

40 9 20/11/10



ITS
Institut
Teknologi
Sepuluh Nopember



RSP:

527-7

Iff

a-1

2010

TUGAS AKHIR- SF 1380

ANALISA POTENSIAL LISTRIK MENGUNAKAN KOORDINAT POLAR UNTUK SISTEM GEOMETRI KARTESIAN

IFFAH AMALIA K
NRP 1105 100 040

Dosen Pembimbing
M. Arief Bustomi, M.Si

JURUSAN FISIKA
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2010

PERPUSTAKAAN ITS	
Tgl Terima	22-7-2010
Terima Dari	A
No Agenda Prp.	



FINAL PROJECT - SF 1380

**ANALYSIS OF ELECTRIC POTENTIAL
USING POLAR COORDINATE FOR
CARTESIAN GEOMETRY SYSTEM**

**IFFAH AMALIA K
NRP 1105 100 040**

**Supervisor
M. Arief Bustomi, M.Si**

**Departement of Physics
Faculty of Mathematics and Natural Science
Sepuluh Nopember Institute of Technology
Surabaya 2010**

LEMBAR PENGESAHAN

**ANALISA POTENSIAL LISTRIK MENGGUNAKAN
KOORDINAT POLAR UNTUK SISTEM GEOMETRI
KARTESIAN**

TUGAS AKHIR

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat Memperoleh Gelar
Sarjana Sains
Pada
Bidang Studi Optik (Optoelektronika)
Program Studi S-1 Jurusan Fisika
Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh:
IFFAH AMALIA K
NRP 1105 100 040

Disetujui Oleh Pembimbing Tugas Akhir:

M. Arief Bustomi, M.Si



SURABAYA, JANUARI 2010

ANALISA POTENSIAL LISTRIK MENGGUNAKAN KOORDINAT POLAR UNTUK SISTEM GEOMETRI KARTESIAN

Nama Mahasiswa : IFFAH AMALIA K.
NRP : 1105 100 040
Jurusan : Fisika FMIPA-ITS
Dosen Pembimbing : M. Arief Bustomi, M.Si

Abstrak

Sistem potensial listrik dalam koordinat kartesian dapat dianalisa dengan menggunakan pendekatan polar. Ada beberapa tahap yang harus dilakukan, yaitu: melakukan perhitungan analitik dalam koordinat kartesian, menentukan syarat batas untuk pendekatan polar, menentukan fungsi potensial polarnya dan membandingkannya dengan hasil perhitungan koordinat kartesian. Jumlah titik data yang digunakan adalah 18, 36, 72, 180, 360, dan 720 titik data. Hasil yang didapat adalah bahwa semakin banyak jumlah titik data yang digunakan, nilai V pendekatan polar akan semakin menjauhi nilai V koordinat kartesian. Dari hasil penelitian ini, dapat disimpulkan bahwa transformasi syarat batas dari kartesian ke polar untuk sistem dengan geometri kartesian akan menghasilkan solusi dalam koordinat polar yang nilainya mendekati dengan solusinya dalam koordinat kartesian.

Kata kunci: Potensial listrik, pendekatan polar, jumlah titik data, sistem geometri kartesian

ANALYSIS OF ELECTRIC POTENTIAL USING POLAR COORDINATE FOR CARTESIAN GEOMETRY SYSTEM

Name : IFFAH AMALIA K.
NRP : 1105 100 040
Department : Fisika FMIPA-ITS
Supervisor : M. Arief Bustomi, M.Si

Abstract

System of electric potential in cartesian coordinates can be analyzed using polar approach. There are several steps that must be done, ie: perform analytical calculations in cartesian coordinates, determine the boundary condition for the polar approach, determine it's potential function in polar and compare it with the cartesian coordinate calculation. The number of data points used are 18, 36, 72, 180, 360, and 720 data points. The results is that the greater number of data points used, the value V in polar approach will further away from the value of V in cartesian coordinates. From these results, it can be concluded that the transformation of the boundary condition for cartesian to polar for cartesian geometry system will produce a solution in polar coordinates whose value is near to the solution in cartesian coordinates.

Keywords: Potential electric, polar approach, the number of data points, the cartesian geometry system

HALAMAN PERSEMBAHAN

*Tugas Akhir ini penulis persembahkan untuk;
Kedua Orangtua yang sangat kubanggakan dan ku sayangi
dan untuk adik-adikku tersayang. Serta untuk eyang mami yang selalu
mendoakan supaya Aku selalu sukses dan bahagia.*

“The more you know, the more luck you will have”

**“Success is going from failure to failure without loss of
enthusiasm”**

Kata Pengantar

Dengan mengucapkan syukur Alhamdulillahirabbil 'alamin penulis panjatkan atas kehadiran Allah SWT yang telah memberikan segala limpahan Rahmat, Barakah dan Hidayah-Nya sehingga penulis bisa menyelesaikan Tugas Akhir dengan judul **"Analisa Potensial Listrik Menggunakan Koordinat Polar Untuk Sistem Geometri Kartesian"**

Penulis menyadari dan mengakui bahwa dalam penyelesaian Tugas Akhir ini, apa yang telah penulis peroleh bukanlah jerih payah penulis sendiri akan tetapi atas kerjasama, bantuan dan dukungan dari beberapa pihak sehingga Tugas Akhir ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu pada kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terimakasih kepada :

1. Papa dan Mama tercinta yang telah memberikan segala dukungan, untaian do'a, curahan kasih sayang, kesabaran dan perjuangannya yang tulus dan ikhlas yang membuat penulis selalu optimis mengiringi setiap langkah, juga keluarga yang telah memberikan do'a dan dukungannya.
2. Bapak Dr. rer. nat. Triwikantoro selaku Dekan FMIPA.
3. Bapak Drs. Heny Faisal selaku Kajur FISIKA FMIPA ITS.
4. Ibu Sri Yani selaku dosen wali yang selalu memberikan pengarahan dalam pengambilan mata kuliah yang ada, serta konsultasi dalam hal studi.
5. Drs. Hasto Sunarno, M.Sc dan Drs. Ali Yunus Rohedi, MT selaku dosen penguji yang telah memberikan berbagai masukan berharga.
6. Bapak M. Arief Bustomi, M.Si selaku dosen pembimbing dari jurusan Fisika FMIPA ITS Surabaya yang telah banyak sekali memberikan bimbingan, bantuan serta masukan.
7. Para staf dan karyawan di jurusan Fisika FMIPA ITS yang secara langsung maupun tidak langsung telah membantu kami dalam menyelesaikan Tugas Akhir.
8. Teman-teman Fisika khususnya angkatan 2005 (specially to fitry, lusi, irma, damay, ulfa, mbak titis, nugroho, dik henyk), Alumni

SMU Al-Falah Sby, serta semua pihak yang tidak bisa penulis sebutkan satu-persatu. Terima kasih atas segala dukungannya, kenangan dan persahabatan yang tidak akan terlupakan.

Semoga Allah SWT melimpahkan pahala kepada semuanya. Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih jauh dari sempurna karena keterbatasan ilmu dan kemampuan penulis, maka kritik dan saran yang bersifat membangun sangat diharapkan demi kesempurnaan Tugas Akhir ini.

Akhir kata penulis berharap semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi perkembangan ilmu pengetahuan, demi kemajuan ITS pada umumnya dan khususnya bagi jurusan Fisika FMIPA ITS.

Surabaya, Januari 2010

Penulis

DAFTAR ISI

Bab	Halaman
Halaman Judul.....	i
Lembar Pengesahan.....	v
Abstrak.....	vii
Abstract.....	ix
Halaman Persembahan.....	xi
Kata pengantar.....	xiii
Daftar Isi.....	xv
Daftar Gambar.....	xvii
Daftar Tabel.....	xix

BAB 1 PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Perumusan Masalah.....	2
1.3 Batasan Masalah.....	2
1.4 Tujuan.....	2
1.5 Manfaat.....	3
1.6 Judul Tugas Akhir.....	3

BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Persamaan Laplace.....	5
2.2 Metode Separasi Variabel Koordinat Kartesian.	8
2.3 Metode Separasi Variabel Koordinat Silinder...	9
2.4 Deret Fourier.....	12
2.5 Integrasi Numerik.....	13

BAB 3 METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Langkah-langkah Penelitian.....	17
3.2 Diagram Alir Kerja.....	17

BAB 4 ANALISA DATA DAN PEMBAHASAN

4.1 Perhitungan Analitik Potensial Listrik dalam Koordinat Kartesian.....	19
---	----



4.2	Perumusan Umum Potensial Listrik Berdasarkan Syarat Batas Pendekatan Polar.....	27
4.3	Analisa Data.....	30
4.4	Analisa Perbandingan Perhitungan Koordinat Kartesian dan Pendekatan Polar.....	39

BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN

5.1	Kesimpulan.....	49
5.2	Saran.....	49

DAFTAR PUSTAKA.....	51
LAMPIRAN A.....	53
LAMPIRAN B.....	67
BIODATA PENULIS.....	77

1.1	1
1.2	1
1.3	1
1.4	1
1.5	1
1.6	1

BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA

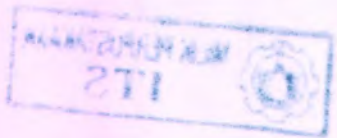
2.1	2
2.2	8
2.3	9
2.4	12
2.5	13

BAB 3 METODOLOGI PENELITIAN

3.1	13
3.2	13

BAB 4 ANALISA DATA DAN PEMBAHASAN

4.1	19
-----	-------	----



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Syarat batas separasi variabel koordinat kartesian..	9
Gambar 2.2 Kaidah trapesium.....	14
Gambar 2.3 Kaidah trapesium gabungan.....	15
Gambar 4.1 Potensial listrik dalam koordinat kartesian.....	19
Gambar 4.2 Potensial listrik ditinjau pada sisi atas (V_1).....	20
Gambar 4.3 Potensial listrik ditinjau pada sisi kanan (V_2).....	21
Gambar 4.4 Potensial listrik ditinjau pada sisi bawah (V_3).....	23
Gambar 4.5 Potensial listrik ditinjau pada sisi kiri (V_4).....	24
Gambar 4.6 Grafik $V(\theta)$ dari hasil perhitungan analitik koordinat kartesian.....	26
Gambar 4.7 Potensial listrik dengan pendekatan polar.....	27
Gambar 4.8 Grafik potensial $V(\theta)$ pada permukaan polar dalam dua dimensi.....	29

DAFTAR TABEL

4.1 Tabel nilai V pada 18 titik data.....	31
4.2 Tabel nilai V pada 36 titik data.....	32
4.3 Tabel nilai V pada 72 titik data.....	34
4.4 Tabel nilai V pada 180 titik data.....	35
4.5 Tabel nilai V pada 360 titik data.....	37
4.6 Tabel nilai V pada 720 titik data.....	38
4.7 Perbandingan nilai V pada 18 titik data.....	39
4.8 Perbandingan nilai V pada 36 titik data.....	41
4.9 Perbandingan nilai V pada 72 titik data.....	42
4.10 Perbandingan nilai V pada 180 titik data.....	44
4.11 Perbandingan nilai V pada 360 titik data.....	45
4.12 Perbandingan nilai V pada 720 titik data.....	47

BAB 1 PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pada dasarnya, sebagian besar persoalan fisika berkaitan dengan suatu persamaan differensial yang merupakan suatu representasi matematis dari hukum fisika untuk suatu persoalan fisika tersebut. Penyelesaian persamaan differensial untuk sistem fisis harus memperhatikan kondisi syarat batas dari bagian-bagian batas (ujung) dari sistem. Salah satu metode yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan differensial (PD) dengan nilai awal atau nilai batas adalah transformasi persamaan laplace.

Untuk menggambarkan kondisi dari geometri sistem biasanya digunakan suatu sistem koordinat. Terdapat 3 sistem koordinat yang sering digunakan dalam fisika, yaitu sistem koordinat kartesian, sistem koordinat silinder dan sistem koordinat bola. Dan penggunaan dari masing-masing sistem koordinat disesuaikan dengan bentuk geometri sistemnya. Artinya, sistem geometri kartesian dianalisa dengan koordinat kartesian, sistem geometri silinder dianalisa dengan koordinat silinder, dan sistem geometri bola dianalisa dengan koordinat bola.

Dalam kehidupan nyata, tidak semua sistem dapat dinyatakan dengan bentuk geometri kartesian, silinder atau bola. Sebagai contoh, untuk sistem yang campuran, seperti kartesian silinder, kartesian bola, ataupun silinder bola. Padahal dalam analisisnya tetap harus dipakai salah satu sistem koordinat.

Dan permasalahan sistem dengan bentuk geometri campuran merupakan topik yang menarik untuk diteliti. Sebagai langkah awal pengembangan metode analisa untuk sistem dengan bentuk geometri campuran adalah mencoba mengembangkan suatu metode analisa untuk suatu sistem dengan bentuk geometri tertentu menggunakan sistem koordinat yang tidak sesuai dengan bentuk geometrinya tersebut.

Dalam penelitian Tugas Akhir ini, akan dicoba untuk menyelesaikan sistem geometri kartesian dengan menggunakan sistem koordinat polar.

1.2 Perumusan Masalah

Perumusan masalah dari penelitian Tugas Akhir ini adalah mencoba mengembangkan suatu metode analisa untuk suatu sistem dengan bentuk geometri tertentu menggunakan sistem koordinat yang tidak sesuai dengan geometrinya. Dalam penelitian ini, akan diteliti suatu sistem dengan geometri kartesian menggunakan sistem koordinat polar dalam analisisnya. Yaitu, dengan melakukan transformasi syarat batas kartesian ke syarat batas polar.

1.3 Batasan Masalah

Untuk memudahkan dilakukannya analisa, maka pada penelitian ini diperlukan batasan ruang lingkup sebagai berikut:

1. Sistem yang dipelajari dua dimensi (2D) dalam koordinat kartesian.
2. Pendekatan polarnya hanya sampai $n = 3$.
3. Hanya diteliti pengaruh jumlah titik data yang digunakan untuk transformasi syarat batas koordinat.

1.4 Tujuan

Tujuan pada penelitian Tugas Akhir ini adalah:

1. Untuk menguji apakah transformasi syarat batas dari kartesian ke polar untuk sistem dengan geometri kartesian akan menghasilkan solusi dalam koordinat polar yang sama dengan solusinya dalam koordinat kartesian.
2. Untuk menentukan jumlah titik data yang tepat agar metode analisa polar sesuai dengan koordinat kartesian.

1.5 Manfaat

Dari hasil Tugas Akhir ini diharapkan dapat diketahui seberapa baik analisa menggunakan sistem koordinat lain memberikan hasil yang sama dengan koordinat yang seharusnya. Dalam Tugas Akhir ini, suatu sistem dalam geometri kartesian akan diteliti dengan menggunakan sistem koordinat polar.

1.6 Judul Tugas Akhir

Judul Tugas Akhir ini adalah *Analisa Potensial Listrik Menggunakan Koordinat Polar Untuk Sistem Geometri Kartesian*.

BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Persamaan Laplace

Dalam persoalan listrik statik tertentu yang melibatkan penghantar, ternyata seluruh muatan terdapat pada permukaan penghantar atau dalam bentuk muatan titik yang tetap. Dalam hal ini ρ di sebagian besar titik dalam ruang sama dengan nol. Dan di tempat yang rapat muatannya nol, persamaan Poisson mempunyai bentuk yang lebih sederhana.

$$\nabla^2\varphi = 0 \quad (2.1)$$

Yang dikenal sebagai *persamaan Laplace*.

Misalkan terdapat N buah penghantar dengan potensial pada harga $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$. Persoalannya tertuju pada potensial di semua titik dalam ruang di luar penghantar tersebut. Hal ini dapat diselesaikan dengan mencari pemecahan persamaan Laplace yang berubah nilainya menjadi $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ pada permukaan penghantar yang sesuai. Penyelesaian persamaan Laplace seperti itu mungkin bersifat tunggal, yaitu tidak ada penyelesaian untuk persamaan Laplace yang memenuhi syarat batas yang sama. Bukti pernyataan ini akan diuraikan di bawah. Penyelesaian persamaan Laplace yang akan diperoleh dengan cara ini tidak dapat diterapkan untuk bagian dalam dari penghantar, karena penghantar mempunyai muatan permukaan, yang berarti bahwa ada ketidakmalaran dalam gradien φ pada permukaan penghantar. Namun telah terlihat bahwa bagian dalam dari setiap penghantar merupakan daerah yang mempunyai potensial yang tetap sehingga penyelesaian persoalannya telah tuntas.

Akan diberikan 2 cara untuk menyelesaikan persamaan Laplace secara agak rinci: yang pertama adalah cara untuk menggabungkan penyelesaian umum persamaan (2.1), dari penyelesaian khusus dalam sistem koordinat yang ditentukan oleh

kesimetrisan persoalan itu. Sedangkan yang kedua adalah cara santiran. Di samping itu, akan diperoleh penyelesaian yang sama sekali umum bagi persoalan itu dalam dua dimensi. Namun, sebelum mengikuti tata cara yang khas ini dibuktikan lagi beberapa sifat penting dari penyelesaian persamaan Laplace.

Teorema I jika $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ semuanya merupakan penyelesaian persamaan Laplace, maka:

$$\varphi = C_1 \varphi_1 + C_2 \varphi_2 + \dots + C_n \varphi_n \quad (2.2)$$

Yang semua C-nya merupakan tetapan sembarang, juga merupakan penyelesaian.

Bukti dari Teorema I ini langsung diperoleh dari kenyataan bahwa

$$\nabla^2 \varphi = \nabla^2 C_1 \varphi_1 + \nabla^2 C_2 \varphi_2 + \dots + \nabla^2 C_n \varphi_n$$

$$\nabla^2 \varphi = C_1 \nabla^2 \varphi_1 + C_2 \nabla^2 \varphi_2 + \dots + C_n \nabla^2 \varphi_n$$

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (2.3)$$

Berdasarkan Teorema I dapat dijumlahkan 2 atau lebih penyelesaian persamaan Laplace sedemikian sehingga penyelesaian yang diperoleh memenuhi seperangkat syarat batas tertentu.

Teorema II (Teorema Ketunggalan) dua penyelesaian persamaan Laplace yang memenuhi syarat batas yang sama, berbeda hanya paling dalam beberapa tetapan tambahan.

Untuk membuktikan teorema ini ditinjau daerah tertutup V_0 di luar permukaan S_1, S_2, \dots, S_N dari berbagai penghantar dalam persoalan, yang dibatasi di sebelah luarnya oleh permukaan S , yang bisa merupakan permukaan di tempat tak hingga atau permukaan benda nyata yang melingkupi V_0 . Misalkan φ_1 dan φ_2 adalah dua penyelesaian persamaan Laplace di V_0 yang selain itu mempunyai syarat batas yang sama pada S, S_1, S_2, \dots, S_N . Syarat batas ini bisa dirinci dengan menentukan nilai untuk φ ataupun $\frac{\partial \varphi}{\partial n}$

pada permukaan batas. Didefinisikan suatu fungsi baru $\Phi = \varphi_1 - \varphi_2$. Jelaslah bahwa dalam V_0 , $\nabla^2 \Phi = \nabla^2 \varphi_1 - \nabla^2 \varphi_2 = 0$. Selanjutnya, baik Φ maupun $n \cdot \nabla \Phi$ mempunyai harga nol pada batas tersebut. Lalu, diterapkan teorema divergensi pada vektor $\Phi \nabla \Phi$:

$$\begin{aligned} \int_{V_0} \nabla \cdot (\Phi \nabla \Phi) dv &= \int_{S+S_1+\dots+S_N} \Phi \nabla \Phi \cdot n da \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2.4)$$

Karena integral kedua mempunyai harga nol. Divergensi itu dapat diuraikan untuk mendapatkan:

$$\nabla \cdot (\Phi \nabla \Phi) = \Phi \nabla^2 \Phi + (\nabla \Phi)^2 \quad (2.5)$$

Akan tetapi, $\nabla^2 \Phi$ dianggap mempunyai harga nol di setiap titik dalam V_0 , sehingga teorema divergensi dalam hal ini berubah menjadi

$$\int_{V_0} (\nabla \Phi)^2 dv = 0 \quad (2.6)$$

Selanjutnya, $(\nabla \Phi)^2$ harus berharga positif atau nol di setiap titik dalam V_0 , dan karena harga integralnya nol, maka terbukti bahwa satu-satunya kemungkinan adalah $(\nabla \Phi)^2 = 0$.

Teorema itu pada dasarnya telah terbukti. Fungsi yang gradiennya nol di semua titik, tidak dapat berubah. Oleh karena itu, di semua titik dalam V_0 , Φ mempunyai nilai yang sama seperti permukaan batasnya. Jika syarat batas telah ditentukan dengan merinci φ_1 dan φ_2 pada permukaan S, S_1, S_2, \dots, S_N , maka karena $\Phi = 0$ pada permukaan itu, berarti Φ juga sama dengan nol di seluruh V_0 . Jika syarat batas diberikan dalam bentuk $\frac{\partial \varphi_1}{\partial n}$ dan $\frac{\partial \varphi_2}{\partial n}$, maka $\nabla \Phi$ sama dengan nol di semua titik di seluruh daerah V_0 dan $\nabla \Phi \cdot n = 0$ pada permukaan batas. Satu-

satunya penyelesaian yang sesuai dengan pernyataan yang terakhir adalah bahwa Φ sama dengan tetapan (Reitz).

2.2 Metode Separasi Variabel Koordinat Kartesian

Metode Pemisahan Variabel dimulai dengan memperkenalkan Variabel $V(x,y) = X(x) \cdot Y(y)$. Dan variabel ini disubstitusi ke persamaan Laplace (persamaan 2.1) kemudian dibagi dengan $V(x,y)$ sehingga menghasilkan:

$$(2.7) \quad \frac{1}{X(x)} \frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{1}{Y(y)} \frac{d^2 Y}{dy^2} = 0$$

Karena persamaan ini harus sama dengan nol untuk semua nilai x dan y maka kedua sukunya bisa disamakan dengan konstanta, misalnya:

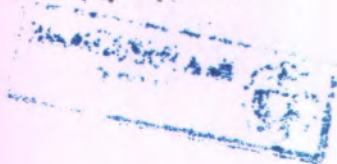
$$(2.8) \quad \begin{aligned} \frac{1}{X(x)} \frac{d^2 X}{dx^2} &= -k^2 \\ \frac{1}{Y(y)} \frac{d^2 Y}{dy^2} &= k^2 \end{aligned}$$

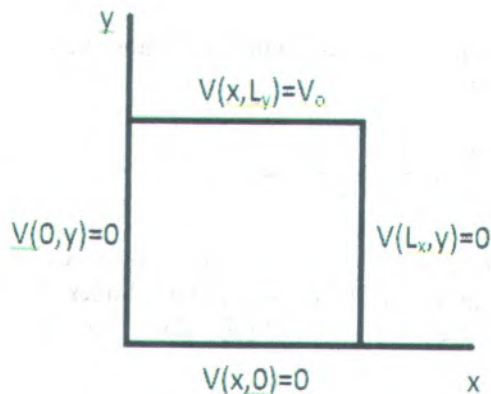
Dimana k adalah konstanta separasi variabel. Akibatnya, persamaan di atas hanya suatu persamaan differensial biasa yang memiliki penyelesaian analitis:

$$(2.9) \quad \begin{aligned} X(x) &= C_s \sin(kx) + C_c \cos(kx) \\ Y(y) &= C'_s \sinh(ky) + C'_c \cosh(ky) \end{aligned}$$

Sedangkan C adalah konstanta yang bisa dicari apabila syarat batas diberikan. Misalkan syarat batas adalah

$$(2.10) \quad \begin{aligned} V(x,y=0) &= V(x=0,y) = V(x=L,y) = 0 \\ V(x,y=L) &= V_0 \end{aligned}$$





Gambar 2.1. Syarat batas separasi variabel koordinat kartesian

Maka syarat ini hanya dipenuhi apabila $C_c = 0$ dan $C'_c = 0$. Kemudian pada $x = Lx$ akan terpenuhi apabila $k = n\pi / Lx$. Oleh sebab itu, penyelesaian persamaan Laplace adalah gelombang superposisi:

$$V(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin \frac{n\pi x}{Lx} \sinh \frac{n\pi y}{Lx} \quad (2.11)$$

Koefisien C_n dapat diperoleh dengan memasukkan nilai syarat batas pada $y = Ly$, yaitu V_0 sehingga penyelesaian akhirnya adalah:

$$V(x,y) = V_0 \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4}{n\pi} \sin \frac{n\pi x}{Lx} \sinh (n\pi y/Lx) / \sinh \frac{n\pi y}{Lx} \quad (2.12)$$

2.3 Metode Separasi Variabel Koordinat Silinder

Selanjutnya, untuk masalah nilai batas di dalam sifat dasar bentuk geometri silinder, dimana potensial adalah suatu fungsi lebih dari satu koordinat. Dianggap potensial-potensial itu adalah suatu fungsi dari ρ dan ϕ saja. Seperti timbul potensial-potensial di dalam keadaan dimana ada suatu simetri sepanjang



sumbu z. Dalam daerah meniadakan batas beban, potensial memenuhi persamaan

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} = 0 \quad (2.13)$$

Metode separasi variabel digunakan di atas untuk menyelesaikan potensial dalam koordinat silinder. Φ merupakan hasil dari 2 fungsi, $\Phi = R(\rho)Y(\phi)$, dan jika disubstitusi ke persamaan (2.13) menjadi:

$$\frac{R}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{dR}{d\rho} \right) = - \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{d\phi^2} \quad (2.14)$$

Kedua sisi dari persamaan (2.14) akan disamakan ke K^2 , yang mana K merupakan konstanta separasi variabel.

$$\frac{d^2 Y}{d\phi^2} + K^2 Y = 0 \quad (2.15)$$

Mempunyai solusi $\cos(K\phi)$ dan $\sin(K\phi)$. Besaran dari K harus dibatasi dalam orde tertentu untuk membuat solusi ini mempunyai nilai fungsi tunggal dari ϕ . Atau dalam kata lain, solusi untuk membuat pengertian fisiknya seharusnya sama setelah diputar 2π , atau

$$\cos K(\phi + 2\pi) = \cos(K\phi)$$

$$\sin K(\phi + 2\pi) = \sin(K\phi) \quad (2.16)$$

dimana menghendaki bahwa $K = n$, dan n adalah nol atau suatu bilangan positif. Memasukan bilangan negatif tidak akan menghasilkan dalam mengabaikan beberapa solusi yang mungkin, sebab $\cos(-n\phi) = \cos(n\phi)$ dan $\sin(-n\phi) = -\sin(n\phi)$. Suatu sifat



penting dari solusi ini adalah kenyataan bahwa sin dan cos orthogonal:

$$\int_0^{2\pi} \cos(m\phi) \cos(n\phi) d\phi = \int_0^{2\pi} \sin(m\phi) \sin(n\phi) d\phi = \pi \delta_{mn}$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(m\phi) \cos(n\phi) d\phi = 0 \quad (2.17)$$

dimana δ_{mn} adalah delta kronecker.

Ketergantungan radial dari potensial selanjutnya dapat diperoleh. Pengaturan sisi sebelah kiri persamaan (2.14) menyamakan $K^2 = n^2$, didapatkan:

$$\frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{dR}{d\rho} \right) - \frac{n^2 R}{\rho} = 0 \quad (2.18)$$

Untuk $n = 0$, potensial memenuhi persamaan yang sama ditemukan dalam kasus dimana potensial tidak mempunyai ketergantungan angular, yaitu:

$$\frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{dR}{d\rho} \right) = 0 \quad (2.19)$$

dimana memiliki solusi $R(\rho) = \text{konstan}$ dan $R(\rho) = \ln \rho$. Untuk $n \neq 0$ persamaan memiliki dua solusi ρ^n dan ρ^{-n} . Oleh karena itu, solusi yang paling umum adalah

$$\Phi(\rho, \theta) = A_0 + A_0' \ln \rho + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n(\rho^n + \rho^{-n}) \cos n\theta + B_n(\rho^n + \rho^{-n}) \sin n\theta]$$

$$\Phi(\rho, \theta) = A_0 + A_0' \ln \rho + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta] \rho^n + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n' \cos n\theta + B_n' \sin n\theta] \rho^{-n} \quad (2.20)$$

dimana A_n, A_n', B_n, B_n' untuk $n \geq 0$, adalah konstanta untuk nilai dari syarat batas.

2.4 Deret Fourier

Pada tahun 1822, Joseph Fourier, ahli matematika dari Prancis menemukan bahwa: *setiap fungsi periodik (sinyal) dapat dibentuk dari penjumlahan gelombang-gelombang sinus/cosinus.*

Teorema fourier menyatakan bahwa fungsi bernilai tunggal $f(x)$ pada selang $[-\pi, \pi]$ dapat diungkapkan sebagai kombinasi linier dari fungsi sinus dan cosinus.

$$\begin{aligned} f(x) &= a_0 + a_1 \cos x + a_2 \cos 2x + a_3 \cos 3x + \dots \\ &\quad + b_1 \sin x + b_2 \sin 2x + b_3 \sin 3x + \dots \\ &= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{L} + b_n \sin \frac{n\pi x}{L} \right) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Dengan koefisien:

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$$

$$a_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx$$

$$b_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx \quad (2.22)$$

Deret persamaan (2.21) dikenal sebagai deret fourier dan koefisien a_n, b_n disebut koefisien fourier.

2.5 Integrasi Numerik

Untuk menghitung koefisien A_n , B_n , dilakukan dengan menggunakan integrasi secara numerik. Integrasi suatu fungsi dinotasikan:

$$I = \int_a^b f(x) dx \quad (2.23)$$

merupakan integral suatu fungsi f terhadap variabel x yang dihitung antara batas $x = a$ sampai $x = b$. Dari persamaan di atas, yang dimaksud dengan integrasi adalah nilai total atau luasan yang dibatasi oleh fungsi f dan sumbu x , serta antara batas $x = a$ dan $x = b$.

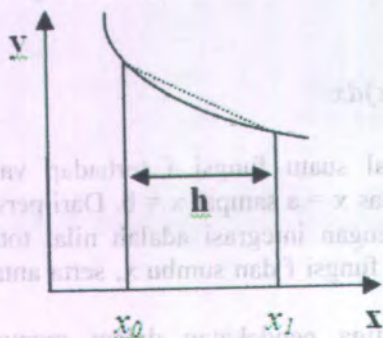
Terdapat tiga pendekatan dalam menurunkan rumus integrasi numerik. Pendekatan pertama adalah berdasarkan tafsiran geometri integral tentu. Daerah integrasi dibagi atas sejumlah pias (strip) yang berbentuk segiempat. Luas daerah integrasi dihamperi dengan luas seluruh pias. Integrasi numerik yang diturunkan dengan pendekatan ini digolongkan kedalam metode pias.

Pendekatan kedua adalah berdasarkan polinom interpolasi. Disini, fungsi integrand $f(x)$ dihamperi dengan polinom interpolasi $p_n(x)$. Selanjutnya, integrasi dilakukan terhadap $p_n(x)$ karena polinom lebih mudah diintegrasikan ketimbang mengintegrasikan $f(x)$. Rumus integrasi numerik yang diturunkan dengan pendekatan ini digolongkan kedalam metode **Newton-Cotes**, yaitu metode yang umum untuk menurunkan rumus integrasi numerik.

Pendekatan ketiga sama sekali tidak menggunakan titik-titik diskrit sebagai mana pada kedua pendekatan di atas. Nilai integral diperoleh dengan mengevaluasi nilai fungsi pada sejumlah titik tertentu di dalam selang $[-1,1]$, mengalikannya dengan suatu konstanta, kemudian menjumlahkan keseluruhan perhitungan. Pendekatan ketiga ini dinamakan **Kuadatur Gauss**.

Salah satu kaidah integrasi numerik yang dapat diturunkan dengan metode pias adalah **Kaidah Trapesium**

(Trapezoidal Rule). Sebuah pias berbentuk trapesium dipandang dari $x = x_0$ sampai $x = x_1$ seperti pada gambar (2.2).



Gambar 2.2. Kaidah trapesium

Luas satu trapesium adalah

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x) dx = \frac{h}{2} [f(x_0) + f(x_1)] \quad (2.24)$$

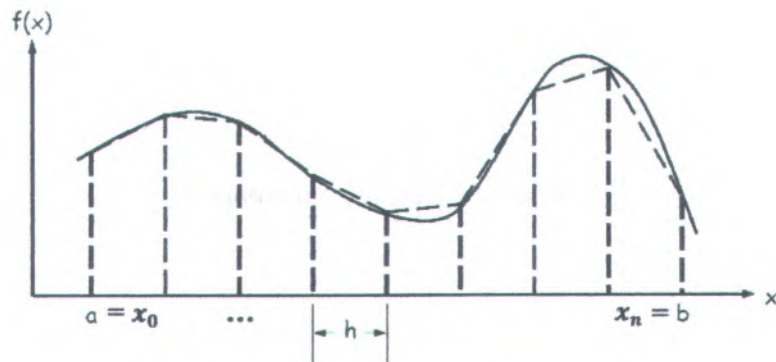
Persamaan (2.24) dikenal dengan nama kaidah trapesium.

Bila selang $[a, b]$ dibagi atas n buah pias trapesium, kaidah integrasi yang diperoleh adalah kaidah trapesium gabungan seperti pada gambar 2.3 (composite trapezoidal's rule):

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x) dx &= \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx + \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx + \dots + \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x) dx \\ &= \frac{h}{2} [f(x_0) + f(x_1)] + \frac{h}{2} [f(x_1) + f(x_2)] + \\ &\quad \dots + \frac{h}{2} [f(x_{n-1}) + f(x_n)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{h}{2} [f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \dots \\
 &\quad + 2f(x_{n-1}) + 2f(x_n)] \\
 &= \frac{h}{2} (f_0 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f_i + f_n) \qquad (2.25)
 \end{aligned}$$

Dengan $f_r = f(x_r), r = 0, 1, 2, \dots, n$.



Gambar 2.3. Kaidah Trapesium Gabungan

BAB 3

METODOLOGI PENELITIAN

Dalam bab ini akan dibahas mengenai langkah-langkah penelitian dan metode yang akan digunakan dalam penelitian Tugas Akhir ini. Metode analitik yang digunakan pada penelitian ini adalah analisis dari persamaan (2.12) dan (2.20) dengan menggunakan MATLAB yang hasilnya diuraikan secara numerik.

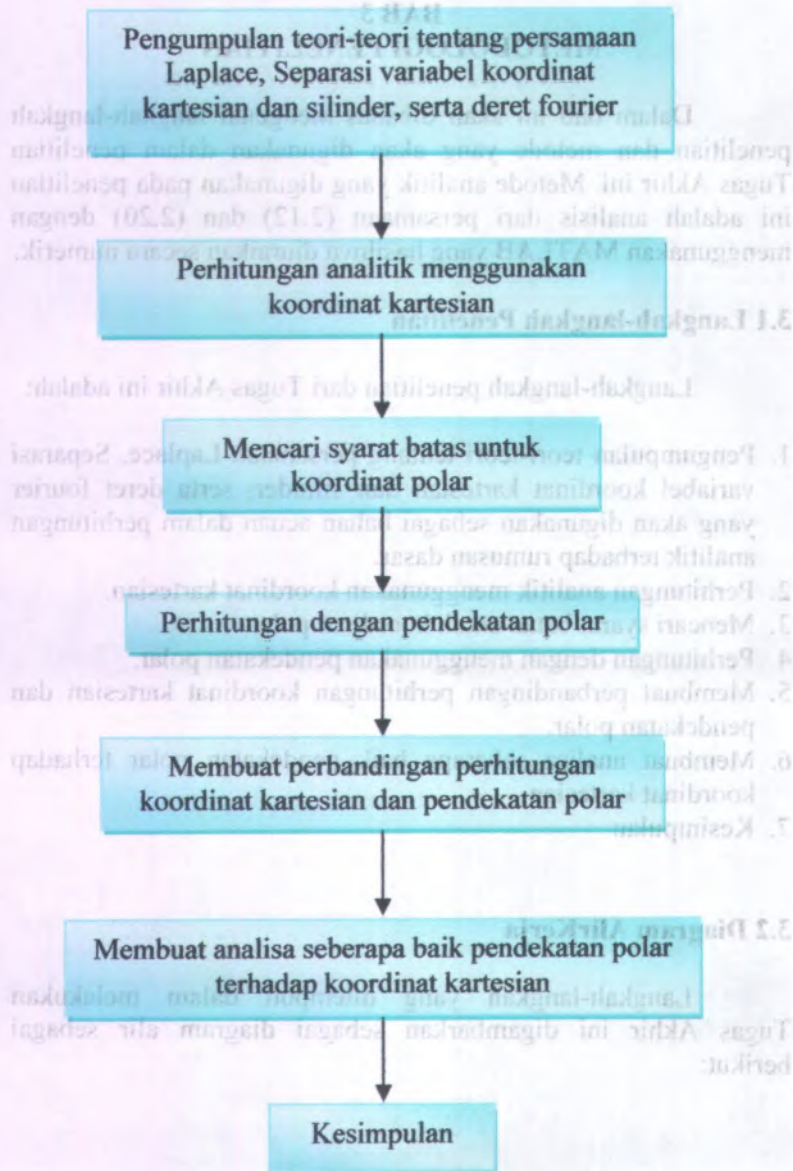
3.1 Langkah-langkah Penelitian

Langkah-langkah penelitian dari Tugas Akhir ini adalah:

1. Pengumpulan teori-teori tentang persamaan Laplace, Separasi variabel koordinat kartesian dan silinder, serta deret fourier yang akan digunakan sebagai bahan acuan dalam perhitungan analitik terhadap rumusan dasar.
2. Perhitungan analitik menggunakan koordinat kartesian.
3. Mencari syarat batas untuk koordinat polar.
4. Perhitungan dengan menggunakan pendekatan polar.
5. Membuat perbandingan perhitungan koordinat kartesian dan pendekatan polar.
6. Membuat analisa seberapa baik pendekatan polar terhadap koordinat kartesian.
7. Kesimpulan

3.2 Diagram AlirKerja

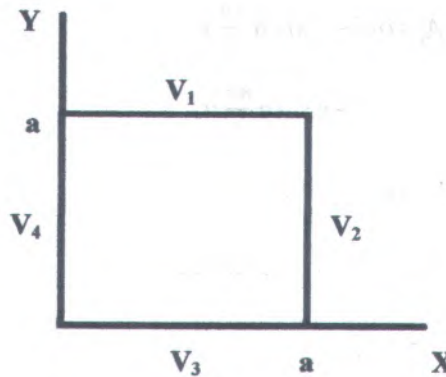
Langkah-langkah yang ditempuh dalam melakukan Tugas Akhir ini digambarkan sebagai diagram alir sebagai berikut:



BAB 4 ANALISA DATA DAN PEMBAHASAN

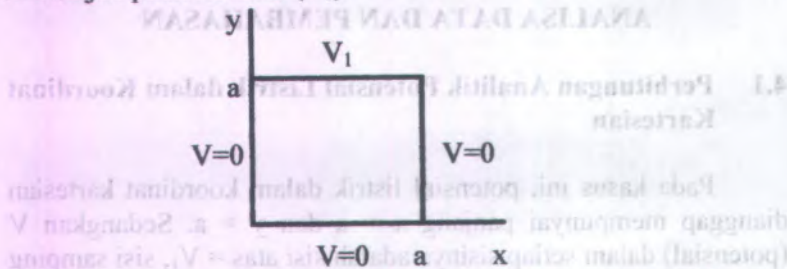
4.1 Perhitungan Analitik Potensial Listrik dalam Koordinat Kartesian

Pada kasus ini, potensial listrik dalam koordinat kartesian dianggap mempunyai panjang $x = a$ dan $y = a$. Sedangkan V (potensial) dalam setiap sisinya adalah sisi atas = V_1 , sisi samping kanan = V_2 , sisi bawah = V_3 , dan sisi samping kiri = V_4 . Seperti pada gambar 4.1 di bawah.



Gambar 4.1. Potensial listrik dalam koordinat kartesian

Untuk mendapatkan persamaan potensial listriknya, maka dicari satu persatu dari setiap sisinya. Misalnya, apabila ditinjau dari sisi atas (V_1), maka sisi lainnya, $V = 0$. Uraianya adalah sebagai berikut:

1. Ditinjau pada sisi atas (V_1)Gambar 4.2. Potensial listrik ditinjau pada sisi atas (V_1)

Pada sisi atas, $y = a$. Maka;

$$\Phi_1(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin \frac{n\pi}{a} x \sinh \frac{n\pi}{a} y$$

$$\Phi_1(x, a) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin \frac{n\pi}{a} x \sinh \frac{n\pi}{a} a$$

$$V_1 = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin \frac{n\pi}{a} x \sinh n\pi$$

Dimisalkan $B_n = A_n \sinh n\pi$, sehingga:

$$V_1 = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin \frac{n\pi}{a} x$$

Dengan menggunakan deret fourier didapatkan:

$$B_n = \frac{2}{a} \int_0^a V_1 \sin \frac{n\pi}{a} x dx$$

$$= \frac{2}{a} V_1 \int_0^a \sin \frac{n\pi}{a} x dx$$

$$= \frac{2}{a} V_1 \left[-\frac{a}{n\pi} \cos \frac{n\pi}{a} x \right]$$

$$= -\frac{2}{a} V_1 \frac{a}{n\pi} (\cos n\pi - \cos 0), \text{ misal } n = 1, \text{ maka:}$$

Untuk $n = \text{ganjil}$,

$$B_n = -\frac{2}{n\pi} V_1 (-1-1) = \frac{4}{n\pi} V_1$$

Untuk $n = \text{genap}$,

$$B_n = -\frac{2}{n\pi} V_1 (1-1) = 0$$

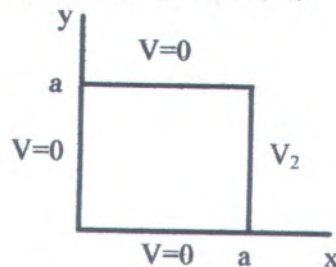
Sehingga didapatkan A_n :

$$A_n = \frac{B_n}{\sinh n\pi} = \frac{4}{n\pi \sinh n\pi} V_1, \text{ untuk } n = \text{ganjil}$$

Sehingga persamaannya menjadi:

$$\Phi_1(x,y) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4}{n\pi \sinh n\pi} V_1 \sin \frac{n\pi}{a} x \sinh \frac{n\pi}{a} y \quad (4.1)$$

2. Ditinjau pada sisi samping kanan (V_2)



Gambar 4.3. Potensial listrik ditinjau pada sisi kanan (V_2)

Pada sisi samping kanan, $x = a$. Maka;

$$\Phi_2(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin \frac{n\pi}{a} y \sinh \frac{n\pi}{a} x$$

$$\Phi_2(a,y) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sinh \frac{n\pi}{a} a \sin \frac{n\pi}{a} y$$

$$V_2 = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sinh n\pi \sin \frac{n\pi}{a} y$$

Dimisalkan $B_n = A_n \sinh n\pi$, sehingga:

$$V_2 = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin \frac{n\pi}{a} y$$

Dengan menggunakan deret fourier didapatkan:

$$B_n = \frac{2}{a} \int_0^a V_2 \sin \frac{n\pi}{a} y dy$$

$$= \frac{2}{a} V_2 \int_0^a \sin \frac{n\pi}{a} y dy$$

$$= \frac{2}{a} V_2 \left[-\frac{a}{n\pi} \cos \frac{n\pi}{a} y \right]$$

$$= -\frac{2}{a} V_2 \frac{a}{n\pi} (\cos n\pi - \cos 0), \text{ misal } n = 1, \text{ maka:}$$

Untuk $n = \text{ganjil}$,

$$B_n = -\frac{2}{n\pi} V_2 (-1-1) = \frac{4}{n\pi} V_2$$

Untuk $n = \text{genap}$,

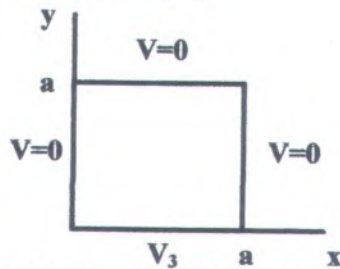
$$B_n = -\frac{2}{n\pi} V_2 (1-1) = 0$$

Sehingga didapatkan A_n :

$$A_n = \frac{B_n}{\sinh n\pi} = \frac{4}{n\pi \sinh n\pi} V_2, \text{ untuk } n = \text{ganjil}$$

Sehingga persamaannya menjadi:

$$\Phi_2(x,y) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4}{n\pi \sinh n\pi} V_2 \sinh \frac{n\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{a} y \quad (4.2)$$

3. Ditinjau pada sisi bawah (V_3)Gambar 4.4. Potensial listrik ditinjau pada sisi bawah (V_3)

Pada sisi bawah, $y = 0$. Maka;

$$\Phi_3(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin \frac{n\pi}{a} x \sinh \frac{n\pi}{a} (a - y)$$

$$\Phi_3(x, 0) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin \frac{n\pi}{a} x \sinh \frac{n\pi}{a} (a - 0)$$

$$V_3 = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin \frac{n\pi}{a} x \sinh n\pi$$

Dimisalkan $B_n = A_n \sinh n\pi$, sehingga:

$$V_3 = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin \frac{n\pi}{a} x$$

Dengan menggunakan deret fourier didapatkan:

$$B_n = \frac{2}{a} \int_0^a V_3 \sin \frac{n\pi}{a} x dx$$

$$= \frac{2}{a} V_3 \int_0^a \sin \frac{n\pi}{a} x dx$$

$$= \frac{2}{a} V_3 \left[-\frac{a}{n\pi} \cos \frac{n\pi}{a} x \right]$$

$$= -\frac{2}{a} V_3 \frac{a}{n\pi} (\cos n\pi - \cos 0), \text{ misal } n=1, \text{ maka:}$$

Untuk $n = \text{ganjil}$,

$$B_n = -\frac{2}{n\pi} V_3 (-1-1) = \frac{4}{n\pi} V_3$$

Untuk $n = \text{genap}$,

$$B_n = -\frac{2}{n\pi} V_3 (1-1) = 0$$

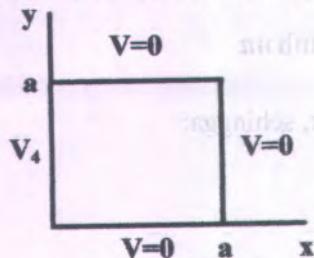
Didapatkan A_n :

$$A_n = \frac{B_n}{\sinh n\pi} = \frac{4}{n\pi \sinh n\pi} V_3, \text{ untuk } n = \text{ganjil}$$

Sehingga persamaannya menjadi:

$$\Phi_3(x,y) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4}{n\pi \sinh n\pi} V_3 \sin \frac{n\pi}{a} x \sinh \frac{n\pi}{a} (a-y) \quad (4.3)$$

4. Ditinjau pada sisi samping kiri (V_4)



Gambar 4.5. Potensial listrik ditinjau pada sisi kiri (V_4)

Pada sisi samping kiri, $x=0$. Maka;

$$\Phi_4(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin \frac{n\pi}{a} y \sinh \frac{n\pi}{a} (a-x)$$

$$\Phi_4(0,y) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sinh \frac{n\pi}{a} (a-0) \sin \frac{n\pi}{a} y$$

$$V_4 = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sinh n\pi \sin \frac{n\pi}{a} y$$

Dimisalkan $B_n = A_n \sinh n\pi$, sehingga:

$$V_4 = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin \frac{n\pi}{a} y$$

Dengan menggunakan deret fourier didapatkan:

$$\begin{aligned} B_n &= \frac{2}{a} \int_0^a V_4 \sin \frac{n\pi}{a} y dy \\ &= \frac{2}{a} V_4 \int_0^a \sin \frac{n\pi}{a} y dy \\ &= \frac{2}{a} V_4 \left[-\frac{a}{n\pi} \cos \frac{n\pi}{a} y \right] \\ &= -\frac{2}{a} V_4 \frac{a}{n\pi} (\cos n\pi - \cos 0), \text{ misal } n=1, \text{ maka:} \end{aligned}$$

Untuk $n = \text{ganjil}$,

$$B_n = -\frac{2}{n\pi} V_4 (-1-1) = \frac{4}{n\pi} V_4$$

Untuk $n = \text{genap}$,

$$B_n = -\frac{2}{n\pi} V_4 (1-1) = 0$$

Sehingga didapatkan A_n :

$$A_n = \frac{B_n}{\sinh n\pi} = \frac{4}{n\pi \sinh n\pi} V_4, \text{ untuk } n = \text{ganjil}$$

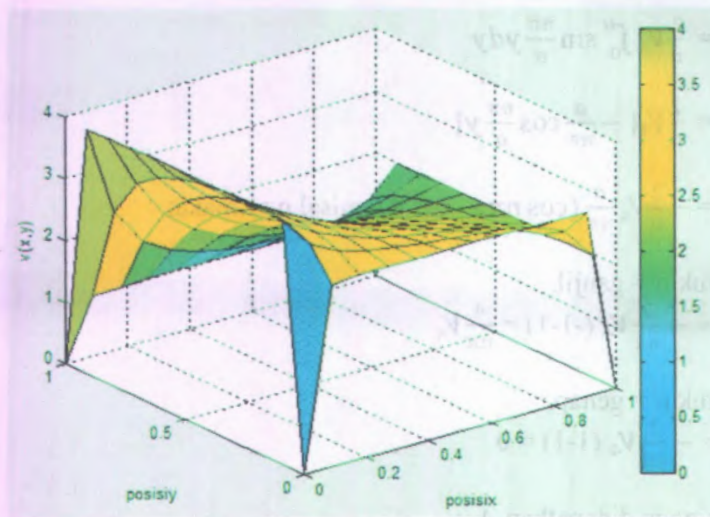
Sehingga persamaannya menjadi:

$$\Phi_4(x,y) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4}{n\pi \sinh n\pi} V_4 \sinh \frac{n\pi}{a} (a-x) \sin \frac{n\pi}{a} y \quad (4.4)$$

Potensial sistem merupakan superposisi dari keempat potensial tersebut. Sehingga potensial sistemnya adalah:

$$\Phi(x,y) = \Phi_1(x,y) + \Phi_2(x,y) + \Phi_3(x,y) + \Phi_4(x,y) \quad (4.5)$$

Setelah didapatkan persamaan potensial V_1 , V_2 , V_3 , dan V_4 (yaitu, persamaan 4.1, 4.2, 4.3 dan 4.4) dari perhitungan secara analitik dalam koordinat kartesian. Maka, dapat dibuat program MATLAB-nya. Sehingga didapatkan grafik dari $V(\theta)$ pada potensial di permukaan kartesian adalah sebagai berikut:



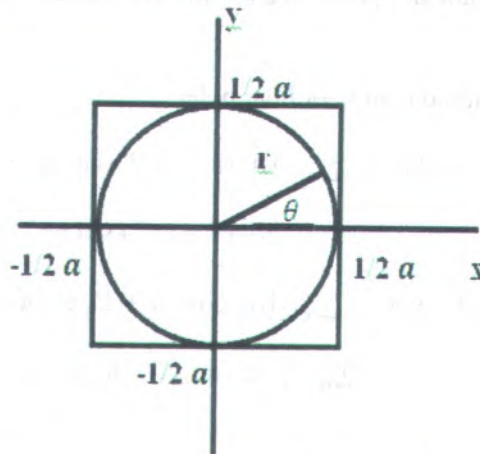
Gambar 4.6. Grafik $V(x,y)$ dari hasil perhitungan analitik koordinat kartesian

Dari gambar (4.6) terlihat bahwa nilai V pada kotak potensial bagian terluar (gambar 4.1) mempunyai nilai V terkecil adalah 1 volt dan nilai V terbesar adalah 4 volt. Dimana nilai potensial terluar pada V_1 adalah 1 volt, pada V_2 adalah 2 volt, pada V_3 adalah 3 volt, dan pada V_4 adalah 4 volt.

Untuk lebih lengkapnya, nilai V hasil perhitungan analitik koordinat kartesian pada 121 titik dari perpaduan koordinat x dan koordinat y yang masing-masing koordinat sama-sama dimulai dari angka 0 dan diakhiri dengan angka 1 bisa dilihat pada lampiran B nomer 1.

4.2 Perumusan Umum Potensial Listrik Berdasarkan Syarat Batas Pendekatan Polar

Untuk memudahkan dalam analisa, maka dilakukan translasi kotak potensial pada gambar (4.1) ke tengah-tengah sumbu koordinat x dan y (lihat gambar 4.7). Sehingga menjadi:



Gambar 4.7. Syarat batas untuk pendekatan polar

Pada gambar terdapat sebuah lingkaran dengan jari-jari $\frac{1}{2} a$. Yang merupakan kumpulan titik-titik yang akan kita tentukan potensial listriknya. Potensial listrik pada lingkaran tersebut akan digunakan sebagai nilai syarat batas bagi potensial dalam koordinat polar $r = a$.

Apabila potensial listrik pada koordinat kartesian dianalisa dengan menggunakan pendekatan polar, maka seperti pada gambar (4.7), variabel x dan y pada koordinat kartesian akan menjadi $x = r \cos \theta$ dan $y = r \sin \theta$ pada koordinat polarnya. Sudut 0° dan 360° terletak segaris dengan sumbu x positif. Dan sudut 90° terletak segaris dengan sumbu y positif. Hal ini menunjukkan bahwa gambar lingkaran pada gambar (4.7) hanya untuk menunjukkan syarat batas pendekatan polarnya. Dan tidak ada ruang sisa antara luar lingkaran dan dalam kotak karena di semua sisi dalam kotak potensial merupakan kumpulan titik-titik yang mempunyai nilai potensial. Sedangkan kotak potensial ditranslasi ketengah-tengah sumbu koordinat x dan y bertujuan untuk memudahkan perhitungan analitik dalam pendekatan polarnya.

Persamaan umum dalam koordinat polar:

$$\begin{aligned} \Phi(r, \theta) &= A_0 + A_0' \ln r + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n (r^n + r^{-n}) \cos n\theta + \\ &\quad B_n (r^n + r^{-n}) \sin n\theta] \\ &= A_0 + A_0' \ln r + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta] r^n + \\ &\quad \sum_{n=1}^{\infty} [A_n' \cos n\theta + B_n' \sin n\theta] r^{-n} \end{aligned} \quad (4.6)$$

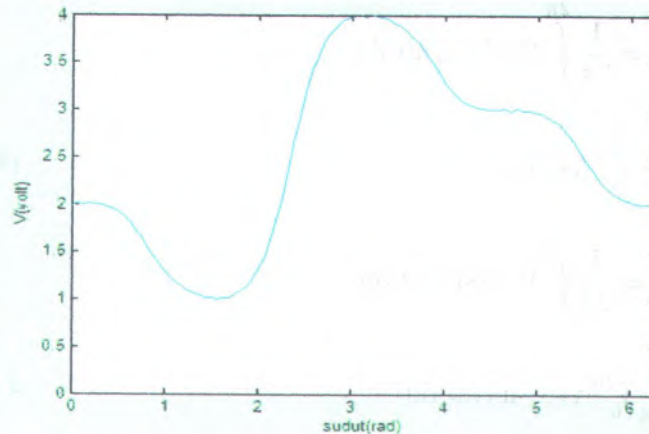
Untuk tinjauan di dalam silinder, $A_0' = A_n' = B_n' = 0$. Dan A_0' dianggap bernilai nol dikarenakan pada $r = 0$ yang berarti terletak pada pusat koordinat x dan y , yaitu pada sumbu $x = 0.5$ dan sumbu $y = 0.5$ yang apabila dilihat pada tabel nilai potensial V hasil perhitungan analitik koordinat kartesian (lampiran B nomer 1) terdapat nilai V -nya = 2.5 volt. Padahal apabila $r = 0$ dimasukkan ke persamaan (4.6) didapatkan hasil dari $\ln 0$ adalah tidak terdefinisi. Maka dari itu, A_0' yang dianggap bernilai nol.

Sedangkan untuk nilai $r = 0.5$, yaitu pada permukaan silinder pada gambar 4.7. Apabila dimasukkan ke persamaan (4.6) digunakan untuk mencari nilai dari koefisien A_0, A_n, B_n . Maka persamaan (4.6) menjadi:

$$\begin{aligned}\Phi(r, \theta) &= A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta] 0.5^n \\ &= A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [0.5^n A_n \cos n\theta + 0.5^n B_n \sin n\theta] \quad (4.7)\end{aligned}$$

Dimana: $V(\theta) = \Phi(r, \theta)$

Dari persamaan (4.1), (4.2), (4.3), (4.4) kemudian dibuat program MATLAB-nya (lihat lampiran A no. 11 dan 17), maka didapatkan grafik dari potensial $V(\theta)$ di permukaan polarnya dengan $r = \frac{1}{2} a$ dalam dua dimensi adalah sebagai berikut:



Gambar 4.8. Grafik potensial $V(\theta)$ pada lingkaran dengan $r = \frac{1}{2} a$

Dari gambar (4.8) terlihat bahwa nilai V pada potensial permukaan lingkaran (gambar 4.7) mempunyai nilai V terkecil

adalah 1 volt dan nilai V terbesar adalah 4 volt. Pada sudut 0 radian nilai $V = 2$ volt persis sama dengan nilai $V_2 = 2$ volt dari gambar 4.6 yang merupakan grafik $V(\theta)$ dari hasil perhitungan analitik koordinat kartesian. Begitu juga pada sudut 1.5 radian (sudut 90°) nilai $V = 1$ volt sama dengan $V_1 = 1$ volt, sudut 3 radian (sudut 180°) nilai $V = 4$ volt sama dengan $V_4 = 4$ volt, dan sudut 4.5 radian (sudut 270°) nilai $V = 3$ volt sama dengan $V_3 = 3$ volt. Sehingga antara gambar grafik $V(\theta)$ hasil koordinat kartesian dan pendekatan polar tidak ada perbedaan.

Penyelesaian dari persamaan (4.7) untuk mencari nilai dari koefisien A_0, A_n, B_n adalah dengan menggunakan deret fourier seperti pada persamaan (2.22), sehingga didapatkan:

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) d\theta \quad (4.8)$$

$$0.5^n A_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \cos n\theta d\theta$$

$$A_n = \frac{2^n}{2\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \cos n\theta d\theta \quad (4.9)$$

$$0.5^n B_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \sin n\theta d\theta$$

$$B_n = \frac{2^n}{2\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \sin n\theta d\theta \quad (4.10)$$

Pada Tugas Akhir ini dibatasi untuk pendekatan sampai dengan $n = 3$, sehingga persamaan (4.9) dan (4.10) menjadi:

$$A_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \cos \theta d\theta \quad (4.11)$$

$$B_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \sin \theta \, d\theta \quad (4.12)$$

$$A_2 = \frac{2}{\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \cos 2\theta \, d\theta \quad (4.13)$$

$$B_2 = \frac{2}{\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \sin 2\theta \, d\theta \quad (4.14)$$

$$A_3 = \frac{4}{\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \cos 3\theta \, d\theta \quad (4.15)$$

$$B_3 = \frac{4}{\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \sin 3\theta \, d\theta \quad (4.16)$$

4.3 Analisa Data

Dalam analisa data dilakukan penentuan jumlah titik data yang tepat agar hasil metode analisa polar sesuai atau setidaknya mendekati dengan hasil koordinat kartesian. Dalam hal ini dianalisa dengan menggunakan 6 macam titik data yang berbeda, yaitu, 18, 36, 72, 180, 360, dan 720 titik data. Titik data yang dimaksud disini adalah kumpulan titik-titik pada gambar 4.7 yang akan ditentukan potensial listriknya dengan cara dimasukkan ke persamaan $A_0, A_1, B_1, A_2, B_2, A_3, B_3$ pada program MATLAB-nya.

Apabila yang ditinjau adalah di permukaan silinder, maka digunakan $r = 0,5$ untuk mendapatkan nilai konstanta $A_0, A_1, B_1, A_2, B_2, A_3, B_3$. Kemudian setelah didapatkan nilai $A_0, A_1, B_1, A_2, B_2, A_3, B_3$, dimasukkan ke persamaan (4.7) dan setelah didapatkan fungsi potensialnya, dibuat program MATLAB-nya dengan tinjauan di dalam silinder, yaitu pada $r = 0.25$ sehingga didapatkan nilai $V_{cir \text{ num}}$ yang merupakan nilai V dari pendekatan polar pada masing-masing enam titik data yang berbeda.

4.3.1 Untuk 18 titik data

Dari persamaan (4.8; 4.11; 4.12; 4.13; 4.14; 4.15 dan 4.16) kemudian dibuat program matlabnya (lihat lampiran A no. 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24) dengan menggunakan kaidah trapesium, sehingga didapatkan nilai $A_0, A_1, B_1, A_2, B_2, A_3, B_3$ adalah sebagai berikut:

$$A_0 = 2.4983$$

$$A_1 = -0.8336$$

$$B_1 = -0.8343$$

$$A_2 = 1.0852$$

$$B_2 = -1.0816 \times 10^{-16}$$

$$A_3 = -0.9478$$

$$B_3 = 0.9598$$

Kemudian nilai konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.7) sehingga fungsi potensialnya menjadi:

$$\begin{aligned} \Phi(r, \theta) = & A_0 + [0.5^1 A_1 \cos \theta + 0.5^1 B_1 \sin \theta] \\ & + [0.5^2 A_2 \cos 2\theta + 0.5^2 B_2 \sin 2\theta] + [0.5^3 A_3 \cos 3\theta + 0.5^3 B_3 \sin 3\theta] \\ = & 2.4983 + [0.5^1 (-0.8336) \cos \theta + 0.5^1 (-0.8343) \sin \theta] + \\ & [0.5^2 (1.0852) \cos 2\theta + 0.5^2 (-1.0816 \times 10^{-16}) \sin 2\theta] \\ & [0.5^3 (-0.9478) \cos 3\theta + 0.5^3 (0.9598) \sin 3\theta] \end{aligned}$$

Dan dibuat program matlabnya (lihat lampiran A no. 25 dan 26). Sehingga didapatkan nilai V -nya adalah:

Tabel 4.1 Tabel nilai V untuk 18 titik data

SUDUT	NILAI Vcir num18	SUDUT	NILAI Vcir num18	SUDUT	NILAI Vcir num18
0	2.3429	130	2.7244	260	2.4423
10	2.1854	140	2.7527	270	2.2425
20	2.5080	150	2.5521	280	2.2754
30	2.8090	160	2.3179	290	2.7682
40	2.6475	170	2.1849	300	2.7295
50	2.4043	180	2.5844	310	2.5178
60	2.2167	190	2.7968	320	2.2939
70	2.3461	200	2.6202	330	2.1971
80	2.8003	210	2.3748	340	2.6548
90	2.7015	220	2.1986	350	2.7785
100	2.4765	230	2.4172	360	2.5904
110	2.2658	240	2.8116		
120	2.2306	250	2.6774		

4.3.2 Untuk 36 titik data

Dari persamaan (4.8; 4.11; 4.12; 4.13; 4.14; 4.15 dan 4.16) kemudian dibuat program matlabnya (lihat lampiran A no. 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24) dengan menggunakan kaidah trapesium, sehingga didapatkan nilai $A_0, A_1, B_1, A_2, B_2, A_3, B_3$ adalah sebagai berikut:

$$A_0 = 2.4984$$

$$A_1 = -0.8340$$

$$B_1 = -0.8340$$

$$A_2 = 1.0929$$

$$B_2 = -1.8181 \times 10^{-15}$$

$$A_3 = -0.9538$$

$$B_3 = 0.9538$$

Kemudian nilai konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.7) sehingga fungsi potensialnya menjadi:

$$\begin{aligned}\Phi(r, \theta) &= A_0 + [0.5^1 A_1 \cos \theta + 0.5^1 B_1 \sin \theta] \\ &+ [0.5^2 A_2 \cos 2\theta + 0.5^2 B_2 \sin 2\theta] + [0.5^3 A_3 \cos 3\theta + 0.5^3 B_3 \sin 3\theta] \\ &= 2.4984 + [0.5^1(-0.8340) \cos \theta + 0.5^1(-0.8340) \sin \theta] + \\ &[0.5^2(1.0929) \cos 2\theta + 0.5^2(-1.8181 \times 10^{-15}) \sin 2\theta] + \\ &[0.5^3(-0.9538) \cos 3\theta + 0.5^3(0.9538) \sin 3\theta]\end{aligned}$$

Dan dibuat program matlabnya (lihat lampiran A no. 27 dan 28). Sehingga didapatkan nilai V-nya adalah:

Tabel 4.2 Tabel nilai V untuk 36 titik data

SUDUT	NILAI Vcir num36	SUDUT	NILAI Vcir num36	SUDUT	NILAI Vcir num36
0	2.3433	130	2.7251	260	2.4426
10	2.1854	140	2.7526	270	2.2427
20	2.5081	150	2.5519	280	2.2752
30	2.8096	160	2.3183	290	2.7689
40	2.6470	170	2.1848	300	2.7292
50	2.4047	180	2.5847	310	2.5178
60	2.2168	190	2.7972	320	2.2941
70	2.3460	200	2.6197	330	2.1969
80	2.8011	210	2.3752	340	2.6553
90	2.7011	220	2.1986	350	2.7787
100	2.4767	230	2.4171	360	2.5901
110	2.2660	240	2.8123		
120	2.2303	250	2.6769		

4.3.3 Untuk 72 titik data

Dari persamaan (4.8; 4.11; 4.12; 4.13; 4.14; 4.15 dan 4.16) kemudian dibuat program matlabnya (lihat lampiran A no. 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24) dengan menggunakan kaidah trapesium, sehingga didapatkan nilai $A_0, A_1, B_1, A_2, B_2, A_3, B_3$ adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} A_0 &= 2.4988 \\ A_1 &= -0.8341 \\ B_1 &= -0.8341 \\ A_2 &= 1.0933 \\ B_2 &= -1.0108 \times 10^{-15} \\ A_3 &= -0.9544 \\ B_3 &= 0.9544 \end{aligned}$$

Kemudian nilai konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.7) sehingga fungsi potensialnya menjadi:

$$\begin{aligned} \Phi(r, \theta) &= A_0 + [0.5^1 A_1 \cos \theta + 0.5^1 B_1 \sin \theta] \\ &\quad + [0.5^2 A_2 \cos 2\theta + 0.5^2 B_2 \sin 2\theta] + [0.5^3 A_3 \cos 3\theta + 0.5^3 B_3 \sin 3\theta] \\ &= 2.4988 + [0.5^1 (-0.8341) \cos \theta + 0.5^1 (-0.8341) \sin \theta] + \\ &\quad [0.5^2 (1.0933) \cos 2\theta + 0.5^2 (-1.0108 \times 10^{-15}) \sin 2\theta] \\ &\quad [0.5^3 (-0.9544) \cos 3\theta + 0.5^3 (0.9544) \sin 3\theta] \end{aligned}$$

Dan dibuat program matlabnya (lihat lampiran A no. 29 dan 30). Sehingga didapatkan nilai V-nya adalah:



Tabel 4.3 Tabel nilai V untuk 72 titik data

SUDUT	NILAI Vcir num72	SUDUT	NILAI Vcir num72	SUDUT	NILAI Vcir num72
0	2.3437	130	2.7255	260	2.443
10	2.1857	140	2.753	270	2.243
20	2.5085	150	2.5524	280	2.2755
30	2.8101	160	2.3186	290	2.7694
40	2.6474	170	2.1851	300	2.7296
50	2.4051	180	2.5851	310	2.5182
60	2.2171	190	2.7976	320	2.2945
70	2.3463	200	2.6201	330	2.1973
80	2.8016	210	2.3756	340	2.6557
90	2.7015	220	2.1989	350	2.7791
100	2.4771	230	2.4175	360	2.5905
110	2.2664	240	2.8128		
120	2.2307	250	2.6773		

4.3.4 Untuk 180 titik data

Dari persamaan (4.8; 4.11; 4.12; 4.13; 4.14; 4.15 dan 4.16) kemudian dibuat program matlabnya (lihat lampiran A no. 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24) dengan menggunakan kaidah trapesium, sehingga didapatkan nilai $A_0, A_1, B_1, A_2, B_2, A_3, B_3$ adalah sebagai berikut:

$$A_0 = 2.4996$$

$$A_1 = -0.8345$$

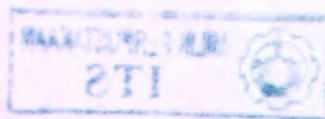
$$B_1 = -0.8345$$

$$A_2 = 1.0939$$

$$B_2 = -7.0447 \times 10^{-15}$$

$$A_3 = -0.9557$$

$$B_3 = 0.9557$$



Kemudian nilai konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.7) sehingga fungsi potensialnya menjadi:

$$\begin{aligned}\Phi(r,\theta) &= A_0 + [0.5^1 A_1 \cos \theta + 0.5^1 B_1 \sin \theta] \\ &+ [0.5^2 A_2 \cos 2\theta + 0.5^2 B_2 \sin 2\theta] + [0.5^3 A_3 \cos 3\theta + 0.5^3 B_3 \sin 3\theta] \\ &= 2.4996 + [0.5^1 (-0.8345) \cos \theta + 0.5^1 (-0.8345) \sin \theta] + \\ &[0.5^2 (1.0939) \cos 2\theta + 0.5^2 (-7.0447 \times 10^{-15}) \sin 2\theta] \\ &[0.5^3 (-0.9557) \cos 3\theta + 0.5^3 (0.9557) \sin 3\theta]\end{aligned}$$

Dan dibuat program matlabnya (lihat lampiran A no. 31 dan 32). Sehingga didapatkan nilai V-nya adalah:

Tabel 4.4 Tabel nilai V untuk 180 titik data

SUDUT	NILAI Vcir num180	SUDUT	NILAI Vcir num180	SUDUT	NILAI Vcir num180
0	2.3444	130	2.7265	260	2.4438
10	2.1864	140	2.7539	270	2.2437
20	2.5093	150	2.5532	280	2.2762
30	2.8110	160	2.3194	290	2.7703
40	2.6483	170	2.1858	300	2.7305
50	2.4058	180	2.5860	310	2.5190
60	2.2178	190	2.7986	320	2.2952
70	2.3470	200	2.6210	330	2.1979
80	2.8025	210	2.3763	340	2.6566
90	2.7024	220	2.1996	350	2.7800
100	2.4779	230	2.4182	360	2.5913
110	2.2671	240	2.8137		
120	2.2313	250	2.6782		

4.3.5 Untuk 360 titik data

Dari persamaan (4.8; 4.11; 4.12; 4.13; 4.14; 4.15 dan 4.16) kemudian dibuat program matlabnya (lihat lampiran A no. 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24) dengan menggunakan kaidah trapesium, sehingga didapatkan nilai $A_0, A_1, B_1, A_2, B_2, A_3, B_3$ adalah sebagai berikut:

$$A_0 = 2.5000$$

$$A_1 = -0.8346$$

$$B_1 = -0.8346$$

$$A_2 = 1.0942$$

$$B_2 = -8.7356 \times 10^{-15}$$

$$A_3 = -0.9564$$

$$B_3 = 0.9564$$

Kemudian nilai konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.7) sehingga fungsi potensialnya menjadi:

$$\begin{aligned} \Phi(r, \theta) &= A_0 + [0.5^1 A_1 \cos \theta + 0.5^1 B_1 \sin \theta] \\ &+ [0.5^2 A_2 \cos 2\theta + 0.5^2 B_2 \sin 2\theta] + [0.5^3 A_3 \cos 3\theta + 0.5^3 B_3 \sin 3\theta] \\ &= 2.5000 + [0.5^1 (-0.8346) \cos \theta + 0.5^1 (-0.8346) \sin \theta] + \\ &[0.5^2 (1.0942) \cos 2\theta + 0.5^2 (-8.7356 \times 10^{-15}) \sin 2\theta] \\ &+ [0.5^3 (-0.9564) \cos 3\theta + 0.5^3 (0.9564) \sin 3\theta] \end{aligned}$$

Dan dibuat program matlabnya (lihat lampiran A no.33 dan 34). Sehingga didapatkan nilai V-nya adalah:

100	2.4779	2.4182	3.00
110	2.5871	2.8137	3.00
120	2.7213	2.6782	3.00

Tabel 4.5 Tabel nilai V untuk 360 titik data

SUDUT	NILAI Vcir num360	SUDUT	NILAI Vcir num360	SUDUT	NILAI Vcir num360
0	2.3448	130	2.7269	260	2.4442
10	2.1867	140	2.7543	270	2.2441
20	2.5097	150	2.5536	280	2.2766
30	2.8115	160	2.3197	290	2.7708
40	2.6487	170	2.1861	300	2.7309
50	2.4062	180	2.5864	310	2.5194
60	2.2182	190	2.7990	320	2.2956
70	2.3474	200	2.6214	330	2.1983
80	2.8030	210	2.3767	340	2.6571
90	2.7028	220	2.2000	350	2.7804
100	2.4782	230	2.4186	360	2.5918
110	2.2675	240	2.8142		
120	2.2317	250	2.6786		

4.3.6 Untuk 720 titik data

Dari persamaan (4.8; 4.11; 4.12; 4.13; 4.14; 4.15 dan 4.16) kemudian dibuat program matlabnya (lihat lampiran A no. 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24) dengan menggunakan kaidah trapesium, sehingga didapatkan nilai $A_0, A_1, B_1, A_2, B_2, A_3, B_3$ adalah sebagai berikut:

$$A_0 = 2.5000$$

$$A_1 = -0.8346$$

$$B_1 = -0.8346$$

$$A_2 = 1.0942$$

$$B_2 = 2.6800 \times 10^{-14}$$

$$A_3 = -0.9564$$

$$B_3 = 0.9564$$

Kemudian nilai konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.7) sehingga fungsi potensialnya menjadi:

$$\begin{aligned}\Phi(r,\theta) &= A_0 + [0.5^1 A_1 \cos \theta + 0.5^1 B_1 \sin \theta] \\ &+ [0.5^2 A_2 \cos 2\theta + 0.5^2 B_2 \sin 2\theta] + [0.5^3 A_3 \cos 3\theta + 0.5^3 B_3 \sin 3\theta] \\ &= 2.5000 + [0.5^1 (-0.8346) \cos \theta + 0.5^1 (-0.8346) \sin \theta] + \\ &[0.5^2 (1.0942) \cos 2\theta + 0.5^2 (2.6800 \times 10^{-14}) \sin 2\theta] \\ &+ [0.5^3 (-0.9564) \cos 3\theta + 0.5^3 (0.9564) \sin 3\theta]\end{aligned}$$

Dan dibuat program matlabnya (lihat lampiran A no.35 dan 36). Sehingga didapatkan nilai V-nya adalah:

Tabel 4.6 Tabel nilai V untuk 720 titik data

SUDUT	NILAI Vcir num720	SUDUT	NILAI Vcir num720	SUDUT	NILAI Vcir num720
0	2.3448	130	2.7269	260	2.4442
10	2.1867	140	2.7543	270	2.2441
20	2.5097	150	2.5536	280	2.2766
30	2.8115	160	2.3197	290	2.7708
40	2.6487	170	2.1861	300	2.7309
50	2.4062	180	2.5864	310	2.5194
60	2.2182	190	2.7990	320	2.2956
70	2.3474	200	2.6214	330	2.1983
80	2.8030	210	2.3767	340	2.6571
90	2.7028	220	2.2000	350	2.7804
100	2.4782	230	2.4186	360	2.5918
110	2.2675	240	2.8142		
120	2.2317	250	2.6786		

4.4 Analisa Perbandingan Perhitungan Koordinat Kartesian dan Pendekatan Polar

Setelah mendapatkan nilai V dari pendekatan polar pada masing-masing enam titik data yang berbeda (tabel 4.1; 4.2; 4.3; 4.4; 4.5; dan 4.6). Maka, nilai V tersebut dibandingkan dengan nilai V_{cir} pada tabel no.3 pada lampiran B (yang digaris kuning dengan lompatan 10^0) yang merupakan nilai V dari hasil perhitungan koordinat kartesian dengan program MATLAB (lampiran A no.16 dan 17) dengan $r = 0.25$. Perbandingan dari enam titik data yang berbeda adalah sebagai berikut:

4.4.1 Untuk 18 titik data

Tabel 4.7 Perbandingan nilai V untuk 18 titik data

Nilai V_{cir} Kartesian	Nilai V_{cir} num 18	Selisih
2.1908	2.3429	0.1521
2.1363	2.1854	0.0491
2.0826	2.5080	0.4254
2.0283	2.8090	0.7807
1.9748	2.6475	0.6727
1.9264	2.4043	0.4779
1.8898	2.2167	0.3269
1.8722	2.3461	0.4739
1.8801	2.8003	0.9202
1.9189	2.7015	0.7826
1.9926	2.4765	0.4839
2.1023	2.2658	0.1635
2.2452	2.2306	0.0146
2.4121	2.7244	0.3123
2.5879	2.7527	0.1648
2.7548	2.5521	0.2027
2.8977	2.3179	0.5798
3.0074	2.1849	0.8225

Nilai Vcir Kartesian	Nilai Vcir num 18	Selisih
3.0811	2.5844	0.4967
3.1199	2.7968	0.3231
3.1278	2.6202	0.5076
3.1102	2.3748	0.7354
3.0736	2.1986	0.8750
3.0252	2.4172	0.6080
2.9717	2.8116	0.1601
2.9174	2.6774	0.2400
2.8637	2.4423	0.4214
2.8092	2.2425	0.5667
2.7512	2.2754	0.4758
2.6873	2.7682	0.0809
2.6163	2.7295	0.1132
2.5395	2.5178	0.0217
2.4605	2.2939	0.1666
2.3837	2.1971	0.1866
2.3127	2.6548	0.3421
2.2488	2.7785	0.5297
2.1908	2.5904	0.3996
Selisih rata-rata = 0.406914		

Dari tabel 4.7 terlihat bahwa selisih rata-rata antara V koordinat kartesian dan V pendekatan polar adalah 0.406914. Hal ini memperlihatkan bahwa nilai V pendekatan polar mendekati nilai V koordinat kartesian dengan rata-rata selisih 0.406914.

4.4.2 Untuk 36 titik data

Tabel 4.8 Perbandingan nilai V untuk 36 titik data

Nilai Vcir Kartesian	Nilai Vcir num 36	Selisih
2.1908	2.3433	0.1525
2.1363	2.1854	0.0491
2.0826	2.5081	0.4255
2.0283	2.8096	0.7813
1.9748	2.6470	0.6722
1.9264	2.4047	0.4783
1.8898	2.2168	0.3270
1.8722	2.3460	0.4738
1.8801	2.8011	0.9210
1.9189	2.7011	0.7822
1.9926	2.4767	0.4841
2.1023	2.2660	0.1637
2.2452	2.2303	0.0149
2.4121	2.7251	0.3130
2.5879	2.7526	0.1647
2.7548	2.5519	0.2029
2.8977	2.3183	0.5794
3.0074	2.1848	0.8226
3.0811	2.5847	0.4964
3.1199	2.7972	0.3227
3.1278	2.6197	0.5081
3.1102	2.3752	0.7350
3.0736	2.1986	0.8750
3.0252	2.4171	0.6081
2.9717	2.8123	0.1594
2.9174	2.6769	0.2405
2.8637	2.4426	0.4211
2.8092	2.2427	0.5665
2.7512	2.2752	0.4760

Nilai Vcir Kartesian	Nilai Vcir num 36	Selisih
2.6873	2.7689	0.0816
2.6163	2.7292	0.1129
2.5395	2.5178	0.0217
2.4605	2.2941	0.1664
2.3837	2.1969	0.1868
2.3127	2.6553	0.3426
2.2488	2.7787	0.5299
2.1908	2.5901	0.3993
Selisih rata-rata = 0.406978		

Dari tabel 4.8 terlihat bahwa selisih rata-rata antara V koordinat kartesian dan V pendekatan polar adalah 0.406978. Hal ini memperlihatkan bahwa nilai V pendekatan polar mendekati nilai V koordinat kartesian dengan rata-rata selisih 0.406978.

4.4.3 Untuk 72 titik data

Tabel 4.9 Perbandingan nilai V untuk 72 titik data

Nilai Vcir Kartesian	Nilai Vcir num 72	Selisih
2.1908	2.3437	0.1529
2.1363	2.1857	0.0494
2.0826	2.5085	0.4259
2.0283	2.8101	0.7818
1.9748	2.6474	0.6726
1.9264	2.4051	0.4787
1.8898	2.2171	0.3273
1.8722	2.3463	0.4741
1.8801	2.8016	0.9215
1.9189	2.7015	0.7826
1.9926	2.4771	0.4845
2.1023	2.2664	0.1641
2.2452	2.2307	0.0145

Nilai Vcir Kartesian	Nilai Vcir num 72	Selisih
2.4121	2.7255	0.3134
2.5879	2.7530	0.1651
2.7548	2.5524	0.2024
2.8977	2.3186	0.5791
3.0074	2.1851	0.8223
3.0811	2.5851	0.4960
3.1199	2.7976	0.3223
3.1278	2.6201	0.5077
3.1102	2.3756	0.7346
3.0736	2.1989	0.8747
3.0252	2.4175	0.6077
2.9717	2.8128	0.1589
2.9174	2.6773	0.2401
2.8637	2.4430	0.4207
2.8092	2.2430	0.5662
2.7512	2.2755	0.4757
2.6873	2.7694	0.0821
2.6163	2.7296	0.1133
2.5395	2.5182	0.0213
2.4605	2.2945	0.1660
2.3837	2.1973	0.1864
2.3127	2.6557	0.3430
2.2488	2.7791	0.5303
2.1908	2.5905	0.3997
Selisih rata-rata = 0.406997		

Dari tabel 4.9 terlihat bahwa selisih rata-rata antara V koordinat kartesian dan V pendekatan polar adalah 0.406997. Hal ini memperlihatkan bahwa nilai V pendekatan polar mendekati nilai V koordinat kartesian dengan rata-rata selisih 0.406997.

4.4.4 Untuk 180 titik data

Tabel 4.10 Perbandingan nilai V untuk 180 titik data

Nilai Vcir Kartesian	Nilai Vcir num 180	Selisih
2.1908	2.3444	0.1536
2.1363	2.1864	0.0501
2.0826	2.5093	0.4267
2.0283	2.8110	0.7827
1.9748	2.6483	0.6735
1.9264	2.4058	0.4794
1.8898	2.2178	0.3280
1.8722	2.3470	0.4748
1.8801	2.8025	0.9224
1.9189	2.7024	0.7835
1.9926	2.4779	0.4853
2.1023	2.2671	0.1648
2.2452	2.2313	0.0139
2.4121	2.7265	0.3144
2.5879	2.7539	0.1660
2.7548	2.5532	0.2016
2.8977	2.3194	0.5783
3.0074	2.1858	0.8216
3.0811	2.5860	0.4951
3.1199	2.7986	0.3213
3.1278	2.6210	0.5068
3.1102	2.3763	0.7339
3.0736	2.1996	0.8740
3.0252	2.4182	0.6070
2.9717	2.8137	0.1580
2.9174	2.6782	0.2392
2.8637	2.4438	0.4199
2.8092	2.2437	0.5655
2.7512	2.2762	0.4750

Nilai Vcir Kartesian	Nilai Vcir num 180	Selisih
2.6873	2.7703	0.0830
2.6163	2.7305	0.1142
2.5395	2.5190	0.0205
2.4605	2.2952	0.1653
2.3837	2.1979	0.1858
2.3127	2.6566	0.3439
2.2488	2.7800	0.5312
2.1908	2.5913	0.4005
Selisih rata-rata = 0.407046		

Dari tabel 4.10 terlihat bahwa selisih rata-rata antara V koordinat kartesian dan V pendekatan polar adalah 0.407046. Hal ini memperlihatkan bahwa nilai V pendekatan polar mendekati nilai V koordinat kartesian dengan rata-rata selisih 0.407046.

4.4.5 Untuk 360 titik data

Tabel 4.11 Perbandingan nilai V untuk 360 titik data

Nilai Vcir Kartesian	Nilai Vcir num 360	Selisih
2.1908	2.3448	0.1540
2.1363	2.1867	0.0504
2.0826	2.5097	0.4271
2.0283	2.8115	0.7832
1.9748	2.6487	0.6739
1.9264	2.4062	0.4798
1.8898	2.2182	0.3284
1.8722	2.3474	0.4752
1.8801	2.8030	0.9229
1.9189	2.7028	0.7839
1.9926	2.4782	0.4856
2.1023	2.2675	0.1652
2.2452	2.2317	0.0135

Nilai Vcir Kartesian	Nilai Vcir num 360	Selisih
2.4121	2.7269	0.3148
2.5879	2.7543	0.1664
2.7548	2.5536	0.2012
2.8977	2.3197	0.5780
3.0074	2.1861	0.8213
3.0811	2.5864	0.4947
3.1199	2.7990	0.3209
3.1278	2.6214	0.5064
3.1102	2.3767	0.7335
3.0736	2.2000	0.8736
3.0252	2.4186	0.6066
2.9717	2.8142	0.1575
2.9174	2.6786	0.2388
2.8637	2.4442	0.4195
2.8092	2.2441	0.5651
2.7512	2.2766	0.4746
2.6873	2.7708	0.0835
2.6163	2.7309	0.1146
2.5395	2.5194	0.0201
2.4605	2.2956	0.1649
2.3837	2.1983	0.1854
2.3127	2.6571	0.3444
2.2488	2.7804	0.5316
2.1908	2.5918	0.4010
Selisih rata-rata = 0.407068		

Dari tabel 4.11 terlihat bahwa selisih rata-rata antara V koordinat kartesian dan V pendekatan polar adalah 0.407068. Hal ini memperlihatkan bahwa nilai V pendekatan polar mendekati nilai V koordinat kartesian dengan rata-rata selisih 0.407068.

4.4.6 Untuk 720 titik data

Tabel 4.12 Perbandingan nilai V untuk 720 titik data

Nilai Vcir Kartesian	Nilai Vcir num 720	Selisih
2.1908	2.3448	0.1540
2.1363	2.1867	0.0504
2.0826	2.5097	0.4271
2.0283	2.8115	0.7832
1.9748	2.6487	0.6739
1.9264	2.4062	0.4798
1.8898	2.2182	0.3284
1.8722	2.3474	0.4752
1.8801	2.8030	0.9229
1.9189	2.7028	0.7839
1.9926	2.4782	0.4856
2.1023	2.2675	0.1652
2.2452	2.2317	0.0135
2.4121	2.7269	0.3148
2.5879	2.7543	0.1664
2.7548	2.5536	0.2012
2.8977	2.3197	0.5780
3.0074	2.1861	0.8213
3.0811	2.5864	0.4947
3.1199	2.7990	0.3209
3.1278	2.6214	0.5064
3.1102	2.3767	0.7335
3.0736	2.2000	0.8736
3.0252	2.4186	0.6066
2.9717	2.8142	0.1575
2.9174	2.6786	0.2388
2.8637	2.4442	0.4195
2.8092	2.2441	0.5651
2.7512	2.2766	0.4746

Nilai Vcir Kartesian	Nilai Vcir num 720	Selisih
2.6873	2.7708	0.0835
2.6163	2.7309	0.1146
2.5395	2.5194	0.0201
2.4605	2.2956	0.1649
2.3837	2.1983	0.1854
2.3127	2.6571	0.3444
2.2488	2.7804	0.5316
2.1908	2.5918	0.4010
Selisih rata-rata = 0.407068		

Dari tabel 4.12 terlihat bahwa selisih rata-rata antara V koordinat kartesian dan V pendekatan polar adalah 0.407068. Hal ini memperlihatkan bahwa nilai V pendekatan polar mendekati nilai V koordinat kartesian dengan rata-rata selisih 0.407068. Ternyata rata-rata selisihnya 360 titik data sama seperti rata-rata selisihnya 720 titik data.

Secara keseluruhan dapat dikumpulkan selisih rata-rata antara nilai V koordinat kartesian dan nilai V pendekatan polar dari 6 titik data yang berbeda yaitu, pada 18 titik data adalah 0.406914, pada 36 titik data adalah 0.406978, pada 72 titik data adalah 0.406997, pada 180 titik data adalah 0.407046, pada 360 titik data adalah 0.407068 dan pada 720 titik data adalah 0.407068.

Sehingga terlihat bahwa semakin banyak jumlah titik data yang digunakan. Maka, nilai V pendekatan polar akan semakin menjauhi nilai V koordinat kartesian. Artinya, selisih rata-rata antara nilai V pendekatan polar dan nilai V koordinat kartesian akan semakin besar. Hasil ini bertentangan dengan asumsi awal dimana semakin banyak titik data yang digunakan, maka pendekatan polar akan memberikan nilai V yang semakin mendekati nilainya dalam koordinat kartesian. Perlu penelitian lebih lanjut mengapa hal ini bisa terjadi.

BAB 5

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Dari analisa data penelitian Tugas Akhir ini maka dapat ditarik suatu kesimpulan mengenai sistem potensial listrik koordinat kartesian yang didekati dengan koordinat polar adalah sebagai berikut:

1. Transformasi syarat batas dari kartesian ke polar untuk sistem dengan geometri kartesian akan menghasilkan solusi dalam koordinat polar yang nilainya mendekati dengan solusinya dalam koordinat kartesian.
2. Digunakan 6 macam pengambilan titik data yang berbeda yaitu: 18, 36, 72, 180, 360 dan 720 titik data. Terlihat bahwa semakin banyak jumlah titik data yang digunakan, maka nilai V pendekatan polar akan semakin menjauhi nilai V koordinat kartesian. Artinya, selisih antara nilai V pendekatan polar dan nilai V koordinat kartesian akan semakin besar.
3. Pendekatan polar cukup baik digunakan untuk menghitung persoalan potensial listrik sistem koordinat kartesian.

5.2 Saran

Saran untuk penelitian selanjutnya adalah sebagai berikut:

1. Perlu diteliti tingkat keakuratan untuk jumlah titik data yang lebih banyak.
2. Perlu dicoba untuk sistem koordinat yang lain.
3. Perlu diteliti pengaruh pengambilan jumlah suku pada pendekatan polarnya terhadap tingkat keakuratan pendekatan polar.

DAFTAR PUSTAKA

- Agni, Mahisa, 2007, *Potensial Elektrostatik Diantara Dua Penghantar Silinder Tak Sesumbu*, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Hayt, William H., 1991, *Elektromagnetika Teknologi*, Penerbit Erlangga, Jakarta.
- Munir, Rinaldi, 2008, *Metode Numerik*, Penerbit Informatika, Bandung.
- Nayfeh M.H, M.K Brussel, 1985, *Electricity and Magnetism*, John Wiley and Sons Inc, New York.
- Purwanto, Agus, 1995, *Fisika Matematika I*, Penerbit ITS, Surabaya.
- Reitz, John R., 1993, *Dasar Teori Listrik Magnet*, Penerbit ITB, Bandung.
- Suarga, Drs., 2007, *Fisika Komputasi Solusi Problema Fisika dengan MATLAB*, Penerbit ANDI, Yogyakarta.

<http://blog.unila.ac.id/distrik/files/2009/07/bab-iii-08-ok.doc>

LAMPIRAN A PROGRAM MATLAB VERSI 7,5

1. Program Grafik V1

```
function Graf_V1_xy(xmin,xmax,y,n)
dx=(xmax-xmin)/100;
x=xmin:dx:xmax;
m=length(x);
for i=1:m
    Vel(i)=V1(x(i),y,n);
end
plot(x,Vel)
xlabel('posisi x'); ylabel('V(x)');
axis([xmin xmax 0 1.5]);
```

2. Program Fungsi V1

```
function v1=v1(x,y,n)
vel=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    vel=vel+(4/((2*i-1)*pi*sinh((2*i-1)*pi)))*sin((2*i-1)*pi*x)*sinh((2*i-1)*pi*y);
end
v1=vel;
```

3. Program Grafik V2

```
function Graf_V2_xy(x,ymin,ymax,n)
dy=(ymax-ymin)/100;
y= ymin:dy:ymax;
m=length(y);
for i=1:m
    Ve2(i)=V2(x,y(i),n);
end
plot(y,Ve2);
xlabel('posisi y'); ylabel('V(y)');
axis([ymin ymax 0 2.5]);
```

4. Program Fungsi V2

```
function v2=v2(x,y,n)
ve2=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    ve2=ve2+(4*2)/((2*i-1)*pi*sinh((2*i-1)*pi))*sin((2*i-1)*pi*x)*sinh((2*i-1)*pi*y);
end
v2=ve2;
```

5. Program Grafik V3

```
function Graf_V3_xy(xmin,xmax,y,n)
dx=(xmax-xmin)/100;
x=xmin:dx:xmax;
m=length(x);
for i=1:m
    Ve3(i)=V3(x(i),y,n);
end
plot(x,Ve3);
xlabel('posisi x'); ylabel('V(x)');
axis([xmin xmax 0 3]);
```

6. Program Fungsi V3

```
function v3=v3(x,y,n)
ve3=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    ve3=ve3+(4*3)/((2*i-1)*pi*sinh((2*i-1)*pi))*sin((2*i-1)*pi*x)*sinh((2*i-1)*pi*(1-y));
end
v3=ve3;
```


7. Program Grafik V4

```
function Graf_V4_xy(x, ymin, ymax, n)
dy=(ymax-ymin)/100;
y= ymin:dy:ymax;
m=length(y);
for i=1:m
    Ve4(i)=V4(x, y(i), n);
end
plot(y, Ve4);
xlabel('Domain Y'); ylabel('V(Y)');
axis([ymin ymax 0 7.5]);
```

8. Program Fungsi V4

```
function v4=v4(x, y, n)
ve4=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    ve4=ve4+(4*4/((2*i-1)*pi*sinh((2*i-1)*pi)))*sinh((2*i-1)*pi*(1-x))*sin((2*i-1)*pi*y);
end
v4=ve4;
```

9. Program Grafik Vtotal

```
function Graf_V_xy(xmin, xmax, ymin, ymax, n)
dx=(xmax-xmin)/25;
x=xmin:dx:xmax;
m=length(x);
dy=(ymax-ymin)/(m-1);
y=ymin:dy:ymax;
[X, Y]=meshgrid(x, y);
for i=1:m
    for j=1:m
        i
        j
        Ve(i, j)=V(x(i), y(j), n);
    end
end
end
```

```

surf(x,y,Ve)
xlabel('posisi x'); ylabel('posisi y');
zlabel('V(x,y)');
axis([xmin xmax ymin ymax 0 6]);

```

10. Program Fungsi Vtotal

```

function V_xy(m)
dx=1/11;
x=0:dx:1;
n=length(x);
dy=1/(n-1);
y= 0:dy:1;
[X,Y]=meshgrid(x,y);
for i=1:n
    for j=1:n
        Ve(i,j)=v(x(j),y(i),m);
    end
end
surf(x,y,Ve);
xlabel('posisi x'); ylabel('posisi y'); zlabel('v(x,y)');
axis([0 1 0 1 0.5]);

```

11. Program Grafik Vcircular

```

function Graf2D_V_sd(r,sdmin,sdmax,n)
dsd=(sdmax-sdmin)/100;
sd=sdmin:dsd:sdmax;
m=length(sd);
for i=1:m;
    Ve(i)=Vcir(r,sd(i),n);
end
plot(sd,Ve)
xlabel('sudut (rad)'); ylabel('V(volt)');
axis([sdmin sdmax 0 5]);

```


12. Program Grafik Vx

```
function Graf2D_V_x(xmin, xmax, y, n)
dx=(xmax-xmin)/100;
x=xmin:dx:xmax;
m=length(x);
for i=1:m
    Ve(i)=V(x(i), y, n);
end
plot(x, Ve)
xlabel('posisi x') ; ylabel('V(x)');
axis ([xmin xmax 0 6]);
```

13. Program Grafik Vy

```
function Graf2D_V_y(x, ymin, ymax, n)
dy=(ymax-ymin)/100;
y=ymin:dy:ymax;
m=length(y);
for i=1:m
    Ve(i)=V(x, y(i), n);
end
plot(y, Ve)
ylabel('posisi y') ; ylabel('V(y)');
axis ([ymin ymax 0 6]);
```

14. Program Nilai Vtotal

```
function Nilai_V(xmin, xmax, ymin, ymax, n)
dx=(xmax-xmin)/10;
xe=xmin:dx:xmax;
m=length(xe);
dy=(ymax-ymin)/(m-1);
ye=ymin:dy:ymax;
for i=1:m
    for j=1:m
        x=xe(j)
        y=ye(i)
        Ve(i, j)=V(xe(j), ye(i), n);
        Nilai_V=Ve(i, j)
    end
end
```

15. Program Fungsi Nilai Vtotal

```
function V=V(x,y,n)
Ve1=0;
Ve2=0;
Ve3=0;
Ve4=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    Ve1=Ve1+(4/((2*i-1)*pi*sinh((2*i-1)*pi)))*sin((2*i-1)*pi*x)*sinh((2*i-1)*pi*y);
    Ve2=Ve2+(4*2)/((2*i-1)*pi*sinh((2*i-1)*pi))*sinh((2*i-1)*pi*x)*sin((2*i-1)*pi*y);
    Ve3=Ve3+(4*3)/((2*i-1)*pi*sinh((2*i-1)*pi))*sin((2*i-1)*pi*x)*sinh((2*i-1)*pi*(1-y));
    Ve4=Ve4+(4*4)/((2*i-1)*pi*sinh((2*i-1)*pi))*sinh((2*i-1)*pi*(1-x))*sin((2*i-1)*pi*y);
end
V=Ve1+Ve2+Ve3+Ve4;
```

16. Program Nilai Vcircular

```
function Nilai_Vcir(r,sdmin,sdmax,n)
dsd=(sdmax-sdmin)/360;
sde=sdmin:dsd:sdmax;
m=length(sde);
for i=1:m
    sudut=sde(i)*180/pi
    Ve(i)=Vcir(r,sde(i),n);
    Nilai_Vcir=Ve(i)
end
```


17. Program Fungsi Nilai Vcircular

```

function V=Vcir(r, sd, n)
x=0.5+r*cos(sd);
y=0.5+r*sin(sd);
Ve1=0;
Ve2=0;
Ve3=0;
Ve4=0;

i=0;
while i<n
    i=i+1;
    Ve1=Ve1+(4/((2*i-1)*pi*sinh((2*i-
1)*pi)))*sin((2*i-1)*pi*x)*sinh((2*i-1)*pi*y);
    Ve2=Ve2+(4*2)/((2*i-1)*pi*sinh((2*i-
1)*pi))*sinh((2*i-1)*pi*x)*sin((2*i-1)*pi*y);
    Ve3=Ve3+(4*3)/((2*i-1)*pi*sinh((2*i-
1)*pi))*sin((2*i-1)*pi*x)*sinh((2*i-1)*pi*(1-
y));
    Ve4=Ve4+(4*4)/((2*i-1)*pi*sinh((2*i-
1)*pi))*sinh((2*i-1)*pi*(1-x))*sin((2*i-
1)*pi*y);
end
V=Ve1+Ve2+Ve3+Ve4;

```

18. Program Nilai Ao

```

function I=intmettrapA0(n)
h=2*pi/n;
x=0;
I=Vcir(0.5, 0, 50)+Vcir(0.5, 2*pi, 50);
sigma=0;
for r=1:(n-1)
    x=x+h;
    sigma=sigma+2*Vcir(0.5, x, 50);
end
I=(0.5/pi)*(I+sigma)*h/2;
end

```

19. Program Nilai A1

```

function I=intmettrapA1(n)
h=2*pi/n;
x=0;
I=Vcir(0.5,0,50)*cos(0)+Vcir(0.5,2*pi,50)*cos(2*
pi);
sigma=0;
for r=1:(n-1)
    x=x+h;
    sigma=sigma+2*Vcir(0.5,x,50)*cos(x);
end
I=(1/pi)*(I+sigma)*h/2;
end

```

20. Program Nilai A2

```

function I=intmettrapA2(n)
h=2*pi/n;
x=0;
I=Vcir(0.5,0,50)*cos(0)+Vcir(0.5,2*pi,50)*cos(2*
2*pi);
sigma=0;
for r=1:(n-1)
    x=x+h;
    sigma=sigma+2*Vcir(0.5,x,50)*cos(2*x);
end
I=(2/pi)*(I+sigma)*h/2;
end

```

21. Program Nilai B1

```

function I=intmettrapB1(n)
h=2*pi/n;
x=0;
I=Vcir(0.5,0,50)*sin(0)+Vcir(0.5,2*pi,50)*sin(2*
pi);
sigma=0;
for r=1:(n-1)
    x=x+h;
    sigma=sigma+2*Vcir(0.5,x,50)*sin(x);
end

```



```
I=(1/pi)*(I+sigma)*h/2;
end
```

22. Program Nilai B2

```
function I=intmettrapB2(n)
h=2*pi/n;
x=0;
I=Vcir(0.5,0,50)*sin(0)+Vcir(0.5,2*pi,50)*sin(2*
2*pi);
sigma=0;
for r=1:(n-1)
    x=x+h;
    sigma=sigma+2*Vcir(0.5,x,50)*sin(2*x);
end
I=(2/pi)*(I+sigma)*h/2;
end
```

23. Program Nilai A3

```
function I=intmettrapA3(n)
h=2*pi/n;
x=0;
I=Vcir(0.5,0,50)*cos(0)+Vcir(0.5,2*pi,50)*cos(3*
2*pi);
sigma=0;
for r=1:(n-1)
    x=x+h;
    sigma=sigma+2*Vcir(0.5,x,50)*cos(3*x);
end
I=(4/pi)*(I+sigma)*h/2;
end
```

24. Program Nilai B3

```
function I=intmettrapB3(n)
h=2*pi/n;
x=0;
I=Vcir(0.5,0,50)*sin(0)+Vcir(0.5,2*pi,50)*sin(3*
2*pi);
sigma=0;
for r=1:(n-1)
```

```

x=x+h;
sigma=sigma+2*Vcir(0.5,x,50)*sin(3*x);
end
I=(4/pi)*(I+sigma)*h/2;
end

```

25. Program Nilai Vcir numerik 18 titik

```

function Nilai_Vcirnum18(r,sdmin,sdmax)
Ao=2.4983;A1=-0.8336;B1=-0.8343;A2=1.0852;B2=-1.0816e-16;A3=-0.9478;B3=0.9598;
sd=sdmin:10:sdmax;
m=length(sd)
for i=1:m
sudut=sd(i)
sde(i)=sd(i)*180/pi;
Ve(i)=Vcirnum18(r,sde(i));
Nilai_Vcirnum18=Ve(i)
end

```

26. Program Fungsi Nilai Vcir numerik 18 titik

```

function V=Vcirnum18(r,sd)
Ao=2.4983;A1=-0.8336;B1=-0.8343;A2=1.0852;B2=-1.0816e-16;A3=-0.9478;B3=0.9598;
V=Ao+(A1*cos(sd)+B1*sin(sd))*r+(A2*cos(2*sd)+B2*sin(2*sd))*r^2+(A3*cos(3*sd)+B3*sin(3*sd))*r^3;

```

27. Program Nilai Vcir numerik 36 titik

```

function Nilai_Vcirnum36(r,sdmin,sdmax)
Ao=2.4984;A1=-0.8340;B1=-0.8340;A2=1.0929;B2=-1.8181e-15;A3=-0.9538;B3=0.9538;
sd=sdmin:10:sdmax;
m=length(sd)
for i=1:m
sudut=sd(i)
sde(i)=sd(i)*180/pi;
Ve(i)=Vcirnum36(r,sde(i));
Nilai_Vcirnum36=Ve(i)
end

```


28. Program Fungsi Nilai Vcir numerik 36 titik

```
function V=Vcirnum36(r, sd)
Ao=2.4984;A1=-0.8340;B1=-0.8340;A2=1.0929;B2=-
1.8181e-15;A3=-0.9538;B3=0.9538;
V=Ao+(A1*cos(sd)+B1*sin(sd))*r+(A2*cos(2*sd)+B2*
sin(2*sd))*r^2+(A3*cos(3*sd)+B3*sin(3*sd))*r^3;
```

29. Program Nilai Vcir numerik 72 titik

```
function Nilai_Vcirnum72(r, sdmin, sdmax)
Ao=2.4988;A1=-0.8341;B1=-0.8341;A2=1.0933;B2=-
1.0108e-15;A3=-0.9544;B3=0.9544;
sd=sdmin:10:sdmax;
m=length(sd)
for i=1:m
    sudut=sd(i)
    sde(i)=sd(i)*180/pi;
    Ve(i)=Vcirnum72(r, sde(i));
    Nilai_Vcirnum72=Ve(i)
end
```

30. Program Fungsi Nilai Vcir numerik 72 titik

```
function V=Vcirnum72(r, sd)
Ao=2.4988;A1=-0.8341;B1=-0.8341;A2=1.0933;B2=-
1.0108e-15;A3=-0.9544;B3=0.9544;
V=Ao+(A1*cos(sd)+B1*sin(sd))*r+(A2*cos(2*sd)+B2*
sin(2*sd))*r^2+(A3*cos(3*sd)+B3*sin(3*sd))*r^3;
```

31. Program Nilai Vcir numerik 180 titik

```
function Nilai_Vcirnum180(r, sdmin, sdmax)
Ao=2.4996;A1=-0.8345;B1=-0.8345;A2=1.0939;B2=-
7.0447e-15;A3=-0.9557;B3=0.9557;
sd=sdmin:10:sdmax;
m=length(sd)
for i=1:m
    sudut=sd(i)
    sde(i)=sd(i)*180/pi;
    Ve(i)=Vcirnum180(r, sde(i));
```

```

    Nilai_Vcirnum180=Ve(i)
end

```

32. Program Fungsi Nilai Vcir numerik 180 titik

```

function V=Vcirnum180(r, sd)
Ao=2.4996;A1=-0.8345;B1=-0.8345;A2=1.0939;B2=-
7.0447e-15;A3=-0.9557;B3=0.9557;
V=Ao+(A1*cos(sd)+B1*sin(sd))*r+(A2*cos(2*sd)+B2*
sin(2*sd))*r^2+(A3*cos(3*sd)+B3*sin(3*sd))*r^3;

```

33. Program Nilai Vcir numerik 360 titik

```

function Nilai_Vcirnum360(r, sdmin, sdmax)
Ao=2.5000;A1=-0.8346;B1=-0.8346;A2=1.0942;B2=-
8.7356e-15;A3=-0.9564;B3=0.9564;
sd=sdmin:10:sdmax;
m=length(sd)
for i=1:m
    sudut=sd(i)
    sde(i)=sd(i)*180/pi;
    Ve(i)=Vcirnum360(r, sde(i));
    Nilai_Vcirnum360=Ve(i)
end

```

34. Program Fungsi Nilai Vcir numerik 360 titik

```

function V=Vcirnum360(r, sd)
Ao=2.5000;A1=-0.8346;B1=-0.8346;A2=1.0942;B2=-
8.7356e-15;A3=-0.9564;B3=0.9564;
V=Ao+(A1*cos(sd)+B1*sin(sd))*r+(A2*cos(2*sd)+B2*
sin(2*sd))*r^2+(A3*cos(3*sd)+B3*sin(3*sd))*r^3;

```

35. Program Nilai Vcir numerik 720 titik

```

function Nilai_Vcirnum720(r, sdmin, sdmax)
Ao=2.5000;A1=-0.8346;B1=-
0.8346;A2=1.0942;B2=2.6800e-14;A3=-
0.9564;B3=0.9564;
sd=sdmin:10:sdmax;
m=length(sd)
for i=1:m

```



```

    sudut=sd(i)
    sde(i)=sd(i)*180/pi;
    Ve(i)=Vcirnum720(r,sde(i));
    Nilai_Vcirnum720=Ve(i)
end

```

36. Program Fungsi Nilai Vcir numerik 720 titik

```

function V=Vcirnum720(r,sd)
Ao=2.5000;A1=-0.8346;B1=-
0.8346;A2=1.0942;B2=2.6800e-14;A3=-
0.9564;B3=0.9564;
V=Ao+(A1*cos(sd)+B1*sin(sd))*r+(A2*cos(2*sd)+B2*
sin(2*sd))*r^2+(A3*cos(3*sd)+B3*sin(3*sd))*r^3;

```

37. Program Grafik Vtotal dalam 3D

```

function Graf3D_V_xy(xmin,xmax,ymin,ymax,m)
dx=(xmax-xmin)/11;
x=xmin:dx:xmax;
n=length(x);
dy=(ymax-ymin)/(n-1);
y= ymin:dy:ymax;
[X,Y]=meshgrid(x,y);
for i=1:n
    for j=1:n
        Ve(i,j)=V(x(j),y(i),m)
    end
end
surf(x,y,Ve);
xlabel('posisi x');ylabel('posisi y');zlabel('V(x,y)');
axis([xmin xmax ymin ymax 0 4]);

```

LAMPIRAN B

1. Tabel Nilai V pada perhitungan analitik koordinat kartesian

Y/X	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	0	2.9383	2.9675	2.9764	2.9799	2.9764	2.9799	2.9764	2.9675	2.9383	2.4072×10^{-14}
0.1	3.9178	3.4562	3.2094	3.0800	2.9949	2.9297	2.8713	2.8060	2.7075	2.5000	1.9589
0.2	3.9567	3.6155	3.3254	3.1214	2.9714	2.8526	2.7479	2.6391	2.5000	2.2925	1.9783
0.3	3.9685	3.6558	3.3548	3.1110	2.9175	2.7612	2.6274	2.5000	2.3609	2.1940	1.9843
0.4	3.9732	3.6464	3.3238	3.0496	2.8264	2.6469	2.5000	2.3726	2.2521	2.1287	1.9866
0.5	3.9745	3.6034	3.2416	2.9358	2.6907	2.5000	2.3531	2.2388	2.1474	2.0703	1.9873
0.6	3.9732	3.5228	3.1003	2.7595	2.5000	2.3093	2.1736	2.0825	2.0286	2.0051	1.9866
0.7	3.9685	3.3819	2.8726	2.5000	2.2405	2.0642	1.9504	1.8890	1.8786	1.9200	1.9843
0.8	3.9567	3.1136	2.5000	2.1274	1.8997	1.7584	1.6762	1.6452	1.6746	1.7906	1.9783
0.9	3.9178	2.5000	1.8864	1.6181	1.4772	1.3966	1.3536	1.3442	1.3845	1.5438	1.9589
1	3.2096×10^{-14}	0.9794	0.9892	0.9921	0.9933	0.9936	0.9933	0.9921	0.9892	0.9794	2.4072×10^{-14}



2. Tabel nilai Vcir pada $r = 1/2$

SUDUT	NILAI Vcir	SUDUT	NILAI Vcir	SUDUT	NILAI Vcir
0	1.9873	121	1.5484	242	3.0731
1	2.0115	122	1.5984	243	3.0632
2	1.9921	123	1.6515	244	3.0542
3	2.0041	124	1.7078	245	3.0461
4	2.0009	125	1.7671	246	3.0389
5	1.9977	126	1.8296	247	3.0324
6	2.0051	127	1.8951	248	3.0267
7	1.9973	128	1.9634	249	3.0218
8	2.0040	129	2.0345	250	3.0174
9	1.9995	130	2.1080	251	3.0137
10	2.0015	131	2.1836	252	3.0104
11	2.0004	132	2.2611	253	3.0077
12	1.9997	133	2.3399	254	3.0054
13	1.9992	134	2.4197	255	3.0037
14	1.9977	135	2.5000	256	3.0020
15	1.9964	136	2.5803	257	3.0013
16	1.9945	137	2.6601	258	2.9999
17	1.9923	138	2.7389	259	2.9994
18	1.9896	139	2.8164	260	3.0001
19	1.9863	140	2.8920	261	2.9965
20	1.9826	141	2.9655	262	3.0031
21	1.9782	142	3.0366	263	2.9931
22	1.9733	143	3.1049	264	3.0052
23	1.9676	144	3.1704	265	2.9947
24	1.9611	145	3.2329	266	2.9999
25	1.9539	146	3.2922	267	3.0052
26	1.9458	147	3.3485	268	2.9877

SUDUT	NILAI Vcir	SUDUT	NILAI Vcir	SUDUT	NILAI Vcir
27	1.9368	148	3.4016	269	3.0171
28	1.9269	149	3.4516	270	2.9809
29	1.9160	150	3.4985	271	3.0171
30	1.9040	151	3.5425	272	2.9877
31	1.8909	152	3.5837	273	3.0050
32	1.8766	153	3.6221	274	2.9994
33	1.8613	154	3.6579	275	2.9936
34	1.8447	155	3.6911	276	3.0034
35	1.8270	156	3.7219	277	2.9903
36	1.8080	157	3.7505	278	2.9988
37	1.7879	158	3.7769	279	2.9904
38	1.7667	159	3.8013	280	2.9918
39	1.7444	160	3.8238	281	2.9882
40	1.7211	161	3.8445	282	2.9853
41	1.6970	162	3.8634	283	2.9826
42	1.6720	163	3.8807	284	2.9786
43	1.6464	164	3.8965	285	2.9748
44	1.6203	165	3.9110	286	2.9701
45	1.5938	166	3.9237	287	2.9651
46	1.5671	167	3.9360	288	2.9595
47	1.5404	168	3.9460	289	2.9534
48	1.5139	169	3.9555	290	2.9466
49	1.4876	170	3.9654	291	2.9393
50	1.4617	171	3.9682	292	2.9312
51	1.4363	172	3.9834	293	2.9224
52	1.4116	173	3.9756	294	2.9129
53	1.3876	174	3.9962	295	2.9026
54	1.3644	175	3.9857	296	2.8914
55	1.3420	176	3.9954	297	2.8794

SUDUT	NILAI Vcir	SUDUT	NILAI Vcir	SUDUT	NILAI Vcir
56	1.3205	177	4.0045	298	2.8665
57	1.2998	178	3.9826	299	2.8526
58	1.2800	179	4.0226	300	2.8377
59	1.2612	180	3.9745	301	2.8219
60	1.2432	181	4.0226	302	2.8050
61	1.2260	182	3.9827	303	2.7870
62	1.2097	183	4.0048	304	2.7680
63	1.1941	184	3.9960	305	2.7479
64	1.1794	185	3.9867	306	2.7268
65	1.1654	186	3.9980	307	2.7046
66	1.1521	187	3.9784	308	2.6815
67	1.1395	188	3.9877	309	2.6574
68	1.1275	189	3.9743	310	2.6326
69	1.1162	190	3.9738	311	2.6070
70	1.1054	191	3.9667	312	2.5808
71	1.0953	192	3.9606	313	2.5541
72	1.0857	193	3.9547	314	2.5271
73	1.0767	194	3.9471	315	2.5000
74	1.0681	195	3.9400	316	2.4729
75	1.0602	196	3.9318	317	2.4459
76	1.0526	197	3.9234	318	2.4192
77	1.0457	198	3.9143	319	2.3930
78	1.0391	199	3.9047	320	2.3674
79	1.0331	200	3.8946	321	2.3426
80	1.0279	201	3.8838	322	2.3185
81	1.0217	202	3.8725	323	2.2954
82	1.0194	203	3.8605	324	2.2732
83	1.0119	204	3.8479	325	2.2521
84	1.0124	205	3.8346	326	2.2320

SUDUT	NILAI Vcir	SUDUT	NILAI Vcir	SUDUT	NILAI Vcir
85	1.0057	206	3.8206	327	2.2130
86	1.0048	207	3.8059	328	2.1950
87	1.0045	208	3.7903	329	2.1781
88	0.9972	209	3.7740	330	2.1623
89	1.0060	210	3.7568	331	2.1474
90	0.9936	211	3.7388	332	2.1335
91	1.0060	212	3.7200	333	2.1206
92	0.9972	213	3.7002	334	2.1086
93	1.0047	214	3.6795	335	2.0974
94	1.0054	215	3.6580	336	2.0871
95	1.0067	216	3.6356	337	2.0776
96	1.0141	217	3.6124	338	2.0688
97	1.0148	218	3.5884	339	2.0607
98	1.0236	219	3.5637	340	2.0534
99	1.0278	220	3.5383	341	2.0466
100	1.0363	221	3.5124	342	2.0405
101	1.0443	222	3.4861	343	2.0349
102	1.0537	223	3.4596	344	2.0298
103	1.0644	224	3.4329	345	2.0254
104	1.0760	225	3.4062	346	2.0211
105	1.0891	226	3.3797	347	2.0178
106	1.1035	227	3.3536	348	2.0143
107	1.1193	228	3.3280	349	2.0116
108	1.1366	229	3.3030	350	2.0099
109	1.1555	230	3.2789	351	2.0056
110	1.1762	231	3.2556	352	2.0082
111	1.1987	232	3.2333	353	2.0001
112	1.2231	233	3.2121	354	2.0069
113	1.2495	234	3.1920	355	1.9988

SUDUT	NILAI Vcir	SUDUT	NILAI Vcir	SUDUT	NILAI Vcir
114	1.2781	235	3.1730	356	2.0014
115	1.3089	236	3.1553	357	2.0043
116	1.3421	237	3.1387	358	1.9922
117	1.3779	238	3.1234	359	2.0115
118	1.4163	239	3.1091	360	1.9873
119	1.4575	240	3.0960		
120	1.5015	241	3.0840		

3. Tabel nilai Vcir pada $r = 1/4$

SUDUT	NILAI Vcir	SUDUT	NILAI Vcir	SUDUT	NILAI Vcir
0	2.1908	121	2.2611	242	2.9608
1	2.1853	122	2.2771	243	2.9554
2	2.1797	123	2.2934	244	2.9499
3	2.1742	124	2.3099	245	2.9445
4	2.1688	125	2.3265	246	2.9391
5	2.1633	126	2.3434	247	2.9336
6	2.1579	127	2.3604	248	2.9282
7	2.1525	128	2.3775	249	2.9228
8	2.1471	129	2.3948	250	2.9174
9	2.1417	130	2.4121	251	2.9120
10	2.1363	131	2.4296	252	2.9066
11	2.1309	132	2.4471	253	2.9013
12	2.1256	133	2.4647	254	2.8959
13	2.1202	134	2.4824	255	2.8905
14	2.1149	135	2.5000	256	2.8851
15	2.1095	136	2.5176	257	2.8798
16	2.1041	137	2.5353	258	2.8744
17	2.0987	138	2.5529	259	2.8691

SUDUT	NILAI Vcir	SUDUT	NILAI Vcir	SUDUT	NILAI Vcir
18	2.0934	139	2.5704	260	2.8637
19	2.0880	140	2.5879	261	2.8583
20	2.0826	141	2.6052	262	2.8529
21	2.0772	142	2.6225	263	2.8475
22	2.0718	143	2.6396	264	2.8421
23	2.0664	144	2.6566	265	2.8367
24	2.0609	145	2.6735	266	2.8312
25	2.0555	146	2.6901	267	2.8258
26	2.0501	147	2.7066	268	2.8203
27	2.0446	148	2.7229	269	2.8147
28	2.0392	149	2.7389	270	2.8092
29	2.0337	150	2.7548	271	2.8036
30	2.0283	151	2.7703	272	2.7979
31	2.0229	152	2.7856	273	2.7923
32	2.0174	153	2.8007	274	2.7866
33	2.0120	154	2.8155	275	2.7808
34	2.0066	155	2.8299	276	2.7750
35	2.0013	156	2.8441	277	2.7691
36	1.9959	157	2.8580	278	2.7632
37	1.9906	158	2.8715	279	2.7573
38	1.9853	159	2.8848	280	2.7512
39	1.9800	160	2.8977	281	2.7451
40	1.9748	161	2.9102	282	2.7390
41	1.9696	162	2.9224	283	2.7328
42	1.9645	163	2.9343	284	2.7265
43	1.9595	164	2.9458	285	2.7201
44	1.9545	165	2.9570	286	2.7137
45	1.9496	166	2.9678	287	2.7072
46	1.9448	167	2.9783	288	2.7006

SUDUT	NILAI Vcir	SUDUT	NILAI Vcir	SUDUT	NILAI Vcir
47	1.9400	168	2.9884	289	2.6940
48	1.9354	169	2.9981	290	2.6873
49	1.9309	170	3.0074	291	2.6805
50	1.9264	171	3.0164	292	2.6736
51	1.9221	172	3.0251	293	2.6667
52	1.9179	173	3.0333	294	2.6597
53	1.9139	174	3.0412	295	2.6527
54	1.9100	175	3.0488	296	2.6455
55	1.9062	176	3.0559	297	2.6383
56	1.9026	177	3.0627	298	2.6310
57	1.8992	178	3.0692	299	2.6237
58	1.8959	179	3.0753	300	2.6163
59	1.8928	180	3.0811	301	2.6088
60	1.8898	181	3.0865	302	2.6013
61	1.8871	182	3.0915	303	2.5937
62	1.8846	183	3.0962	304	2.5861
63	1.8822	184	3.1006	305	2.5784
64	1.8801	185	3.1046	306	2.5707
65	1.8782	186	3.1083	307	2.5630
66	1.8765	187	3.1117	308	2.5552
67	1.8751	188	3.1147	309	2.5474
68	1.8739	189	3.1175	310	2.5395
69	1.8729	190	3.1199	311	2.5316
70	1.8722	191	3.1220	312	2.5237
71	1.8717	192	3.1238	313	2.5158
72	1.8715	193	3.1253	314	2.5079
73	1.8716	194	3.1265	315	2.5000
74	1.8720	195	3.1274	316	2.4921
75	1.8726	196	3.1280	317	2.4842

SUDUT	NILAI Vcir	SUDUT	NILAI Vcir	SUDUT	NILAI Vcir
76	1.8735	197	3.1284	318	2.4763
77	1.8747	198	3.1285	319	2.4684
78	1.8762	199	3.1283	320	2.4605
79	1.8780	200	3.1278	321	2.4526
80	1.8801	201	3.1271	322	2.4448
81	1.8825	202	3.1261	323	2.4370
82	1.8853	203	3.1249	324	2.4293
83	1.8883	204	3.1235	325	2.4216
84	1.8917	205	3.1218	326	2.4139
85	1.8954	206	3.1199	327	2.4063
86	1.8994	207	3.1178	328	2.3987
87	1.9038	208	3.1154	329	2.3912
88	1.9085	209	3.1129	330	2.3837
89	1.9135	210	3.1102	331	2.3763
90	1.9189	211	3.1072	332	2.3690
91	1.9247	212	3.1041	333	2.3617
92	1.9308	213	3.1008	334	2.3545
93	1.9373	214	3.0974	335	2.3473
94	1.9441	215	3.0938	336	2.3403
95	1.9512	216	3.0900	337	2.3333
96	1.9588	217	3.0861	338	2.3264
97	1.9667	218	3.0821	339	2.3195
98	1.9749	219	3.0779	340	2.3127
99	1.9836	220	3.0736	341	2.3060
100	1.9926	221	3.0691	342	2.2994
101	2.0019	222	3.0646	343	2.2928
102	2.0116	223	3.0600	344	2.2863
103	2.0217	224	3.0552	345	2.2799
104	2.0322	225	3.0504	346	2.2735

SUDUT Vc _{ir}	NILAI Vc _{ir}	SUDUT Vc _{ir}	NILAI Vc _{ir}	SUDUT Vc _{ir}	NILAI Vc _{ir}
105	2.0430	226	3.0455	347	2.2672
106	2.0542	227	3.0405	348	2.2610
107	2.0657	228	3.0355	349	2.2549
108	2.0776	229	3.0304	350	2.2488
109	2.0898	230	3.0252	351	2.2427
110	2.1023	231	3.0200	352	2.2368
111	2.1152	232	3.0147	353	2.2309
112	2.1285	233	3.0094	354	2.2250
113	2.1420	234	3.0041	355	2.2192
114	2.1559	235	2.9987	356	2.2134
115	2.1701	236	2.9934	357	2.2077
116	2.1845	237	2.9880	358	2.2021
117	2.1993	238	2.9826	359	2.1964
118	2.2144	239	2.9771	360	2.1908
119	2.2297	240	2.9717		
120	2.2452	241	2.9663		

BIODATA PENULIS



Lahir di Denpasar Bali pada tanggal 7 Oktober 1987. Penulis merupakan anak pertama dari 6 bersaudara. Pendidikan formal yang telah ditempuh antara lain TK MUHAMMADIYAH Denpasar, SDN Magersari no.5 Sidoarjo dari kelas 1 sampai kelas 2 cawu 2, SD Hang Tuah X Juanda dari kelas 2 cawu 3 sampai kelas 6, SLTPN 1 Sedati, SMU AL-FALAH Ketintang Surabaya. Dan terakhir terdaftar di Jurusan Fisika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Institut Sepuluh Nopember Surabaya dengan NRP 1105

100 040. Dengan mengambil bidang studi Optik dan Optoelektronika di Jurusan Fisika.