*(

```

$$\begin{aligned}
& \cosh(2\pi x/0.5) - \\
& \coth(2\pi/0.5) \sinh(2\pi x/0.5) + 0.3105 \sin(3\pi y/0.5) * \\
& (\cosh(3\pi x/0.5) - \\
& \coth(3\pi/0.5) \sinh(3\pi x/0.5)); \\
& \text{vkr2} = 0.2038 \sin(4\pi y/0.5) * (\cosh(4\pi x/0.5) - \\
& \coth(4\pi/0.5) \sinh(4\pi x/0.5)) + 0.1307 \sin(5\pi y/0.5) * \\
& (\cosh(5\pi x/0.5) - \\
& \coth(5\pi/0.5) \sinh(5\pi x/0.5)) + 0.0735 \sin(6\pi y/0.5) * \\
& (\cosh(6\pi x/0.5) - \\
& \coth(6\pi/0.5) \sinh(6\pi x/0.5)); \\
& \text{vkr3} = 0.0238 \sin(7\pi y/0.5) * (\cosh(7\pi x/0.5) - \\
& \coth(7\pi/0.5) \sinh(7\pi x/0.5)) - \\
& 0.0238 \sin(8\pi y/0.5) * (\cosh(8\pi x/0.5) - \\
& \coth(8\pi/0.5) \sinh(8\pi x/0.5)) - \\
& 0.0735 \sin(9\pi y/0.5) * (\cosh(9\pi x/0.5) - \\
& \coth(9\pi/0.5) \sinh(9\pi x/0.5)) - \\
& 0.1307 \sin(10\pi y/0.5) * (\cosh(10\pi x/0.5) - \\
& \coth(10\pi/0.5) \sinh(10\pi x/0.5)); \\
& \text{vknn1} = 1.4731 \sin(\pi y/0.5) * (\cosh(\pi(1-x)/0.5) - \\
& \coth(\pi/0.5) \sinh(\pi(1-x)/0.5)) - \\
& 0.5635 \sin(2\pi y/0.5) * (\cosh(2\pi(1-x)/0.5) - \\
& \coth(2\pi/0.5) \sinh(2\pi(1-x)/0.5)) + 0.5118 \sin(3\pi y/0.5) * \\
& (\cosh(3\pi(1-x)/0.5) - \\
& \coth(3\pi/0.5) \sinh(3\pi(1-x)/0.5)); \\
& \text{vknn2} = -0.3193 \sin(4\pi y/0.5) * (\cosh(4\pi(1-x)/0.5) - \\
& \coth(4\pi/0.5) \sinh(4\pi(1-x)/0.5)) + 0.3355 \sin(5\pi y/0.5) * \\
& (\cosh(5\pi(1-x)/0.5) - \\
& \coth(5\pi/0.5) \sinh(5\pi(1-x)/0.5)) - \\
& 0.2751 \sin(6\pi y/0.5) * (\cosh(6\pi(1-x)/0.5) - \\
& \coth(6\pi/0.5) \sinh(6\pi(1-x)/0.5)); \\
& \text{vknn3} = 0.2785 \sin(7\pi y/0.5) * (\cosh(7\pi(1-x)/0.5) - \\
& \coth(7\pi/0.5) \sinh(7\pi(1-x)/0.5)) - \\
& 0.2785 \sin(8\pi y/0.5) * (\cosh(8\pi(1-x)/0.5) - \\
& \coth(8\pi/0.5) \sinh(8\pi(1-x)/0.5)) + 0.2751 \sin(9\pi y/0.5) * \\
& (\cosh(9\pi(1-x)/0.5) -
\end{aligned}$$

```

coth(9*pi*1/0.5)*sinh(9*pi*(1-x)/0.5))-
0.3355*sin(10*pi*y/0.5)*(cosh(10*pi*(1-x)/0.5)-
coth(10*pi*1/0.5)*sinh(10*pi*(1-x)/0.5));
vtot15=vats1+vats2+vbwh1+vbwh2+vbwh3+vkr1+vkr2+
vkr3+vkn1+vkn2+vkn3;
end

```

46. Program Fungsi V Kartesian (30 titik data)

```

function vtot30=vtot30(x,y)
vats1=0.2304*sin(x*pi/1)*(cosh(pi*(0.5-y)/1)-
coth(pi*0.5/1)*sinh(pi*(0.5-
y)/1))+0.2559*sin(3*pi*x/1)*(cosh(3*pi*(0.5-y)/1)-
coth(3*pi*0.5/1)*sinh(3*pi*(0.5-
y)/1))+0.1078*sin(5*pi*x/1)*(cosh(5*pi*(0.5-y)/1)-
coth(5*pi*0.5/1)*sinh(5*pi*(0.5-y)/1));
vats2=0.0955*sin(7*x*pi/1)*(cosh(7*pi*(0.5-y)/1)-
coth(7*pi*0.5/1)*sinh(7*pi*(0.5-
y)/1))+0.06*sin(9*pi*x/1)*(cosh(9*pi*(0.5-y)/1)-
coth(9*pi*0.5/1)*sinh(9*pi*(0.5-y)/1));
vbwh1=0.2304*sin(x*pi/1)*(cosh(pi*y/1)-
coth(pi*0.5/1)*sinh(pi*y/1))+0.5384*sin(2*x*pi/1)*(cos
h(2*pi*y/1)-
coth(2*pi*0.5/1)*sinh(2*pi*y/1))+0.2559*sin(3*x*pi/1)*
(cosh(3*pi*y/1)-coth(3*pi*0.5/1)*sinh(3*pi*y/1));
vbwh2=0.2662*sin(4*x*pi/1)*(cosh(4*pi*y/1)-
coth(4*pi*0.5/1)*sinh(4*pi*y/1))+0.1078*sin(5*x*pi/1)*
(cosh(5*pi*y/1)-
coth(5*pi*0.5/1)*sinh(5*pi*y/1))+0.1742*sin(6*x*pi/1)*
(cosh(6*pi*y/1)-coth(6*pi*0.5/1)*sinh(6*pi*y/1));
vbwh3=0.0955*sin(7*x*pi/1)*(cosh(7*pi*y/1)-
coth(7*pi*0.5/1)*sinh(7*pi*y/1))+0.1271*sin(8*x*pi/1)*
(cosh(8*pi*y/1)-
coth(8*pi*0.5/1)*sinh(8*pi*y/1))+0.06*sin(9*x*pi/1)*(c
osh(9*pi*y/1)-

```

$$\begin{aligned}
& \coth(9\pi \cdot 0.5/1) \cdot \sinh(9\pi \cdot y/1) + 0.098 \cdot \sin(10\pi \cdot x/1) \cdot \\
& (\cosh(10\pi \cdot y/1) - \coth(10\pi \cdot 0.5/1) \cdot \sinh(10\pi \cdot y/1)); \\
& \text{vkr1} = 0.3834 \cdot \sin(y \cdot \pi/0.5) \cdot (\cosh(x \cdot \pi/0.5) - \\
& \coth(\pi \cdot 1/0.5) \cdot \sinh(\pi \cdot x/0.5)) + 0.5325 \cdot \sin(2\pi \cdot y/0.5) \cdot (\\
& \cosh(2\pi \cdot x/0.5) - \\
& \coth(2\pi \cdot 1/0.5) \cdot \sinh(2\pi \cdot x/0.5)) + 0.3472 \cdot \sin(3\pi \cdot y/0 \\
& .5) \cdot (\cosh(3\pi \cdot x/0.5) - \\
& \coth(3\pi \cdot 1/0.5) \cdot \sinh(3\pi \cdot x/0.5)); \\
& \text{vkr2} = 0.2542 \cdot \sin(4\pi \cdot y/0.5) \cdot (\cosh(4\pi \cdot x/0.5) - \\
& \coth(4\pi \cdot 1/0.5) \cdot \sinh(4\pi \cdot x/0.5)) + 0.196 \cdot \sin(5\pi \cdot y/0. \\
& 5) \cdot (\cosh(5\pi \cdot x/0.5) - \\
& \coth(5\pi \cdot 1/0.5) \cdot \sinh(5\pi \cdot x/0.5)) + 0.1558 \cdot \sin(6\pi \cdot y/0 \\
& .5) \cdot (\cosh(6\pi \cdot x/0.5) - \\
& \coth(6\pi \cdot 1/0.5) \cdot \sinh(6\pi \cdot x/0.5)); \\
& \text{vkr3} = 0.1257 \cdot \sin(7\pi \cdot y/0.5) \cdot (\cosh(7\pi \cdot x/0.5) - \\
& \coth(7\pi \cdot 1/0.5) \cdot \sinh(7\pi \cdot x/0.5)) + 0.1019 \cdot \sin(8\pi \cdot y/0 \\
& .5) \cdot (\cosh(8\pi \cdot x/0.5) - \\
& \coth(8\pi \cdot 1/0.5) \cdot \sinh(8\pi \cdot x/0.5)) + 0.0822 \cdot \sin(9\pi \cdot y/0 \\
& .5) \cdot (\cosh(9\pi \cdot x/0.5) - \\
& \coth(9\pi \cdot 1/0.5) \cdot \sinh(9\pi \cdot x/0.5)) + 0.0653 \cdot \sin(10\pi \cdot y/ \\
& 0.5) \cdot (\cosh(10\pi \cdot x/0.5) - \\
& \coth(10\pi \cdot 1/0.5) \cdot \sinh(10\pi \cdot x/0.5)); \\
& \text{vknn1} = 1.4612 \cdot \sin(y \cdot \pi/0.5) \cdot (\cosh(\pi \cdot (1-x)/0.5) - \\
& \coth(\pi \cdot 1/0.5) \cdot \sinh(\pi \cdot (1-x)/0.5)) - \\
& 0.5325 \cdot \sin(2\pi \cdot y/0.5) \cdot (\cosh(2\pi \cdot (1-x)/0.5) - \\
& \coth(2\pi \cdot 1/0.5) \cdot \sinh(2\pi \cdot (1- \\
& x)/0.5)) + 0.4750 \cdot \sin(3\pi \cdot y/0.5) \cdot (\cosh(3\pi \cdot (1-x)/0.5) - \\
& \coth(3\pi \cdot 1/0.5) \cdot \sinh(3\pi \cdot (1-x)/0.5)); \\
& \text{vknn2} = -0.2542 \cdot \sin(4\pi \cdot y/0.5) \cdot (\cosh(4\pi \cdot (1-x)/0.5) - \\
& \coth(4\pi \cdot 1/0.5) \cdot \sinh(4\pi \cdot (1- \\
& x)/0.5)) + 0.2702 \cdot \sin(5\pi \cdot y/0.5) \cdot (\cosh(5\pi \cdot (1-x)/0.5) - \\
& \coth(5\pi \cdot 1/0.5) \cdot \sinh(5\pi \cdot (1-x)/0.5)) - \\
& 0.1558 \cdot \sin(6\pi \cdot y/0.5) \cdot (\cosh(6\pi \cdot (1-x)/0.5) - \\
& \coth(6\pi \cdot 1/0.5) \cdot \sinh(6\pi \cdot (1-x)/0.5));
\end{aligned}$$

```

vknn3=0.1766*sin(7*y*pi/0.5)*(cosh(7*pi*(1-x)/0.5)-
coth(7*pi*1/0.5)*sinh(7*pi*(1-x)/0.5))-
0.1019*sin(8*pi*y/0.5)*(cosh(8*pi*(1-x)/0.5)-
coth(8*pi*1/0.5)*sinh(8*pi*(1-
x)/0.5))+0.1193*sin(9*pi*y/0.5)*(cosh(9*pi*(1-x)/0.5)-
coth(9*pi*1/0.5)*sinh(9*pi*(1-x)/0.5))-
0.0653*sin(10*pi*y/0.5)*(cosh(10*pi*(1-x)/0.5)-
coth(10*pi*1/0.5)*sinh(10*pi*(1-x)/0.5));
vtot30=vats1+vats2+vbwh1+vbwh2+vbwh3+vkr1+vkr2+
vkr3+vknn1+vknn2+vknn3;
end

```

47. Program Fungsi V Kartesian (60 titik data)

```

function vtotal60=vtotal60(x,y)
vats1=0.2311*sin(x*pi/1)*(cosh(pi*(0.5-y)/1)-
coth(pi*0.5/1)*sinh(pi*(0.5-
y)/1))+0.2569*sin(3*pi*x/1)*(cosh(3*pi*(0.5-y)/1)-
coth(3*pi*0.5/1)*sinh(3*pi*(0.5-
y)/1))+0.1103*sin(5*pi/1)*(cosh(5*pi*(0.5-y)/1)-
coth(5*pi*0.5/1)*sinh(5*pi*(0.5-y)/1));
vats2=0.0983*sin(7*pi/1)*(cosh(7*pi*(0.5-y)/1)-
coth(7*pi*0.5/1)*sinh(7*pi*(0.5-
y)/1))+0.0643*sin(9*pi*x/1)*(cosh(9*pi*(0.5-y)/1)-
coth(9*pi*0.5/1)*sinh(9*pi*(0.5-y)/1));
vbwh1=0.2311*sin(x*pi/1)*(cosh(pi*y/1)-
coth(pi*0.5/1)*sinh(pi*y/1))+0.5399*sin(2*x*pi/1)*(cos
h(2*pi*y/1)-
coth(2*pi*0.5/1)*sinh(2*pi*y/1))+0.2569*sin(3*x*pi/1)*
(cosh(3*pi*y/1)-coth(3*pi*0.5/1)*sinh(3*pi*y/1));
vbwh2=0.2692*sin(4*x*pi/1)*(cosh(4*pi*y/1)-
coth(4*pi*0.5/1)*sinh(4*pi*y/1))+0.1103*sin(5*x*pi/1)*
(cosh(5*pi*y/1)-
coth(5*pi*0.5/1)*sinh(5*pi*y/1))+0.1786*sin(6*x*pi/1)*
(cosh(6*pi*y/1)-coth(6*pi*0.5/1)*sinh(6*pi*y/1));

```

$$\begin{aligned}
& vbwh3=0.0983*\sin(7*x*\pi/1)*(cosh(7*\pi*y/1)- \\
& coth(7*\pi*0.5/1)*sinh(7*\pi*y/1))+0.1331*\sin(8*x*\pi/1)* \\
& (cosh(8*\pi*y/1)- \\
& coth(8*\pi*0.5/1)*sinh(8*\pi*y/1))+0.0643*\sin(9*x*\pi/1)* \\
& (cosh(9*\pi*y/1)- \\
& coth(9*\pi*0.5/1)*sinh(9*\pi*y/1))+0.1056*\sin(10*x*\pi/1) \\
& *(cosh(10*\pi*y/1)-coth(10*\pi*0.5/1)*sinh(10*\pi*y/1)); \\
& vkr1=0.3864*\sin(y*\pi/0.5)*(cosh(x*\pi/0.5)- \\
& coth(\pi*1/0.5)*sinh(\pi*x/0.5))+0.5384*\sin(2*\pi*y/0.5)* \\
& (cosh(2*\pi*x/0.5)- \\
& coth(2*\pi*1/0.5)*sinh(2*\pi*x/0.5))+0.3562*\sin(3*\pi*y/0 \\
& .5)*(cosh(3*\pi*x/0.5)- \\
& coth(3*\pi*1/0.5)*sinh(3*\pi*x/0.5)); \\
& vkr2=0.2662*\sin(4*y*\pi/0.5)*(cosh(4*x*\pi/0.5)- \\
& coth(4*\pi*1/0.5)*sinh(4*\pi*x/0.5))+0.2112*\sin(5*\pi*y/0 \\
& .5)*(cosh(5*\pi*x/0.5)- \\
& coth(5*\pi*1/0.5)*sinh(5*\pi*x/0.5))+0.1742*\sin(6*\pi*y/0 \\
& .5)*(cosh(6*\pi*x/0.5)- \\
& coth(6*\pi*1/0.5)*sinh(6*\pi*x/0.5)); \\
& vkr3=0.1474*\sin(7*y*\pi/0.5)*(cosh(7*x*\pi/0.5)- \\
& coth(7*\pi*1/0.5)*sinh(7*\pi*x/0.5))+0.1271*\sin(8*\pi*y/0 \\
& .5)*(cosh(8*\pi*x/0.5)- \\
& coth(8*\pi*1/0.5)*sinh(8*\pi*x/0.5))+0.1111*\sin(9*\pi*y/0 \\
& .5)*(cosh(9*\pi*x/0.5)- \\
& coth(9*\pi*1/0.5)*sinh(9*\pi*x/0.5))+0.098*\sin(10*\pi*y/0 \\
& .5)*(cosh(10*\pi*x/0.5)- \\
& coth(10*\pi*1/0.5)*sinh(10*\pi*x/0.5)); \\
& vknn1=1.4648*\sin(y*\pi/0.5)*(cosh(\pi*(1-x)/0.5)- \\
& coth(\pi*1/0.5)*sinh(\pi*(1-x)/0.5))- \\
& 0.5384*\sin(2*\pi*y/0.5)*(cosh(2*\pi*(1-x)/0.5)- \\
& coth(2*\pi*1/0.5)*sinh(2*\pi*(1- \\
& x)/0.5))+0.4858*\sin(3*\pi*y/0.5)*(cosh(3*\pi*(1-x)/0.5)- \\
& coth(3*\pi*1/0.5)*sinh(3*\pi*(1-x)/0.5)); \\
& vknn2=-0.2662*\sin(4*y*\pi/0.5)*(cosh(4*\pi*(1-x)/0.5)- \\
& coth(4*\pi*1/0.5)*sinh(4*\pi*(1-
\end{aligned}$$

```

x)/0.5))+0.2884*sin(5*pi*y/0.5)*(cosh(5*pi*(1-x)/0.5)-
coth(5*pi*1/0.5)*sinh(5*pi*(1-x)/0.5))-
0.1786*sin(6*pi*y/0.5)*(cosh(6*pi*(1-x)/0.5)-
coth(6*pi*1/0.5)*sinh(6*pi*(1-x)/0.5));
vknn3=1.1474*sin(7*y*pi/0.5)*(cosh(7*pi*(1-x)/0.5)-
coth(7*pi*1/0.5)*sinh(7*pi*(1-
x)/0.5))+0.1271*sin(8*pi*y/0.5)*(cosh(8*pi*(1-x)/0.5)-
coth(8*pi*1/0.5)*sinh(8*pi*(1-
x)/0.5))+0.1111*sin(9*pi*y/0.5)*(cosh(9*pi*(1-x)/0.5)-
coth(9*pi*1/0.5)*sinh(9*pi*(1-
x)/0.5))+0.098*sin(10*pi*y/0.5)*(cosh(10*pi*(1-x)/0.5)-
coth(10*pi*1/0.5)*sinh(10*pi*(1-x)/0.5));
vtotal60=vats1+vats2+vbwh1+vbwh2+vbwh3+vkr1+vkr
2+vkr3+vknn1+vknn2+vknn3;
end

```

48. Program Fungsi V Kartesian (120 titik data)

```

function vtotal120=vtotal120(x,y)
vats1=0.2313*sin(x*pi/1)*(cosh(pi*(0.5-y)/1)-
coth(pi*0.5/1)*sinh(pi*(0.5-
y)/1))+0.2572*sin(3*pi*x/1)*(cosh(3*pi*(0.5-y)/1)-
coth(3*pi*0.5/1)*sinh(3*pi*(0.5-
y)/1))+0.1109*sin(5*x*pi/1)*(cosh(5*pi*(0.5-y)/1)-
coth(5*pi*0.5/1)*sinh(5*pi*(0.5-y)/1));
vats2=0.099*sin(7*x*pi/1)*(cosh(7*pi*(0.5-y)/1)-
coth(7*pi*0.5/1)*sinh(7*pi*(0.5-
y)/1))+0.0654*sin(9*pi*x/1)*(cosh(9*pi*(0.5-y)/1)-
coth(9*pi*0.5/1)*sinh(9*pi*(0.5-y)/1));
vbwh1=0.2313*sin(x*pi/1)*(cosh(pi*y/1)-
coth(pi*0.5/1)*sinh(pi*y/1))+0.5403*sin(2*x*pi/1)*(cos
h(2*pi*y/1)-
coth(2*pi*0.5/1)*sinh(2*pi*y/1))+0.2572*sin(3*x*pi/1)*
(cosh(3*pi*y/1)-coth(3*pi*0.5/1)*sinh(3*pi*y/1));
vbwh2=0.2699*sin(4*x*pi/1)*(cosh(4*pi*y/1)-
coth(4*pi*0.5/1)*sinh(4*pi*y/1))+0.1109*sin(5*x*pi/1)*

```



```

x)/0.5))+0.4883*sin(3*pi*y/0.5)*(cosh(3*pi*(1-x)/0.5)-
coth(3*pi*1/0.5)*sinh(3*pi*(1-x)/0.5));
vknn2=-0.2692*sin(4*y*pi/0.5)*(cosh(4*pi*(1-x)/0.5)-
coth(4*pi*1/0.5)*sinh(4*pi*(1-
x)/0.5))+0.2926*sin(5*pi*y/0.5)*(cosh(5*pi*(1-x)/0.5)-
coth(5*pi*1/0.5)*sinh(5*pi*(1-x)/0.5))-
0.1786*sin(6*pi*y/0.5)*(cosh(6*pi*(1-x)/0.5)-
coth(6*pi*1/0.5)*sinh(6*pi*(1-x)/0.5));
vknn3=1.2086*sin(7*y*pi/0.5)*(cosh(7*pi*(1-x)/0.5)-
coth(7*pi*1/0.5)*sinh(7*pi*(1-x)/0.5))-
0.1331*sin(8*pi*y/0.5)*(cosh(8*pi*(1-x)/0.5)-
coth(8*pi*1/0.5)*sinh(8*pi*(1-
x)/0.5))+0.1619*sin(9*pi*y/0.5)*(cosh(9*pi*(1-x)/0.5)-
coth(9*pi*1/0.5)*sinh(9*pi*(1-x)/0.5))-
0.1056*sin(10*pi*y/0.5)*(cosh(10*pi*(1-x)/0.5)-
coth(10*pi*1/0.5)*sinh(10*pi*(1-x)/0.5));
vtotal120=vats1+vats2+vbwh1+vbwh2+vbwh3+vkr1+vkr
r2+vkr3+vknn1+vknn2+vknn3;
end

```

49. Program Fungsi V Kartesian (240 titik data)

```

function vtotal240=vtotal240(x,y)
vats1=0.2313*sin(x*pi/1)*(cosh(pi*(0.5-y)/1)-
coth(pi*0.5/1)*sinh(pi*(0.5-
y)/1))+0.2572*sin(3*pi*x/1)*(cosh(3*pi*(0.5-y)/1)-
coth(3*pi*0.5/1)*sinh(3*pi*(0.5-
y)/1))+0.1111*sin(5*x*pi/1)*(cosh(5*pi*(0.5-y)/1)-
coth(5*pi*0.5/1)*sinh(5*pi*(0.5-y)/1));
vats2=0.0992*sin(7*x*pi/1)*(cosh(7*pi*(0.5-y)/1)-
coth(7*pi*0.5/1)*sinh(7*pi*(0.5-
y)/1))+0.0656*sin(9*pi*x/1)*(cosh(9*pi*(0.5-y)/1)-
coth(9*pi*0.5/1)*sinh(9*pi*(0.5-y)/1));
vbwh1=0.2313*sin(x*pi/1)*(cosh(pi*y/1)-
coth(pi*0.5/1)*sinh(pi*y/1))+0.5403*sin(2*x*pi/1)*(cos
h(2*pi*y/1)-

```

$$\begin{aligned}
& \coth(2\pi \cdot 0.5/1) \cdot \sinh(2\pi \cdot y/1) + 0.2572 \cdot \sin(3x\pi/1) \cdot \\
& (\cosh(3\pi \cdot y/1) - \coth(3\pi \cdot 0.5/1) \cdot \sinh(3\pi \cdot y/1)); \\
\text{vbwh2} &= 0.2701 \cdot \sin(4x\pi/1) \cdot (\cosh(4\pi \cdot y/1) - \\
& \coth(4\pi \cdot 0.5/1) \cdot \sinh(4\pi \cdot y/1)) + 0.1111 \cdot \sin(5x\pi/1) \cdot \\
& (\cosh(5\pi \cdot y/1) - \\
& \coth(5\pi \cdot 0.5/1) \cdot \sinh(5\pi \cdot y/1)) + 0.18 \cdot \sin(6x\pi/1) \cdot (\cosh(6\pi \cdot y/1) - \\
& \coth(6\pi \cdot 0.5/1) \cdot \sinh(6\pi \cdot y/1)); \\
\text{vbwh3} &= 0.0992 \cdot \sin(7x\pi/1) \cdot (\cosh(7\pi \cdot y/1) - \\
& \coth(7\pi \cdot 0.5/1) \cdot \sinh(7\pi \cdot y/1)) + 0.135 \cdot \sin(8x\pi/1) \cdot (\cosh(8\pi \cdot y/1) - \\
& \coth(8\pi \cdot 0.5/1) \cdot \sinh(8\pi \cdot y/1)) + 0.0656 \cdot \sin(9x\pi/1) \cdot \\
& (\cosh(9\pi \cdot y/1) - \\
& \coth(9\pi \cdot 0.5/1) \cdot \sinh(9\pi \cdot y/1)) + 0.1079 \cdot \sin(10x\pi/1) \cdot \\
& (\cosh(10\pi \cdot y/1) - \coth(10\pi \cdot 0.5/1) \cdot \sinh(10\pi \cdot y/1)); \\
\text{vkr1} &= 0.3873 \cdot \sin(y\pi/0.5) \cdot (\cosh(x\pi/0.5) - \\
& \coth(\pi \cdot 1/0.5) \cdot \sinh(\pi \cdot x/0.5)) + 0.5403 \cdot \sin(2\pi \cdot y/0.5) \cdot (\cosh(2\pi \cdot x/0.5) - \\
& \coth(2\pi \cdot 1/0.5) \cdot \sinh(2\pi \cdot x/0.5)) + 0.3590 \cdot \sin(3\pi \cdot y/0.5) \cdot (\cosh(3\pi \cdot x/0.5) - \\
& \coth(3\pi \cdot 1/0.5) \cdot \sinh(3\pi \cdot x/0.5)); \\
\text{vkr2} &= 0.2699 \cdot \sin(4\pi \cdot y/0.5) \cdot (\cosh(4\pi \cdot x/0.5) - \\
& \coth(4\pi \cdot 1/0.5) \cdot \sinh(4\pi \cdot x/0.5)) + 0.2158 \cdot \sin(5\pi \cdot y/0.5) \cdot (\cosh(5\pi \cdot x/0.5) - \\
& \coth(5\pi \cdot 1/0.5) \cdot \sinh(5\pi \cdot x/0.5)) + 0.1798 \cdot \sin(6\pi \cdot y/0.5) \cdot (\cosh(6\pi \cdot x/0.5) - \\
& \coth(6\pi \cdot 1/0.5) \cdot \sinh(6\pi \cdot x/0.5)); \\
\text{vkr3} &= 0.154 \cdot \sin(7\pi \cdot y/0.5) \cdot (\cosh(7\pi \cdot x/0.5) - \\
& \coth(7\pi \cdot 1/0.5) \cdot \sinh(7\pi \cdot x/0.5)) + 0.1346 \cdot \sin(8\pi \cdot y/0.5) \cdot (\cosh(8\pi \cdot x/0.5) - \\
& \coth(8\pi \cdot 1/0.5) \cdot \sinh(8\pi \cdot x/0.5)) + 0.1195 \cdot \sin(9\pi \cdot y/0.5) \cdot (\cosh(9\pi \cdot x/0.5) - \\
& \coth(9\pi \cdot 1/0.5) \cdot \sinh(9\pi \cdot x/0.5)) + 0.1075 \cdot \sin(10\pi \cdot y/0.5) \cdot (\cosh(10\pi \cdot x/0.5) - \\
& \coth(10\pi \cdot 1/0.5) \cdot \sinh(10\pi \cdot x/0.5));
\end{aligned}$$

```

vknn1=1.4658*sin(y*pi/0.5)*(cosh(pi*(1-x)/0.5)-
coth(pi*1/0.5)*sinh(pi*(1-x)/0.5))-
0.5403*sin(2*pi*y/0.5)*(cosh(2*pi*(1-x)/0.5)-
coth(2*pi*1/0.5)*sinh(2*pi*(1-
x)/0.5))+0.4888*sin(3*pi*y/0.5)*(cosh(3*pi*(1-x)/0.5)-
coth(3*pi*1/0.5)*sinh(3*pi*(1-x)/0.5));
vknn2=-0.2699*sin(4*y*pi/0.5)*(cosh(4*pi*(1-x)/0.5)-
coth(4*pi*1/0.5)*sinh(4*pi*(1-
x)/0.5))+0.2935*sin(5*pi*y/0.5)*(cosh(5*pi*(1-x)/0.5)-
coth(5*pi*1/0.5)*sinh(5*pi*(1-x)/0.5))-
0.1798*sin(6*pi*y/0.5)*(cosh(6*pi*(1-x)/0.5)-
coth(6*pi*1/0.5)*sinh(6*pi*(1-x)/0.5));
vknn3=0.2098*sin(7*y*pi/0.5)*(cosh(7*pi*(1-x)/0.5)-
coth(7*pi*1/0.5)*sinh(7*pi*(1-x)/0.5))-
0.1346*sin(8*pi*y/0.5)*(cosh(8*pi*(1-x)/0.5)-
coth(8*pi*1/0.5)*sinh(8*pi*(1-
x)/0.5))+0.1634*sin(9*pi*y/0.5)*(cosh(9*pi*(1-x)/0.5)-
coth(9*pi*1/0.5)*sinh(9*pi*(1-x)/0.5))-
0.1075*sin(10*pi*y/0.5)*(cosh(10*pi*(1-x)/0.5)-
coth(10*pi*1/0.5)*sinh(10*pi*(1-x)/0.5));
vtotal240=vats1+vats2+vbwh1+vbwh2+vbwh3+vkr1+vkr
r2+vkr3+vknn1+vknn2+vknn3;
end

```

50. Program Fungsi V kartesian (480 titik data)

```

function vtotal480=vtotal480(x,y)
vats1=0.2313*sin(x*pi/1)*(cosh(pi*(0.5-y)/1)-
coth(pi*0.5/1)*sinh(pi*(0.5-
y)/1))+0.2572*sin(3*pi*x/1)*(cosh(3*pi*(0.5-y)/1)-
coth(3*pi*0.5/1)*sinh(3*pi*(0.5-
y)/1))+0.1111*sin(5*pi*x/1)*(cosh(5*pi*(0.5-y)/1)-
coth(5*pi*0.5/1)*sinh(5*pi*(0.5-y)/1));
vats2=0.0992*sin(7*x*pi/1)*(cosh(7*pi*(0.5-y)/1)-
coth(7*pi*0.5/1)*sinh(7*pi*(0.5-

```

$$\begin{aligned}
& y/1)) + 0.0657 * \sin(9 * \pi * x/1) * (\cosh(9 * \pi * (0.5 - y)/1) - \\
& \coth(9 * \pi * 0.5/1) * \sinh(9 * \pi * (0.5 - y)/1)); \\
& vbwh1 = 0.2313 * \sin(x * \pi/1) * (\cosh(\pi * y/1) - \\
& \coth(\pi * 0.5/1) * \sinh(\pi * y/1)) + 0.5404 * \sin(2 * x * \pi/1) * (\cosh(2 * \pi * y/1) - \\
& \coth(2 * \pi * 0.5/1) * \sinh(2 * \pi * y/1)) + 0.2572 * \sin(3 * x * \pi/1) * \\
& (\cosh(3 * \pi * y/1) - \coth(3 * \pi * 0.5/1) * \sinh(3 * \pi * y/1)); \\
& vbwh2 = 0.2702 * \sin(4 * x * \pi/1) * (\cosh(4 * \pi * y/1) - \\
& \coth(4 * \pi * 0.5/1) * \sinh(4 * \pi * y/1)) + 0.1111 * \sin(5 * x * \pi/1) * \\
& (\cosh(5 * \pi * y/1) - \\
& \coth(5 * \pi * 0.5/1) * \sinh(5 * \pi * y/1)) + 0.1801 * \sin(6 * x * \pi/1) * \\
& (\cosh(6 * \pi * y/1) - \coth(6 * \pi * 0.5/1) * \sinh(6 * \pi * y/1)); \\
& vbwh3 = 0.0992 * \sin(7 * x * \pi/1) * (\cosh(7 * \pi * y/1) - \\
& \coth(7 * \pi * 0.5/1) * \sinh(7 * \pi * y/1)) + 0.1351 * \sin(8 * x * \pi/1) * \\
& (\cosh(8 * \pi * y/1) - \\
& \coth(8 * \pi * 0.5/1) * \sinh(8 * \pi * y/1)) + 0.0657 * \sin(9 * x * \pi/1) * \\
& (\cosh(9 * \pi * y/1) - \\
& \coth(9 * \pi * 0.5/1) * \sinh(9 * \pi * y/1)) + 0.108 * \sin(10 * x * \pi/1) * \\
& (\cosh(10 * \pi * y/1) - \coth(10 * \pi * 0.5/1) * \sinh(10 * \pi * y/1)); \\
& vkr1 = 0.3874 * \sin(y * \pi/0.5) * (\cosh(x * \pi/0.5) - \\
& \coth(\pi * 1/0.5) * \sinh(\pi * x/0.5)) + 0.5403 * \sin(2 * \pi * y/0.5) * (\cosh(2 * \pi * x/0.5) - \\
& \coth(2 * \pi * 1/0.5) * \sinh(2 * \pi * x/0.5)) + 0.3591 * \sin(3 * \pi * y/0.5) * (\cosh(3 * \pi * x/0.5) - \\
& \coth(3 * \pi * 1/0.5) * \sinh(3 * \pi * x/0.5)); \\
& vkr2 = 0.2701 * \sin(4 * y * \pi/0.5) * (\cosh(4 * x * \pi/0.5) - \\
& \coth(4 * \pi * 1/0.5) * \sinh(4 * \pi * x/0.5)) + 0.2161 * \sin(5 * \pi * y/0.5) * (\cosh(5 * \pi * x/0.5) - \\
& \coth(5 * \pi * 1/0.5) * \sinh(5 * \pi * x/0.5)) + 0.18 * \sin(6 * \pi * y/0.5) * (\cosh(6 * \pi * x/0.5) - \coth(6 * \pi * 1/0.5) * \sinh(6 * \pi * x/0.5)); \\
& vkr3 = 0.1543 * \sin(7 * y * \pi/0.5) * (\cosh(7 * x * \pi/0.5) - \\
& \coth(7 * \pi * 1/0.5) * \sinh(7 * \pi * x/0.5)) + 0.135 * \sin(8 * \pi * y/0.5) * (\cosh(8 * \pi * x/0.5) - \\
& \coth(8 * \pi * 1/0.5) * \sinh(8 * \pi * x/0.5)) + 0.1199 * \sin(9 * \pi * y/0.5) * (\cosh(9 * \pi * x/0.5) -
\end{aligned}$$

```

coth(9*pi*1/0.5)*sinh(9*pi*x/0.5))+0.1079*sin(10*y*pi/
0.5)*(cosh(10*x*pi/0.5)-
coth(10*pi*1/0.5)*sinh(10*pi*x/0.5));
vknn1=1.4657*sin(y*pi/0.5)*(cosh(pi*(1-x)/0.5)-
coth(pi*1/0.5)*sinh(pi*(1-x)/0.5))-
0.5403*sin(2*pi*y/0.5)*(cosh(2*pi*(1-x)/0.5)-
coth(2*pi*1/0.5)*sinh(2*pi*(1-
x)/0.5))+0.4886*sin(3*pi*y/0.5)*(cosh(3*pi*(1-x)/0.5)-
coth(3*pi*1/0.5)*sinh(3*pi*(1-x)/0.5));
vknn2=-0.2701*sin(4*y*pi/0.5)*(cosh(4*pi*(1-x)/0.5)-
coth(4*pi*1/0.5)*sinh(4*pi*(1-
x)/0.5))+0.2932*sin(5*pi*y/0.5)*(cosh(5*pi*(1-x)/0.5)-
coth(5*pi*1/0.5)*sinh(5*pi*(1-x)/0.5))-
0.18*sin(6*pi*y/0.5)*(cosh(6*pi*(1-x)/0.5)-
coth(6*pi*1/0.5)*sinh(6*pi*(1-x)/0.5));
vknn3=-0.2095*sin(7*y*pi/0.5)*(cosh(7*pi*(1-x)/0.5)-
coth(7*pi*1/0.5)*sinh(7*pi*(1-x)/0.5))-
0.135*sin(8*pi*y/0.5)*(cosh(8*pi*(1-x)/0.5)-
coth(8*pi*1/0.5)*sinh(8*pi*(1-
x)/0.5))+0.163*sin(9*pi*y/0.5)*(cosh(9*pi*(1-x)/0.5)-
coth(9*pi*1/0.5)*sinh(9*pi*(1-x)/0.5))-
0.1079*sin(10*pi*y/0.5)*(cosh(10*pi*(1-x)/0.5)-
coth(10*pi*1/0.5)*sinh(10*pi*(1-x)/0.5));
vtotal480=vats1+vats2+vbwh1+vbwh2+vbwh3+vkr1+vkr
r2+vkr3+vknn1+vknn2+vknn3;

```

end

LAMPIRAN B

1. Nilai Potensial V_1 Secara Langsung (untuk sisi atas)Tabel B.1 Tabel V_1 perhitungan secara langsung

No	X	y	V_1
1	0	0,4	0,4655
2	0,02	0,4	0,4469
3	0,04	0,4	0,4283
4	0,06	0,4	0,4097
5	0,08	0,4	0,3912
6	0,1	0,4	0,3727
7	0,12	0,4	0,3544
8	0,14	0,4	0,3361
9	0,16	0,4	0,3180
10	0,18	0,4	0,3
11	0,2	0,4	0,2821
12	0,22	0,4	0,2644
13	0,24	0,4	0,247
14	0,26	0,4	0,2297
15	0,28	0,4	0,2127
16	0,3	0,4	0,196
17	0,32	0,4	0,1796
18	0,34	0,4	0,1635
19	0,36	0,4	0,1477
20	0,38	0,4	0,1324
21	0,4	0,4	0,1175

2. Nilai Potensial V_2 Secara Langsung (untuk sisi kanan)Tabel B.2 Tabel V_2 perhitungan secara langsung

No	X	y	V_2
1	0,4	0	0,2698
2	0,4	0,02	0,2597
3	0,4	0,04	0,2495
4	0,4	0,06	0,2394
5	0,4	0,08	0,2293

6	0,4	0,1	0,2193
7	0,4	0,12	0,2094
8	0,4	0,14	0,1997
9	0,4	0,16	0,1903
10	0,4	0,18	0,1813
11	0,4	0,2	0,1728
12	0,4	0,22	0,1648
13	0,4	0,24	0,1574
14	0,4	0,26	0,1506
15	0,4	0,28	0,1444
16	0,4	0,3	0,1388
17	0,4	0,32	0,1338
18	0,4	0,34	0,1292
19	0,4	0,36	0,125
20	0,4	0,38	0,1211
21	0,4	0,4	0,1175

3. Nilai Potensial V_3 Secara Langsung (untuk sisi bawah)

Tabel B.3 Tabel V_3 perhitungan secara langsung

No	x	y	V_3
1	0	0	1,3488
2	0,02	0	1,2949
3	0,04	0	1,2409
4	0,06	0	1,1870
5	0,08	0	1,1330
6	0,1	0	1,0791
7	0,12	0	1,0251
8	0,14	0	0,9712
9	0,16	0	0,9172
10	0,18	0	0,8632
11	0,2	0	0,8093
12	0,22	0	0,7553
13	0,24	0	0,7014
14	0,26	0	0,6474

15	0,28	0	0,5935
16	0,3	0	0,5395
17	0,32	0	0,4856
18	0,34	0	0,4316
19	0,36	0	0,3777
20	0,38	0	0,3237
21	0,4	0	0,2698

4. Nilai Potensial V_4 Secara Langsung (untuk sisi kiri)

Tabel B.4 Tabel V_4 perhitungan secara langsung

No	X	y	V_4
1	0	0	1,3488
2	0	0,02	1,2712
3	0	0,04	1,1943
4	0	0,06	1,1189
5	0	0,08	1,0455
6	0	0,1	0,9748
7	0	0,12	0,9074
8	0	0,14	0,8438
9	0	0,16	0,7844
10	0	0,18	0,7297
11	0	0,2	0,6799
12	0	0,22	0,6353
13	0	0,24	0,5959
14	0	0,26	0,5620
15	0	0,28	0,5334
16	0	0,3	0,5101
17	0	0,32	0,492
18	0	0,34	0,4788
19	0	0,36	0,4703
20	0	0,38	0,4660
21	0	0,4	0,4655

5. Nilai Potensial V_1 Pendekatan Kartesian Untuk 15 titik data

Tabel B.5 Tabel V_1 pendekatan kartesian untuk 15 titik data

No	x	y	V_1
1	0	0,4	-0,0485
2	0,02	0,4	0,0109
3	0,04	0,4	0,0723
4	0,06	0,4	0,1272
5	0,08	0,4	0,1727
6	0,1	0,4	0,2079
7	0,12	0,4	0,2334
8	0,14	0,4	0,2503
9	0,16	0,4	0,2601
10	0,18	0,4	0,2645
11	0,2	0,4	0,2649
12	0,22	0,4	0,2623
13	0,24	0,4	0,2575
14	0,26	0,4	0,251
15	0,28	0,4	0,243
16	0,3	0,4	0,2335
17	0,32	0,4	0,2229
18	0,34	0,4	0,2115
19	0,36	0,4	0,1999
20	0,38	0,4	0,1885
21	0,4	0,4	0,1780

6. Nilai Potensial V_2 Pendekatan Kartesian Untuk 15 titik data

Tabel B.6 Tabel V_2 pendekatan kartesian untuk 15 titik data

No	x	y	V_2
1	0,4	0	0,237
2	0,4	0,02	0,2569

3	0,4	0,04	0,269
4	0,4	0,06	0,2762
5	0,4	0,08	0,2802
6	0,4	0,1	0,282
7	0,4	0,12	0,2821
8	0,4	0,14	0,2807
9	0,4	0,16	0,2781
10	0,4	0,18	0,2744
11	0,4	0,2	0,2698
12	0,4	0,22	0,2643
13	0,4	0,24	0,258
14	0,4	0,26	0,2509
15	0,4	0,28	0,243
16	0,4	0,3	0,2343
17	0,4	0,32	0,2249
18	0,4	0,34	0,2146
19	0,4	0,36	0,2035
20	0,4	0,38	0,1913
21	0,4	0,4	0,178

7. Nilai Potensial V_3 Pendekatan Kartesian Untuk 15 titik data

Tabel B.7 Tabel V_3 pendekatan kartesian untuk 15 titik data

No	x	y	V_3
1	0	0	0
2	0,02	0	0,4253
3	0,04	0	0,792
4	0,06	0	1,0554
5	0,08	0	1,1945
6	0,1	0	1,2152
7	0,12	0	1,1463
8	0,14	0	1,0285
9	0,16	0	0,9033

10	0,18	0	0,8013
11	0,2	0	0,7361
12	0,22	0	0,7042
13	0,24	0	0,6903
14	0,26	0	0,6747
15	0,28	0	0,6421
16	0,3	0	0,5862
17	0,32	0	0,5110
18	0,34	0	0,4275
19	0,36	0	0,3489
20	0,38	0	0,2845
21	0,4	0	0,237

8. Nilai Potensial V_4 Pendekatan Kartesian Untuk 15 titik data

Tabel B.8 Tabel V_4 pendekatan kartesian untuk 15 titik data

No	x	y	V_4
1	0	0	0
2	0	0,02	0,3201
3	0	0,04	0,7880
4	0	0,06	1,2536
5	0	0,08	1,3946
6	0	0,1	1,117
7	0	0,12	0,7036
8	0	0,14	0,5044
9	0	0,16	0,5557
10	0	0,18	0,5987
11	0	0,2	0,4436
12	0	0,22	0,1965
13	0	0,24	0,0812
14	0	0,26	0,1317
15	0	0,28	0,1693
16	0	0,3	0,0658

17	0	0,32	-0,0863
18	0	0,34	-0,1206
19	0	0,36	-0,034
20	0	0,38	-0,0189
21	0	0,4	-0,0485

9. Nilai Potensial V_1 Pendekatan Kartesian Untuk 30 titik data

Tabel B.9 Tabel V_1 pendekatan kartesian untuk 30 titik data

No	X	y	V_1
1	0	0,4	-0,0797
2	0,02	0,4	0,0042
3	0,04	0,4	0,0741
4	0,06	0,4	0,1323
5	0,08	0,4	0,1789
6	0,1	0,4	0,2142
7	0,12	0,4	0,239
8	0,14	0,4	0,2549
9	0,16	0,4	0,2636
10	0,18	0,4	0,267
11	0,2	0,4	0,2668
12	0,22	0,4	0,2639
13	0,24	0,4	0,2592
14	0,26	0,4	0,2528
15	0,28	0,4	0,2448
16	0,3	0,4	0,2353
17	0,32	0,4	0,2244
18	0,34	0,4	0,2125
19	0,36	0,4	0,2003
20	0,38	0,4	0,1884
21	0,4	0,4	0,1774

10. Nilai Potensial V_2 Pendekatan Kartesian Untuk 30 titik data

Tabel B.10 Tabel V_2 pendekatan kartesian untuk 30 titik data

No	x	y	V_2
1	0,4	0	0,222
2	0,4	0,02	0,2486
3	0,4	0,04	0,2644
4	0,4	0,06	0,2738
5	0,4	0,08	0,2792
6	0,4	0,1	0,2817
7	0,4	0,12	0,2822
8	0,4	0,14	0,2812
9	0,4	0,16	0,2788
10	0,4	0,18	0,2752
11	0,4	0,2	0,2707
12	0,4	0,22	0,2652
13	0,4	0,24	0,2588
14	0,4	0,26	0,2516
15	0,4	0,28	0,2437
16	0,4	0,3	0,2349
17	0,4	0,32	0,2253
18	0,4	0,34	0,2149
19	0,4	0,36	0,2036
20	0,4	0,38	0,1911
21	0,4	0,4	0,1774

11. Nilai Potensial V_3 Pendekatan Kartesian Untuk 30 titik data

Tabel B.11 Tabel V_3 pendekatan kartesian untuk 30 titik data

No	X	y	V_3
1	0	0	0
2	0,02	0	0,4852

3	0,04	0	0,8962
4	0,06	0	1,1776
5	0,08	0	1,3056
6	0,1	0	1,2918
7	0,12	0	1,1768
8	0,14	0	1,0157
9	0,16	0	0,8618
10	0,18	0	0,7517
11	0,2	0	0,698
12	0,22	0	0,6897
13	0,24	0	0,701
14	0,26	0	0,7029
15	0,28	0	0,6746
16	0,3	0	0,6098
17	0,32	0	0,5175
18	0,34	0	0,4165
19	0,36	0	0,3266
20	0,38	0	0,2611
21	0,4	0	0,222

12. Nilai Potensial V_4 Pendekatan Kartesian Untuk 30 titik data

Tabel B.12 Tabel V_4 pendekatan kartesian untuk 30 titik data

No	x	y	V_4
1	0	0	0
2	0	0,02	0,972
3	0	0,04	1,4635
4	0	0,06	1,3945
5	0	0,08	1,0779
6	0	0,1	0,8551
7	0	0,12	0,7953
8	0	0,14	0,7486
9	0	0,16	0,6061



10	0	0,18	0,4256
11	0	0,2	0,3158
12	0	0,22	0,2805
13	0	0,24	0,2338
14	0	0,26	0,1335
15	0	0,28	0,0337
16	0	0,3	-0,0033
17	0	0,32	0,0035
18	0	0,34	-0,0118
19	0	0,36	-0,0635
20	0	0,38	-0,0988
21	0	0,4	-0,0797

13. Nilai Potensial V_1 Pendekatan Kartesian Untuk 60 titik data

Tabel B.13 Tabel V_1 pendekatan kartesian untuk 60 titik data

No	x	y	V_1
1	0	0,4	-0,0848
2	0,02	0,4	-0,0083
3	0,04	0,4	0,053
4	0,06	0,4	0,1046
5	0,08	0,4	0,148
6	0,1	0,4	0,184
7	0,12	0,4	0,2134
8	0,14	0,4	0,2368
9	0,16	0,4	0,2551
10	0,18	0,4	0,2686
11	0,2	0,4	0,2777
12	0,22	0,4	0,2824
13	0,24	0,4	0,2824
14	0,26	0,4	0,2778
15	0,28	0,4	0,2686
16	0,3	0,4	0,2555

17	0,32	0,4	0,2393
18	0,34	0,4	0,2215
19	0,36	0,4	0,2034
20	0,38	0,4	0,1864
21	0,4	0,4	0,1715

14. Nilai Potensial V_2 Pendekatan Kartesian Untuk 60 titik data

Tabel B.14 Tabel V_2 pendekatan kartesian untuk 60 titik data

No	x	y	V_2
1	0,4	0	0,2184
2	0,4	0,02	0,2469
3	0,4	0,04	0,2638
4	0,4	0,06	0,2738
5	0,4	0,08	0,2794
6	0,4	0,1	0,2822
7	0,4	0,12	0,2829
8	0,4	0,14	0,2819
9	0,4	0,16	0,2795
10	0,4	0,18	0,276
11	0,4	0,2	0,2714
12	0,4	0,22	0,2659
13	0,4	0,24	0,2594
14	0,4	0,26	0,2521
15	0,4	0,28	0,244
16	0,4	0,3	0,235
17	0,4	0,32	0,225
18	0,4	0,34	0,2139
19	0,4	0,36	0,2015
20	0,4	0,38	0,1875
21	0,4	0,4	0,1715

15. Nilai Potensial V_3 Pendekatan Kartesian Untuk 60 titik data

Tabel B.15 Tabel V_3 pendekatan kartesian untuk 60 titik data

No	X	y	V_3
1	0	0	0
2	0,02	0	0,4996
3	0,04	0	0,9213
4	0,06	0	1,2071
5	0,08	0	1,3325
6	0,1	0	1,3104
7	0,12	0	1,1843
8	0,14	0	1,0128
9	0,16	0	0,852
10	0,18	0	0,7401
11	0,2	0	0,689
12	0,22	0	0,6864
13	0,24	0	0,7038
14	0,26	0	0,7098
15	0,28	0	0,6824
16	0,3	0	0,6153
17	0,32	0	0,5187
18	0,34	0	0,4133
19	0,36	0	0,3206
20	0,38	0	0,255
21	0,4	0	0,2184

16. Nilai Potensial V_4 Pendekatan Kartesian Untuk 60 titik data

Tabel B.16 Tabel V_4 pendekatan kartesian untuk 60 titik data

No	X	y	V_4
1	0	0	0
2	0	0,02	1,0997

3	0	0,04	1,6018
4	0	0,06	1,4356
5	0	0,08	1,0285
6	0	0,1	0,8056
7	0	0,12	0,8051
8	0	0,14	0,7893
9	0	0,16	0,6178
10	0	0,18	0,3988
11	0	0,2	0,2934
12	0	0,22	0,2923
13	0	0,24	0,2588
14	0	0,26	0,1353
15	0	0,28	0,0124
16	0	0,3	-0,0152
17	0	0,32	0,0171
18	0	0,34	0,0059
19	0	0,36	-0,0675
20	0	0,38	-0,1173
21	0	0,4	-0,0848

17. Nilai Potensial V_1 Pendekatan Kartesian Untuk 120 titik data

Tabel B.17 Tabel V_1 pendekatan kartesian untuk 120 titik data

No	x	y	V_1
1	0	0,4	-0,0863
2	0,02	0,4	0,0031
3	0,04	0,4	0,075
4	0,06	0,4	0,134
5	0,08	0,4	0,1809
6	0,1	0,4	0,2162
7	0,12	0,4	0,2408
8	0,14	0,4	0,2563
9	0,16	0,4	0,2648

10	0,18	0,4	0,268
11	0,2	0,4	0,2675
12	0,22	0,4	0,2647
13	0,24	0,4	0,2599
14	0,26	0,4	0,2536
15	0,28	0,4	0,2456
16	0,3	0,4	0,2361
17	0,32	0,4	0,2252
18	0,34	0,4	0,2132
19	0,36	0,4	0,2009
20	0,38	0,4	0,1889
21	0,4	0,4	0,178

18. Nilai Potensial V_2 Pendekatan Kartesian Untuk 120 titik data

Tabel B.18 Tabel V_2 pendekatan kartesian untuk 120 titik data

No	x	y	V_2
1	0,4	0	0,2176
2	0,4	0,02	0,2465
3	0,4	0,04	0,2637
4	0,4	0,06	0,2738
5	0,4	0,08	0,2796
6	0,4	0,1	0,2824
7	0,4	0,12	0,2831
8	0,4	0,14	0,2821
9	0,4	0,16	0,2797
10	0,4	0,18	0,2762
11	0,4	0,2	0,2717
12	0,4	0,22	0,2662
13	0,4	0,24	0,2598
14	0,4	0,26	0,2527
15	0,4	0,28	0,2447
16	0,4	0,3	0,2359

17	0,4	0,32	0,2262
18	0,4	0,34	0,2158
19	0,4	0,36	0,2043
20	0,4	0,38	0,1918
21	0,4	0,4	0,178

19. Nilai Potensial V_3 Pendekatan Kartesian Untuk 120 titik data

Tabel B.19 Tabel V_3 pendekatan kartesian untuk 120 titik data

No	x	y	V_3
1	0	0	0
2	0,02	0	0,5032
3	0,04	0	0,9277
4	0,06	0	1,2146
5	0,08	0	1,3393
6	0,1	0	1,3151
7	0,12	0	1,1862
8	0,14	0	1,0121
9	0,16	0	0,8496
10	0,18	0	0,7371
11	0,2	0	0,6868
12	0,22	0	0,6855
13	0,24	0	0,7045
14	0,26	0	0,7116
15	0,28	0	0,6844
16	0,3	0	0,6167
17	0,32	0	0,5191
18	0,34	0	0,4126
19	0,36	0	0,3193
20	0,38	0	0,2537
21	0,4	0	0,2176

20. Nilai Potensial V_4 Pendekatan Kartesian Untuk 120 titik data

Tabel B.20 Tabel V_4 pendekatan kartesian untuk 120 titik data

No	x	y	V_4
1	0	0	0
2	0	0,02	1,1301
3	0	0,04	1,635
4	0	0,06	1,4459
5	0	0,08	1,0173
6	0	0,1	0,794
7	0	0,12	0,8072
8	0	0,14	0,7987
9	0	0,16	0,6207
10	0	0,18	0,3927
11	0	0,2	0,2881
12	0	0,22	0,2949
13	0	0,24	0,2645
14	0	0,26	0,1356
15	0	0,28	0,0075
16	0	0,3	-0,0178
17	0	0,32	0,0203
18	0	0,34	0,01
19	0	0,36	-0,0686
20	0	0,38	-0,1218
21	0	0,4	-0,0863

21. Nilai Potensial V_1 Pendekatan Kartesian Untuk 240 titik data

Tabel B.21 Tabel V_1 pendekatan kartesian untuk 240 titik data

No	x	y	V_1
1	0	0,4	-0,0864
2	0,02	0,4	0,0031

3	0,04	0,4	0,0751
4	0,06	0,4	0,1341
5	0,08	0,4	0,181
6	0,1	0,4	0,2162
7	0,12	0,4	0,2409
8	0,14	0,4	0,2564
9	0,16	0,4	0,2648
10	0,18	0,4	0,268
11	0,2	0,4	0,2675
12	0,22	0,4	0,2646
13	0,24	0,4	0,2599
14	0,26	0,4	0,2536
15	0,28	0,4	0,2456
16	0,3	0,4	0,2361
17	0,32	0,4	0,2252
18	0,34	0,4	0,2132
19	0,36	0,4	0,2009
20	0,38	0,4	0,1889
21	0,4	0,4	0,178

22. Nilai Potensial V_2 Pendekatan Kartesian Untuk 240 titik data

Tabel B.22 Tabel V_2 pendekatan kartesian untuk 240 titik data

No	x	y	V_2
1	0,4	0	0,2173
2	0,4	0,02	0,2463
3	0,4	0,04	0,2635
4	0,4	0,06	0,2737
5	0,4	0,08	0,2795
6	0,4	0,1	0,2823
7	0,4	0,12	0,283
8	0,4	0,14	0,2821
9	0,4	0,16	0,2797

10	0,4	0,18	0,2763
11	0,4	0,2	0,2717
12	0,4	0,22	0,2662
13	0,4	0,24	0,2599
14	0,4	0,26	0,2527
15	0,4	0,28	0,2447
16	0,4	0,3	0,2359
17	0,4	0,32	0,2263
18	0,4	0,34	0,2158
19	0,4	0,36	0,2044
20	0,4	0,38	0,1918
21	0,4	0,4	0,178

23. Nilai Potensial V_3 Pendekatan Kartesian Untuk 240 titik data

Tabel B.23 Tabel V_3 pendekatan kartesian untuk 240 titik data

No	x	y	V_3
1	0	0	0
2	0,02	0	0,504
3	0,04	0	0,9291
4	0,06	0	1,2162
5	0,08	0	1,3408
6	0,1	0	1,3162
7	0,12	0	1,1866
8	0,14	0	1,0119
9	0,16	0	0,849
10	0,18	0	0,7363
11	0,2	0	0,6861
12	0,22	0	0,6851
13	0,24	0	0,7044
14	0,26	0	0,7118
15	0,28	0	0,6847
16	0,3	0	0,6169

17	0,32	0	0,5191
18	0,34	0	0,4124
19	0,36	0	0,3189
20	0,38	0	0,2532
21	0,4	0	0,2137

24. Nilai Potensial V_4 Pendekatan Kartesian Untuk 240 titik data

Tabel B.24 Tabel V_4 pendekatan kartesian untuk 240 titik data

No	x	y	V_4
1	0	0	0
2	0	0,02	1,1377
3	0	0,04	1,6433
4	0	0,06	1,4486
5	0	0,08	1,0146
6	0	0,1	0,7912
7	0	0,12	0,8076
8	0	0,14	0,801
9	0	0,16	0,6214
10	0	0,18	0,3913
11	0	0,2	0,287
12	0	0,22	0,2956
13	0	0,24	0,2658
14	0	0,26	0,1356
15	0	0,28	0,0062
16	0	0,3	-0,0186
17	0	0,32	0,0211
18	0	0,34	0,0109
19	0	0,36	-0,0688
20	0	0,38	-0,1228
21	0	0,4	-0,0846

25. Nilai Potensial V_1 Pendekatan Kartesian Untuk 480 titik data

Tabel B.25 Tabel V_1 pendekatan kartesian untuk 480 titik data

No	x	y	V_1
1	0	0,4	-0,0864
2	0,02	0,4	0,0032
3	0,04	0,4	0,0751
4	0,06	0,4	0,1341
5	0,08	0,4	0,181
6	0,1	0,4	0,2163
7	0,12	0,4	0,2409
8	0,14	0,4	0,2564
9	0,16	0,4	0,2648
10	0,18	0,4	0,268
11	0,2	0,4	0,2675
12	0,22	0,4	0,2647
13	0,24	0,4	0,2599
14	0,26	0,4	0,2536
15	0,28	0,4	0,2456
16	0,3	0,4	0,2361
17	0,32	0,4	0,2252
18	0,34	0,4	0,2132
19	0,36	0,4	0,2009
20	0,38	0,4	0,1889
21	0,4	0,4	0,178

26. Nilai Potensial V_2 Pendekatan Kartesian Untuk 480 titik data

Tabel B.26 Tabel V_2 pendekatan kartesian untuk 480 titik data

No	x	y	V_2
1	0,4	0	0,2172
2	0,4	0,02	0,2463

3	0,4	0,04	0,2635
4	0,4	0,06	0,2737
5	0,4	0,08	0,2795
6	0,4	0,1	0,2824
7	0,4	0,12	0,2831
8	0,4	0,14	0,2821
9	0,4	0,16	0,2798
10	0,4	0,18	0,2763
11	0,4	0,2	0,2717
12	0,4	0,22	0,2662
13	0,4	0,24	0,2599
14	0,4	0,26	0,2527
15	0,4	0,28	0,2447
16	0,4	0,3	0,2359
17	0,4	0,32	0,2263
18	0,4	0,34	0,2158
19	0,4	0,36	0,2044
20	0,4	0,38	0,1918
21	0,4	0,4	0,178

27. Nilai Potensial V_3 Pendekatan Kartesian Untuk 480 titik data

Tabel B.27 Tabel V_3 pendekatan kartesian untuk 480 titik data

No	x	y	V_3
1	0	0	0
2	0,02	0	0,5043
3	0,04	0	0,9295
4	0,06	0	1,2167
5	0,08	0	1,3413
6	0,1	0	1,3165
7	0,12	0	1,1868
8	0,14	0	1,0119
9	0,16	0	0,8489

10	0,18	0	0,7362
11	0,2	0	0,686
12	0,22	0	0,6852
13	0,24	0	0,7045
14	0,26	0	0,712
15	0,28	0	0,6849
16	0,3	0	0,6171
17	0,32	0	0,5192
18	0,34	0	0,4123
19	0,36	0	0,3188
20	0,38	0	0,2531
21	0,4	0	0,2172

28. Nilai Potensial V_4 Pendekatan Kartesian Untuk 480 titik data

Tabel B.28 Tabel V_4 pendekatan kartesian untuk 480 titik data

No	x	y	V_4
1	0	0	0
2	0	0,02	1,1395
3	0	0,04	1,6452
4	0	0,06	1,4492
5	0	0,08	1,014
6	0	0,1	0,7904
7	0	0,12	0,8077
8	0	0,14	0,8015
9	0	0,16	0,6215
10	0	0,18	0,3909
11	0	0,2	0,2866
12	0	0,22	0,2957
13	0	0,24	0,2662
14	0	0,26	0,1358
15	0	0,28	0,0062
16	0	0,3	-0,0185

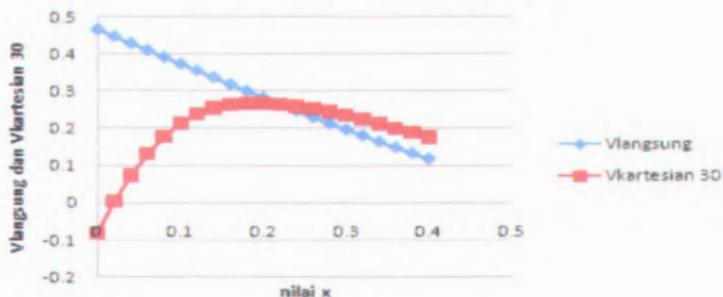
17	0	0,32	0,0213
18	0	0,34	0,0112
19	0	0,36	-0,0689
20	0	0,38	-0,123
21	0	0,4	-0,0864

LAMPIRAN C

1. Grafik Potensial Atas :

1.1 Grafik potensial 30

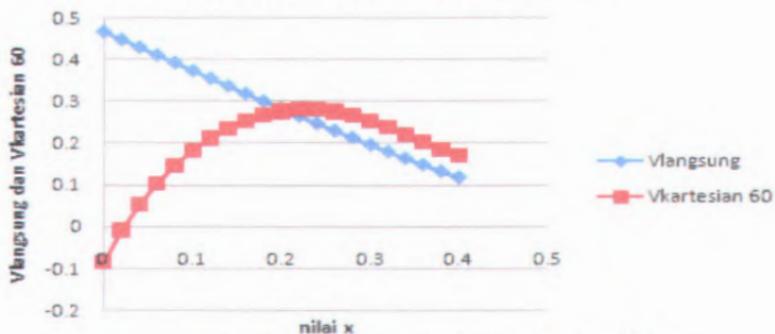
Grafik Potensial Atas 30



Grafik C.1 Grafik Potensial atas 30

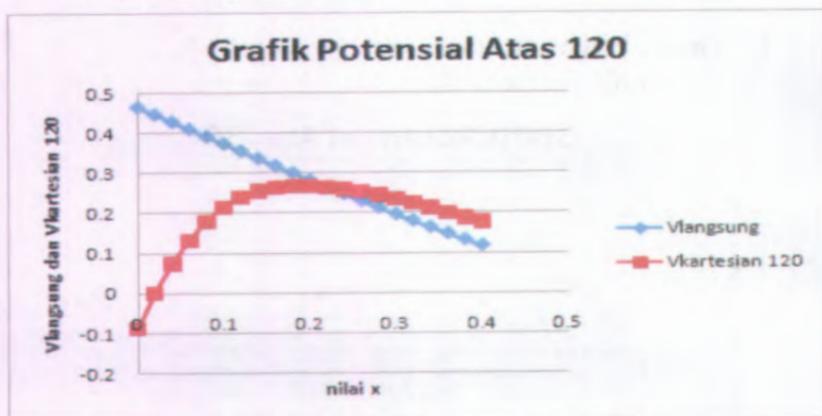
1.2 Grafik potensial 60

Grafik Potensial Atas 60



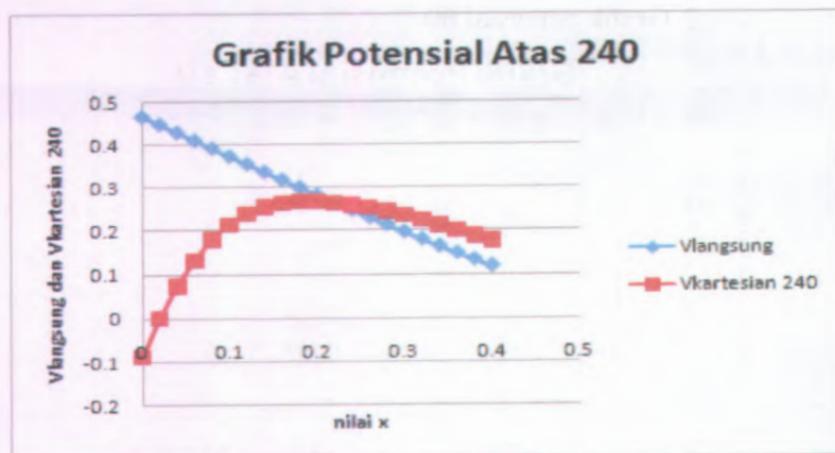
Grafik C.2 Grafik potensial atas 60

1.3 Grafik potensial 120



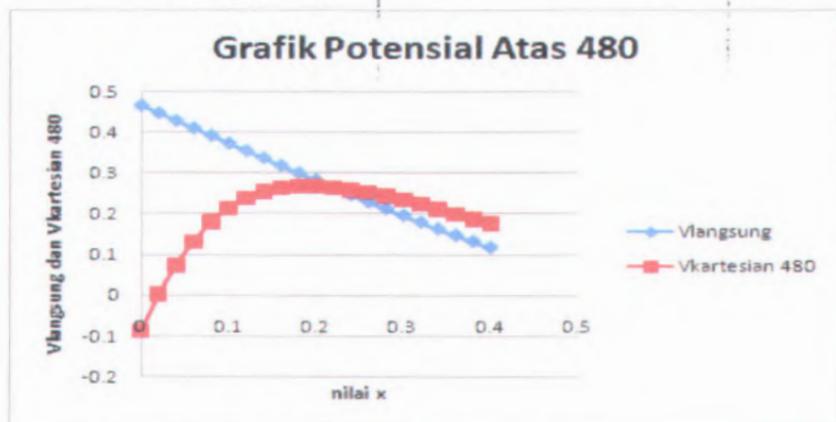
Grafik C.3 Grafik potensial atas 120

1.4 Grafik potensial 240



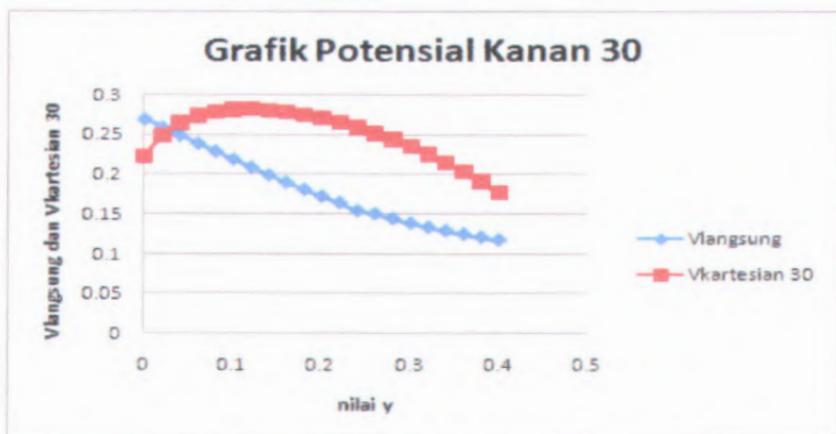
Grafik C.4 Grafik potensial atas 240

1.5 Grafik potensial 480



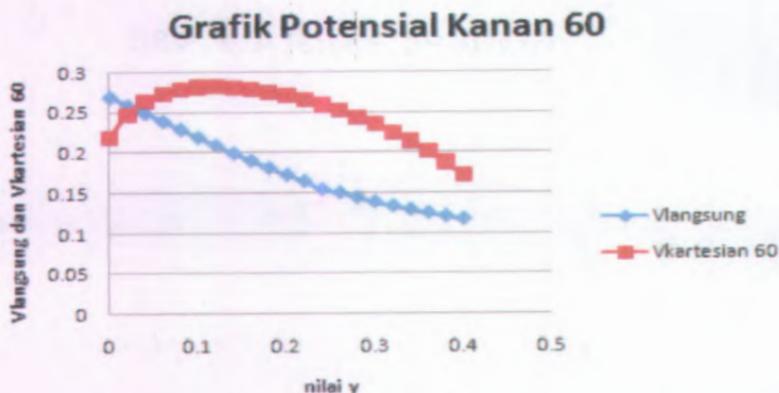
Grafik C.5 Grafik potensial atas 480

2. Grafik Potensial Kanan :
2.1 Grafik potensial 30



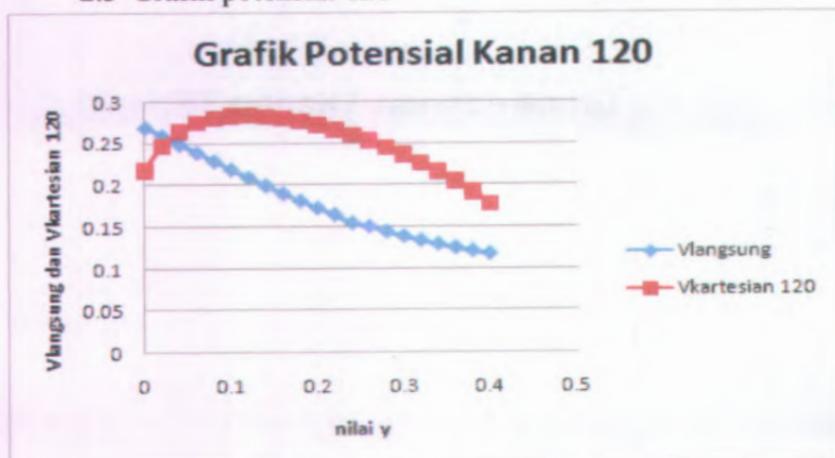
Grafik C.6 Grafik potensial kanan 30

2.2 Grafik potensial 60



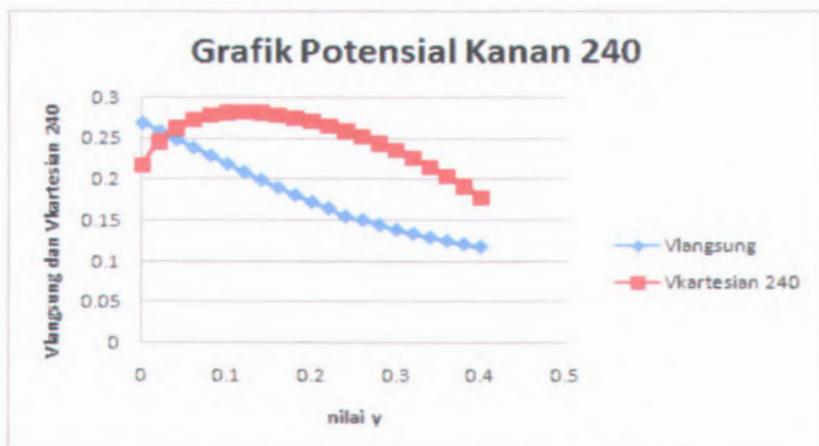
Grafik C.7 Grafik potensial kanan 60

2.3 Grafik potensial 120



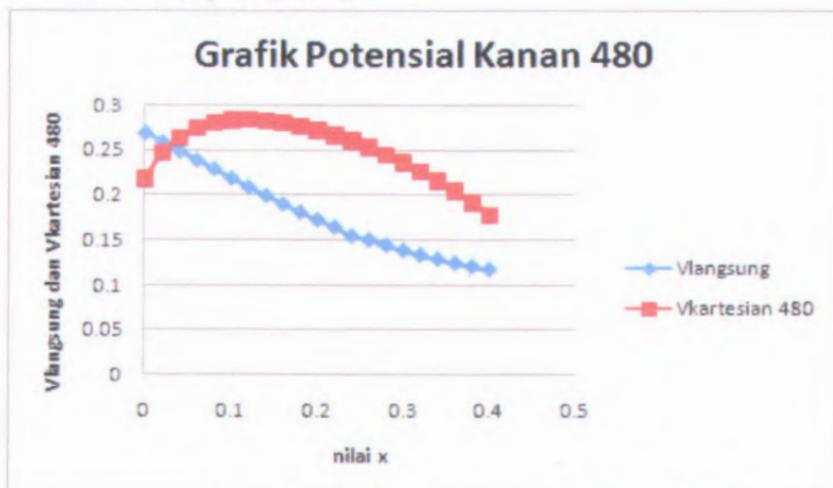
Grafik C.8 Grafik potensial kanan 120

2.4 Grafik potensial 240



Grafik C.9 Grafik potensial kanan 240

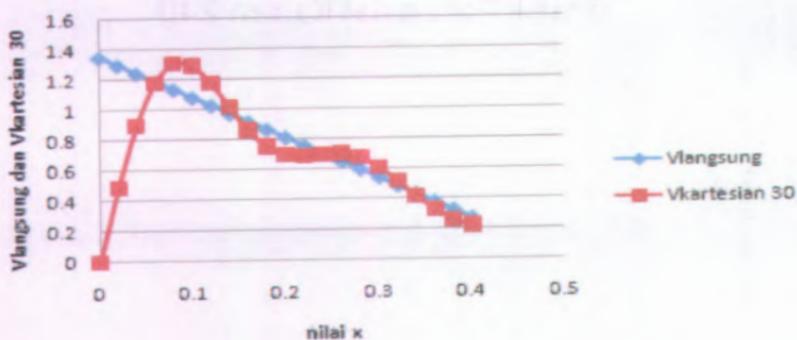
2.5 Grafik potensial 480



Grafik C.10 Grafik potensial kanan 480

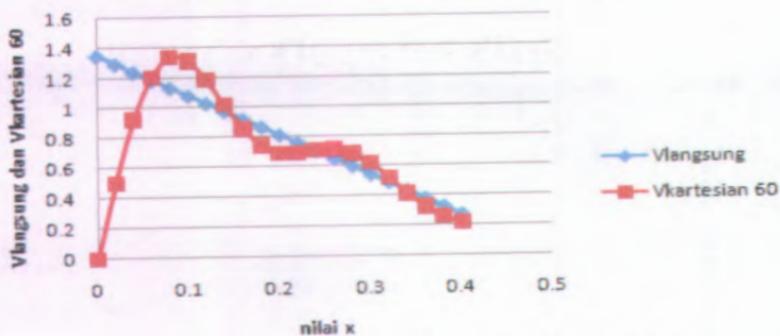
3. Grafik Potensial Bawah :

3.1 Grafik potensial 30

Grafik Potensial Bawah 30

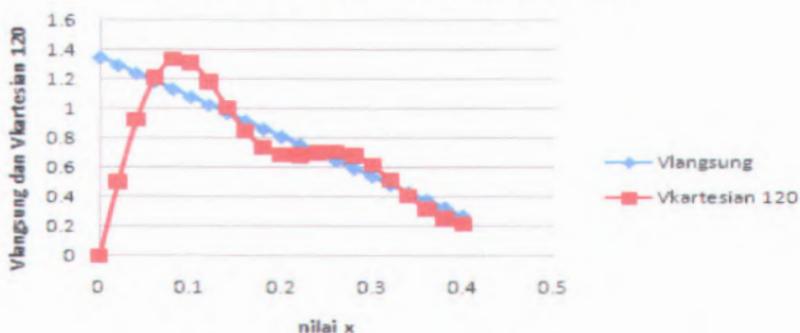
Grafik C.11 Grafik potensial bawah 30

3.2 Grafik potensial 60

Grafik Potensial Bawah 60

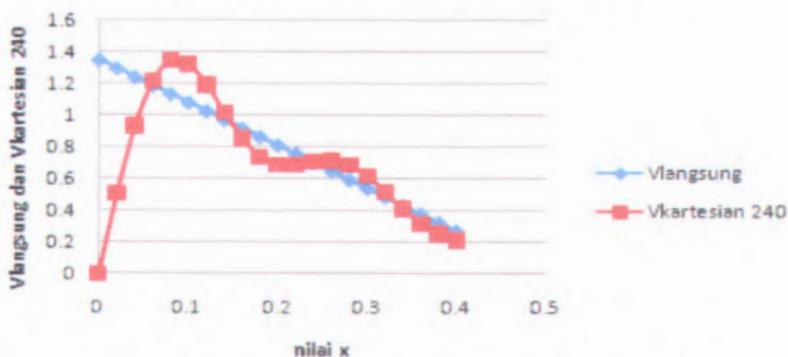
Grafik C.12 Grafik potensial bawah 60

3.3 Grafik potensial 120

Grafik Potensial Bawah 120

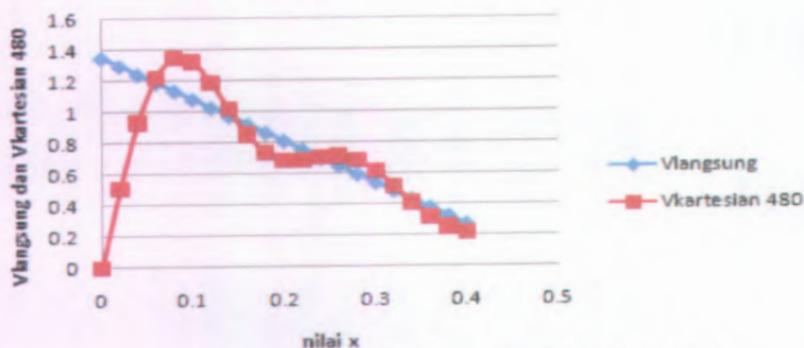
Grafik C.13 Grafik potensial bawah 120

3.4 Grafik potensial 240

Grafik Potensial Bawah 240

Grafik C.14 Grafik potensial bawah 240

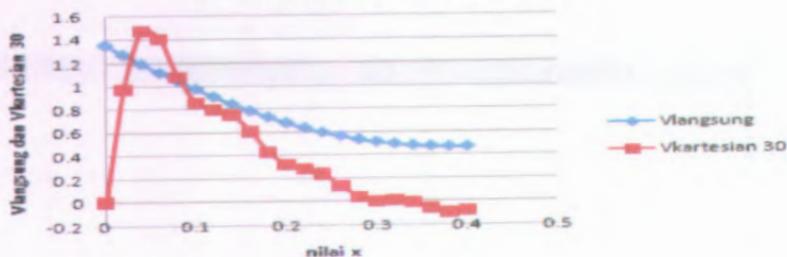
3.5 Grafik potensial 480

Grafik Potensial Bawah 480

Grafik C.15 Grafik potensial bawah 480

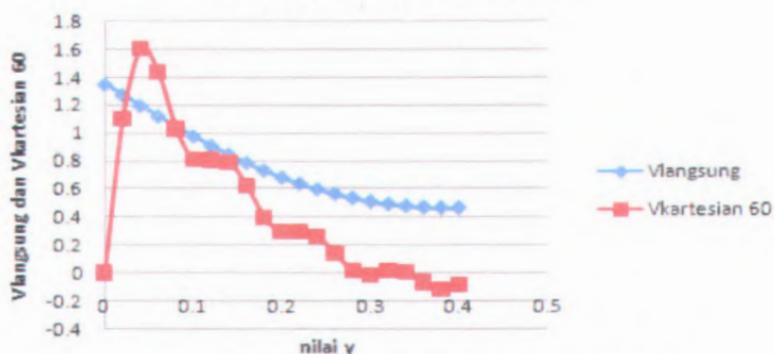
4. Grafik Potensial Kiri :

4.1 Grafik potensial 30

Grafik Potensial Kiri 30

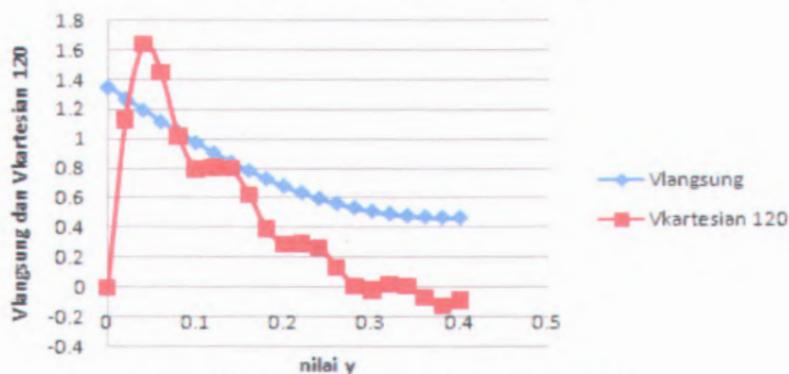
Grafik C.16 Grafik potensial kiri 30

4.2 Grafik potensial 60

Grafik Potensial Kiri 60

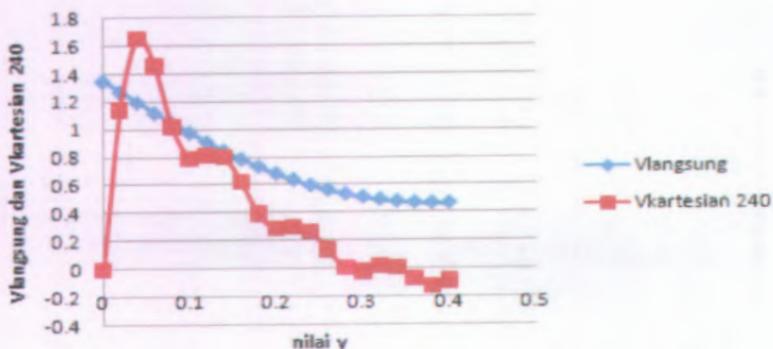
Grafik C.17 Grafik potensial kiri 60

4.3 Grafik potensial 120

Grafik Potensial Kiri 120

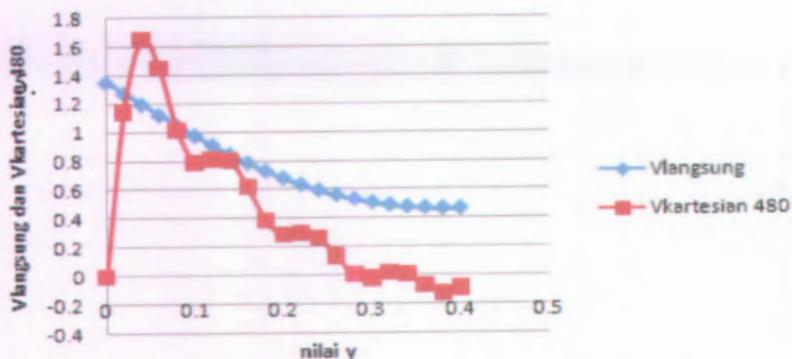
Grafik C.18 Grafik potensial kiri 120

4.4 Grafik potensial 240

Grafik Potensial 240

Grafik C.19 Grafik potensial kiri 240

4.5 Grafik potensial 480

Grafik Potensial Kiri 480

Grafik C.20 Grafik potensial kiri 480

BIODATA PENULIS



Penulis lahir di Surabaya, 10 September 1989. Merupakan anak pertama dari H.Ichwan dan Hj. Julikah. Penulis telah menempuh pendidikan formal di TK Aisyah Bustanul Athfal, SDN Sidokumpul 2, SMP SEMEN GRESIK, SMA SEMEN GRESIK, penulis mengikuti jalur PMDKK dan diterima di jurusan Fisika ITS pada 2007 dan terdaftar dengan NRP 1107 100 046. Di jurusan Fisika ini, penulis

mengambil bidang minat Optoelektronika. Selama menjadi mahasiswa Fisika ITS penulis menjadi anggota HIMASIKA ITS. Kritik dan saran dapat dikirim ke email v_3@physics.its.ac.id