

26757/H/06



TESIS

ANALISIS PANDU GELOMBANG OPTIK STRUKTUR PERSEGI DENGAN METODE VARIASIONAL MENGUNAKAN FUNGSI COBAAN POLINOMIAL HIPERGEOMETRI-SEGANT HIPERBOLIK

Oleh :

RICHARD R LOKOLLO

NRP : 1104.201.003

RTFi
621.381331
Fok
A-1
2006



PERPUSTAKAAN
ITS

Tgl. Terima 6-9-06

Terima Dari H

No. Agenda Prp. 226546

PROGRAM STUDI MAGISTER
BIDANG KEAHLIAN OPTOELEKTRONIKA
JURUSAN FISIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER

SURABAYA

2006

**ANALISIS PANDU GELOMBANG OPTIK
STRUKTUR PERSEGI DENGAN METODE VARIASIONAL
MENGUNAKAN FUNGSI COBAAN POLINOMIAL
HIPERGEOMETRI-SECANT HIPERBOLIK**

Tesis ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Magister Sains (M.Si)
di
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

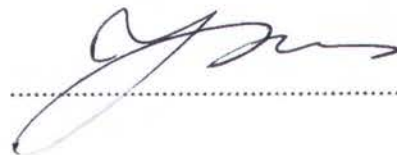
Oleh :

Richard Rudolf Lokollo
NRP. 1104201003

Tanggal Ujian : 31 Juli 2006
Periode Wisuda : September 2006

Disetujui Oleh Tim Penguji Tesis :

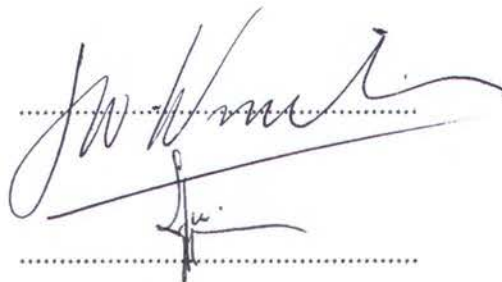
1. **Drs. Ali Yunus Rohedi, MT** (Pembimbing 1)
NIP. 132 054 882



2. **Dr.Ir. Ari Santoso, DEA** (Pembimbing 2)
NIP. 131 933 290



3. **Prof. Soegimin. W.W** (Penguji 1)
NIP. 130 238 773



4. **Agus Purwanto, D.Sc** (Penguji 2)
NIP. 131 879 379



Direktur Program Pascasarjana,


Prof. Dr. Happy Ratna S, M.Sc, Ph.D.
NIP. 130 541 829

PERSEMBAHAN



Kupersembahkan Tesis Ini Untuk :

"Istri dan Anak-anakku Tercinta : Len, Ria & Deby"

"Kedua Orang Tuaku Tercinta: Mami & Papi"

"Adik-adikku Terkasih : Astrith, Raniel & Edith"

"Mertuaku Terkasih"

"Keponakanku : Carmen, Ingrid, Mireh, Joel, Rilia, Norman, Dessy & Semua keponakanku yang tidak kusebutkan satu-persatu"

"Kakakku Terkasih : Ros & Lucky"

"Om & tante-tanteuku, semua sepupuku, ipar-aparku & seluruh keluarga besarku"

*"Dosen serta pembimbingku yang aku banggakan :
Pak Ali Yunus Rohedi"*

**ANALISIS PANDU GELOMBANG OPTIK
STRUKTUR PERSEGI DENGAN METODE VARIASIONAL
MENGUNAKAN FUNGSI COBAAN POLINOMIAL
HIPERGEOMETRI-SECANT HIPERBOLIK**

Nama : Richard R. Lokollo
NRP : 1104201003
Pembimbing : Drs. Ali Yunus Rohedi
Co-Pembimbing : Dr.Ir. Ari Santoso, DEA

ABSTRAK

Konstanta propagasi efektif moda gelombang optik yang merambat dalam suatu struktur pandu gelombang merupakan parameter penting untuk menjelaskan karakteristik moda gelombang optik pada suatu struktur pemandu (kanal persegi maupun slab). Formulasi tetapan propagasi efektif untuk pandu gelombang persegi (*rectangular*) step indeks ini tidak tersedia secara eksak. Metode pendekatan yang lazim digunakan adalah metode skalar Variasional. Beberapa fungsi cobaan (*trial functions*) yang diperlukan telah digunakan sebelumnya dalam menganalisa karakteristik pemanduan moda gelombang optik pada pandu gelombang ini. Dalam tesis ini dibahas prosedur perhitungan konstanta propagasi pandu gelombang berpenampang persegi step indeks modus TE (*transverse electric*), serta analisa selanjutnya dengan prinsip variasional menggunakan fungsi cobaan polinomial Hipergeometri-secant Hiperbolik dengan profil indeks bias yang dipilih berbentuk $1/\cosh^2$. Kajian ini dilakukan secara semi analitik, sebagian perumusan dipecahkan langsung melalui solusi eksak dan sebagian lagi melalui analisa numerik yang dihitung secara terprogram menggunakan perangkat lunak Matlab for Windows versi 6.5. Hasil analisa berbagai orde moda menunjukkan kesesuaiannya terhadap metode indeks efektif (metode standart yang ada). Keakurasian perhitungan konstanta propagasi efektif dengan prinsip variasional menggunakan fungsi cobaan polinomial Hipergeometri-Secant Hiperbolik diperbandingkan dengan hasil penelitian sebelumnya menggunakan fungsi cobaan polinomial Hermite-Gaussian.

Kata kunci : konstanta propagasi efektif, metode variasional, polinomial Hipergeometri-Secant Hiperbolik

**OPTICAL WAVEGUIDES ANALYSIS OF RECTANGULAR
STRUCTURES WITH A VARIATIONAL METHODS
USING THE TRIAL FUNCTION OF
HYPERGEOMETRI-SECANT HYPERBOLIC POLYNOMIALS**

Name : Richard R. Lokollo
NRP : 1104201003
Counsellor : Drs. Ali Yunus Rohedi
Co-Counsellor : Dr.Ir. Ari Santoso, DEA

ABSTRACT

The effective propagation constants of the mode of optical wave that the propagation in the waveguide structure is a key parametric to explain the modes of optical wave characteristics for a guided structures (canal rectangular or slab). The formulation of a propagation constants to rectangular waveguide step-index are difficult to find to the exact solution. The approximations method which is used on a scalar variational method. The trial functions which is needed has been used before its into the analyzing of the guided-mode characteristics of optical wave for it. In this theses, will be presented the procedure of evaluation of the effective propagation constants of a rectangular waveguide step-index of TE modes (transverse electric) with a variational principle is using the trial functions of Hypergeometri polynomials with refractive index profile is chosen to shaped a $1/\cosh^2$. This analysis will be done by semi-analytic, a more formulations are solved in directly pass to the exact solution and more pass to a numerical analyses are evaluated by the computation programme used a matlab software version 6.5. The analyses result to any order-modes are show to agreement to the effective index method (standart method). The accurated of evaluation of the effective propagation constants with the variational principles used the trial functions of polynomials Hypergeometri-secant Hyperbolic are compared with the examined result to before it used the trial functions of the polynomials Hermite-Gaussian.

Key words : The effective propagation constant, variational method,
Hypergeometri-Secant Hyperbolic polynomial

KATA PENGANTAR

Terpujilah namaMU YA BAPA di surga hanya karena kasih dan setiaMU telah memampukan hamba untuk menyelesaikan tesis ini. Atas pertolonganMU, maka tesis yang hamba kerjakan dengan judul :

ANALISIS PANDU GELOMBANG OPTIK STRUKTUR PERSEGI DENGAN METODE VARIASIONAL MENGGUNAKAN FUNGSI COBAAN POLINOMIAL HIPERGEOMETRI-SECANT HIPERBOLIK

Dapat terselesaikan dengan baik, walaupun masih jauh dari taraf kesempurnaan.

Seiring dengan itu, penulis sangat berterimakasih kepada

1. Bapak Dr.rer.nat Triwikantoro selaku Ketua Jurusan Fisika yang banyak memberikan masukan selama.
2. Bapak Drs. Suminar Pratapa, M.Sc, Ph.D selaku Ketua Program Studi Fisika yang telah banyak memberikan kemudahan administrasi serta wawasan keilmuan yang sangat bermanfaat bagi penulis.
3. Bapak Drs. Ali Yunus R, MT dan Bapak Dr.Ir. Ari Santoso, DEA selaku dosen pembimbing yang selalu memberikan semangat dan wawasan berpikir kepada penulis, bimbingan, arahan serta perhatiannya yang memampukan penulis menyelesaikan tesis ini. Hanya Tuhan yang akan membalas seluruh kebaikan Bapak dan memberkati kehidupan keluarga Bapak.
4. Bapak Prof. Soegimin W.W dan Bapak Agus Purwanto, D.Sc selaku dosen penguji, terimakasih atas kritik, saran dan masukannya yang begitu bermanfaat bagi penulis.

5. Istri dan anak-anakku tercinta, Len, Ria dan Deby atas doa-doanya selalu, semangat dan dorongan yang diberikan, canda dan tawa baik dalam suka dan duka, TETE MANIS sayang katong semua.
6. Kedua orang tuaku yang terkasih, Mami dan Papi atas pengorbananya selama ini, semangat yang selalu diberikan, doa-doanya setiap hari dan dukungan moril yang tiada hentinya .
7. adik-adikku terkasih, Astrith, Raniel dan Edith dan keluarga, keponakanku Carmen, Ingrid, mirel, mertuaku terkasih, kakakku terkasih Ros, seluruh keluarga besarku dimanapun berada, atas perhatiannya selama ini, bantuan, doa dan kepeduliannya, TUHAN MEMBERKATI.
8. Bapak Prof. Mahmud Zaki, M.Sc, Prof.Dr. Suasgoro, Prof.Ir. Eddy Yahya, M.Sc, Ph.D, Dr.rer.nat. Agus Rubiyanto, M.eng.Sc, Dr.Yono Hadi pramono, dan seluruh staff pengajar jurusan Fisika yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu, terima kasih atas wawasan keilmuan yang diberikan selama ini, semoga sangat bermanfaat.
9. Teman-teman Pascasarjana Fisika, Pak Dahlan, Pak Sati, Pak Padi, Apit, Jito atas kekompakan dan kerjasamanya selama ini.
10. Sahabat-sahabat baikku, Icat L, benny Y, Oom Sammy dan Usi Yanna, terimakasih atas kebaikannya selama ini, Tuhan Memberkati kalian.

Dan semua pihak yang telah memberikan bantuan, motivasi dan perhatian yang penulis tidak dapat sebutkan satu persatu, terimakasih sebelumnya, TUHAN MEMBERKATI. Semoga tesis ini bermanfaat bagi semua.

Juli 2006

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	ii
LEMBAR PERSEMBAHAN	iii
ABSTRAK	iv
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR TABEL	xiii

BAB I. PENDAHULUAN

I.1. Latar Belakang	1
I.2. Perumusan Masalah	3
I.3. Tujuan dan Manfaat Penelitian	3
I.3.1. Tujuan penelitian	3
I.3.2. Manfaat penelitian	4

BAB II. KAJIAN TEORITIS

II.1. Tinjauan Umum Pemandu Gelombang Optik	5
II.2. Metode Variasional dan Formulasi Stasioner Dari Konstanta Propagasi Pandu Gelombang	8
II.3. Analisa Skalar Variasional Menggunakan Model Pendekatan Polinom Hipergeometri-Secant Hiperbolik	11
II.3.1. Profil " $1/\cosh^2$ untuk pembentukan pola medan cobaan polinomial	

Hipergeometri-Secant Hiperbolik	12
II.3.2. Pola distribusi polinomial Hipergeometri-Secant Hiperbolik	14
II.4. Pandu Gelombang Slab Planar Step Indeks	19
II.4.1. Moda dasar	21
II.4.2. Moda orde pertama dan kedua	26
II.5. Pandu Gelombang Kanal Persegi (satu parameter lebar)	27
II.6. Pandu Gelombang Kanal Persegi (dua parameter lebar)	38
II.6.1. Moda Dasar	38
II.6.2. Moda-moda orde tinggi	44

BAB III. METODOLOGI PENELITIAN

III.1. Parameter Dan Perancangan Penelitian	48
III.2. Penjabaran Dan Perhitungan Secara Numerik	50
III.2.1. Metode Simpson 1/3 banyak segmen	51
III.2.2. Diferensial beda pusat	53
III.2.3. Metode Secant	56

BAB IV. ANALISA DAN PEMBAHASAN

IV.1. Pemodelan Pola Medan cobaan Hipergeometri-Secant Hiperbolik ...	62
IV.2. Analisa Variasional Pandu Gelombang Slab Step Indeks	65
IV.3. Analisa Variasional Pandu Gelombang Kanal Persegi	72
IV.3.1. Hasil analisa pandu gelombang kanal persegi dengan satu parameter variasi lebar	73
IV.3.2. Pandu gelombang kanal persegi dengan dua parameter variasi lebar	78

IV.3.3. Pandu gelombang kanal persegi dengan dua parameter variasi lebar orde tinggi	82
---	----

BAB V. KESIMPULAN DAN SARAN

V.1. Kesimpulan	89
V.2. saran	90

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. Struktur umum pemandu gelombang optik	5
Gambar.2. (a). Profil indeks " $1/\cosh^2$ " ketebaan pandu h, (b). Profil indeks bias pandu gelombang slab step indeks	13
Gambar 3. Geometri pandu gelombang slab planar simetri	20
Gambar 4. Konstanta propagasi ternormalisasi versus frekuensi ternormalisasi untuk 3 moda pertama dari pandu gelombang slab planar simetri dengan solusi eksak (garis tebal, metode pendekatan Hermite-Gaussian (gari putus-putus)	26
Gambar.5. Geometri umum pandu gelombang kanal persegi	27
Gambar 6. (a). Penerapan metode bayangan untuk pandu gelombang kanal rectangular (b). model pada gambar (a) merupakan pandu gelombang campuran dari 2 pandu gelombang slab planar, pandu gelombang slab planar pertama bidang batasnya tegak lurus sumbu x dengan tinggi d_x dan pandu gelombang slab planar kedua tegak lurus sumbu y dengan tinggi d_y	30
Gambar 7. Bentuk spesifik pandu gelombang persegi (tipe buried)	33
Gambar 8. Grafik konstanta propagasi ternormalisasi B versus frekuensi ternormalisasi V untuk $a = 1$ dengan satu parameter lebar	37
Gambar 9. Grafik konstanta propagasi ternormalisasi B versus frekuensi ternormalisasi V untuk $a = 2$ dengan satu parameter lebar	37
Gambar10. Grafik konstanta propagasi ternormalisasi B versus frekuensi ternormalisasi V untuk $a = 2$, dengan dua parameter lebar	44
Gambar11 Konstanta propagasi ternormalisasi Vs frekuensi ternormalisasi untuk 8 moda pertama dari pandu gelombang persegi (dua parameter lebar) dengan <i>aspect rasio</i> , $a = 1$ untuk model pendekatan Hermite-Gaussian	47
Gambar 3.1. Penurunan metode Simpson	51
Gambar 3.2. Metode Simpson dengan banyak segmen	52

Gambar 3.3. Perkiraan garis singgung suatu fungsi	54
Gambar 3.4. Metode secant	57
Gambar 12. Pola medan polinomial Hipergeometri-Secant Hiperbolik Untuk medan fungsi cobaan 3 moda orde pertama	62
Gambar 13. Perbandingan pola medan eigen fungsi cobaan Hipergeometri-Secant Hiperbolik (...) terhadap hasil solusi eksak dengan profil step indeks (-) untuk moda orde 0 , orde1 dan orde 2	64
Gambar 14. Perbandingan pola intensitas eigen fungsi cobaan Hipergeometri-Secant Hiperbolik (...) terhadap hasil solusi eksak dengan profil step indeks (-) untuk moda orde 0 , orde1 dan orde 2	65
Gambar 15. Perbandingan pola intensitas eigen fungsi cobaan Hipergeometri-Secant Hiperbolik (...) terhadap hasil solusi eksak dengan profil step indeks (-) untuk moda orde 0, orde1 dan orde 2	69
Gambar 16 Grafik Konstanta propagasi ternormalisasi vs Frekuensi ternormalisasi pandu gelombang persegi moda dasar untuk 1 parameter lebar dengan <i>aspect ratio</i> $a = 1$, metode indeks efektif (), metode pendekatan Hermite-Gaussian(+), metode pendekatan Hipergeometri-Secant-Hiperbolik (.)	75
Gambar 17. Grafik Konstanta propagasi ternormalisasi vs Frekuensi ternormalisasi pandu gelombang persegi moda dasar untuk 1 parameter lebar dengan <i>aspect ratio</i> $a = 2$, metode indeks efektif (), metode pendekatan Hermite-Gaussian(+), metode pendekatan Hipergeometri-Secant Hiperbolik (.)	76
Gambar 18. Grafik konstanta propagasi ternormalisasi vs frekuensi ternormalisasi pandu gelombang persegi moda dasar untuk 2 parameter lebar dengan <i>aspect ratio</i> $a = 2$, metode pendekatan Hermite-Gaussian(), metode pendekatan Hipergeometri-sech (.)	80
Gambar 19. Grafik konstanta propagasi vs frekuensi ternormalisasi untuk empat moda pertama orde tinggi pandu gelombang kanal persegi 2 parameter lebar dengan <i>aspect ratio</i> $a = 1$, pendekatan Hermite-Gaussian (), untuk model pendekatan Hipergeometri-sech(.)	84

DAFTAR TABEL

Tabel.3.1 Pendekatan derivatif	55
Tabel 1. Nilai B dan N_h untuk moda orde 0, 1 dan 2 pandu gelombang slab step indeks dihitung dengan pendekatan variasional menggunakan fungsi cobaan polinomial Hipergeometri-Secant Hiperbolik	67
Tabel 2. Hasil perhitungan prosentase pengurangan berkas dalam pandu gelombang slab	71
Tabel 3. Nilai B dan N_h untuk moda orde 0 pandu gelombang persegi step indeks 1 parameter lebar untuk aspect ratio $a = 1$ dan $a = 2$, dihitung dengan pendekatan variasional menggunakan fungsi cobaan polinomial Hipergeometri-Secant Hiperbolik	74
Tabel 4. Nilai B, N_{h_x} dan N_{h_y} untuk moda orde 0 pandu gelombang persegi step indeks 2 parameter lebar dengan $a = 2$, dihitung dengan pendekatan variasional menggunakan fungsi cobaan Hipergeometri-Secant Hiperbolik	79
Tabel 5. Nilai B, N_{h_x} dan N_{h_y} untuk moda-moda ber orde tinggi pandu gelombang persegi step indeks 2 parameter lebar dengan $a = 1$, dihitung dengan pendekatan variasional menggunakan fungsi cobaan Hipergeometri-Secant Hiperbolik	82
Tabel 6. Hasil perhitungan prosentase pengurangan berkas gelombang moda-moda berorde tinggi	86

BAB I

PENDAHULUAN

I.1. Latar Belakang Penelitian

Dalam sistem optika terpadu, salah satu komponen utamanya adalah pandu gelombang (*waveguide*). Pandu gelombang planar bergeometri persegi (*rectangular*) struktur 3 dimensi atau yang disebut juga dengan pandu gelombang kanal (*channel waveguide*), merupakan pandu gelombang optik yang sangat penting pada sistem optika terpadu, disamping teknik fabrikasinya umum digunakan, efek difraksi propagasi gelombang cahaya dapat diperkecil. Hal ini didasarkan pada pengurangan berkas cahaya yang terjadi pada kedua sumbu transversalnya (sumbu x dan y) yang sesuai dengan penampang masukannya. Kondisi ini berbeda pada pandu gelombang slab dengan cahaya terpandu terkurung hanya dalam satu arah sehingga mengalami difraksi pada perambatannya.

Di dalam pandu gelombang persegi untuk komponen polarisasi modus TE (*tranverse electric*), medan listrik terpandu tegak lurus terhadap bidang datangnya, dan penyaluran cahaya terjadi bila osilasi medan listrik terpandu membentuk gelombang berdiri (*stasioner*) yang terbentuk mulai dari daerah substrat hingga ke kover dari moda gelombang yang merambatkan paket-paket tenaga cahaya tersebut. Polarisasi medan untuk cahaya bermodus TE pada pandu gelombang berpenampang persegi cukup krusial dalam sistim optika terpadu, tetapi ini menjadi lebih sederhana jika mempertimbangkan struktur pandu gelombang dan arah perambatan cahaya. Hal ini penting untuk dapat mengkarakterisasi moda-moda dan konstanta propagasi gelombang optik. Secara umum tidak ada solusi tertentu untuk dapat menganalisa

struktur pandu gelombang ini, tetapi banyak analisa numerik yang digunakan. Penelitian ini secara teoritis, memperlihatkan suatu teknik analisa yang akurat dari pandu gelombang persegi yang didasarkan pada analisa skalar variasi (persamaan gelombang skalar). Metode ini memperlihatkan bagaimana metode variasional Hipergeometri bekerja, dan bertumpu pada 2 keadaan yaitu :

- 1). Persamaan konstanta propagasi efektif moda gelombang sebagai fungsi dari model distribusi adalah stasioner jika persamaan gelombang skalar dipenuhi.
- 2). Medan listrik cobaan dengan bentuk tertentu mendekati model distribusi, merupakan solusi persamaan gelombang skalar, dengan nilai untuk parameter-parameternya didasarkan pada kriteria β^2 adalah stasioner.

Analisa variasional yang diperlihatkan pada pendekatan model distribusi memenuhi persamaan Maxwell. Oleh karena itu model pendekatan adalah model skalar. Keakurasian metode ini sangat bergantung bagaimana fungsi pendekatan dapat dibuat, ini berarti pendekatan yang baik akan diperoleh akurasi yang baik. Dengan memilih fungsi pendekatan yang dapat diintegrasikan, persamaan sederhana dan hasil untuk bentuk tertentu adalah mungkin diperoleh. Metode variasional menggunakan polinomial Hipergeometri sebagai distribusi pendekatan bukanlah satu-satunya metode dalam perhitungan ini, ada juga beberapa fungsi pendekatan dapat diaplikasikan, tetapi penggunaannya berpijak pada keakurasiannya. Analisa hasil perhitungan secara teoritis dari metode ini, disimulasikan secara komputasional menggunakan perangkat lunak MATLAB for Windows, dan diharapkan diperoleh ketepatan dan ketelitian dalam perhitungan untuk parameter yang ditentukan.

I.2. Perumusan Masalah

Pada penelitian ini akan dikembangkan formulasi konstanta propagasi pada pandu gelombang persegi berbentuk kanal (3 dimensi) menggunakan analisis skalar variasional, dengan medan listrik cobaan berbentuk Hipergeometri. Model distribusi dari medan listrik cobaan yang dihasilkan didasarkan pada pendekatan skalar dari persamaan Maxwell, sehingga model pendekatan yang dihasilkan adalah model skalar. Formulasi ini dikembangkan untuk menganalisa karakteristik perambatan moda-moda gelombang optik dalam pandu gelombang berstruktur slab dan *rectangular*. Selanjutnya justifikasi hasil analisis dari metode ini disimulasikan secara komputasional menggunakan perangkat lunak yang ada dan diharapkan diperoleh tingkat keakurasian dan ketelitian terhadap hasil perhitungan. Pengembangan dan penjabaran hasil analisa perhitungan dalam tesis ini dibatasi pada pandu gelombang dengan lapisan penyusunnya bertipe step indeks, dan perambatan gelombang cahaya dalam pandu bermodus TE. Tetapi untuk pengembangan selanjutnya dapat dikembangkan juga untuk tipe graded indeks dengan modus TM (*transverse magnetic*).

I.3. Tujuan dan Manfaat Penelitian



I.3.1. Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini yaitu :

1. Mengembangkan formulasi perhitungan konstanta propagasi efektif pandu gelombang optik (slab dan persegi) bermodus TE step indeks untuk menganalisa karakteristik perambatan moda-moda gelombang optik menggunakan metode analisis skalar variasional dengan fungsi pendekatan

yang dikembangkan yaitu medan listrik cobaan polinomial Hipergeometri-Secant Hiperbolik dengan bentuk distribusi didasarkan pada persamaan gelombang skalar.

2. Memperlihatkan tingkat keakurasian hasil pemodelan fungsi cobaan polinomial Hipergeometri-Secant Hiperbolik terhadap hasil solusi eksak dan metode standart yang ada serta hasil penelitian yang dikembangkan oleh peneliti sebelumnya dengan fungsi cobaan berbeda (polinomial Hermite-Gaussian). Perbandingan hasil ini kemudian disimulasikan secara komputasional menggunakan perangkat lunak Matlab.

I.3.2. Manfaat Penelitian

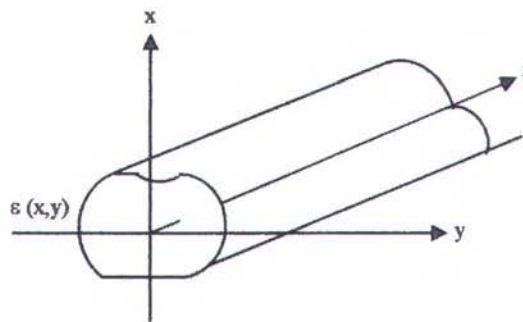
Dari tujuan penelitian seperti yang dipaparkan di atas, diharapkan akurasi metode analisis ini dapat dikembangkan untuk struktur pandu gelombang persegi, baik untuk model lapisan penyusunnya (step atau grad indeks), yang bersifat simetri atau asimetri maupun modus propagasi gelombang (modus TM). Keakurasian ini diharapkan memberikan kontribusi yang besar terhadap proses fabrikasi khususnya penentuan variasi lebar dan tinggi pandu gelombang serta rasio perbandingan (*aspect ratio*) yang diinginkan (perbandingan lebar terhadap tinggi pandu) dalam mendisain suatu pandu gelombang optik .

BAB II

KAJIAN TEORITIS

II.1. Tinjauan Umum Pemandu Gelombang Optik

Pada awal dikembangkannya sistem komunikasi optik, pandu gelombang optik atau disebut juga dengan pandu gelombang dielektrik, lebih dikenal sebagai media transmisi (fiber optik). Dalam devais pandu gelombang dan rangkaian optika terpadu, struktur pandu gelombang digunakan untuk pengurungan (*confinement*) atau pembatasan berkas gelombang optik, proses pemanduan serta penyaluran energi gelombang optik. Secara umum struktur pandu gelombang tersebut diperlihatkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Struktur umum pemandu gelombang optik

Sumbu x dan y adalah penampang masukan untuk berkas gelombang optik yang disebut dengan sumbu transversal, sedangkan sumbu z menyatakan arah perambatannya (sumbu perambatan). Pemandu gelombang optik umumnya dibuat dari bahan dielektrik yang tersusun dari lapisan film (lapisan inti (*core*)) dan dikelilingi oleh lapisan selubung (*substrat*). Perbedaan tetapan dielektrik antara kedua lapisan tersebut merupakan penyebab utama terjadinya pembatasan atau

pengurungan arah rambat gelombang optik disepanjang lapisan film. Tetapan dielektrik lapisan selubung dibuat serba sama sedangkan pada lapisan film umumnya digambarkan bervariasi sepanjang sumbu transversalnya (graded-indeks) atau serbasama (step-indeks) dan tidak berubah sepanjang sumbu perambatannya. Proses perambatan gelombang optik dalam pandu gelombang dapat dijelaskan menggunakan seperangkat persamaan Maxwell [1] yaitu :

$$\bar{\nabla} \times \bar{E} = -j\omega\mu\bar{H} \dots\dots\dots(2.1a)$$

$$\bar{\nabla} \times \bar{H} = j\omega\varepsilon(x,y)\bar{E} \dots\dots\dots(2.1b)$$

dengan $\bar{\nabla} = \hat{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \hat{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \hat{e}_z \frac{\partial}{\partial z}$ adalah vektor operator del. Kuantitas \bar{E} dan \bar{H} adalah vektor medan listrik dan medan magnet dari suatu gelombang optik. Sedangkan $\hat{e}_x, \hat{e}_y,$ dan \hat{e}_z adalah vektor satuan dalam arah sumbu x, sumbu y dan sumbu z. ω adalah frekuensi sudut, $\varepsilon(x,y)$ adalah tetapan dielektrik, dan μ adalah permeabilitas ruang hampa. Kedua persamaan Maxwell tersebut dapat ditulis dalam satu kesatuan bila salah satu dari kuantitas \bar{E} dan \bar{H} dieliminir. Untuk gelombang cahaya bermodus TE, maka dengan mengeliminir \bar{H} dapat dilakukan dengan cara mengoperasikan perkalian silang $\bar{\nabla} \times$ terhadap kedua ruas pada persamaan (2.1a) yang dilanjutkan dengan mengeliminir $\bar{\nabla} \times \bar{H}$ oleh \bar{E} dalam persamaan (2.1b). Dengan menerapkan operasi vektor identitas $\bar{\nabla} \times (\bar{\nabla} \times \bar{E}) = (\bar{\nabla} \cdot \bar{E})\bar{E} - \nabla^2 \bar{E}$ dan relasi $\bar{\nabla} \cdot \bar{E} = 0$, maka kedua persamaan Maxwell tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk :

$$\nabla^2 \bar{E} + k_0^2 n^2(x,y)\bar{E} = 0 \dots\dots\dots(2.2)$$

dengan $\nabla^2 = \overline{\nabla} \cdot \overline{\nabla}$ dan $n(x, y)$ adalah indeks bias medium dielektrik yang didefinisikan melalui $\epsilon(x, y) = \epsilon_0 n^2(x, y)$. Persamaan (2.2) merupakan ungkapan gelombang optik yang merambat terpolarisasi bidang., karena itu dapat dikatakan bahwa gelombang optik merambat dalam medium dielektrik terpolarisasi bidang. Pada persamaan tersebut $k_0^2 n^2(x, y)$ adalah konstanta propagasi gelombang bidang disetiap lapisan, dengan $k_0 = \omega/c = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ adalah bilangan gelombang ($k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$, dengan λ adalah panjang gelombang optik).

Syarat pokok yang harus dipenuhi oleh setiap pemandu gelombang agar dapat memandu gelombang optik sepanjang lapisan filmnya yaitu dipenuhinya kontinuitass komponen tangensial \overline{E} dan \overline{H} pada setiap bidang batas lapisan film dengan selubungnya. Syarat ini dapat dipenuhi bila \overline{E} terdistribusi dalam bentuk

$$\overline{E}(x, y, z) = \overline{E}_{tmn}(x, y) e^{-j\beta_{mn}z} \dots\dots\dots(2.3)$$

yang menyatakan medan listrik dari gelombang optik terpolarisasi bidang merambat sepanjang sumbu z dengan konstanta propagasi efektif β_{mn} . Oleh karena β_{mn} berharga diskrit untuk setiap kombinasi bilangan m dan n, dengan m dan n menyatakan orde moda gelombang optik, sehingga untuk setiap harga β_{mn} tersebut komponen vektor transversal medan listrik $\overline{E}_{tmn}(x, y)$ mempunyai pola yang khas atau dapat juga dikatakan bahwa gelombang bidang tersebut dapat terpandu di sepanjang lapisan film dalam banyak ragam atau modus atau disebut juga dengan *moda-moda perambatan*. Bilangan m dan n berturut-turut menyatakan moda perambatan dari medan listrik yang merambat terpolarisasi sejajar sumbu y yaitu $\overline{E}_{ym}(x)$ dan terpolarisasi sejajar sumbu x yaitu $\overline{E}_{xn}(y)$. Selanjutnya $\overline{E}(x, y, z)$

dalam persamaan (2.3) disubstitusikan ke persamaan (2.2), maka untuk setiap moda, komponen transversal dari medan listriknya dapat memenuhi persamaan Helmholtz :

$$\nabla_t^2 \bar{E}_{tmn}(x, y) + (k_0^2 n^2(x, y) - \beta_{mn}^2) \bar{E}_{tmn}(x, y) = 0 \dots\dots\dots(2.4)$$

dengan $\bar{\nabla}_t = \hat{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \hat{e}_y \frac{\partial}{\partial y}$ (vektor operator del transversal), dan $\bar{E}_{tmn}(x, y)$ adalah

vektor dari komponen transversal medan listrik. Hubungan antara komponen medan listrik tangensial (komponen yang sejajar sumbu perambatan) dan transversal untuk setiap moda diperoleh dengan cara menuliskan vektor $\bar{\nabla}$, \bar{E} , dan \bar{H} pada persamaan (2.1) ke dalam komponen transversal (indeks t) dan komponen longitudinal (indeks z). Persamaan-persamaan yang diperoleh dari hasil penurunan tersebut dapat digunakan untuk menjelaskan moda-moda perambatan gelombang optik di dalam pandu gelombang optik, baik yang berbentuk planar maupun kanal.

II.2. Metode Variasional dan Formulasi Stasioner Konstanta Propagasi Pandu Gelombang

Prinsip dasar metode variasional adalah prinsip aksi terkecil atau *principle of last action* [12]. Sifat mendasar dari prinsip ini adalah formulasi keadaan stasioner konstanta propagasi gelombang. Perumusan keadaan stasioner yang terkait dengan penyelesaian persamaan Helmholtz untuk pandu gelombang optik didasarkan pada estimasi model fungsi variasi medan transversal $\Phi(x, y)$. Untuk medan skalar dua dimensi pengambilan bentuk stasioner berbentuk integral luasan yang melibatkan moda pandu gelombang $\Phi(x, y)$, sedangkan pada medan skalar satu dimensi berbentuk integral garis dengan moda pandu gelombang $\Phi(x)$. Jika diasumsikan moda pandu gelombang $\Phi(x)$ dan $\Phi(x, y)$ adalah medan fungsi cobaan bagi

penyelesaian persamaan Helmholtz, maka untuk setiap orde moda ke-n, medan fungsi cobaan $\Phi(x)$ untuk pandu gelombang slab dan $\Phi(x,y)$ untuk pandu gelombang persegi paling sedikit mengandung satu parameter bebas (parameter variasi), dimisalkan P_i , sehingga nilai β yang minimal hanya diperoleh untuk setiap nilai yang optimal dari P_i . Optimalisasi terhadap nilai parameter variasi P_i secara matematis diperoleh dari syarat *stationer* yaitu :

$$\frac{\partial \beta}{\partial P_i} = 0 \dots\dots\dots(2.5)$$

Nilai β yang diperoleh dari pengambilan bentuk stasioner akan maksimum bila medan fungsi cobaan yang sesuai untuk Φ dimasukkan ke dalam persamaan untuk β . Untuk membentuk formulasi β dengan prinsip skalar variasional, maka untuk medan listrik transversal $\bar{E}_t(x,y)$ yang bersesuaian dengan medan skalar $\Phi(x,y)$, persamaan (2.2) dituliskan sebagai :

$$\nabla^2 \Phi + k_0^2 n^2 \Phi \dots\dots\dots(2.6)$$

Sedangkan medan skalar yang mengikuti persamaan (2.3) dinyatakan sebagai :

$$\Phi(x, y, z) = \Phi(x, y) e^{-j\beta z} \dots\dots\dots(2.7)$$

Selanjutnya bila persamaan (2.7) disubstitusikan ke persamaan (2.6), maka komponen transversal medan skalarnya memenuhi persamaan Helmholtz

$$\nabla_i^2 \Phi(x, y) + (k_0^2 n^2(x, y) - \beta^2) \Phi(x, y) = 0 \dots\dots\dots(2.8)$$

Pembentukan persamaan aksi variasional dan stasioner untuk konstanta propagasi β berdasarkan persamaan (2.8) dapat dilakukan dengan metode sederhana yaitu mengalikan kedua ruas pada persamaan (2.8) dengan Φ^* (konjugat kompleks medan

skalar) dan mengintegrasinya pada seluruh luasan tak berhingga yang tegak lurus sumbu z {3}, dapat dituliskan :

$$\int \int (\Phi^* \nabla_i^2 \Phi - \beta^2 \Phi \Phi^*) dA = - \int \int k_0^2 n^2(x,y) \Phi \Phi^* dA \dots\dots\dots(2.9)$$

Dengan mereduksi β^2 dari persamaan (2.9), maka diperoleh :

$$\beta^2 = \frac{\int \int (\Phi^* \nabla_i^2 \Phi + k_0^2 n^2(x,y) \Phi \Phi^*) dA}{\int \int \Phi \Phi^* dA} \dots\dots\dots(2.10)$$

Dengan memanfaatkan identitas Green

$$\int \int (\Psi \nabla_i^2 \Phi) dA = - \int \int (\nabla_i \Psi) \cdot (\nabla_i \Phi) dA \dots\dots\dots(2.11)$$

dan mengambil $\Psi = \Phi^*$, maka identitas dari teorema Green pada persamaan (2.11) diberikan valid untuk fungsi Φ menuju nol dengan x dan y mendekati tak berhingga. Selanjutnya memasukkan persamaan (2.11) ke persamaan (2.10), dan mensubstitusikan $dA = dx dy$ (elemen luasan tak berhingga) akan dihasilkan :

$$\beta^2 = \frac{\int \int [k_0^2 n^2(x,y) \Phi \Phi^* - (\nabla_i \Phi) \cdot (\nabla_i \Phi^*)] dx dy}{\int \int \Phi \Phi^* dx dy} \dots\dots\dots(2.12)$$

Relasi dari persamaan (2.12) adalah ekspresi variasional skalar dua dimensi untuk konstanta propagasi β . Penerapan bentuk stasioner ini pada pandu gelombang optik, digunakan untuk menganalisa pandu gelombang kanal rectangular {4}.

II.3. Analisa Skalar Variasional Menggunakan Model Pendekatan Polinomial Hipergeometri – Secant Hiperbolik

Model pendekatan Hipergeometri-secant Hiperbolik yang didasarkan pada prinsip kalkulus variasional, ini berarti bahwa bila fungsi adalah stasioner, maka persamaan Euler untuk fungsi tersebut terpenuhi. Dari persamaan gelombang skalar (2.6), dimana dipenuhi oleh semua solusi skalar persamaan Maxwell adalah persamaan Euler untuk fungsi

$$I = \iiint_V [(\nabla\Phi \cdot \nabla\Phi^*) - n^2 k_0^2 \Phi\Phi^*] dv \dots\dots\dots(2.13)$$

sehingga medan yang dipenuhi oleh persamaan gelombang akan memberikan nilai stasioner untuk I ($I = 0$). Jika solusi persamaan (2.13) adalah persamaan (2.7), maka ekspresi variasional untuk β^2 dapat dituliskan seperti pada persamaan (2.12). Persamaan Euler yang dipenuhi oleh β^2 adalah merupakan persamaan gelombang skalar, oleh karena itu bentuk β^2 adalah stasioner jika persamaan gelombang skalar terpenuhi. Untuk variasi kecil dari $\Phi(x, y)$ disekitar solusi tersebut, β^2 akan bernilai stasioner. Secara garis besar untuk mengaplikasikan metode ini dalam menentukan β^2 dan nilai parameter variasi P_i , maka beberapa tahapan yang perlu dilakukan yaitu :

1. mulai dengan pendekatan parametrik untuk medan fungsi cobaan $\Phi(x, y)$ untuk moda orde ke-n.
2. substitusikan pendekatan tersebut ke dalam persamaan (2.12) untuk mendapatkan persamaan untuk β^2 .

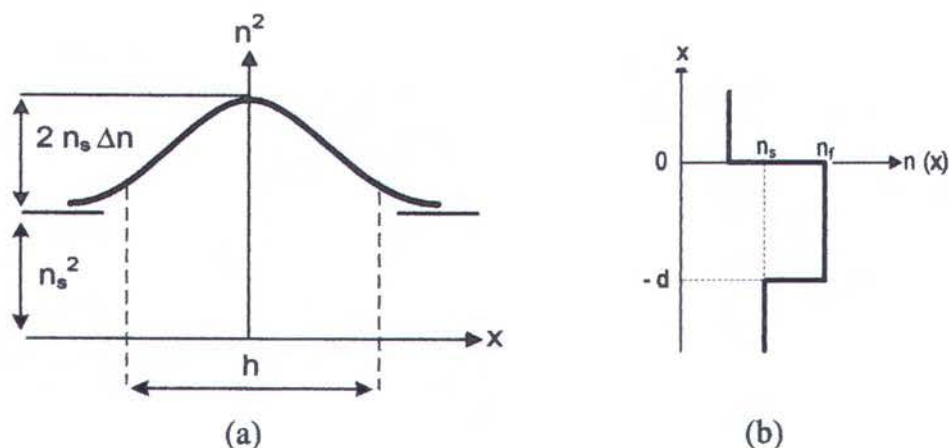
3. untuk memperoleh nilai parameter variasi P_i dalam pendekatan, maka untuk β^2 bernilai stasioner, nilai parameter variasi P_i ditentukan melalui hubungan

$$\frac{\partial \beta^2}{\partial P_i} = 0.$$

4. solusi untuk parameter variasional dari langkah (3) kemudian disubstitusikan ke dalam persamaan pada langkah (2) untuk mendapatkan nilai dari β^2 .

II.3.1. Profil "1/cosh²" untuk pembentukan pola medan cobaan Polinomial Hipergeometri-Secant Hiperbolik

Untuk membentuk pola medan cobaan polinomial Hipergeometri, penulis mencoba mengadopsi profil indeks bias "1/cosh²" pada pandu gelombang bertipe graded indeks untuk diujicobakan pada pandu gelombang bertipe step indeks. Jelasnya bahwa pengadopsian ini dilakukan dengan menganalogikan pola distribusi medan pada pandu gelombang step indeks seolah-olah mematuhi profil "1/cosh²". Secara fisis penggambaran bentuk distribusi pola medan dengan profil "1/cosh²" diidentikkan dengan adanya perubahan indeks bias lapisan film (n_f) dalam pandu gelombang secara gradual terhadap lapisan substrat (n_s) dan membentuk fungsi profil "1/cosh²". Bentuk profil ini dilukiskan sebagai suatu sumur potensial terbuka yang bersesuaian dengan sumur dari osilator harmonik dan diandaikan sebagai kumpulan tak berhingga dari moda diskrit (Gambar 2).



Gambar.2. (a). Profil indeks " $1/\cosh^2$ " ketebaan pandu h , (b). Profil indeks bias pandu gelombang slab step indeks

Fungsi profil yang diperlihatkan pada gambar 2, dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan :

$$n^2(x) = n_s^2 + 2n_s\Delta n/\cosh^2(2x/h) \dots\dots\dots(2.14)$$

Untuk beda indeks bias kecil (lihat gambar) Δn dari indeks bias substrat n_s , maka aproksimasi dari persamaan (2.14) dapat dituliskan

$$n(x) \approx n_s + \Delta n/\cosh^2(2x/h) \dots\dots\dots(2.15)$$

Solusi persamaan gelombang skalar persamaan (2.8) untuk profil " $1/\cosh^2$ ", dari persamaan (2.14.) akan menghasilkan model distribusi Medan trial berpola polinomial Hipergeometri $\{1\}$. Penjelasan serta penjabarannya akan dijelaskan pada bagian selanjutnya. Relasi bentuk profil indeks bias yang diperlihatkan pada persamaan (2.14) untuk satu arah sumbu transversal, pemodelannya digunakan untuk pandu gelombang slab planar step indeks. Sedangkan untuk pandu gelombang bergeometri persegi step indeks, profil pandunya berbentuk kanal Hiperbolik, dinyatakan dengan persamaan :

$$n^2(x, y) = n_s^2 + 2n_s\Delta n/\cosh^2(2x/h) + 2n_s\Delta n/\cosh^2(2y/h) \dots\dots\dots(2.16)$$

II.3.2. Pola distribusi polinomial Hipergeometri – Secant Hiperbolik

Untuk menganalisis perhitungan terhadap parameter β menggunakan metode analisa skalar variasional, akan digunakan eigen fungsi cobaan (fungsi trial) yang sesuai sebagai fungsi pendekatan moda gelombang. Pada bagian ini akan dijabarkan pemodelan eigen fungsi cobaan Hipergeometri-Secant Hiperbolik satu dimensi (1-D), sedangkan bentuk dua dimensi (2-D) dapat diperoleh secara langsung dengan mengalikan kedua fungsi 1-D. Untuk memodelkan medan fungsi cobaan Hipergeometri-Secant Hiperbolik 1-D bermodus TE, dilakukan dengan mensubstitusikan fungsi profil "1/cosh²" pada persamaan (2.14) ke dalam persamaan (2.8) yang berbentuk satu dimensi, dan mendefinisikan :

$$x = \frac{\chi (h/2)}{V_s}, \quad V_s = \frac{kh}{2} \sqrt{2n_s \Delta n}, \text{ serta melakukan transformasi koordinat}$$

dari x ke koordinat tak berdimensi χ , maka persamaan (2.8) dapat ditulis dalam bentuk

$$\frac{d^2 \Phi_y}{d\chi^2} + \left\{ \left[\operatorname{sech}^2 \left(\frac{\chi}{V_s} \right) - b \right] \right\} \Phi_y = 0 \dots\dots\dots(2.17)$$

Selanjutnya didefinisikan $\gamma = \frac{\chi}{V_s}$. Dengan melakukan transformasi dari $\chi \rightarrow \gamma$,

$$\text{dimana } \frac{d^2 \Phi_y}{d\chi^2} = \left(\frac{1}{V_s} \right)^2 \frac{d^2 \Phi_y}{d\gamma^2}, \text{ sehingga persamaan (2.17) dapat}$$

dituliskan :

$$\frac{d^2 \Phi_y}{d\gamma^2} + \left[V_s^2 \operatorname{sech}^2(\gamma) - b V_s^2 \right] \Phi_y = 0 \dots\dots\dots(2.18)$$

Solusi persamaan (2.18) berbentuk

$$\Phi_y(\gamma) = \text{sech}^{2\Gamma}(\gamma) U(\gamma) \dots\dots\dots(2.19)$$

maka bentuk persamaan (2.18) dapat diuraikan menjadi :

$$\frac{d^2U}{d\gamma^2} - 4\Gamma \tanh(\gamma) \frac{dU}{d\gamma} + 4 \left[\Gamma^2 \tanh^2(\gamma) - \frac{\Gamma}{2} \text{sech}^2(\gamma) + \frac{V_s^2}{4} \text{sech}^2(\gamma) - \frac{V_s^2 b}{4} \right] U = 0 \dots\dots\dots(2.20)$$

Untuk parameter pada persamaan persamaan (2.20) yang dapat dituliskan

$$\Gamma^2 \tanh^2(\gamma) - (\Gamma/2) \text{sech}^2(\gamma) + (V_s^2/4) \text{sech}^2(\gamma) = \lambda^2 \dots\dots\dots(2.21)$$

maka bentuk persamaan (2.20) nantinya dapat di nyatakan dalam persamaan diferensial Hipergeometri yaitu:

$$\frac{d^2U}{d\gamma^2} - 4\Gamma \tanh(\gamma) \frac{dU}{d\gamma} + 4 \left[\Gamma^2 - \frac{V_s^2 b}{4} \right] U = 0 \dots\dots\dots(2.22)$$

Bila parameter yang dinyatakan pada persamaan (2.21) direduksi, maka akan dihasilkan relasi

$$\Gamma^2 + \frac{\Gamma}{2} - \frac{V_s^2}{4} = 0, \text{ sehingga untuk } \Gamma, \text{ dapat dituliskan}$$

$$\Gamma = 1/4 \left\{ \sqrt{1 + 4V_s^2} - 1 \right\} \dots\dots\dots(2.23)$$

Penulisan persamaan diferensial Hipergeometri dari persamaan (2.22) dapat dilakukan melalui definisi

$$Z = -\sinh^2(\gamma) \dots\dots\dots(2.24)$$

Sehingga :

$$\frac{d^2U}{d\gamma^2} = 4 \sinh^2(\gamma) \cosh^2(\gamma) \frac{d^2U}{dZ^2} + \left[8 \sinh^2(\gamma) \sinh(\gamma) \cosh(\gamma) + \right.$$

$$4 \sinh(\gamma) \cosh(\gamma) \left] \frac{dU}{dZ} \right] \dots \dots \dots (2.25.a)$$

$$4\Gamma \tanh(\gamma) \frac{dU}{dZ} = 8\Gamma Z \frac{dU}{dZ} \dots \dots \dots (2.25.b)$$

Sehingga persamaan diferensial Hipergeometri dimaksud yang diperlihatkan pada persamaan (2.22) dapat dipresentasikan dalam bentuk

$$(1 - Z) \frac{d^2U}{dZ^2} + \left[Z \sinh(2\gamma) - \frac{1}{2} \sinh(\gamma) + 2\Gamma Z \right] \frac{dU}{dZ} - (\Gamma^2 - K^2) U = 0 \dots \dots \dots (2.26)$$

dengan $K = 1/2 \sqrt{b} V_s$

Asumsi $\sinh(2\gamma) = 1$, maka persamaan (2.26) akan menjadi

$$Z(1 - Z) \frac{d^2U}{dZ^2} + \left[\frac{1}{2} - (1 - 2\Gamma)Z \right] \frac{dU}{dZ} - (\Gamma^2 - K^2) U \dots \dots \dots (2.27)$$

Atau dapat juga dituliskan:

$$(1 - Z) \frac{d^2U}{dZ^2} + [\gamma - (\alpha + \beta + 1)Z] \frac{dU}{dZ} + \alpha\beta U = 0 \dots \dots \dots (2.28)$$

dengan

$$\gamma = \frac{1}{2}, \quad \alpha = K - \Gamma, \quad \text{dan} \quad \beta = -K - \Gamma \dots \dots \dots (2.29)$$

Dari persamaan (2.26) dan (2.27) dapat dinyatakan relasi untuk fungsi Hipergeometri dalam bentuk yang sederhana menurut hubungan :

I. Fungsi Hipergeometri genap :

$$U_1 = F(-\Gamma + K; -(\Gamma + K); 1/2; Z) \dots \dots \dots (2.30)$$

II. Fungsi Hipergeometri ganjil :

$$U_2 = \sqrt{Z} F(-\Gamma + K + 1/2; -(\Gamma + K) + 1/2; 3/2; Z) \dots \dots \dots (2.31)$$

Syarat supaya U_1 dan U_2 dalam bentuk polinomial, maka $\Gamma - K$ dan $\Gamma + K$ bukan bilangan negatif. U_1 bertambah secara eksponensial pada x atau $Z \rightarrow \pm \infty$, ini terjadi bila :

$$\Gamma - K = m, \text{ dimana } (m = 0,1,2,\dots) \dots\dots\dots(2.32)$$

Sedangkan U_2 berhingga pada $x \rightarrow \pm \infty$, bila :

$$\Gamma - K - \frac{1}{2} = l, \text{ dimana } (l = 0,1,2,3) \dots\dots\dots(2.33)$$

Bila disubstitusikan Γ dalam persamaan (2.23), K dalam persamaan (2.26) ke dalam persamaan (2.32) akan diperoleh :

$$b = \frac{1}{V_s^2} \left[\frac{1}{2} (\sqrt{1 + 4V_s^2} - 1) - 2m \right]^2 \dots\dots\dots(2.34)$$

Dengan mensubstitusikan kembali Γ dalam persamaan (2.23), K dalam persamaan (2.26) ke dalam persamaan (2.33), diperoleh :

$$b = \frac{1}{V_s^2} \left[\frac{1}{2} (\sqrt{1 + 4V_s^2} - 1) - (2l + 1) \right]^2 \dots\dots\dots(2.35)$$

Kombinasi persamaan (2.34) dan (2.35) akan menghasilkan :

$$b = \frac{1}{V_s^2} \left[\frac{1}{2} (\sqrt{1 + 4V_s^2} - 1) - n \right]^2 \dots\dots\dots(2.36)$$

dengan $n = \text{orde moda gelombang optik}$

Selanjutnya didefinisikan

$$s = 2\Gamma = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + 4V_s^2} - 1) \dots\dots\dots(2.37)$$

maka b dalam persamaan (2.36) akan menjadi :

$$b_n = \frac{1}{V_s^2} (s - n)^2 \dots\dots\dots(2.38)$$

dengan b_n adalah indeks bias efektif ternormalisasi tiap moda gelombang optik.

Pola medan listrik tiap moda gelombang optik yang diperoleh dari persamaan (2.19) dapat dinyatakan sebagai :

$$\Phi_n(x) = U_n(2x/h)/\cosh^s(2x/h) \dots\dots\dots(2.39)$$

Bentuk dari persamaan (2.39) merupakan pola medan skalar polinomial Hipergeometri untuk setiap orde moda n , dengan U_n adalah fungsi Hipergeometri dan $s = 1/2 (\sqrt{1 + V^2} - 1)$. Empat suku pertama dari fungsi ini dapat dituliskan{1}

$$\begin{aligned} U_0 &= 1 \\ U_1 &= \sinh(2x/h) \\ U_2 &= 1 - 2(s-1) \sinh^2(2x/h) \dots\dots\dots(2.40) \\ U_3 &= \sinh(2x/h) \left[1 - \frac{2}{3}(s-2) \sinh^2(2x/h) \right] \end{aligned}$$

Untuk 3 orde pertama dari pola medan Hipergeometri pada persamaan (2.39), masing-masing pola medan skalar orde ke- n dinormalisasikan menggunakan relasi :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Phi \Phi^* dx = 1 \dots\dots\dots(2.41)$$

dan memanfaatkan hubungan integral :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{sech}^{2s} \left(\frac{\xi}{pv} \right) d\xi = pv \frac{\Gamma(1/2) \Gamma(s)}{\Gamma(s+1/2)} \dots\dots\dots(2.42a)$$

serta identitas relasi fungsi Beta dan fungsi Gamma yaitu :

$$B(m, n) = \int_0^1 \frac{y^{m-1}}{(1+y)^{m+n}} dy = \int_0^1 \frac{y^{n-1}}{(1+y)^{m+n}} dy = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)} \dots\dots\dots(2.42b)$$

maka diperoleh 3 moda orde pertama untuk medan fungsi cobaan ternormalisasi dalam bentuk distribusi polinomial Hipergeometri-Secan Hiperbolik yaitu :

$$\Phi_0 = \sqrt{\frac{2}{h}} \left(\frac{1}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{\Gamma(s+1/2)}{\Gamma(s)}} \operatorname{sech}^s\left(\frac{2x}{h}\right) \dots\dots\dots(2.43.a)$$

$$\Phi_1 = \sqrt{\frac{2}{h}} \left(\frac{1}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} \left[\frac{\Gamma(s-1)}{\Gamma(s-1/2)} - \frac{\Gamma(s)}{\Gamma(s+1/2)} \right]^{\frac{1}{2}} \sinh\left(\frac{2x}{h}\right) \operatorname{sech}^s\left(\frac{2x}{h}\right) \dots\dots(2.43.b)$$

$$\Phi_2 = \sqrt{\frac{2}{h}} \left(\frac{1}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} \frac{[1 - 2(s-1)\sinh^2(2x/h)] \operatorname{sech}^s(2x/h)}{\left(\frac{\Gamma(s)}{\Gamma(s+1/2)} - 4(s-1) \left(\frac{\Gamma(s-1)}{\Gamma(s-1/2)} - \frac{\Gamma(s)}{\Gamma(s+1/2)} \right) \right.} \dots\dots(2.43.c)$$

$$\left. + 4(s-1)^2 \left(\frac{\Gamma(s-2)}{\Gamma(s-3/2)} - 2 \frac{\Gamma(s-1)}{\Gamma(s-1/2)} \right) + \frac{\Gamma(s)}{\Gamma(s+1/2)} \right)$$

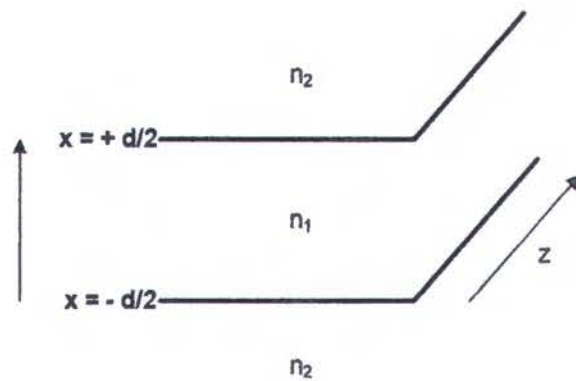
dengan Γ adalah fungsi gamma. Sedangkan hasil pemodelan menggunakan eigen fungsi cobaan berbentuk distribusi polinom Hermite-Gaussian untuk 1-D dapat dinyatakan dalam bentuk

$$\left(\frac{2}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{2^n n! W}\right)^{\frac{1}{2}} H_n\left(\frac{\sqrt{2x}}{W}\right) \exp\left(\frac{-x^2}{W^2}\right) = \Phi(x) \dots\dots\dots(2.44)$$

dengan W adalah parameter variasional dan $W > 0$.

II.4. Pandu Gelombang Slab Planar Step Indeks

Sebagai demonstrasi awal dari penggunaan metode analisis skalar variasional, ditinjau bentuk geometri dari pandu gelombang slab planar, seperti yang diperlihatkan pada Gambar 3



Gambar 3. Geometri pandu gelombang slab planar simetri

Untuk struktur geometri tersebut, indeks bias merupakan fungsi dari hanya satu variabel yaitu : $n = n(x)$ dan perambatan gelombang diasumsikan dalam arah sumbu z . Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya, dapat dilihat bahwa persamaan Euler untuk fungsi dua dimensi dapat dituliskan :

$$I = \iint_A [(\nabla\Phi \cdot \nabla\Phi^*) - n^2 k_0^2 \Phi\Phi^*] dx dz \dots\dots\dots(2.45)$$

Bentuk persamaan (2.45) mengikuti persamaan gelombang

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + n^2 k_0^2 \Phi = 0 \dots\dots\dots(2.46)$$

dengan persamaan (2.46) mempunyai geometri seperti pada Gambar 3, sehingga tidak ada variasi indeks dalam arah y . Diasumsikan moda medan merupakan fungsi dari hanya variabel x dan z , dapat dituliskan :

$$\Phi = \Phi(x)e^{-i\beta z} \dots\dots\dots(2.47)$$

Sehingga persamaan yang tepat untuk konstanta propagasi kuadrat akan menjadi :

$$\beta^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} [n^2 k_0^2 \Phi\Phi^* - \left(\frac{\partial\Phi(x)}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial\Phi(x)}{\partial x}\right)^*] dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \Phi\Phi^* dx} \dots\dots\dots(2.48)$$

II.4.1. Moda dasar

Moda dasar untuk pandu gelombang slab step indeks yang diperoleh dari persamaan (2.43.a), dapat dituliskan kembali

$$\Phi_0(x) = \sqrt{\frac{2}{h}} \left(\frac{1}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{\Gamma(s+1/2)}{\Gamma(s)}} \operatorname{sech}^s(2x/h)$$

Sedangkan hasil analisa pembentukan pola medan cobaan yang dikembangkan sebelumnya menggunakan metode analisis variasional dengan fungsi cobaan Polinomial Hermite – Gaussian (I.A. Erteza, Ph.D. dissertation, Stanford University, 1993), diperoleh :

$$\Phi_0(x) = \left(\frac{1}{W} \sqrt{\frac{2}{\pi}}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{x^2}{W^2}\right)$$

Dengan mensubstitusi persamaan (2.43.a) ke persamaan (2.48), maka akan dihasilkan

$$\beta^2 = \frac{2k_0^2}{h\sqrt{\pi}} \left[\frac{\Gamma(s+1/2)}{\Gamma(s)}\right] \int_{-\infty}^{+\infty} n^2(x) \operatorname{sech}^{2s}(2x/h) dx - \frac{2s^2}{h^2} \left[\frac{\Gamma(s+1/2)}{\Gamma(s+3/2)}\right]$$

Dari identitas fungsi gamma $\Gamma(n+1) = n\Gamma(n)$, maka bentuk persamaan di atas dapat dituliskan dalam relasi sederhana yaitu :

$$\beta^2 = \frac{2k_0^2}{h\sqrt{\pi}} \left[\frac{\Gamma(s+1/2)}{\Gamma(s)}\right] \int_{-\infty}^{+\infty} n^2(x) \operatorname{sech}^{2s}(2x/h) dx - \frac{4s^2}{h^2} \left(\frac{s^2}{2s+1}\right) \dots\dots\dots(2.49)$$

Sedangkan dengan fungsi polinomial Hermite – Gaussian diperoleh

$$\beta^2 = \frac{1}{W} \sqrt{\frac{2}{\pi}} k_0^2 \int_{-\infty}^{+\infty} n^2(x) e^{-\frac{2x^2}{W^2}} dx - \frac{1}{W^2} \dots\dots\dots(2.50)$$

Untuk β^2 adalah stasioner dengan gangguan yang cukup kecil dari Φ , maka

$\frac{\partial \beta^2}{\partial h} = 0$. Dari persamaan (2.34) akan menghasilkan suatu persamaan yang dipenuhi

oleh h. Pemecahan bentuk diferensial $\frac{\partial \beta^2}{\partial h}$ dilakukan secara numerik menggunakan metode *derivatif beda sentral* {6} (4 segmen untuk setiap sub interval dengan lebar setiap segmen $h = 0,01$). Sedangkan penentuan nilai h yang memenuhi $\frac{\partial \beta^2}{\partial h} = 0$ dilakukan menggunakan metode *secant* {6},{7},{8}, dengan toleransi 10^{-6} menggunakan dua tebakan awal untuk parameter h yang sudah ternormalisasi ($Nh_1 = 0,90$ dan $Nh_2 = 0,91$), dikarenakan pemecahan secara analitis cukup rumit. Dengan alasan tersebut, penulis tidak mencantumkan hasil pemecahan analitik dalam tesis ini. Sebagai gambaran, dapat dinyatakan bahwa untuk setiap nilai h optimal (atau Nh ternormalisasi) yang diperoleh secara numerik untuk kondisi $\frac{\partial \beta^2}{\partial h} = 0$, dimasukkan kembali ke dalam persamaan (2.34) untuk mendapatkan nilai β^2 . Pada bagian lain bentuk integrasi pada persamaan (2.34), pemecahannya juga dilakukan secara numerik dengan metode *Simpson's* menggunakan pendekatan polinomial kuadrat orde dua (persamaan parabola) dengan jumlah pasangan interval, $n = 200$. Sedangkan hasil yang diperoleh dari model pendekatan Hermite-Gaussian untuk keadaan stasioner $\frac{\partial \beta^2}{\partial W} = 0$ secara analitis dapat dituliskan :

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{W^2} \sqrt{\frac{2}{\pi}} k_0^2 \int_{-\infty}^{+\infty} n^2(x) e^{-\frac{2x^2}{W^2}} dx + \frac{1}{W} \sqrt{\frac{2}{\pi}} k_0^2 \int_{-\infty}^{+\infty} n^2(x) e^{-\frac{2x^2}{W^2}} \left(\frac{4x^2}{W^3} \right) dx \\
 & + \frac{2}{W^3} = 0 \dots\dots\dots(2.51)
 \end{aligned}$$

Dari geometri pandu gelombang slab planar simetri seperti yang diperlihatkan pada Gambar 3, syarat batas untuk distribusi indeks bias diberikan menurut hubungan :

$$n(x) = \begin{cases} n_1, & \text{jika } |x| \leq d \\ n_2, & \text{jika } |x| > d \end{cases} \quad \text{dimana, } n_1 > n_2 \dots \dots \dots (2.52)$$

Syarat batas ini bila digunakan dalam persamaan (2.50) dan (2.51), maka hasil pemecahan bentuk integrasi secara analitis menghasilkan :

$$\beta^2 = k_0^2 \left[n_2^2 + (n_1^2 - n_2^2) \operatorname{erf} \left(\frac{d\sqrt{2}}{W} \right) \right] - \frac{1}{W^2} \dots \dots \dots (2.53)$$

dan

$$Wd \sqrt{\frac{2}{\pi}} k_0^2 [n_2^2 - n_1^2] e^{\frac{2d^2}{W^2}} + 1 = 0 \dots \dots \dots (2.54)$$

Persamaan (2.53) dan (2.54) adalah dua persamaan yang diperlukan untuk menentukan β^2 dan W untuk moda orde dasar dalam pandu gelombang slab planar simetri untuk pemodelan Hermite-Gaussian.. Penentuan nilai β^2 dan W , penyelesaiannya sama seperti untuk metode pendekatan Hipergeometri, dimana nilai W atau NW (W ternormalisasi) optimal yang diperoleh kemudian digunakan dalam persamaan (2.53) untuk mendapatkan nilai β^2 . Sedangkan penerapan syarat batas dari persamaan (2.52), maka pada persamaan (2.49) akan diperoleh :

$$\beta^2 = k_0^2 n_2^2 + \frac{2}{h\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(s+1/2)}{\Gamma(s)} k_0^2 (n_1^2 - n_2^2) \int_{-d/2}^{d/2} \operatorname{sech}^{2s}(2x/h) dx - \frac{4s^2}{h^2} \left[\frac{s^2}{(2s+1)} \right] \dots \dots \dots (2.55)$$

Dari definisi parameter frekuensi ternormalisasi $\{1\}, \{3\}, \{9\}, \{10\}$, yang dapat dituliskan menurut relasi :

$$V = \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) (n_1^2 - n_2^2)^{\frac{1}{2}} d_T \dots \dots \dots (2.56)$$

dengan $\frac{2\pi}{\lambda} = k_0$, dan d_T adalah total ketebalan pandu. Frekuensi ternormalisasi memberikan informasi dari panjang gelombang cahaya, ketebalan total dari pandu dan perbedaan relatif dari indeks bias dalam substrat (n_s) dan lapisan film (n_f). Untuk geometri pandu seperti pada Gambar 3, maka $d_T = d$, sehingga

$$V = k_0 \sqrt{n_1^2 - n_2^2} d \dots\dots\dots(2.57)$$

Sedangkan konstanta propagasi ternormalisasi (parameter phase), didefinisikan {1}, {9}, {10} menurut relasi :

$$B = \frac{\beta^2 - n_2^2 k_0^2}{(n_1^2 - n_2^2) k_0^2} \dots\dots\dots(2.58)$$

Parameter ternormalisasi B mempunyai interval nilai antara nol (0) dan satu (1). Dengan menggunakan persamaan (2.57) dan (2.58) dalam persamaan (2.55), akan diperoleh hubungan {11} :

$$B = \frac{2}{NhV\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(s+1/2)}{\Gamma(s)} \int_{-v/2}^{v/2} \operatorname{sech}^{2s} \left(\frac{2\xi}{NhV} \right) d\xi - \frac{2s^2}{V^2(Nh)^2} \left[\frac{\Gamma(s+1/2)}{\Gamma(s+3/2)} \right] \dots\dots\dots(2.59)$$

Deskripsi bentuk integrasi yang memuat beberapa parameter pada persamaan (2.59) diperoleh setelah dilakukan transformasi dari koordinat posisi x ke frekuensi ternormalisasi ξ , dengan memanfaatkan hubungan $Nh = \frac{h}{d}$ (h ternormalisasi), untuk d (tinggi pandu) yang analogi dengan V atau $d \approx V$, maka $NhV = h$, sehingga parameter B pada persamaan (2.59) adalah fungsi dari parameter-parameter yang

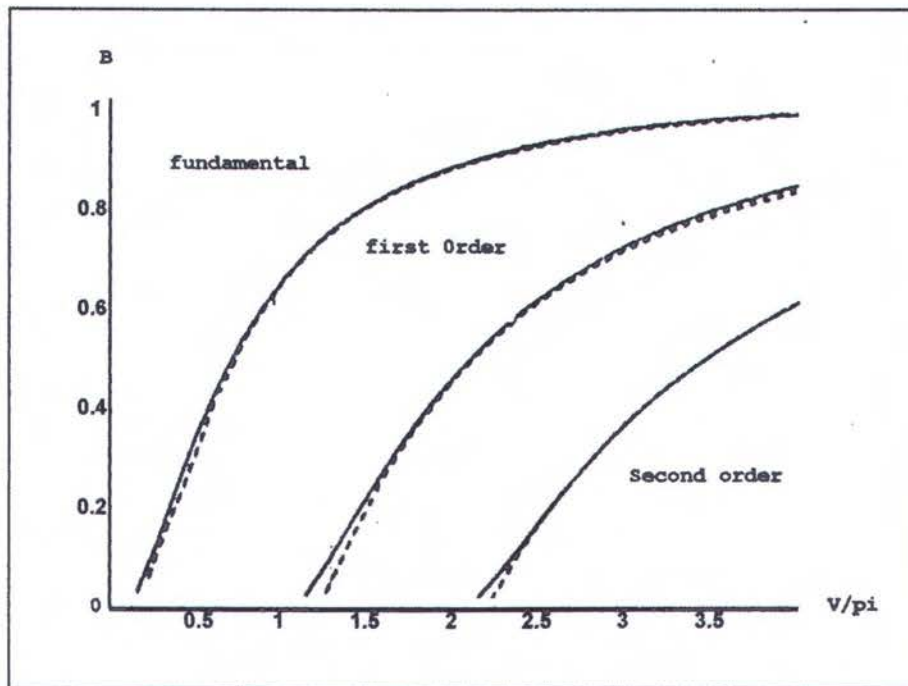
ternormalisasi. Selanjutnya dengan cara yang sama menggunakan persamaan (2.57) dan (2.58) ke dalam persamaan (2.54) dan (2.55), didapatkan :

$$-(NW) \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} V^2 \exp\left(-\frac{2}{(NW)^2}\right) + 1 = 0 \dots\dots\dots(2.60)$$

dan

$$B = \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}}{NW}\right) - \frac{4}{V^2} \frac{1}{(NW)^2} \dots\dots\dots(2.61)$$

dengan lebar ternormalisasi pandu gelombang Nh dan NW didefinisikan menurut relasi $Nh = \frac{h}{d}$ dan $NW = \frac{W}{d}$, dengan h dan W masing-masing merupakan parameter variasi (parameter bebas) untuk setiap fungsi cobaan (polinomial Hipergeometri dan polinomial Hermite-Gaussian). Bentuk persamaan ini merupakan relasi antara konstanta propagasi ternormalisasi sebagai fungsi dari frekuensi ternormalisasi dari moda dasar (moda orde nol) pada pandu gelombang slab planar step indeks (simetri) untuk metode pendekatan fungsi polinomial Hipergeometri. Hasil dari persamaan (2.61) yang telah dipresentasikan oleh peneliti sebelumnya [3] dalam menggambarkan karakteristik moda dasar yaitu dengan memplot grafik B (konstanta propagasi ternormalisasi sebagai fungsi dari V (frekuensi ternormalisasi dan membandingkannya dengan hasil dari solusi eksak yang diperoleh dengan pemecahan langsung dari persamaan Helmholtz dengan teknik pemisahan variabel, perbandingannya dapat diperlihatkan seperti pada Gambar 4



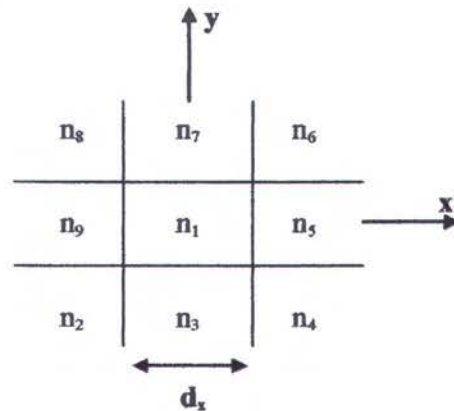
Gambar 4. Konstanta propagasi ternormalisasi versus frekuensi ternormalisasi untuk 3 moda pertama dari pandu gelombang slab planar simetri dengan solusi eksak (garis tebal, metode pendekatan Hermite-Gaussian (gari putus-putus))

II.4.2. Moda orde pertama dan kedua

Persamaan untuk moda orde pertama dan moda orde kedua dikembangkan dengan cara yang sama seperti pada perhitungan beberapa parameter yang dihasilkan dalam perhitungan untuk moda orde dasar. Pengembangan dari hasil perhitungan ini akan diperlihatkan lebih rinci lagi pada topik pembahasan. Hasil analisa dengan metode analisa variasional yang diplot pada Gambar 4, relasi B terhadap V untuk moda orde satu dan dua, memperlihatkan hasil yang hampir mendekati hasil solusi eksak {9}.

II.5. Pandu Gelombang Kanal Persegi (Satu Parameter Lebar)

Dalam geometri ini, perbedaan konstanta indeks ditandai dengan sembilan daerah dalam kisi (Gambar 5)



Gambar.5. Geometri umum pandu gelombang kanal persegi

Ini adalah bentuk geometri umum pandu gelombang persegi, secara lengkapnya terlihat pada Gambar 1, dimana mempunyai rusuk dan kanal. Untuk moda orde dasar (orde nol), didekati dengan fungsi cobaan Hipergeometri-Secant Hiperbolik 2-D, yaitu dengan mengalikan kedua fungsi cobaan ternormalisasi moda orde dasar pandu gelombang slab pada kedua arah sumbu transversal (sumbu x dan y). Penjabaran ini analogi dengan hasil pemecahan, yaitu dengan mensubstitusi persamaan (2.16) ke dalam persamaan Helmholtz (2.8). Perlu dijelaskan bahwa, kedua arah sumbu transversal (x dan y) pandu gelombang persegi demi alasan fisis untuk maksud dan tujuan proses fabrikasi kemudian dinyatakan dengan arah lateral (sumbu x) atau sering disebut dengan lebar pandu gelombang dan arah kedalaman (sumbu y) atau disebut juga dengan tinggi pandu gelombang. Pengambilan kedua arah ini disesuaikan dengan asumsi yang diambil tanpa merubah makna fisisnya. Hasil penjabaran analitik pandu gelombang persegi 2-D untuk 1 parameter variasi lebar kanal diperoleh fungsi cobaan berbentuk :

$$\Phi_{00}(x,y) = \frac{2}{h\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{\Gamma(s_x + 1/2)}{\Gamma(s_x)}} \sqrt{\frac{\Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y)}} \operatorname{sech}^{s_x}(2x/h) \times \operatorname{sech}^{s_y}(2y/h) \dots \dots \dots (2.62)$$

Indeks (00), masing-masing menyatakan arah lateral (sumbu x) dan arah kedalaman (sumbu y). Dengan memasukkan bentuk persamaan ini ke dalam persamaan (2.12), maka persamaan untuk β^2 dapat diperoleh yaitu :

$$\beta^2 = \frac{4k_0^2}{h^2\pi} \left[\frac{\Gamma(s_x + 1/2)}{\Gamma(s_x)} \right] \left[\frac{\Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y)} \right] \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} n^2(x,y) \operatorname{sech}^{2s_x}(2x/h) \times \operatorname{sech}^{2s_y}(2y/h) dx dy - \frac{2}{h^2} \left[s_x^2 \left(\frac{\Gamma(s_x + 1/2)}{\Gamma(s_x + 3/2)} \right) + s_y^2 \left(\frac{\Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y + 3/2)} \right) \right] \dots \dots \dots (2.63)$$

Sedangkan hasil pemodelan dengan fungsi cobaan Hermite-Gaussian adalah

$$\beta^2 = \frac{2}{W^2} \frac{k_0^2}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} n^2(x,y) e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{W^2}} dx dy - \frac{2}{W^2} \dots \dots \dots (2.64)$$

Karena β^2 adalah stasioner mendekati solusi realnya, maka : $\frac{\partial \beta^2}{\partial h} = 0$ (solusi penyelesaiannya secara numerik seperti pada pandu gelombang slab planar).

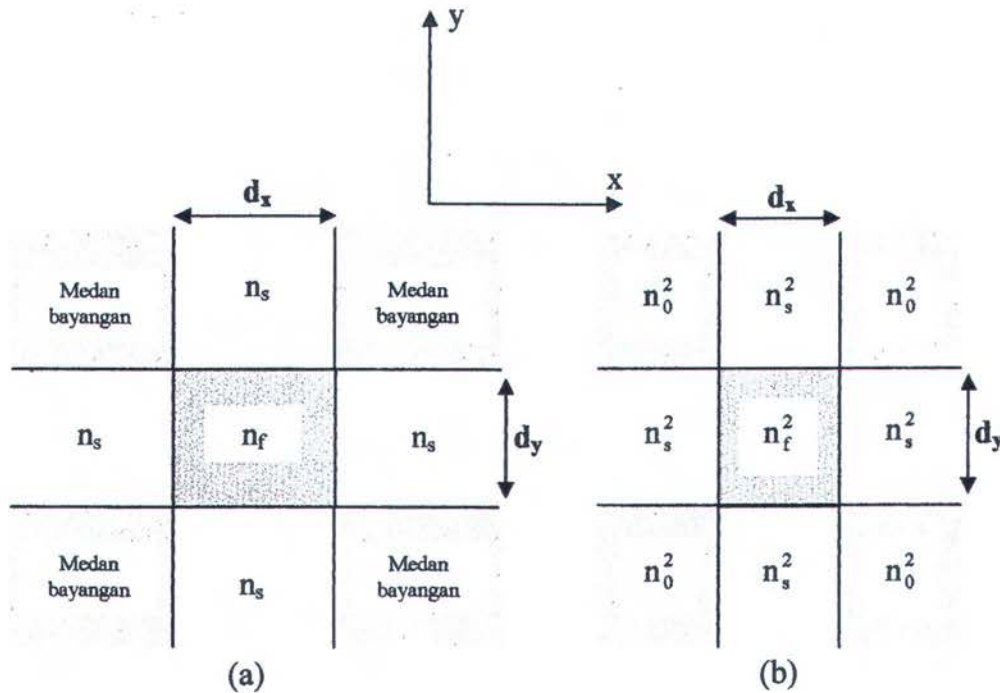
Sedangkan untuk fungsi Hermite-Gaussian memberikan persamaan untuk W, yaitu :

$$1 + \frac{k_0^2}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{2(x^2+y^2)}{W^2} - 1 \right) n^2(x,y) e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{W^2}} dx dy = 0 \dots \dots \dots (2.65)$$

Pendekatan Hipergeometri dalam persamaan (2.62) adalah sederhana, dengan hanya memuat satu parameter h. Pendekatan dengan satu parameter lebar sangat berguna sebab cukup akurat dalam jumlah dan secara komputasional lebih efisien

dari pendekatan dengan beberapa variabel (asumsi sementara, dan ini akan dijawab setelah dilakukan simulasi secara komputasional). Untuk menyelesaikan bentuk β^2 dalam persamaan (2.63), penulis mencoba menganalisanya lebih dalam, untuk itu diambil pemodelan pandu gelombang persegi berstruktur umum seperti pada Gambar 5. Hal yang menarik dari analisa model ini, yaitu bahwa jika diterapkan kondisi-kondisi spesifik dalam pandu gelombang (berkaitan dengan syarat batas untuk indeks bias), maka akan diperoleh model pandu gelombang berstruktur slab dan persegi bertipe *buried* seperti yang dijelaskan sebelumnya, serta beberapa tipe pandu gelombang rectangular lainnya (*Embedded strip, Raised strip, Rib guide*). Untuk maksud ini akan diterapkan “Metode medan bayangan” (*The Method of Field Shadows*). Metode ini pertama kali digunakan oleh Marcatili {10},{12}, untuk menganalisa pandu gelombang persegi bergeometri umum, yang didasarkan bahwa medan (daya optik) terbatas dengan baik pada daerah yang berindeks bias lebih tinggi dalam pandu gelombang (lapisan film). Atau dengan kata lain adanya perbedaan indeks bias yang cukup tajam antara material dielektrik dalam pandu gelombang yaitu indeks bias lapisan film dan substrat. Sehingga walaupun terjadinya *evanescent* medan elektromagnetik dari lapisan pemandu ke arah substrat secara eksponensial, tetapi amplitudo gelombang *evanescent* yang meluruh sangat kecil. Dalam merumuskan formulasi B (konstanta propagasi ternormalisasi) pada pandu gelombang persegi bertipe *buried*, penggunaan metode ini sangat beralasan, ini terkait dengan tipe pandu gelombang persegi yang dipilih yaitu step indeks. Sebagai acuan penggunaan metode ini yaitu bahwa mendekati kondisi *cut-off*, metode medan bayangan tidak dapat digunakan untuk analisis lebih lanjut, disebabkan karena medan elektromagnetik tidak terbatas dalam pandu gelombang dan terjadinya

evanescent ke dalam daerah bayangan. Pemodelan menggunakan metode medan (daerah) bayangan [1],[6] diperlihatkan seperti gambar di bawah ini



Gambar 6. (a). Penerapan metode bayangan untuk pandu gelombang kanal rectangular (b). Model pada gambar (a) merupakan pandu gelombang campuran dari 2 pandu gelombang slab planar, pandu gelombang slab planar pertama bidang batasnya tegak lurus sumbu x dengan tinggi d_x dan pandu gelombang slab planar kedua tegak lurus sumbu y dengan tinggi d_y .

Dari ilustrasi pada Gambar 6a dan 6b, nilai $n^2(x,y)$ pada persamaan (2.63), (2.64), dan (2.65) merupakan superposisi dari 2 pandu gelombang slab planar pada arah kedua bidang transversal (x dan y), yang penggabungannya menghasilkan pandu gelombang kanal persegi yang berindeks bias lapisan film (n_f) dan lapisan substrat (n_s). Superposisi ini dapat dituliskan menurut hubungan {1} :

$$n^2(x,y) = n_0^2 + n_x^2(x) + n_y^2(y) \dots\dots\dots(2.66)$$

dengan n_x adalah fungsi hanya untuk x dan n_y adalah fungsi hanya untuk y , serta n_0 adalah indeks bias pada daerah bayangan. Dengan menerapkan relasi dari persamaan (2.66) berdasarkan geometri pandu gelombang persegi seperti pada Gambar 5 untuk persamaan (2.63), (2.64) dan (2.65) serta memecahkannya, maka akan dihasilkan bentuk persamaan untuk β^2 yaitu :

$$\beta^2 = k_0^2 \left\{ A' + (B') \int_{-d_x/2}^{d_x/2} \operatorname{sech}^{2s_x} \left(\frac{2x}{h} \right) dx + (C') \int_{-d_y/2}^{d_y/2} \operatorname{sech}^{2s_y} \left(\frac{2y}{h} \right) dy \right. \\ \left. + (D') \int_{-d_x/2}^{d_x/2} \operatorname{sech}^{2s_x} \left(\frac{2x}{h} \right) dx \int_{-d_y/2}^{d_y/2} \operatorname{sech}^{2s_y} \left(\frac{2y}{h} \right) dy \right\} \\ - \frac{2}{h^2} \left[s_x^2 \left(\frac{\Gamma(s_x + 1/2)}{\Gamma(s_x + 3/2)} \right) + s_y^2 \left(\frac{\Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y + 3/2)} \right) \right] \dots \dots \dots (2.67)$$

Faktor A' , B' , C' dan D' adalah tetapan-tetapan yang diperoleh dari penerapan kondisi batas pada bidang perbatasan tiap lapisan dengan harga :

$$A' = \left(\frac{n_2^2}{4} + \frac{n_4^2}{4} + \frac{n_6^2}{4} + \frac{n_8^2}{4} \right)$$

$$B' = \left(-\frac{n_2^2}{4} + \frac{n_3^2}{2} - \frac{n_4^2}{4} - \frac{n_6^2}{4} + \frac{n_7^2}{2} - \frac{n_8^2}{4} \right) \left[\frac{4}{h\sqrt{\pi}} \left(\frac{\Gamma(s_x + 1/2)}{\Gamma(s_x)} \right) \right]$$

$$C' = \left(-\frac{n_2^2}{4} - \frac{n_4^2}{4} + \frac{n_5^2}{2} - \frac{n_6^2}{4} - \frac{n_8^2}{4} + \frac{n_9^2}{2} \right) \left[\frac{4}{h\sqrt{\pi}} \left(\frac{\Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y)} \right) \right]$$

$$D' = \left(n_1^2 + \frac{n_2^2}{4} - \frac{n_3^2}{2} + \frac{n_4^2}{4} - \frac{n_5^2}{2} + \frac{n_6^2}{4} - \frac{n_7^2}{2} + \frac{n_8^2}{4} - \frac{n_9^2}{2} \right) \\ \times \left[\frac{16}{h^2\pi} \left(\frac{\Gamma(s_x + 1/2) \Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_x) \Gamma(s_y)} \right) \right]$$

Sedangkan untuk pendekatan polinomial Hermite-Gaussian dari persamaan (2.64)

dan (2.65) diperoleh bentuk untuk W dan β^2 yaitu :

$$\begin{aligned}
 0 = & 1 - \frac{k_0^2}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \left[\frac{d_x}{\exp(2d_x^2/W^2)} \right] (B) + \left[\frac{d_y}{\exp(2d_y^2/W^2)} \right] (C) \right. \\
 & + \left[\frac{d_x}{\exp(2d_x^2/W^2)} \right] \left[\operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}d_y}{W}\right) \right] (D) \\
 & \left. + \left[\frac{d_y}{\exp(2d_y^2/W^2)} \right] \left[\operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}d_x}{W}\right) \right] (D) \right\} \dots\dots\dots(2.68)
 \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}
 \beta^2 = & -\frac{2}{W^2} + k_0^2 \left\{ A + \left[\operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}d_x}{W}\right) \right] (B) + \left[\operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}d_y}{W}\right) \right] (C) \right. \\
 & \left. + \left[\operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}d_x}{W}\right) \right] \left[\operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}d_y}{W}\right) \right] (D) \right\} \dots\dots\dots(2.69)
 \end{aligned}$$

dimana : A, B, C dan D masing –masing berharga :

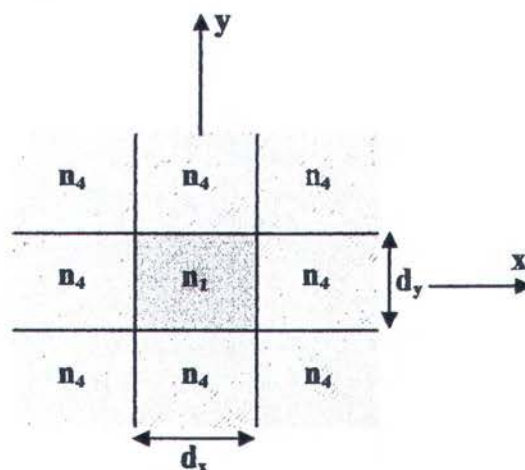
$$A = \left(\frac{n_2^2}{4} + \frac{n_4^2}{4} + \frac{n_6^2}{4} + \frac{n_8^2}{4} \right)$$

$$B = \left(-\frac{n_2^2}{4} + \frac{n_3^2}{2} - \frac{n_4^2}{4} - \frac{n_6^2}{4} + \frac{n_7^2}{2} - \frac{n_8^2}{4} \right)$$

$$C = \left(-\frac{n_2^2}{4} - \frac{n_4^2}{4} + \frac{n_5^2}{2} - \frac{n_6^2}{4} - \frac{n_8^2}{4} + \frac{n_9^2}{2} \right)$$

$$D = \left(n_1^2 + \frac{n_2^2}{4} - \frac{n_3^2}{2} + \frac{n_4^2}{4} - \frac{n_5^2}{2} + \frac{n_6^2}{4} - \frac{n_7^2}{2} + \frac{n_8^2}{4} - \frac{n_9^2}{2} \right)$$

Persamaan (2.67), (2.68) dan (2.69) menggambarkan persamaan konstanta propagasi untuk moda dasar (orde nol) geometri umum pandu gelombang persegi. Dari penjelasan sebelumnya, bentuk geometri pandu gelombang umum pada Gambar 5 dapat juga dimodifikasi menjadi beberapa model yang spesifik dengan mengasumsikan kondisi batas untuk indeks bias dalam pandu. Untuk model yang spesifik ini, maka dari Gambar 5 dapat dibentuk model seperti Gambar 7



Gambar 7. Bentuk spesifik pandu gelombang persegi (tipe buried)

Dalam konfigurasi ini, daerah pemandu persegi berindeks n_1 (lapisan film) dikelilingi oleh daerah berindeks n_4 (lapisan substrat). Lebar dan tinggi daerah pemandu diberikan oleh variabel d_x dan d_y . Keadaan ini memperlihatkan bahwa pada Gambar 7, $n_2 = n_3 = n_5 = n_6 = n_7 = n_8 = n_9 = n_4$. Model spesifik yang dimaksud dengan menerapkan asumsi ini yaitu : luasan bidang pandu gelombang kanal persegi bertipe *buried* (Gambar 7). Jika kondisi ini diterapkan pada persamaan (2.67), (2.68) dan (2.69), maka akan diperoleh relasi menurut persamaan :

$$\beta^2 = k_0^2 \left\{ n_4^2 + (n_1^2 - n_4^2) \int_{-d_x/2}^{d_x/2} \operatorname{sech}^{2s_x} \left(\frac{2x}{h} \right) dx \int_{-d_y/2}^{d_y/2} \operatorname{sech}^{2s_y} \left(\frac{2y}{h} \right) dy \right\}$$

$$-\frac{2}{h^2} \left[s_x^2 \left(\frac{\Gamma(s_x + 1/2)}{\Gamma(s_x + 3/2)} \right) + s_y^2 \left(\frac{\Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y + 3/2)} \right) \right] \dots\dots\dots(2.70)$$

$$0 = 1 - \frac{k_0^2}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \left[\frac{d_x}{\exp(2d_x^2 / W^2)} \right] \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2} d_y}{W} \right) \right] (n_1^2 - n_4^2) \right. \\ \left. + \left[\frac{d_y}{\exp(2d_y^2 / W^2)} \right] \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2} d_x}{W} \right) \right] (n_1^2 - n_4^2) \right\} \dots\dots\dots(2.71)$$

$$\beta^2 = -\frac{2}{W^2} + k_0^2 \left\{ n_4^2 + \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2} d_x}{W} \right) \right] \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2} d_y}{W} \right) \right] (n_1^2 - n_4^2) \right\} \dots\dots\dots(2.72)$$

Untuk memformulasikan nilai B (konstanta propagasi ternormalisasi) sebagai fungsi dari β^2 dari ketiga persamaan di atas, maka diberikan parameter-parameter ternormalisasi, yang terdefinisi {1}, {3}, {9}, {10} menurut relasi :

$$V = k_0^2 \sqrt{n_1^2 - n_4^2} d_y \dots\dots\dots(2.73)$$

$$B = \frac{\beta^2 - n_4^2 k_0^2}{(n_1^2 - n_4^2) k_0^2} \dots\dots\dots(2.74)$$

$$\text{dan } Nh = \frac{h}{d_y}, \text{ serta aspect ratio } a = \frac{d_x}{d_y} \dots\dots\dots(2.75)$$

dengan Nh adalah normalisasi lebar pandu gelombang untuk fungsi Hipergeometri dan a merupakan rasio perbandingan antara lebar (sumbu x) terhadap tinggi (ketebalan) pandu gelombang. Sebagai catatan disini bahwa definisi frekuensi ternormalisasi pada persamaan (2.73) digunakan untuk model pendekatan fungsi Hipergeometri, sedangkan untuk model pendekatan Hermite-Gaussian, V didefinisikan menurut relasi :

$$V = 2 k_0^2 (n_1^2 - n_4^2)^{1/2} d_y \dots\dots\dots(2.76)$$

$$\text{dan } NW = \frac{W}{d_y}, \text{ serta aspect ratio } a = \frac{d_x}{d_y} \dots\dots\dots(2.77)$$

Faktor pengali 2 pada persamaan (2.76), dipilih sesuai dengan profil yang digunakan (parabolik), dengan ketebalan pandu diambil dari $-d_y$ sampai $+d_y$, sehingga ketebalan (tinggi) total pandu bernilai $2d_y$. Dari persamaan (2.73), dipecahkan untuk parameter k_0^2 , serta β^2 dari persamaan (2.70) disubstitusikan ke persamaan (2.74), akan diperoleh :

$$B = \frac{4}{(NhV)^2 \pi} \left(\frac{\Gamma(s_x + 1/2)}{\Gamma(s_x)} \right) \left(\frac{\Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y)} \right) \int_{-a^{v/2}}^{a^{v/2}} \text{sech}^{2s_x} \left(\frac{2\xi}{NhV} \right) d\xi$$

$$\times \int_{-v/2}^{v/2} \text{sech}^{2s_y} \left(\frac{2\xi'}{NhV} \right) d\xi' - \frac{2}{V^2(Nh)^2} \left[s_x^2 \left(\frac{\Gamma(s_x + 1/2)}{\Gamma(s_x + 3/2)} \right) \right.$$

$$\left. + s_y^2 \left(\frac{\Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y + 3/2)} \right) \right] \dots\dots\dots(2.78)$$

Parameter B yang memuat parameter ternormalisasi dalam persamaan (2.78) diperoleh dengan cara yang sama untuk B pada pandu gelombang slab planar. Tetapi transformasi dari koordinat posisi ke frekuensi ternormalisasi diambil untuk : $x \rightarrow \xi$ dan $y \rightarrow \xi'$ dimana $d_y \approx V$, sehingga dari relasi pada persamaan (2.75), maka : $h = Nhd_y = NhV$. Pemecahan yang sama dilakukan juga untuk pendekatan Hermite-Gaussian, k_0^2 pada persamaan (2.76) disubstitusi ke dalam persamaan (2.71) serta menggunakan relasi pada persamaan (2.77) diperoleh :

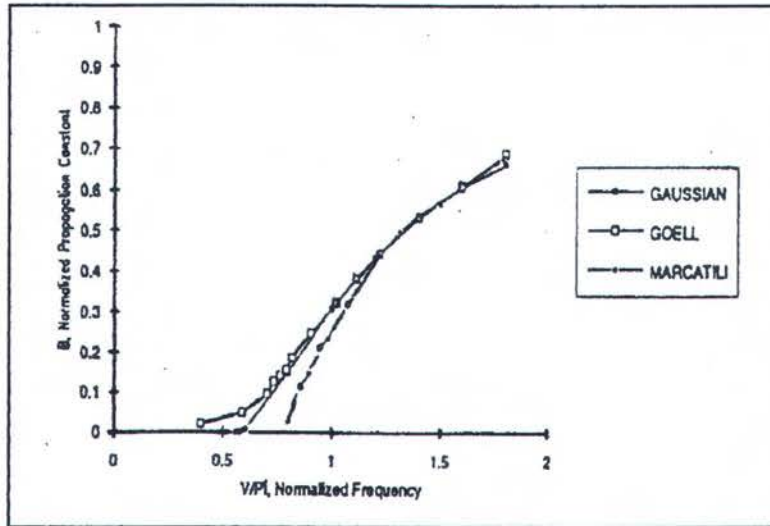
$$1 - \frac{V^2(NW)}{4\sqrt{2}} \left\{ \left[\frac{a}{\exp(2a^2 / (NW)^2)} \right] \text{erf} \left(\frac{\sqrt{2}}{NW} \right) \right.$$

$$+ \left[\frac{1}{\exp(2 / (NW)^2)} \right] \operatorname{erf} \left(\frac{a\sqrt{2}}{NW} \right) \Bigg\} = 0 \dots\dots\dots(2.79)$$

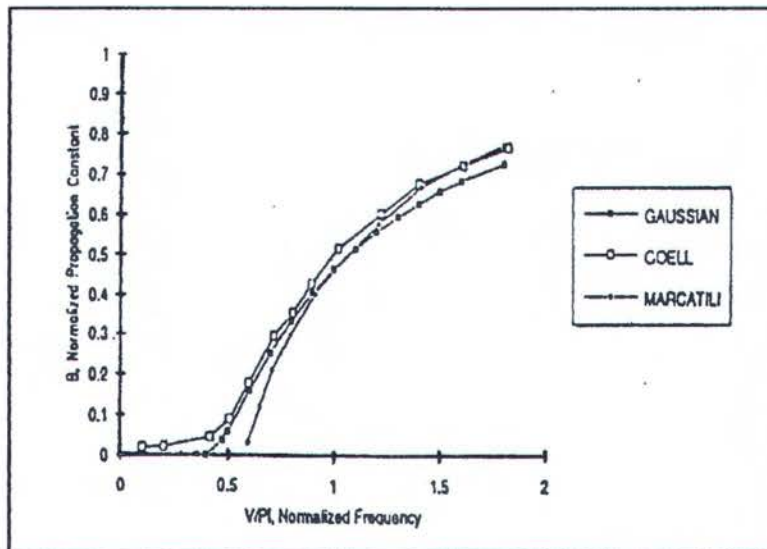
sedangkan β^2 pada persamaan (2.72), k_0^2 pada persamaan (2.76) disubstitusikan ke persamaan (2.74), diperoleh :

$$B = \frac{-8}{(NW)^2 V^2} + \operatorname{erf} \left(\frac{a\sqrt{2}}{NW} \right) \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}}{NW} \right) \dots\dots\dots(2.80)$$

Penentuan nilai B pada persamaan (2.78) dan (2.80) diperoleh dengan mencari nilai optimal dari Nh (tidak dipresentasikan secara analitis) dan NW (persamaan (2.79)) melalui metode *secant* dengan 2 tebakan awal. Nilai optimal Nh dan NW yang telah diperoleh kemudian digunakan dalam persamaan (2.78) dan (2.79) untuk mendapatkan nilai dari konstanta propagasi ternormalisasi B. Hasil pemodelan dengan menggunakan fungsi pendekatan Hermite-Gaussian yang telah dilakukan oleh I.E. Erteza (*Ph.D Disertation, Stanford University*) memperlihatkan relasi dispersi antara konstanta propagasi ternormalisasi B terhadap frekuensi ternormalisasi V dalam bentuk grafik B vs V untuk moda dasar dengan satu parameter lebar. Dengan memberikan beberapa nilai untuk aspect ratio, $a = \frac{d_x}{d_y}$ yaitu perbandingan lebar terhadap tinggi pandu gelombang, Erteza mencoba membandingkannya untuk kondisi yang sama dengan beberapa metode yang sudah dipublikasikan sebelumnya. Hasilnya diperlihatkan pada Gambar 8 dan Gambar 9.



Gambar 8. Grafik konstanta propagasi ternormalisasi B versus frekuensi ternormalisasi V untuk $a = 1$ dengan satu parameter lebar



Gambar 9. Grafik konstanta propagasi ternormalisasi B versus frekuensi ternormalisasi V untuk $a = 2$ dengan satu parameter lebar

Kurva dispersi yang dibentuk pada Gambar 8 dan gambar 9 dapat dijelaskan secara singkat bahwa ketiga metode yang ditampilkan ini adalah metode tercepat dalam menganalisa pandu gelombang rectangular, tetapi perbedaan mendasar adalah : untuk metode Marcatali's terlihat kurang akurat pada frekuensi ternormalisasi rendah bila

dibandingkan dengan model pendekatan Hermite-Gaussian, dimana hasilnya hampir identik dengan metode Goell's yang sangat akurat untuk frekuensi ternormalisasi rendah. Sebagai aplikasi langsung dari persamaan Maxwell, metode Goell's juga akurat dalam penganalisaan numerik, dengan hasilnya dapat dipandang sebagai solusi eksak dari permasalahan elektromagnetika. Tetapi yang perlu diingat bahwa metode ini secara komputasional lebih intensif.

II.6. Pandu Gelombang Kanal Persegi (Dua Parameter Lebar)

Pada bagian II.5, telah dijelaskan sebelumnya bahwa model pendekatan Hypergeometri-Secant hiperbolik dengan satu parameter lebar pada geometri pandu gelombang rectanguler, moda medan yang didekati dengan distribusi medan, simetri dalam x dan y . Distribusi medan sendiri tidak mungkin simetri jika medan tersebut tidak simetri dalam distribusi indeks bias. Ketidaksimetrian ini dapat terjadi karena lebar kanal yang berbeda ($d_x \neq d_y$), atau perbedaan nilai indeks dalam daerah-daerah di luar kanal (yaitu : $n_i \neq n_j$, $i, j \neq 1$). Untuk mendapatkan kemungkinan ketidaksimetrian ini dalam perhitungan, diaplikasikan suatu perubahan terhadap model pendekatan fungsi polinomial Hipergeometri-Secant Hiperbolik. Dalam pengembangan ini, ditambahkan parameter lebar pada fungsi cobaan Hipergeometri-Secant Hiperbolik, sehingga pada kedua arah sumbu transversal (x dan y) pandu gelombang persegi memuat dua parameter lebar berbeda (h_x untuk arah lateral (sumbu x) dan h_y untuk arah kedalaman (sumbu y)).

II.6.1. Moda Dasar

Fungsi distribusi Hipergeometri 2 dimensi untuk moda dasar dengan 1 parameter lebar seperti diperlihatkan pada persamaan (2.62), dimodifikasi untuk dua parameter lebar berbeda dalam arah x dan y. Diperoleh medan fungsi cobaan yang dapat dituliskan dalam bentuk :

$$\Phi_0(x) = \sqrt{\frac{2}{h_x}} \left(\frac{1}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{\Gamma(s_x + 1/2)}{\Gamma(s_x)}} \operatorname{sech}^{s_x} \left(\frac{2x}{h_x}\right) \text{ (orde nol arah x)}$$

$$\Phi_0(y) = \sqrt{\frac{2}{h_y}} \left(\frac{1}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{\Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y)}} \operatorname{sech}^{s_y} \left(\frac{2y}{h_y}\right) \text{ (orde nol arah y)}$$

Hasil perkalian antara medan fungsi cobaan moda dasar 1-D arah x dan y akan diperoleh fungsi cobaan moda dasar 2-D yaitu :

$$\Phi_{00}(x,y) = \frac{2}{\sqrt{h_x h_y} \pi} \sqrt{\frac{\Gamma(s_x + 1/2)}{\Gamma(s_x)}} \sqrt{\frac{\Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y)}} \operatorname{sech}^{s_x} \left(\frac{2x}{h_x}\right) \times \operatorname{sech}^{s_y} \left(\frac{2y}{h_y}\right) \dots\dots\dots(2.81)$$

Sedangkan fungsi cobaan moda dasar 2-D (dua dimensi) yang diperoleh dengan model pendekatan Hermite-Gaussian dapat dituliskan dalam bentuk :

$$\Phi_{00}(x,y) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{W_x}} \frac{1}{\sqrt{W_y}} \exp\left(\frac{-x^2}{W_x^2}\right) \exp\left(\frac{-y^2}{W_y^2}\right) \dots\dots\dots(2.82)$$

Bentuk dari persamaan (2.81) dan (2.82) kemudian di masukkan kepersamaan (2.12) untuk mendapatkan persamaan untuk β^2 . Hasilnya diperoleh relasi menurut hubungan :

$$\beta^2 = \frac{4k_0^2}{h_x h_y \pi} \left(\frac{\Gamma(s_x + 1/2) \Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_x) \Gamma(s_y)} \right) \int \int_{-\infty}^{+\infty} n^2(x,y) \operatorname{sech}^{2s_x} \left(\frac{2x}{h_x}\right)$$

$$x \operatorname{sech}^{2s_y} \left(\frac{2y}{h_y} \right) dx dy - \frac{2s_x^2}{h_x^2} \left(\frac{\Gamma(s_x + 1/2)}{\Gamma(s_x + 3/2)} \right) - \frac{2s_y^2}{h_y^2} \left(\frac{\Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y + 3/2)} \right) \dots \dots \dots (2.83)$$

dan

$$\beta^2 = \frac{2k_0^2}{W_x W_y \pi} \int \int n^2(x, y) e^{-2\left(\frac{x^2}{w_x^2} + \frac{y^2}{w_y^2}\right)} dx dy - \left[\frac{1}{W_x^2} + \frac{1}{W_y^2} \right] \dots \dots \dots (2.84)$$

Syarat β^2 mencapai stasioner adalah $\frac{\partial \beta^2}{\partial h_x} = 0$ dan $\frac{\partial \beta^2}{\partial h_y} = 0$. Pemecahannya seperti

yang dijelaskan sebelumnya dilakukan secara numerik (pemecahan secara analitis cukup rumit) menggunakan derivatif beda sentral, sedangkan penentuan terhadap nilai h_x dan h_y optimal menggunakan metode *secant* dengan 2 tebakan awal untuk masing-masing variabel. Jadi untuk harga optimal dari h_x atau h_y digunakan 4 tebakan awal. Selanjutnya untuk pendekatan Hermite-Gaussian dimana β^2 adalah stasioner, maka $\frac{\partial \beta^2}{\partial W_x} = 0$ dan $\frac{\partial \beta^2}{\partial W_y} = 0$. Hasil pemecahan dari persamaan (2.84)

secara analitis diperoleh dua persamaan simultan untuk W_x dan W_y , yaitu :

$$1 + \frac{W_x k_0^2}{W_y \pi} \int \int \left(\frac{4x^2}{W_x^2} - 1 \right) n^2(x, y) e^{-2\left(\frac{x^2}{w_x^2} + \frac{y^2}{w_y^2}\right)} dx dy = 0 \dots \dots \dots (2.85)$$

dan

$$1 + \frac{W_y k_0^2}{W_x \pi} \int \int \left(\frac{4y^2}{W_y^2} - 1 \right) n^2(x, y) e^{-2\left(\frac{x^2}{w_x^2} + \frac{y^2}{w_y^2}\right)} dx dy = 0 \dots \dots \dots (2.86)$$

Dengan memecahkan persamaan (2.83) secara semi analitik berdasarkan gambar.5 pada daerah dimana n (indeks bias) konstan serta mengikuti relasi dari persamaan (2.66) untuk $n^2(x, y)$, diperoleh persamaan untuk β^2 yang memenuhi :

$$\beta^2 = k_0^2 \left\{ D' + (-A') \int_{-d_x/2}^{d_x/2} \operatorname{sech}^{2s_x} \left(\frac{2x}{h_x} \right) dx + (-B') \int_{-d_y/2}^{d_y/2} \operatorname{sech}^{2s_y} \left(\frac{2y}{h_y} \right) dy \right. \\ \left. + (-C') \int_{-d_x/2}^{d_x/2} \operatorname{sech}^{2s_x} \left(\frac{2x}{h_x} \right) dx \int_{-d_y/2}^{d_y/2} \operatorname{sech}^{2s_y} \left(\frac{2y}{h_y} \right) dy \right\} \\ - \frac{2s_x^2}{h_x^2} \left(\frac{\Gamma(s_x + 1/2)}{\Gamma(s_x + 3/2)} \right) - \frac{2s_y^2}{h_y^2} \left(\frac{\Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y + 3/2)} \right) \dots\dots\dots(2.87)$$

Sedangkan hasil pemecahan secara analitis bentuk integrasi dari persamaan (2.84), (2.85) dan (2.86) pada daerah, dimana n adalah konstan, akan diperoleh bentuk :

$$1 + \frac{k_0^2 W_y d_y}{\sqrt{2\pi} \exp(2d_y^2 / W_y^2)} \left\{ 2B + \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2} d_x}{W_x} \right) \right] (2C) \right\} = 0 \dots\dots\dots(2.88)$$

$$1 + \frac{k_0^2 W_x d_x}{\sqrt{2\pi} \exp(2d_x^2 / W_x^2)} \left\{ 2A + \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2} d_y}{W_y} \right) \right] (2C) \right\} = 0 \dots\dots\dots(2.89)$$

dan

$$\beta^2 = -\frac{1}{W_x^2} - \frac{1}{W_y^2} + k_0^2 \left\{ D + \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2} d_x}{W_x} \right) \right] (-A) \right. \\ \left. + \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2} d_y}{W_y} \right) \right] (-B) + \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2} d_x}{W_x} \right) \right] \right. \\ \left. \times \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2} d_y}{W_y} \right) \right] (-C) \right\} \dots\dots\dots(2.90)$$

Persamaan (2.87) bersamaan dengan persamaan (2.7) dan persamaan (2.81) secara lengkap memperlihatkan pendekatan moda dasar medan dan konstanta propagasi untuk pendekatan fungsi cobaan Hipergeometri. Sedangkan persamaan (2.88) – (2.90) serta persamaan (2.82) untuk pendekatan Hermite-Gaussian. Hal menarik yang perlu dicatat bahwa : pendekatan ini tetap konsisten, ini terlihat bahwa, jika $h_x = h_y = h$, maka dari persamaan (2.87) akan menghasilkan persamaan (2.67) yaitu persamaan β^2 untuk satu parameter lebar. Hal yang sama juga berlaku untuk pendekatan Hermite-Gaussian. Jika $W_x = W_y = W$, maka kombinasi dari persamaan (2.88) dan (2.89), akan menghasilkan persamaan (2.68), dan persamaan (2.90) akan menghasilkan persamaan (2.69). Tinjau kembali geometri spesifik daerah pandu gelombang persegi berindeks n_1 yang dikelilingi oleh daerah yang berindeks n_2 (Gambar 7). Model geometri ini akan diterapkan dalam memformulasikan parameter B untuk fungsi pendekatan Hipergeometri. Parameter β^2 yang diperoleh pada persamaan (2.89) selanjutnya dipecahkan untuk B dengan menggunakan relasi pada persamaan (2.66), (2.73) dan (2.74), dengan pemecahannya sama seperti model fungsi cobaan Hipergeometri untuk satu parameter lebar. Tetapi pendefinisian lebar ternormalisasi pandu gelombang persegi untuk 2 parameter lebar dinyatakan melalui hubungan :

$$Nh_x = \frac{h_x}{d_x} \text{ dan } Nh_y = \frac{h_y}{d_y} \text{ serta } \textit{aspec ratio } a = \frac{d_x}{d_y} \dots\dots\dots(2.91)$$

Hasil pemecahan secara semi analitik parameter B (konstanta propagasi ternormalisasi) untuk fungsi cobaan polinomial Hipergeometri diperoleh :

$$B = \frac{4}{(Nh_x V)(Nh_y V)\pi} \left(\frac{\Gamma(s_x + 1/2)}{\Gamma(s_x)} \right) \left(\frac{\Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y)} \right) \int_{-V/2}^{V/2} \text{sech}^{2s_x} \left(\frac{2\xi}{Nh_x V} \right) d\xi$$

$$\begin{aligned}
& \int_{-V/2}^{V/2} \operatorname{sech}^{2s_y} \left(\frac{2\xi'}{N h_y V} \right) d\xi' - \frac{2s_x^2}{a^2 V^2 (N h_x)^2} \left(\frac{\Gamma(s_x + 1/2)}{\Gamma(s_x + 3/2)} \right) \\
& - \frac{2s_y^2}{V^2 (N h_y)^2} \left(\frac{\Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y + 3/2)} \right) \dots\dots\dots(2.92)
\end{aligned}$$

Dengan cara yang sama diperoleh juga parameter B hasil pemodelan menggunakan pendekatan Hermite-Gaussian dengan dua parameter lebar (W_x dan W_y) yang ternormalisasi menurut hubungan :

$$NW_x = \frac{W_x}{d_x} \text{ dan } NW_y = \frac{W_y}{d_y} \text{ serta } \textit{aspect ratio } a = \frac{d_x}{d_y} \dots\dots\dots(2.93)$$

Sehingga didapatkan tiga persamaan untuk NW_x , NW_y dan B yang masing-masing berbentuk :

$$1 - \frac{V^2 (NW_y)}{2\sqrt{2} \exp\left(\frac{2}{(NW_y)^2}\right)} \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}}{NW_x}\right) = 0 \dots\dots\dots(2.94)$$

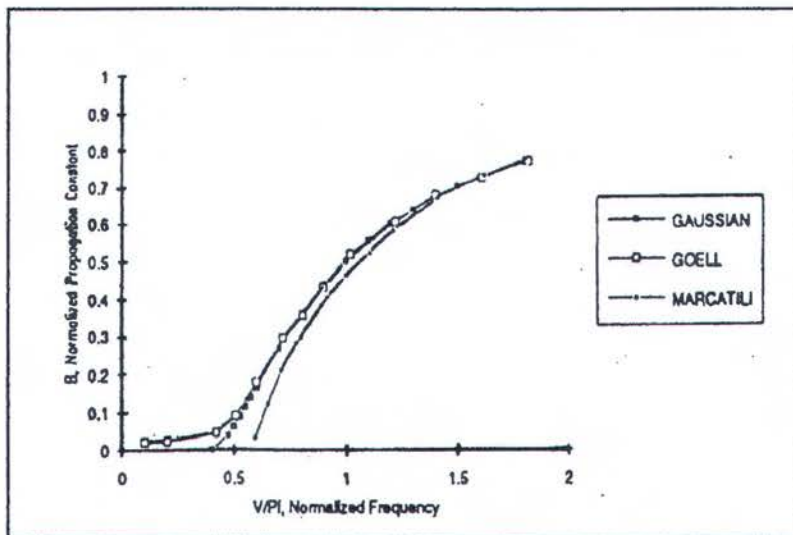
$$1 - \frac{a^2 V^2 (NW_x)}{2\sqrt{2} \exp\left(\frac{2}{(NW_x)^2}\right)} \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}}{NW_y}\right) = 0 \dots\dots\dots(2.95)$$

$$B = \frac{-4}{a^2 (NW_x)^2 V^2} - \frac{-4}{(NW_y)^2 V^2} + \left[\operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}}{NW_x}\right) \right] \left[\operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}}{NW_y}\right) \right] \dots\dots\dots(2.96)$$

Penentuan nilai B pada persamaan (2.92) dan (2.96) dilakukan sama seperti kasus satu parameter lebar. Untuk fungsi Hipergeometri, nilai Nh_x dan Nh_y optimal yang diperoleh secara numerik dengan metode *secant* kemudian dimasukkan pada persamaan (2.92) untuk mendapatkan nilai B. Sedangkan untuk fungsi Hermite-Gaussian persamaan (2.94) dan (2.95) yang dijabarkan secara analitis, dipecahkan secara simultan untuk lebar ternormalisasi NW_x dan NW_y . Hasilnya digunakan dalam

persamaan (2.96) untuk mendapatkan nilai konstanta propagasi ternormalisasi B. Jika diplot kembali pemodelan yang dilakukan I.E.Erteza dengan fungsi Hermite-Gaussian, kurva B vs V hasil pemodelannya memperlihatkan hasil yang cukup baik bila dibandingkan dengan metode Marcatili. Untuk model ini (dua parameter lebar)

Erteza menggunakan *aspect ratio*, $a = \frac{d_x}{d_y} = 2$.



Gambar 10. Grafik konstanta propagasi ternormalisasi B versus frekuensi ternormalisasi V untuk $a = 2$, dengan dua parameter lebar

Gambar 10 sekali lagi memperlihatkan bahwa : model pendekatan Gaussian – Hermite hasil analisa penelitian I.E.erteza mempunyai tingkat keakurasian yang tinggi.

II.6.2. Moda-moda berorde tinggi

Persamaan yang melukiskan moda pandu berorde tinggi untuk geometri pandu gelombang persegi dapat juga diperoleh. Sebagai contoh, untuk moda (0,1) maka, bentuk distribusi polinomial Hipergeometri untuk model 1-D dalam arah

kedua sumbu transversal, dinyatakan dalam fungsi cobaan yang dapat dituliskan sebagai :

$$\Phi_0(x) = \sqrt{\frac{2}{h_x}} \left(\frac{1}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{\Gamma(s_x + 1/2)}{\Gamma(s_x)}} \operatorname{sech}^{s_x} \left(\frac{2x}{h_x}\right)$$

$$\Phi_1(y) = \frac{2}{\sqrt{h_y}} \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{\Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y - 1)}} \sinh \left(\frac{2y}{h_y}\right) \operatorname{sech}^{s_y} \left(\frac{2y}{h_y}\right)$$

Hasil perkalian dari kedua fungsi cobaan dalam arah x (orde nol) dan y (orde satu) menghasilkan fungsi cobaan moda (0,1) 2-D pandu gelombang persegi dengan dua parameter lebar yaitu :

$$\Phi_{01}(x,y) = \frac{2}{\sqrt{h_x h_y}} \left(\frac{2}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{\Gamma(s_x + 1/2)}{\Gamma(s_x)}} \sqrt{\frac{\Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y - 1)}} \operatorname{sech}^{s_x} \left(\frac{2x}{h_x}\right) \times \sinh \left(\frac{2y}{h_y}\right) \operatorname{sech}^{s_y} \left(\frac{2y}{h_y}\right) \dots \dots \dots (2.97)$$

Sedangkan fungsi cobaan yang diperoleh dengan menggunakan model pendekatan Hermite-Gaussian diperoleh bentuk :

$$\Phi_{01}(x,y) = \frac{2y}{\sqrt{W_x W_y} W_y} \left(\frac{2}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{x^2}{W_x^2}\right) \exp\left(-\frac{y^2}{W_y^2}\right) \dots \dots \dots (2.98)$$

Persamaan fungsi cobaan $\Phi_{01}(x,y)$ dalam (2.97) digunakan dalam persamaan (2.12) untuk mendapatkan persamaan untuk β^2 . Syarat keadaan stasioner dari β^2

yang memenuhi $\frac{\partial \beta^2}{\partial h_x} = 0$ dan $\frac{\partial \beta^2}{\partial h_y} = 0$ maka, perhitungan $\frac{\partial \beta^2}{\partial h_x}$ dan $\frac{\partial \beta^2}{\partial h_y}$ dilakukan

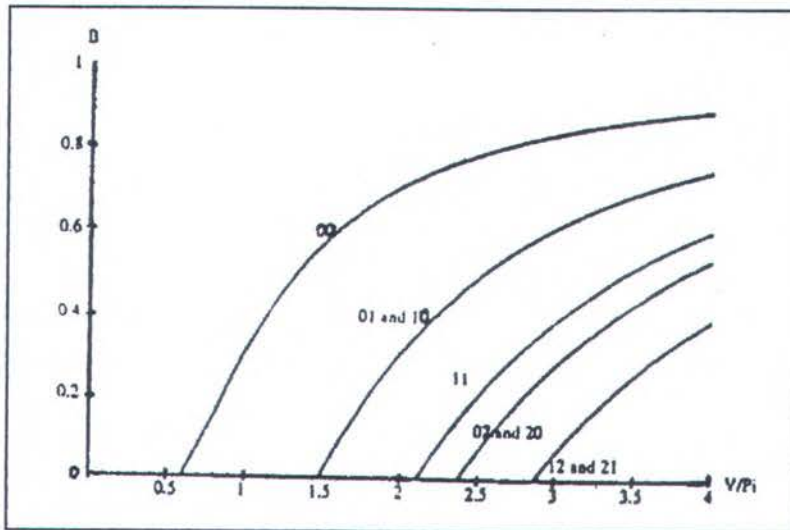
dengan cara yang sama menggunakan derivatif beda sentral sedangkan penentuan

nilai optimal dari h_x dan h_y yang memenuhi $\frac{\partial \beta^2}{\partial h_x} = 0$ dan $\frac{\partial \beta^2}{\partial h_y} = 0$ dilakukan

menggunakan metode *secant* dengan 2 tebakan awal untuk masing-masing variabel h_x dan h_y . Pemecahan untuk parameter β^2 secara semi analitik untuk fungsi pendekatan Hipergeometri tetap berpijak pada gambar 5 dan Gambar 7 (geometri spesifik) untuk pandu gelombang persegi bertipe *buried*. Formulasi yang sama digunakan juga untuk model pendekatan Hermite-Gaussian, dimana kondisi stasioner

dari β^2 yang memenuhi $\frac{\partial \beta^2}{\partial W_x} = 0$ dan $\frac{\partial \beta^2}{\partial W_y} = 0$ dipecahkan secara analitis untuk

mendapatkan dua persamaan simultan untuk W_x dan W_y . Kedua persamaan ini kemudian dipecahkan melalui perhitungan numerik secara komputasional untuk mendapatkan nilai optimal W_x dan W_y . Hasilnya digunakan untuk menentukan nilai konstanta propagasi β^2 . Pemecahan terhadap parameter B (konstanta propagasi ternormalisasi) untuk moda (0,1) fungsi pendekatan Hipergeometri tidak penulis cantumkan pada bagian ini karena proses pemecahannya merunut pada hasil yang telah dipecahkan penulis sebelumnya yaitu moda dasar pandu gelombang persegi dua parameter lebar menggunakan relasi-relasi dari persamaan yang ada. Hasil lengkap pemecahan terhadap parameter B dari kedua fungsi pendekatan untuk beberapa moda orde tinggi lainnya dapat dilihat pada lampiran B. sebagai pembanding terhadap fungsi pendekatan Hipergeometri, dapat diperlihatkan disini hasil pemodelan yang telah dilakukan oleh I.E.Erteza dalam menggambarkan relasi dispersi antar B dan V menggunakan fungsi pendekatan Hermite-Gaussian dengan *aspect ratio*, $a = 1$. hasilnya diperlihatkan seperti pada Gambar 11.



Gambar 11. Konstanta propagasi ternormalisasi V vs frekuensi ternormalisasi untuk 8 moda pertama dari pandu gelombang persegi (dua parameter lebar) dengan aspect rasio, $a = 1$ untuk model pendekatan Hermite-Gaussian

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

Dalam tesis ini, analisis terhadap karakteristik moda-moda perambatan pandu gelombang optik dilakukan melalui kajian teoritis secara semi analitik. Pembentukan pola medan trial, eigen fungsi cobaan moda orde ke-n serta perkalian titik antara gradien eigen fungsi cobaan dan konjugatnya yang diintegrasikan keseluruhan permukaan tak berhingga, penjabaran formulasinya dipecahkan langsung secara analitik. Sedangkan justifikasi hasilnya diperbandingkan dengan hasil penyelesaian numerik. Hal ini disebabkan persamaan relasi dispersi konstanta propagasi gelombang yang diturunkan dari metode variasional bentuk integrasinya sukar dipecahkan secara analitik. Visualisasi dari karakterisasi dispersi moda-moda gelombang optik dilakukan secara komputasi. Secara umum analisis ini tidak akan efektif tanpa bantuan proses komputasi, tetapi penggambaran fisis terhadap hasil analisa ini, penulis tetap bertumpu terhadap formulasi dari persamaan-persamaan moda dispersi yang diperoleh.

III.1. Parameter Dan Perancangan Penelitian

Untuk menganalisis moda-moda perambatan pandu gelombang optik, diperlukan formulasi yang dapat menggambarkan secara fisis relasi dispersi untuk setiap moda yang merambat dalam pandu gelombang optik. Dalam BAB II telah dijelaskan bahwa formulasi relasi dispersi tetapan propagasi efektif pandu gelombang optik dilakukan dengan prinsip variasional. Untuk itu hal-hal mendasar

yang akan dipelajari dan dikembangkan penulis dalam memudahkan proses analisis dan perhitungan ini adalah sebagai berikut :

1. menerapkan prinsip variasional untuk memformulasikan konstanta propagasi gelombang β^2 . Formulasi β^2 yang diperoleh memuat medan fungsi cobaan yang berisikan parameter variasi lebar pandu gelombang, d untuk arah kedalaman dan h untuk arah lateral.
2. memodelkan pola medan trial untuk fungsi cobaan yang diinginkan (Hipergeometri-Secant Hiperbolik). Untuk pemodelan pola medan ini, penulis mengujicobakan untuk pandu gelombang optik bertipe step indeks, dimana pola medannya diasumsikan mematuhi profil distribusi $\text{sech}^2(2x/h)$ (bertipe grad indeks).
3. penentuan medan fungsi cobaan untuk setiap orde moda gelombang optik (orde 0, orde 1 dan orde 2) melalui proses normalisasi. Penulis hanya membatasi untuk 3 moda pertama untuk fungsi cobaan yang digunakan.
4. menentukan nilai parameter variasi h yang memenuhi kondisi stasioner
$$\frac{\partial \beta^2}{\partial h} = 0$$
5. menentukan nilai untuk parameter β^2 yaitu dengan memasukkan hasil perhitungan untuk parameter variasi h yang diperoleh pada langkah 4 ke dalam formulasi untuk β^2
6. untuk memudahkan proses perhitungan secara komputasional melalui analisa numerik, formulasi untuk β^2 dan parameter variasi h berturut-turut dinyatakan dalam parameter-parameter ternormalisasi B (konstanta

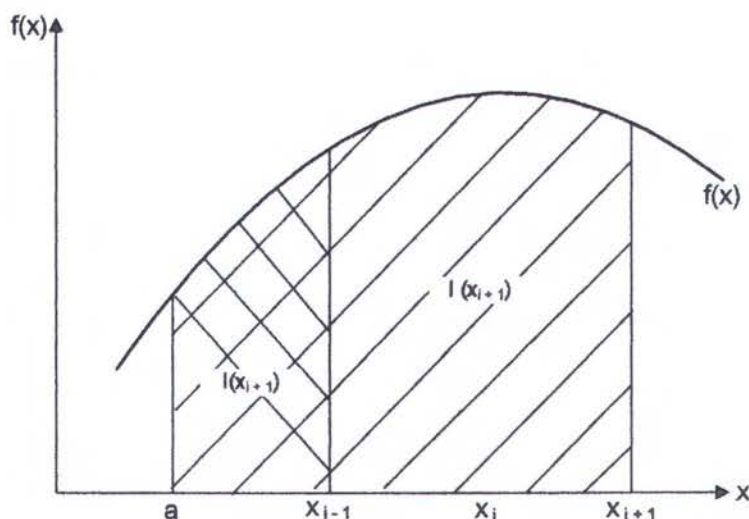
propagasi ternormalisasi) dan Nh (lebar ternormalisasi) untuk pandu gelombang slab dan persegi satu parameter lebar serta Nh_x dan Nh_y untuk pandu gelombang persegi dua parameter lebar. Hal ini dikarenakan β^2 sebagai nilai eigen persamaan Helmholtz, berdimensi dan bergantung pada beberapa parameter fisis (panjang gelombang, lebar pandu gelombang), sehingga perhitungan kondisi stasioner $\frac{\partial \beta^2}{\partial h} = 0$ sukar dilakukan secara komputasi. Untuk itu β^2 dan h dinyatakan dalam besaran-besaran tak berdimensi (B dan Nh), sehingga langkah 4 dapat dinyatakan $\frac{\partial B}{\partial Nh} = 0$

III.2. Penjabaran Dan Perhitungan Secara Numerik

Formulasi terhadap perhitungan nilai β^2 serta parameter variasi h atau dalam bentuk parameter ternormalisasi yaitu : B dan Nh (BAB. II), seperti yang telah penulis jelaskan sebelumnya bahwa bentuk integrasi untuk penentuan nilai β^2 serta keadaan stasioner yang memenuhi $\frac{\partial \beta^2}{\partial h} = 0$ dalam menentukan parameter h (atau Nh) sukar dipecahkan secara analitik, sehingga dibutuhkan perhitungan secara numerik. Perhitungan secara numerik yang penulis gunakan dalam memecahkan masalah tersebut yaitu dengan menggunakan beberapa metode pendekatan yaitu :

III.2.1. Metode Simpson 1/3 dengan banyak segmen

Sebagai metode pendekatan terhadap solusi eksak, aturan Simpson didasarkan pada pendekatan polinomial kuadratik (polinomial orde tinggi) dari suatu fungsi yaitu menghubungkan titik-titik data dengan suatu fungsi kuadratik (fungsi parabola). Penulis menggunakannya dalam tesis ini untuk menentukan integrasi secara numerik nilai konstanta propagasi ternormalisasi B dari kondisi batas di dalam dan di luar lapisan film pada pandu gelombang (slab dan persegi) dengan range $-d/2$ sampai $+d/2$ dan $-\infty$ sampai $+\infty$. Penggunaan banyak segmen, dimana elemen luasan dipartisi dalam beberapa bagian dengan panjang interval yang sama dimaksudkan agar hasil perhitungan mendekati solusi eksak dan ralat (kesalahan) terhadap hasil eksak cukup kecil.



Gambar 3.1. Penurunan metode Simpson

Dari Gambar 3.1 nilai $I(x_{i+1})$ adalah luasan di bawah fungsi $f(x)$ antara batas a dan (x_{i+1}) . Sedangkan nilai $I(x_{i-1})$ adalah luasan antara batas a dan $I(x_{i-1})$. Sehingga

luasannya di bawah fungsi antara batas (x_{i-1}) dan (x_{i+1}) adalah A_i yaitu luas $I(x_{i+1})$ dikurangi $I(x_{i-1})$. Nilai $I(x_{i+1})$ dan $I(x_{i-1})$ diturunkan berdasarkan deret Taylor, sehingga diperoleh nilai A_i yang memenuhi hubungan :

$$A_i = 2 h f(x_i) + \frac{h^3}{3} f''(x_i) + O(h^5) \dots\dots\dots(3.1)$$

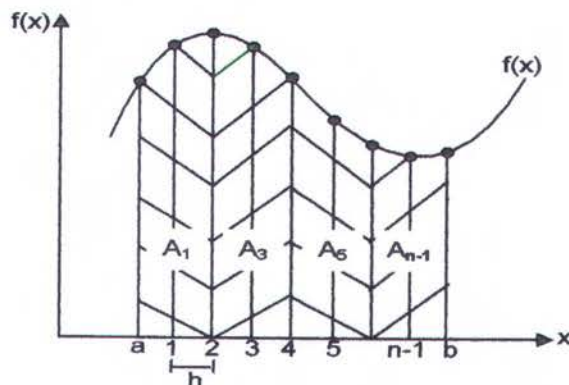
Nilai $f''(x_i)$ dapat dituliskan dalam bentuk diferensial pusat yaitu :

$$f''(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - 2f(x_i) + f(x_{i-1}))}{h^2} + O(h^2) \dots\dots\dots(3.2)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (3.2) ke (3.1), maka persamaan (3.1) menjadi :

$$A_i = \frac{h^3}{3} [f(x_{i-1}) + 4f(x_i) + f(x_{i+1}))] + O(h^5) \dots\dots\dots(3.3)$$

Selanjutnya tinjau Gambar 3.2. Luasan pada Gambar 3.1 dibagi dalam sejumlah segmen dengan panjang interval h yang sama, yaitu $h = \frac{b-a}{n}$, dengan n adalah jumlah segmen..



Gambar 3.2. Metode Simpson dengan banyak segmen

Luas total diperoleh dengan menjumlahkan semua segmen (Gambar.3.2.), yaitu :

$$\int_a^b f(x) dx = A_1 + A_3 + \dots\dots\dots + A_{n-1} \dots\dots\dots(3.4)$$

Jika persamaan (3.4) disubstitusikan ke persamaan (3.3), maka akan diperoleh :

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{h}{3}(f_0 + 4f_1 + f_2) + \frac{h}{3}(f_2 + 4f_3 + f_4) + \dots + \frac{h}{3}(f_{n-2} + 4f_{n-1} + f_n)$$

Atau dapat dinyatakan

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{h}{3} \left[f(a) + f(b) + 4 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + 2 \sum_{i=2}^{n-2} f(x_i) \right] \dots \dots \dots (3.5)$$

Bentuk persamaan (3.5) merupakan aturan Simpson dengan banyak segmen, dimana suku $4 \sum f(x_i)$ adalah untuk nilai i ganjil ($i = 1, 3, 5, \dots$), dan suku $2 \sum f(x_i)$ adalah untuk nilai i genap ($i = 2, 4, 6, \dots$). Sedangkan ralat (kesalahan) yang terjadi pada

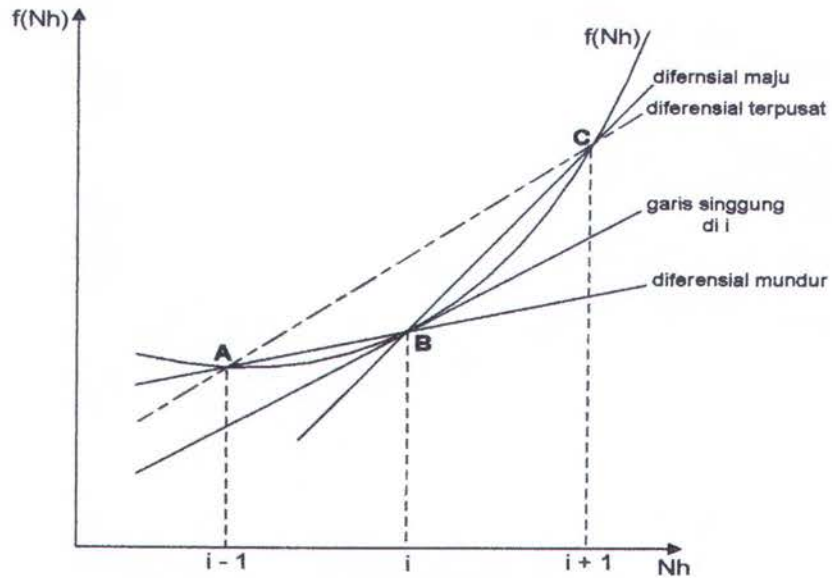
aturan Simpson untuk banyak segmen yaitu : $error = -\frac{(b-a)^5}{180 n^4} \bar{f}''''$, dengan

\bar{f}'''' adalah rerata dari turunan keempat untuk setiap interval.

III.2.2. Diferensial beda pusat

Diferensial numerik digunakan untuk memperkirakan bentuk diferensial kontinu menjadi bentuk diskrit, dimana bentuknya dapat diturunkan langsung berdasarkan deret Taylor. Penggunaannya pada tesis adalah untuk menentukan perhitungan terhadap turunan pertama dari kondisi stasioner konstanta propagasi gelombang yang memenuhi hubungan $\frac{\partial \beta^2}{\partial h} = 0$ atau dalam parameter konstanta propagasi ternormalisasi yaitu $\frac{\partial B}{\partial Nh} = 0$. Diferensial numerik yang digunakan dalam memecahkan kondisi stasioner adalah *diferensial beda pusat*, dengan tiap sub interval terdiri dari 4 segmen yang lebar setiap segmennya, $h = 0,01$. Pengambilan nilai h ini terkait dengan tingkat ketelitian dalam memperkirakan kemiringan garis

singgung dari fungsi di titik Nh_i (lihat Gambar 3.2.) serta kesalahan pemotongan (ralat) cukup kecil. Dari Gambar 3.2, untuk menentukan diferensial beda sentral,



Gambar 3.3. Perkiraan garis singgung suatu fungsi

fungsi $f(Nh)$ pada titik $Nh_i + 1$ dan $Nh_i - 1$ diekspansikan menggunakan deret Taylor, dan diperoleh :

$$f(Nh_i + 1) = f(Nh_i) + hf'(Nh_i) + f''(Nh_i) \frac{h^2}{2!} + f'''(Nh_i) \frac{h^3}{3!} + \dots \dots \dots (3.6)$$

dan

$$f(Nh_i - 1) = f(Nh_i) - hf'(Nh_i) + f''(Nh_i) \frac{h^2}{2!} - f'''(Nh_i) \frac{h^3}{3!} + \dots \dots \dots (3.7)$$

dengan h merupakan lebar segmen, $h = 0,01$. Dengan mengurangkan persamaan (3.1) dan persamaan (3.2), maka akan dihasilkan bentuk :

$$f(Nh_i + 1) - f(Nh_i - 1) = 2hf'(Nh_i) + 2f'''(Nh_i) \frac{h^3}{3!} + \dots, \text{ atau}$$

$$\frac{\partial f}{\partial Nh} = f'(Nh_i) = \frac{f(Nh_i + 1) - f(Nh_i - 1)}{2h} - f'''(Nh_i) \frac{h^2}{6} + \dots, \text{ atau}$$

$$\frac{\partial f}{\partial Nh} = f'(Nh_i) = \frac{f(Nh_i + 1) - f(Nh_i - 1)}{2h} - O(h^2) - \dots \dots \dots (3.8)$$

dimana $O(h^2)$ adalah ralat atau kesalahan pemotongan yang berorde h^2 .

Persamaan (3.3) merupakan bentuk persamaan diferensial beda pusat untuk turunan pertama. Sedangkan bentuk derivative keduanya diperoleh dengan menjumlahkan persamaan (3.1) dan (3.2), didapatkan :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial Nh^2} = f''(Nh_i) = \frac{f(Nh_i + 1) - 2f(Nh_i) + f(Nh_i - 1)}{h^2} - O(h^2) \dots \dots \dots (3.9)$$

Untuk beberapa titik data yang lain dari fungsi $f(Nh_i)$, hasilnya diperlihatkan pada table di bawah ini :

Tabel.3.1. Pendekatan derivatif

Multiplier untuk $f_{i-3} \dots f_{i+3}$								
	f_{i-3}	f_{i-2}	f_{i-1}	f_i	f_{i+1}	f_{i+2}	f_{i+3}	Error
$2hf'(Nh_i)$	0	0	-1	0	1	0	0	h^2
$h^2 f''(Nh_i)$	0	0	1	-2	1	0	0	h^2
$2h^3 f'''(Nh_i)$	0	-1	2	0	-2	1	0	h^2
$h^4 f^{(iv)}(Nh_i)$	0	1	-4	6	-4	1	0	h^2
$12hf'(Nh_i)$	0	1	-8	0	8	-1	0	h^4
$12h^2 f''(Nh_i)$	0	-1	16	-30	16	-1	0	h^4
$8h^3 f'''(Nh_i)$	1	-8	13	0	-13	8	-1	h^4
$6h^4 f^{(iv)}(Nh_i)$	-1	12	-39	56	-39	12	-1	h^4

Catatan : angka yang diberi huruf tebal miring merupakan nilai dari pendekatan beda sentral yang akan penulis gunakan, berisi 4 segmen untuk setiap sub interval.

III.2.3. Metode secant

Hasil penjabaran relasi dispersi yang diperoleh pada BAB II dalam bentuk formulasi B (konstanta propagasi ternormalisasi) sebagai fungsi V (frekuensi ternormalisasi) untuk pandu gelombang slab dan pesegi (1 parameter lebar ternormalisasi (Nh) dan 2 parameter lebar ternormalisasi, Nhx, dan Nhy), maka dalam menentukan besarnya nilai B, terlebih dulu ditentukan harga tunggal Nh, Nhx, dan Nhy yang optimal untuk berbagai harga V dari kondisi stasioner $\frac{\partial B}{\partial Nh} = 0$.

Untuk maksud ini digunakan metode Secant, dimana formulasinya dapat diturunkan dari metode Newton-Raphson {6},{13},{14}. Taksiran terhadap akar-akar persamaan non linier (Nh, Nhx, dan Nhy) dari metode Newton-Raphson dapat dituliskan sebagai

$$Nh_{i+1} = Nh_i - \frac{f(Nh_i)}{f'(Nh_i)} \dots\dots\dots(3.10)$$

Dari persamaan (3.10), mengingat turunan pertama $f'(Nh_i)$ pada Nh_i dari relasi dispersi antara B dan V sukar dipecahkan secara analitis, maka bentuk diferensialnya didekati dengan nilai perkiraan berdasarkan diferensial beda hingga {6},{7} (seperti pada Gambar 3.4.) yaitu :

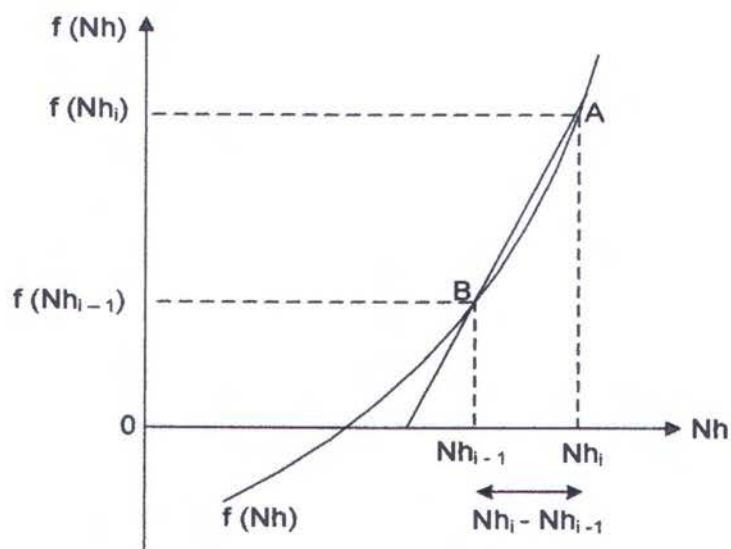
$$f'(Nh_i) \approx \frac{f(Nh_i) - f(Nh_{i-1})}{Nh_i - Nh_{i-1}} \dots\dots\dots(3.11)$$

Apabila bentuk persamaan (3.11) disubstitusikan ke dalam persamaan (3.10), akan diperoleh hubungan :

$$Nh_{i+1} = Nh_i - \frac{f(Nh_i)(Nh_i - Nh_{i-1})}{f(Nh_i) - f(Nh_{i-1})} \dots\dots\dots(3.12)$$

Ini adalah formula untuk metode Secant, dimana pendekatannya menggunakan 2 tebakan (taksiran) awal yaitu Nh_{i-1} dan Nh_i dalam memperkirakan kemiringan fungsi. Jika diambil 2 nilai awal yaitu : Nh_0 dan Nh_1 untuk $i = 1, 2, 3, \dots$, maka nilai akar persamaan non linier untuk iterasi pertama adalah Nh_2 , dengan harga $f(Nh_{i-1})$ dan $f(Nh_i)$ diperoleh dari fungsi yang bersangkutan yang dipenuhi oleh kondisi stasioner $\frac{\partial \beta^2}{\partial h} = 0$ atau $\frac{\partial B}{\partial Nh} = 0$ (menggunakan diferensial beda sentral).

Iterasi kemudian dilanjutkan sampai $Nh_{i+1} - Nh_i \leq \epsilon$ dengan $\epsilon = 10^{-6}$ sehingga didapatkan akar persamaan non liniernya sama dengan hasil eksak.



Gambar 3.4. Metode secant

Diagram alir penentuan terhadap harga Nh optimal secara numerik menggunakan metode secant diperlihatkan sebagai berikut :

Diagram alir penentuan nilai Nh untuk pandu gelombang slab dan kanal rectangular (1parameter lebar)

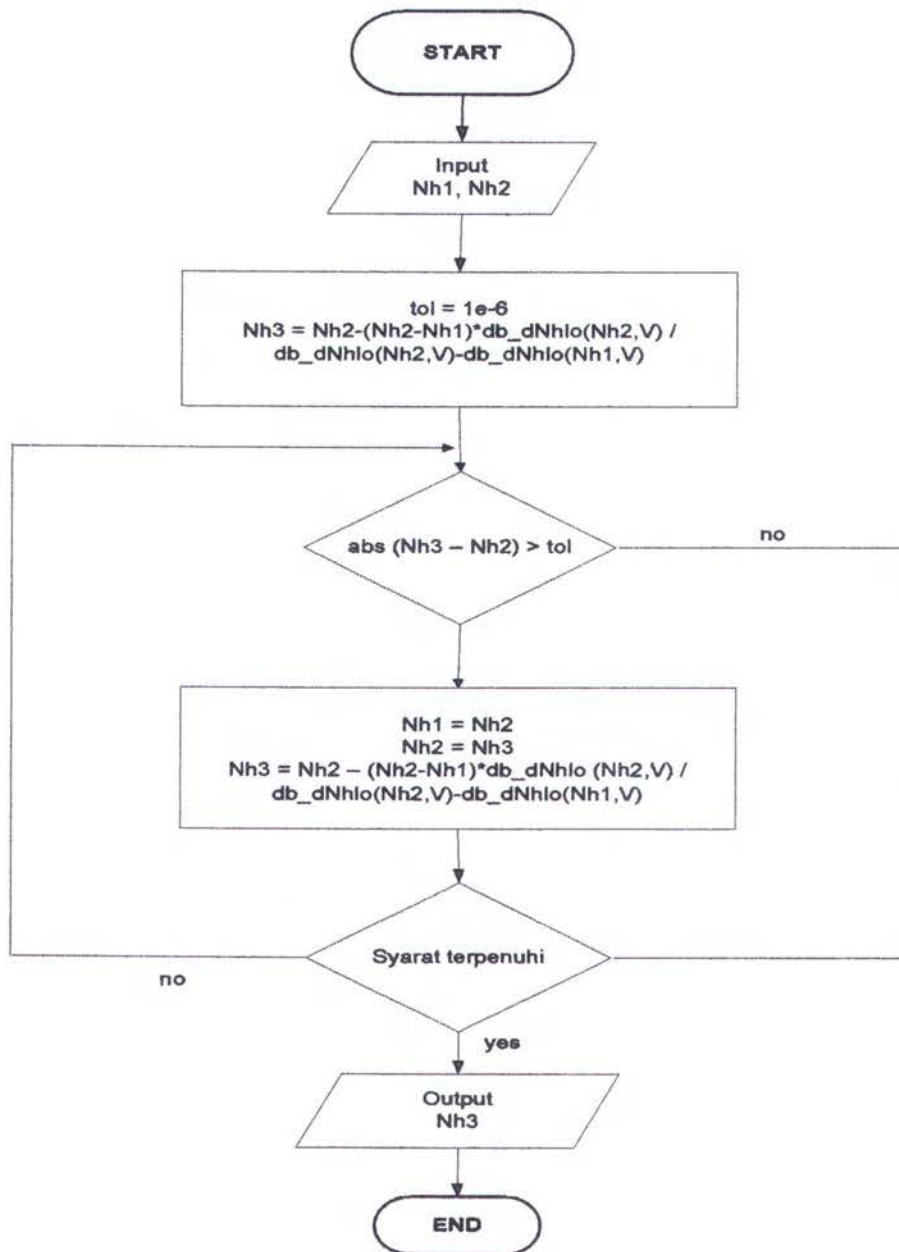


Diagram alir penentuan nilai optimal Nh_x untuk pandu gelombang kanal rectangular (2parameter lebar)

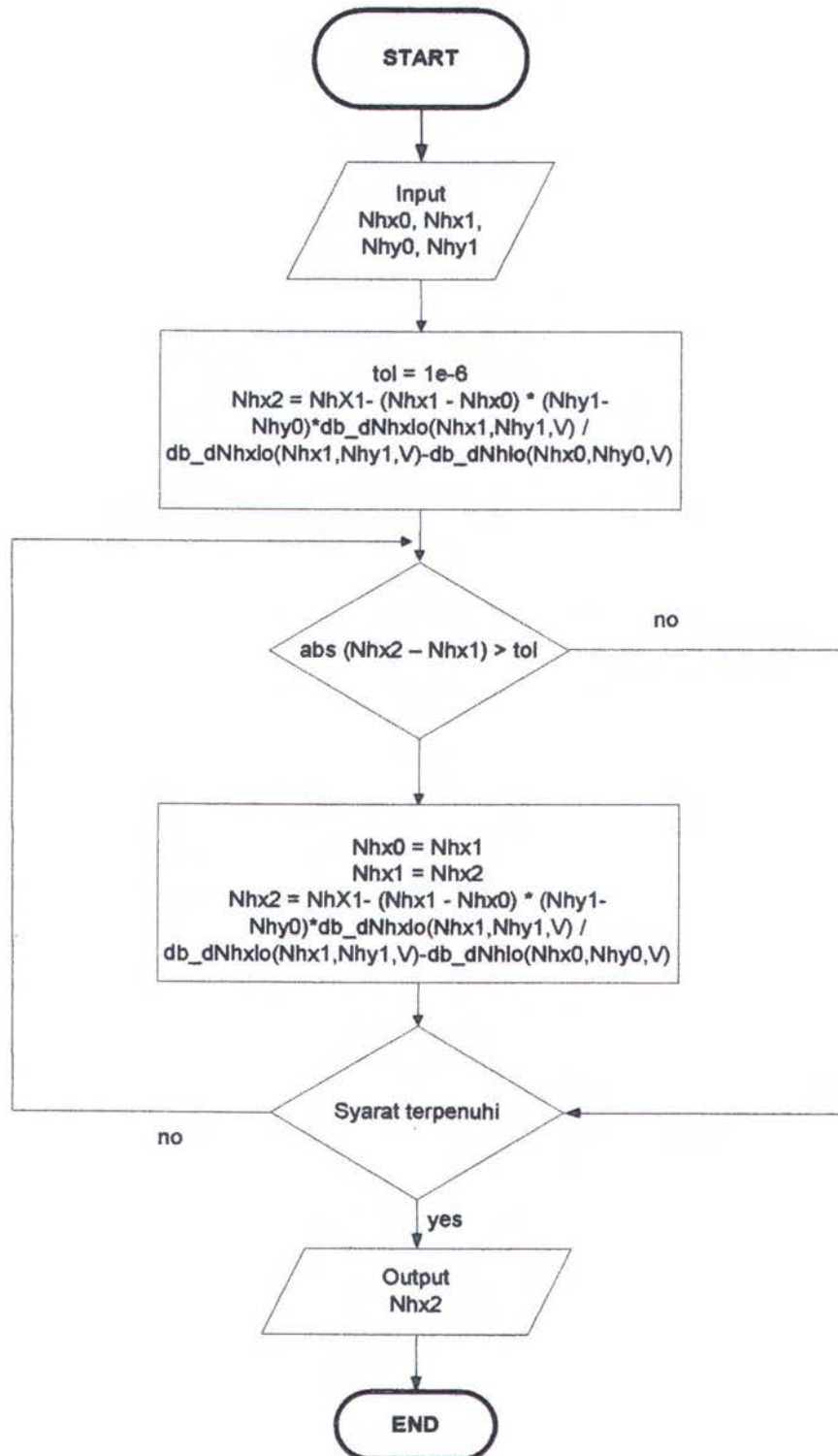
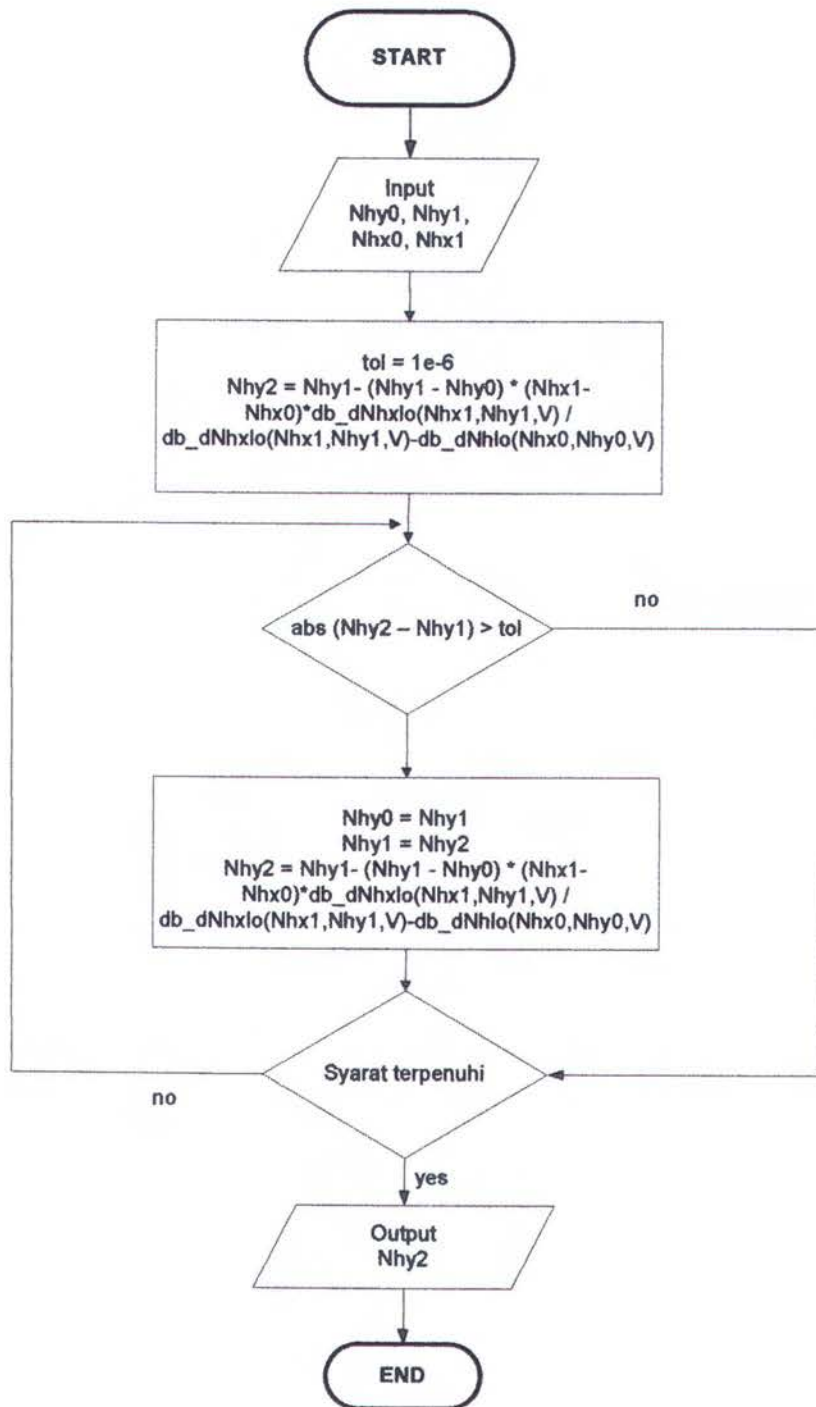


Diagram alir penentuan nilai optimal N_{hy} untuk pandu gelombang kanal rectangular (2parameter lebar)



BAB IV

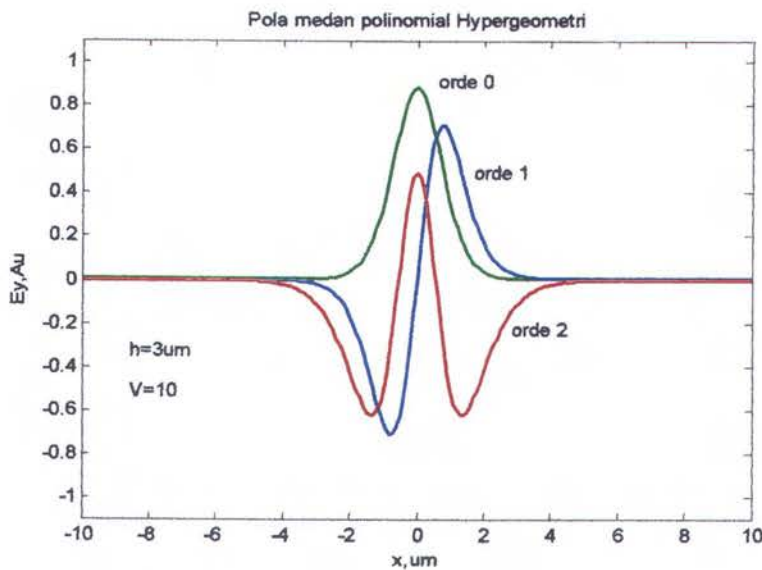
ANALISA DAN PEMBAHASAN

Unjuk kerja metode pendekatan variasional dengan fungsi cobaan Hipergeometri-Secant Hiperbolik dalam menganalisa karakteristik moda-moda perambatan gelombang optik, diujicobakan pada struktur pandu gelombang bergeometri slab dan persegi yang indeks bias masing-masing penyusunnya serbasama. Pada bagian ini sebelum dilakukan analisa yang lebih dalam, profil step indeks kedua struktur pandu gelombang di atas (slab maupun persegi) didekati dengan profil indeks bias $\text{sech}^2(2x/h)$ bertipe graded (perubahan indeks bias secara perlahan) dengan h adalah parameter variasional yang bersesuaian dengan tebal (lebar) pandu gelombang step indeks. Dengan asumsi tersebut, maka selanjutnya persoalan pemecahan persamaan Helmholtz untuk pandu gelombang step indeks tereduksi menjadi pemecahan persamaan Helmholtz untuk pandu gelombang graded indeks dengan fokus utama menentukan seberapa besar h untuk setiap nilai tebal d pandu gelombang step indeks. Solusi persamaan Helmholtz untuk profil $\text{sech}^2(2x/h)$ berbentuk polinomial Hipergeometri (BAB II). Pendekatan variasional menggunakan profil $\text{sech}^2(2x/h)$ diujicobakan untuk menentukan β^2 yang formulasinya dijabarkan dari analisa skalar variasional. Selanjutnya untuk analisa fisis terhadap karakterisasi moda-moda gelombang optik, maka parameter β^2 dinyatakan dalam parameter B (konstanta propagasi ternormalisasi) seperti pada definisi B dalam BAB II, dimana B adalah fungsi dari β^2 dan V (frekuensi ternormalisasi). Hal terpenting yang menjadi pijakan analisa dari relasi dispersi moda-moda gelombang optik yang

divisualisasikan dalam kurva B vs V, difokuskan pada daerah bermoda tunggal (*single mode*), karena pada daerah ini energi cahaya yang terkandung memberikan porsi terbesar dalam pandu gelombang.

IV.1. Pemodelan Pola Medan Cobaan Hipergeometri-Secant Hiperbolik

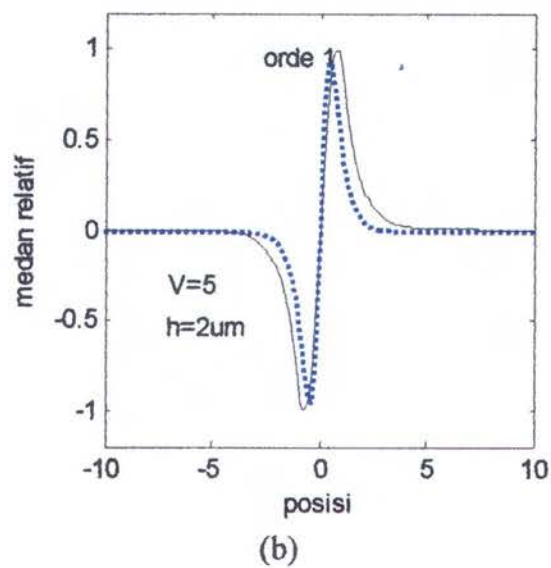
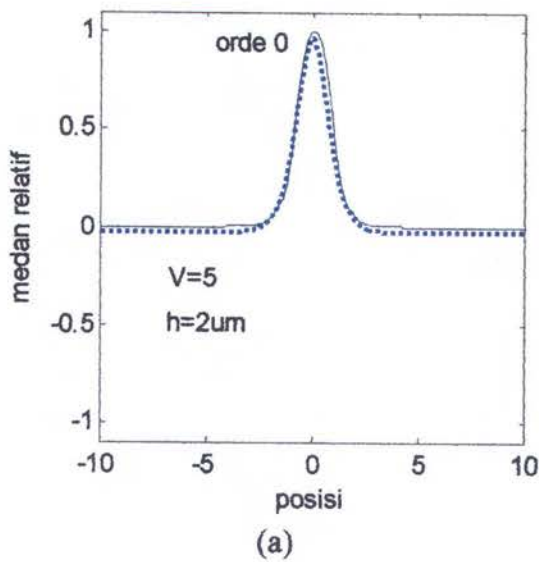
Pola medan listrik ternormalisasi untuk 3 moda orde pertama hasil pemodelan menggunakan profil $\text{sech}^2(2x/h)$ yang diujicobakan pada struktur pandu gelombang bertipe step indeks, bentuk pola medannya diperlihatkan pada Gambar 13.

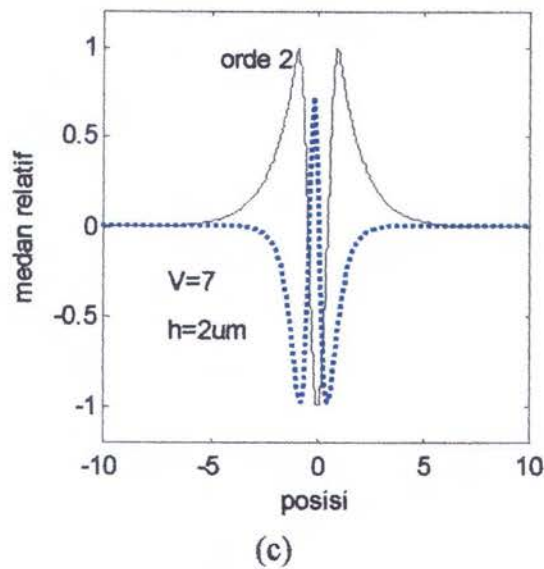


Gambar 12. Pola medan listrik cobaan polinomial Hipergeometri-Secant Hiperbolik untuk 3 moda orde pertama

Sebagai langkah awal, perlu adanya justifikasi terhadap hasil penjabaran analitik metode pendekatan Hipergeometri untuk ketiga medan listrik cobaan ternormalisasi yang diperoleh, seberapa jauh tingkat ketelitian dan keakurasian hasil pemodelan yang dilakukan. Ini adalah dasar pijakan untuk analisa selanjutnya, karena pemodelan menggunakan fungsi pendekatan yang sesuai terhadap fungsi eksak akan diperoleh keakurasian hasil yang cukup baik. Untuk menguji hasil pemodelan ini,

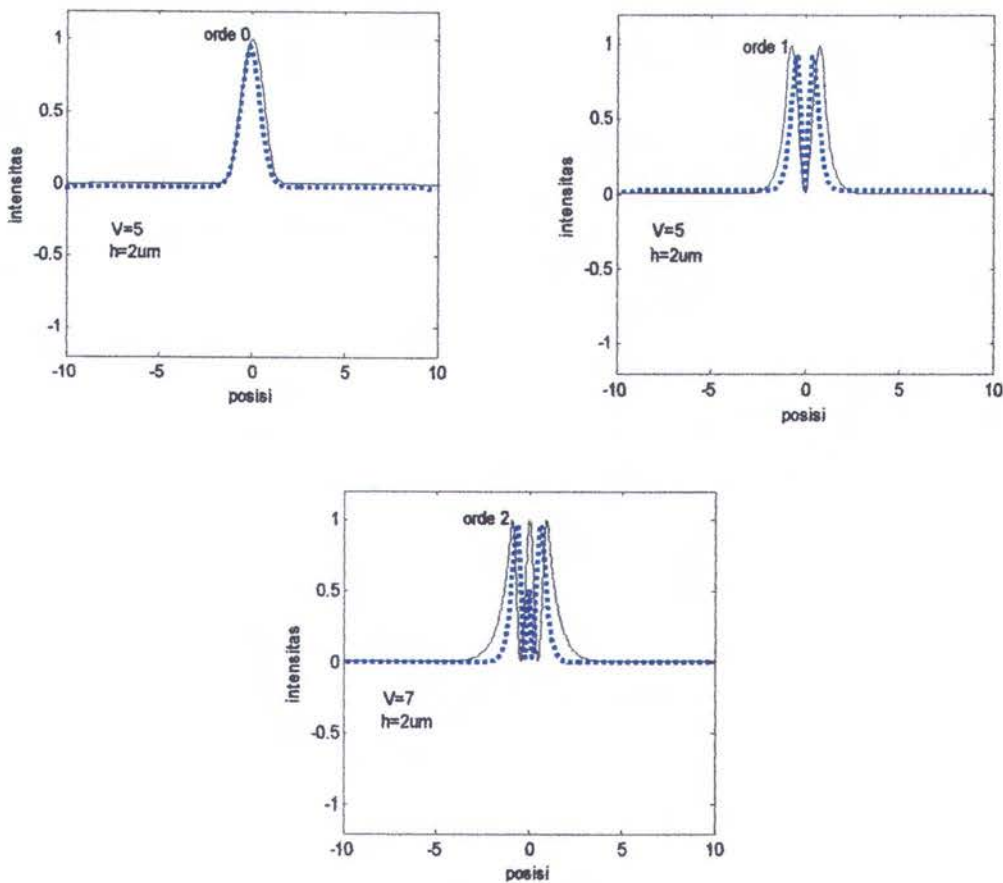
medan cobaan ternormalisasi 3 moda orde pertama (Gambar 13), bentuk pola medan transversalnya diplot terhadap pola medan transversal hasil pemecahan eksak profil $f(2x/h)$ step indeks ($f(2x/h) = 1$) $\{1\}, \{15\}$ menggunakan persamaan Helmholtz dengan teknik separasi, hasilnya ditunjukkan pada Gambar 13. Perhitungan untuk moda orde 0 dan 1 dilakukan untuk nilai $h = 2$ dan $V = 5$. Sedangkan pada moda orde kedua pada $h = 2$ dan $V=7$. hal ini disebabkan karena pada $V \leq 5$ moda orde kedua tidak dirambatkan atau dengan kata lain pada $V \leq 5$ moda orde kedua susah konvergen.. Hal mendasar yang perlu diingat





Gambar 13. perbandingan pola medan eigen fungsi cobaan Hipergeometri-Secant Hiperbolik (...) terhadap hasil solusi eksak degan profil step indeks (-) untuk moda orde 0 , orde 1 dan orde 2

adalah bahwa parameter h pada model pendekatan Hypergeometri menunjukkan parameter variasi untuk lebar pandu gelombang optik (untuk pandu gelombang step indeks sesungguhnya adalah d). Kesesuaian ini seperti yang diperlihatkan profil distribusi dari $\text{sech}^2(2x/h)$ pada Gambar 2 (BAB II), dimana h dapat dinyatakan dalam lebar pandu. Sedangkan parameter h pada medan listrik eksak merupakan lebar pandu gelombang step indeks. Parameter ini nantinya dinyatakan dalam indeks d agar dapat dibedakan dengan parameter variasi h pada medan cobaan Hipergeometri. Hasil pemodelan sebagaimana ditunjukkan dalam Gambar 13 memperlihatkan bahwa medan cobaan yang diambil menunjukkan hasil yang sangat signifikan terhadap medan transversal eksak walaupun masih memiliki galat relatif. Kesesuaian atau signifikansi hasil pendekatan variasional terhadap perhitungan eksak ditunjukkan pula melalui plot intensitas seperti ditunjukkan dalam Gambar 14.



Gambar 14. Perbandingan pola intensitas fungsi cobaan Hipergeometri-Secant Hiperbolik (...) terhadap hasil solusi eksak degan profil step indeks (-) untuk moda orde 0 , orde1 dan orde 2

IV.2. Analisa Variasional Pandu Gelombang Slab step indeks

Pada bagian IV.1 telah diperlihatkan bahwa medan cobaan Hipergeometri yang digunakan memperlihatkan model yang cukup akurat untuk menganalisa pandu gelombang optik. Untuk selanjutnya medan cobaan hasil pemodelan akan diujicobakan pada pandu gelombang slab step indeks. Analisa ini diawali dengan menentukan besarnya nilai dari parameter B (konstanta propagasi ternormalisasi) dan parameter ternormalisasi N_h untuk masing-masing orde moda gelombang optik. Perhitungan terhadap nilai parameter B dan N_h dihitung secara koputasi menggunakan metode analisa numerik. Tetapi sebelumnya, persamaan B untuk

moda orde 0, 1 dan 2 yang memuat bentuk integrasi untuk kondisi batas pada daerah lapisan pemandu (daerah lapisan film) terlebih dulu ditentukan. Pemecahan bentuk integrasi ini dilakukan secara komputasi melalui kajian numerik menggunakan metode “Simpson 1/3 banyak segmen”. Sedangkan penentuan terhadap nilai N_h dilakukan dengan menerapkan syarat stasioner untuk B yang memenuhi $\frac{\partial B}{\partial N_h} = 0$.

Nilai N_h yang diperoleh ditentukan juga melalui perhitungan komputasi secara numerik menggunakan metode *secant* dengan memasukkan 2 tebakan awal. Nilai tebakan awal N_h ketiga orde moda diberikan sama yaitu $N_{h1} = 0,9$ dan $N_{h2} = 0,91$. Pengambilan harga dua nilai tebakan ini disesuaikan terhadap *range* atau batasan nilai yang dicapai oleh B yaitu dari 0 sampai 1, sehingga dua nilai tebakan awal yang diambil harganya mendekati harga maksimum untuk B. Hasil perhitungan nilai B dan N_h untuk moda orde 0, moda orde 1 dan moda orde 2 pandu gelombang slab step indeks ditunjukkan dalam Table 1. Sebagai pembandingan terhadap keakurasian hasil perhitungan Nilai B dan N_h , diperlihatkan juga hasil perhitungan yang telah dilakukan oleh peneliti sebelumnya {9} dengan menggunakan medan cobaan berbentuk polinomial Hermite-Gaussian tetapi parameter lebar pandu ternormalisasinya dinyatakan dalam NW , serta hasil pemecahan secara eksak yang telah penulis lakukan.

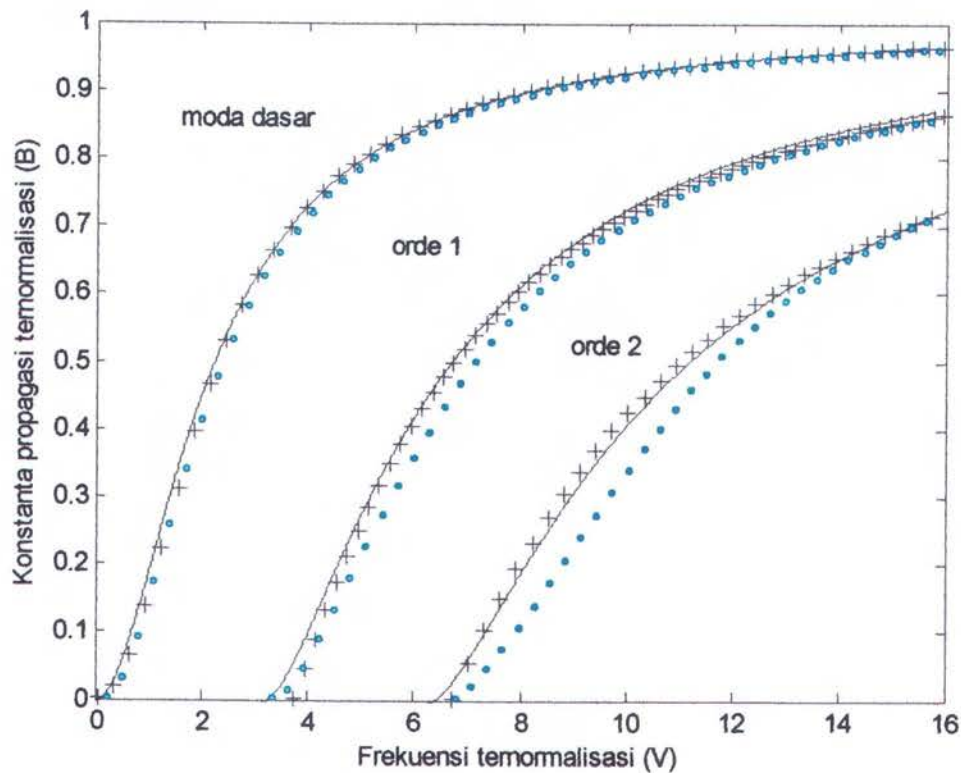
Tabel 1. Nilai B dan N_h untuk moda orde 0, 1 dan 2 pandu gelombang slab step indeks dihitung dengan pendekatan variasional menggunakan fungsi cobaan polinomial Hipergeometri-Secant Hiperbolik

V	MODA ORDE 0					MODA ORDE 1				
	N_h	NW	B_{hyper}	B_{hermite}	B_{eksak}	N_h	NW	B_{hyper}	B_{hermite}	B_{eksak}
1	1,1099	5,3729	0,1877	0,1517	0,1893	-	-	-	-	-
2	1,0345	2,0332	0,4460	0,4328	0,4538	-	-	-	-	-
3	0,9401	1,4473	0,6193	0,6208	0,6280	-	-	-	-	-
4	0,9925	1,2149	0,7263	0,7309	0,7348	1,1133	1,2977	0,0728	0,0564	0,1018
5	1,0930	1,0879	0,7942	0,7988	0,8027	1,0840	1,0376	0,2254	0,2603	0,2773
6	1,1962	1,0058	0,8394	0,8434	0,8479	0,9936	0,9251	0,3699	0,4132	0,4230
7	1,2958	0,9478	0,8710	0,8743	0,8793	0,9321	0,8573	0,4904	0,5247	0,5337
8	1,3914	0,9042	0,8939	0,8966	0,9020	0,9166	0,8105	0,5835	0,6072	0,6173
9	1,4836	0,8699	0,9110	0,9132	0,9188	0,9562	0,7757	0,6531	0,6698	0,6810
10	1,5730	0,8420	0,9242	0,9260	0,9317	1,0305	0,7484	0,7058	0,7182	0,7305
11	1,6600	0,8187	0,9346	0,9361	0,9418	1,1131	0,7263	0,7468	0,7565	0,7695
12	1,7448	0,7989	0,9429	0,9442	0,9498	1,1945	0,7079	0,7795	0,7873	0,8007
13	1,8278	0,7819	0,9497	0,9508	0,9562	1,2731	0,6923	0,8061	0,8125	0,8260
14	1,9092	0,7669	0,9553	0,9562	0,9615	1,3486	0,6787	0,8280	0,8333	0,8468
15	1,9891	0,7537	0,9600	0,9607	0,9659	1,4217	0,6669	0,8462	0,8507	0,8642
16	2,0677	0,7418	0,9639	0,9647	0,9696	1,4925	0,6564	0,8617	0,8655	0,8787

V	MODA ORDE 2				
	N_h	NW	B_{hyper}	B_{hermite}	B_{eksak}
1	-	-	-	-	-
2	-	-	-	-	-
3	-	-	-	-	-
4	-	-	-	-	-
5	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-
7	0,9316	0,8228	0,0179	0,0492	0,0611
8	0,9837	0,7544	0,1143	0,2037	0,1921
9	0,9343	0,7114	0,2262	0,3259	0,3116
10	0,8803	0,6809	0,3375	0,4227	0,4110
11	0,8335	0,6576	0,4382	0,5002	0,4922

12	0,7969	0,6391	0,5229	0,5630	0,5587
13	0,7758	0,6237	0,5904	0,6146	0,6134
14	0,7885	0,6108	0,6422	0,6574	0,6588
15	0,8594	0,5997	0,6820	0,6933	0,6969
16	0,9495	0,5899	0,7144	0,7237	0,7290

Hubungan antara nilai B (konstanta propagasi ternormalisasi) dan V (frekuensi ternormalisasi) hasil perhitungan secara komputasi dari persamaan (2.55) untuk moda orde dasar, persamaan (A.1) dan persamaan (A.5) untuk moda orde 1 dan orde 2 pada lampiran A yang hasilnya tertera dalam table 1 di atas, diplotkan dalam bentuk grafik relasi dispersi B vs V seperti yang diperlihatkan pada Gambar 15.



Gambar 15. Grafik Konstanta propagasi ternormalisasi vs Frekuensi ternormalisasi tiga moda pertama Pandu gelombang slab simetri. Solusi eksak (-), Pendekatan Hipergeometri_Secant Hiperbolik (.), Pendekatan Hermite-Gaussian (+)

Relasi dispersi yang ditunjukkan pada Gambar 15 memperlihatkan bahwa akurasi perhitungan konstanta propagasi ternormalisasi gelombang B dengan analisis pendekatan variasional menggunakan fungsi cobaan Hipergeometri pada 3 moda orde terendah pandu gelombang step indeks, semakin meningkat dengan bertambahnya nilai frekuensi ternormalisasi V (normalisasi lebar pandu). Hal sama diperlihatkan juga oleh pemodelan fungsi cobaan Hermite-Gaussian jika keduanya dibandingkan terhadap solusi eksak. Jika analisa diarahkan pada frekuensi ternormalisasi V yang rendah mendekati V *cut-off* (V ambang), pada moda orde 0 untuk rentang $V \leq 2$, moda orde 1 untuk rentang $3 \leq V \leq 4$ dan moda orde 2 untuk rentang $6,724 \leq V \leq 6,727$ pendekatan Hipergeometri memperlihatkan hasil yang cukup akurat terhadap hasil solusi eksak dibandingkan dengan hasil fungsi cobaan Hermite-Gaussian. Secara fisis dapat diartikan bahwa fungsi pendekatan Hipergeometri masih merespon terhadap perubahan medan dalam pandu untuk rentang ketiga harga V diatas. Untuk V di atas rentang harga ini akurasinya semakin berkurang terhadap hasil solusi eksak. Fungsi pendekatan Hipergeometri yang memberikan V mendekati kondisi *cut-off* akan menghasilkan pelebaran terhadap jendela optis pandu gelombang, tetapi untuk V yang jauh dari kondisi *cut-off* jendela optis akan semakin menyempit. Jika analisa dipertajam lagi pada daerah bermoda tunggal dimana pada daerah ini pengurangan energi gelombang cahaya menempati porsi terbesar dalam pandu gelombang sehingga moda tunggal yang dirambatkan membawa paket-paket energi dalam jumlah terbesar. Hal ini berarti analisa akan terfokus pada moda orde 0. Hasil perhitungan B pada Table 1 dan kurva relasi dispersi pada Gambar 15 memperlihatkan bahwa rentang nilai V yang memberikan daerah moda tunggal untuk pandu gelombang step indeks menggunakan fungsi

pendekatan Hipergeometri berada dalam kisaran $0 < V \leq 3,260$. Pada kisaran ini, hanya moda orde 0 yang dirambatkan. Jika diharapkan distribusi energi terbesar gelombang cahaya terkurung berada dalam daerah ini, maka prosentase seberapa besar gelombang cahaya terkurung dapat ditentukan. Dari profil indeks bias $sech^2(2x/h)$ (Gambar 2) dan geometri pandu gelombang slab (Gambar 3), energi gelombang cahaya terkurung dalam lapisan pemandu berada dalam interval $-d/2$ sampai $+d/2$, sedangkan lapisan penutupnya (substrat) dapat diambil dari $-\infty$ sampai $+\infty$, sehingga prosentase pembatasan berkas gelombang dalam pandu dapat ditentukan melalui persamaan :

$$\frac{\int_{-d/2}^{+d/2} |\Phi(x)|^2 dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} |\Phi(x)|^2 dx} \times 100\% \dots\dots\dots (*)$$

Hasil perhitungan komputasi secara numerik besarnya prosentase pengurangan berkas dalam pandu gelombang slab ditunjukkan dalam table 2.

Tabel 2. Hasil perhitungan prosentase pengurangan berkas dalam pandu gelombang slab

V	MODA ORDE 0		MODA ORDE 1		MODA ORDE 2	
	Nh	Prosentase pengurangan berkas gelombang optik (%)	Nh	Prosentase pengurangan berkas gelombang optik (%)	Nh	Prosentase pengurangan berkas gelombang optik (%)
1	1,9556	34,9991	-	-	-	-
2	1,0775	61,7436	-	-	-	-
2,8	0,8374	76,1496	-	-	-	-
2,9	0,8139	77,5700	-	-	-	-
2,91	0,8118	77,7079	-	-	-	-
3,260	0,7494	82,0847	-	-	-	-

3.261	0,6975	85,7752	1,6405	19,9283	-	-
6	0,5073	97,1844	0,9899	61,2770	-	-
6,5	0,4840	98,0301	0,9319	67,6179	-	-
6,6	0,4797	98,1669	0,9214	68,8004	-	-
6,7	0,4755	98,2949	0,9112	69,9535	-	-
6,721	0,4747	98,3203	0,9091	70,1919	-	-
6,722	0,4746	98,3215	0,9090	70,2032	1,3902	22,9463
7	0,4737	98,6280	0,8823	73,2353	1,3144	25,3455
8	0,4299	99,3424	0,8020	82,2834	1,1318	35,5411
9	0,4028	99,6891	0,7396	88,6975	1,0160	46,9808
10	0,3803	99,8547	0,6896	93,0145	0,9319	58,2856
11	0,3614	99,9328	0,6485	95,7995	0,8665	68,4748
12	0,3451	99,9692	0,6140	97,5340	0,8136	77,0226

Hasil perhitungan yang diperoleh dalam Tabel 2 memperlihatkan bahwa besarnya prosentase pengurangan berkas gelombang cahaya untuk pandu gelombang slab step indeks pada daerah bermoda tunggal adalah 82,0847% (angka yang ditebalkan). Semakin besar nilai V prosentase pengurangannya berkas akan semakin besar. Penaikkan nilai V ini hanya berada pada kisaran $0 < V \leq 3,260$ untuk moda orde tunggal. Secara fisis dapat diartikan jika yang dirambatkan adalah moda orde 0, maka prosentase energi maksimum gelombang cahaya yang dibawa adalah 82,0847%. Pada kisaran $0 < V \leq 3,260$, moda orde 1 dan 2 tidak dirambatkan karena pola medannya tidak konvergen (β bernilai imajiner). Pada $V = 3,261$, moda orde 0 dan 1 yang dirambatkan, sedangkan moda orde kedua akan dirambatkan jika $V = 6,722$ (lihat tabel). Ini berarti bahwa pandu gelombang berada pada daerah *multi mode* (bermoda banyak) dengan berkas energi gelombang yang dibawa terdiri dari beberapa orde moda. Hasil analisa memperlihatkan juga bahwa galat relatif perhitungan nilai B dan N_h dengan pendekatan Hipergeometri terhadap hasil solusi eksak untuk moda orde 0 adalah : $\leq 0.845\%$ sedangkan pendekatan Hermite-

Gaussian $\leq 1,986\%$. Aplikasi langsung dari hasil analisa ini adalah dapat ditentukan tebal pandu gelombang slab yang sebenarnya (d) untuk nilai V yang diperoleh dengan memanfaatkan relasi persamaan (2.57), jika λ (panjang gelombang cahaya), n_1 (indeks bias lapisan film) dan n_2 (indeks bias lapisan substrat) berturut-turut diketahui. Dengan demikian dapat diperkirakan desain pandu gelombang slab step indeks yang hanya merambatkan berkas energi gelombang untuk orde moda gelombang tertentu untuk setiap nilai d yang disesuaikan.

IV.3. Analisa Variasional Pandu Gelombang Kanal Persegi

Hasil penjabaran formulasi β dan syarat stasioner $\frac{\partial \beta^2}{\partial h} = 0$ untuk menentukan parameter variasi h pandu gelombang persegi step indeks telah diperlihatkan dalam BAB II. Seperti analisa pandu gelombang slab step indeks yang diperlihatkan pada bagian IV.2, analisa yang serupa akan dilakukan juga untuk pandu gelombang persegi step indeks. Untuk analisa fisis karakteristik moda-moda perambatan gelombang optik, tetap difokuskan pada relasi dispersi B terhadap V dan daerah bermoda tunggal, dimana energi maksimum gelombang terjebak. Pada bagian IV.3 ini beberapa alternatif pilihan khususnya perbandingan lebar pandu gelombang h (parameter variasi) terhadap tinggi pandu gelombang d (parameter yang sesungguhnya untuk pandu gelombang persegi) serta penambahan parameter variasi h akan diujicobakan. Bagaimana pengaruh variasi ini terhadap relasi dispersi B terhadap V akan dianalisis. Untuk perbandingan lebar dan tinggi pandu gelombang persegi yang sebenarnya seperti penjelasan pada BAB II dinyatakan dalam *aspect ratio* $a = d_x/d_y$.

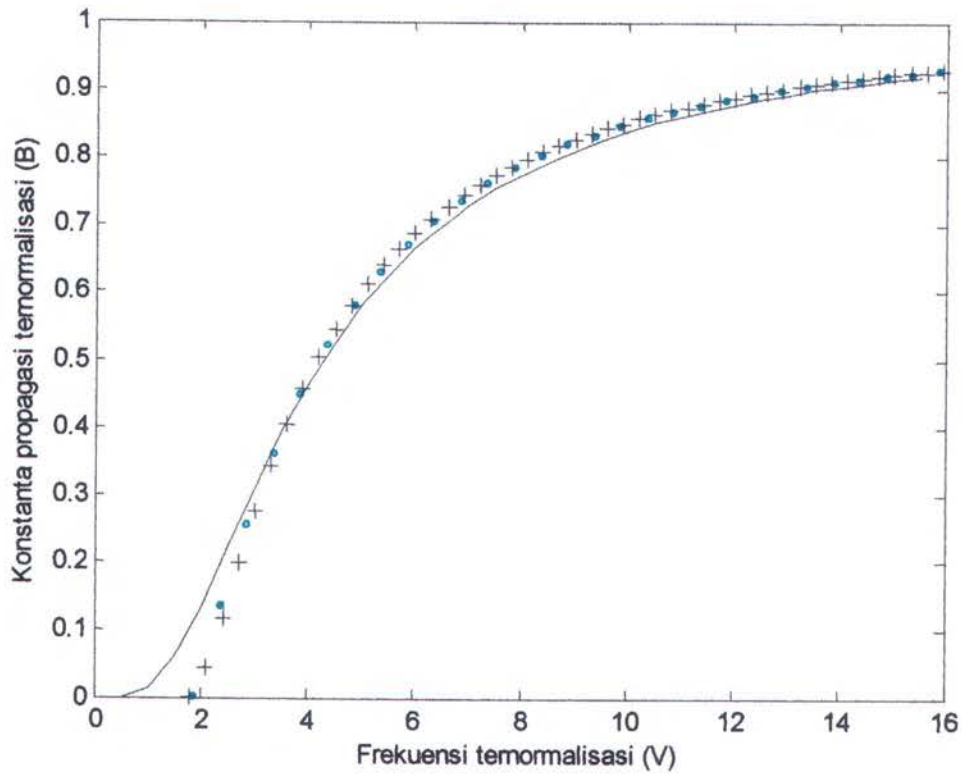
IV.3.1. Hasil analisa pandu gelombang kanal persegi dengan satu parameter variasi lebar

Hasil penjabaran relasi dispersi pandu gelombang persegi dengan satu parameter lebar pada persamaan (2.78) untuk moda orde dasar (moda orde 0) akan dianalisis menggunakan dua *aspect ratio* berbeda yaitu $a = 1$ dan $a = 2$. Artinya bahwa bagaimana pengaruhnya pada relasi dispersi B terhadap V , jika lebar dan tinggi pandu gelombang persegi dianggap sama, $a = 1$ (pandu gelombang membentuk bujur sangkar) dan lebar lebih besar dari tinggi pandu gelombang, $a = 2$ (berbentuk persegi). Tidak tertutup kemungkinan juga digunakan *aspect ratio* dengan nilai yang lebih besar, tetapi menurut hemat penulis dari kedua nilai ini sudah cukup menganalisa hubungan dispersinya. Hal yang menarik disini yaitu bahwa penjabaran relasi dispersi pada persamaan (2.78) untuk menganalisa pandu gelombang *rectangular* bertipe *buried* (Gambar 7), dimana lapisan filmnya (n_f) terbenam dalam lapisan substrat (n_s), digunakan geometri pandu gelombang persegi bertipe umum (Gambar 5) dengan mengambil beberapa asumsi dan memanfaatkan metode daerah bayangan. Penggunaan metode ini dengan asumsi bahwa peluruhan medan (*evanescent*) pada daerah bayangan (Gambar 5, ditandai dengan n_2 , n_4 , n_6 dan n_8) cukup kecil atau dengan kata lain V pada lapisan pemandu (lapisan film) tidak dekat pada kondisi *cut-off* nya sehingga peluruhan medan tidak terlalu besar menembus dalam daerah bayangan. Sebagai pembanding terhadap hasil analisa ini, diperlihatkan hasil perhitungan menggunakan fungsi pendekatan Hermite-Gaussian dan metode indeks efektif (metode standart) yang dapat dipandang sebagai solusi eksak pandu gelombang *rectangular* step indeks. Hasil perhitungan parameter B pada persamaan (2.78) dan Nh menggunakan syarat stasioner $\frac{\partial B}{\partial Nh} = 0$, ditunjukkan dalam Tabel 3.

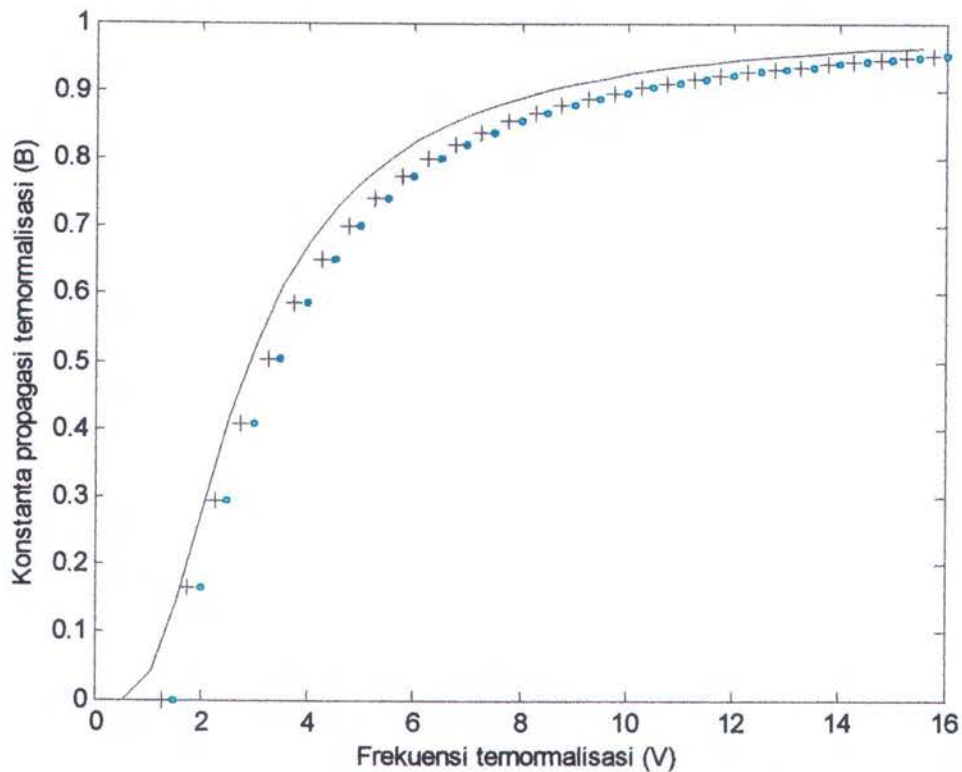
Tabel 3. Nilai B dan Nh untuk moda orde 0 pandu gelombang rectangular step indeks 1 parameter lebar untuk aspect ratio $a = 1$ dan $a = 2$, dihitung dengan pendekatan variasional menggunakan fungsi cobaan polynomial Hipergeometri-Secant Hiperbolik

V	MODA DASAR, 1 PARAMETER LEBAR									
	ASPECT RATIO, $d_x/d_y = a = 1$					ASPECT RATIO, $d_x/d_y = a = 2$				
	Nh	NW	B _{hyper}	B _{hermite}	B _{m. indeks}	Nh	NW	B _{hyper}	B _{hermite}	B _{m. indeks}
1	-	-	-	-	0,0167	-	-	-	-	0,0445
2	1,4071	3,3125	0,0374	0,0239	0,1348	2,0376	2,5533	0,1656	0,1934	0,2893
3	1,1157	1,5713	0,2857	0,2751	0,3113	1,4224	1,7684	0,4080	0,4401	0,5297
4	1,0979	1,2549	0,4693	0,4728	0,4662	1,2258	1,4615	0,5857	0,5896	0,6801
5	1,1545	1,1062	0,5952	0,6023	0,5825	1,1880	1,2861	0,7008	0,6850	0,7710
6	1,2349	0,0161	0,6821	0,6891	0,6673	1,2433	1,1711	0,7734	0,7497	0,8285
7	1,3221	0,9543	0,7436	0,7498	0,7296	1,3420	1,0897	0,8211	0,7958	0,8669
8	1,4105	0,9086	0,7888	0,7939	0,7763	1,4527	1,0290	0,8542	0,8299	0,8937
9	1,4981	0,8730	0,8227	0,8270	0,8120	1,5634	0,9818	0,8784	0,8559	0,9131
10	1,5844	0,8443	0,8489	0,8524	0,8398	1,6704	0,9440	0,8966	0,8761	0,9276
11	1,6692	0,8205	0,8695	0,8724	0,8619	1,7732	0,9127	0,9108	0,8922	0,9388
12	1,7525	0,8003	0,8861	0,8885	0,8797	1,8719	0,8865	0,9221	0,9052	0,9475
13	1,8343	0,7830	0,8996	0,9016	0,8943	1,9672	0,8640	0,9313	0,9160	0,9545
14	1,9147	0,7678	0,9107	0,9125	0,9064	2,0593	0,8445	0,9389	0,9249	0,9602
15	1,9939	0,7544	0,9201	0,9215	0,9215	2,1487	0,8274	0,9452	0,9324	0,9648
16	2,0719	0,7425	0,9280	0,9292	0,9251	2,2358	0,8122	0,9505	0,9388	0,9687

Perhitungan nilai B dan Nh (NW, pendekatan Hermite-Gaussian) untuk setiap variasi V yang diperoleh dalam Tabel 3, diplot relasi dispersi antara B dan V untuk dua aspect ratio berbeda. Hasilnya diperlihatkan pada Gambar 16 dan Gambar 17.



Gambar 16. Grafik Konstanta propagasi ternormalisasi vs Frekuensi ternormalisasi Pandu gelombang Rectangular moda dasar untuk 1 parameter lebar dengan aspect Ratio $a = 1$, metode indeks efektif (-), metode pendekatan Hermite-Gaussian(+), metode pendekatan Hipergeometri-Secant Hiperbolik (.)



Gambar 17. Grafik Konstanta propagasi ternormalisasi vs Frekuensi ternormalisasi Pandu gelombang Rectangular moda dasar untuk 1 parameter lebar dengan aspect Ratio $a = 2$, metode indeks efektif (-), metode pendekatan Hermite-Gaussian(+), metode pendekatan Hipergeometri-Secant-Hiperbolik (.)

Analisa hasil perhitungan parameter B, N_h dan N_W serta visualisasi kurva relasi dispersi untuk tiap variasi V untuk moda orde dasar memperlihatkan bahwa untuk ketiga metode di atas medan cenderung semakin terbatas dalam lapisan pemandu (terbedakan dalam kedua arah sumbu transversal, x dan y) untuk lebar normalisasi pandu gelombang V yang semakin meningkat atau dengan kata lain B semakin meningkat dengan bertambahnya lebar normalisasi V. Jika digunakan perbandingan lebar terhadap tinggi pandu gelombang (*aspect ratio*), $d_x/d_y = a = 1$, pemodelan menggunakan fungsi pendekatan Hermite-Gaussian masih sedikit lebih akurat terhadap hasil pemodelan yang penulis lakukan (fungsi pendekatan Hipergeometri) untuk frekuensi ternormalisasi V rendah yaitu pada selang $V \leq 2$ jika

dibandingkan dengan hasil perhitungan metode indeks efektif. Untuk selang $V \leq 2$, didapati $V_{cut-off}$ untuk fungsi pendekatan Hermite-Gaussian terjadi pada $V = 1,773$, $V_{cut-off}$ fungsi pendekatan Hipergeometri-Secant Hiperbolik pada $V = 1,863$, sedangkan jika mengacu pada metode indeks efektif (standart) terjadi pada $V = 0,130$. Akurasi fungsi pendekatan Hermite-Gaussian untuk $V \leq 2$, telah diperlihatkan sebelumnya (I.A. Erteza). Perbandingannya dengan beberapa metode (metode Goell dan metode Marcatili) seperti yang dijelaskan dalam BAB II memperlihatkan bahwa keakurasian fungsi pendekatan Hermite-Gaussian berada pada kisaran $V \leq 2$ [3]. Hal ini memperlihatkan bahwa, jika struktur pandu gelombang memenuhi *aspect ratio*, $a = 1$, maka pemodelan dengan fungsi pendekatan Hermite_Gaussian akan memperbesar lebar jendela optis pandu gelombang (penampang masukkan berkas gelombang cahaya). Untuk selanjutnya jika struktur pandu gelombang persegi memenuhi *aspec ratio*, $a = 2$, hasil perhitungan secara komputasional yang diperlihatkan pada table 3 dan Gambar 15, diperoleh $V_{cut-off}$ untuk fungsi pendekatan Hermite-Gaussian terjadi pada $V = 1,260$, pendekatan Hipergeometri-Secant Hiperbolik pada $V = 1,50$ sedangkan dengan metode indeks efektif pada $V = 0,110$. Hasil ini kembali memperlihatkan bahwa fungsi pendekatan Hermite-Gaussian sedikit lebih akurat untuk kisaran $0 < V \leq 2$ pada V rendah terhadap fungsi pendekatan Hipergeometri, jika keduanya dibandingkan dengan metode standart. Tetapi untuk V yang semakin meningkat keakurasian pendekatan Hermite-Gaussian semakin berkurang, sebaliknya Pendekatan Hipergeometri semakin akurat terhadap metode standart untuk V bertambah besar. Secara fisis dapat diartikan bahwa pada V yang semakin meningkat pemodelan fungsi pendekatan Hipergeometri masih dapat merefleksikan (tanggap) terhadap perubahan medan dalam pandu gelombang

sedangkan model fungsi pendekatan Hermite-Gaussian sebaliknya. Hal menarik dari hasil analisa ini adalah bahwa : pendekatan Hipergeometri-Secant Hiperbolik maupun Hermite-Gaussian menjustifikasi bahwa pandu gelombang persegi 1 parameter lebar sebaiknya memenuhi *aspect ratio*, $a = 2$. Dipenuhinya *aspect ratio* ini, maka V semakin mendekati daerah *cut-off*, diikuti dengan semakin membesarnya konstanta perambatan gelombang β dalam pandu gelombang sehingga mengurangi kecepatan fase gelombang (ω/β). Pada kondisi ini jendela optis pandu gelombang semakin melebar. Hasil ini sesuai dengan yang dimodelkan menggunakan metode indeks efektif dengan memplot *aspect ratio* sebagai fungsi lebar normalisasi (V) [6], yang memperlihatkan bahwa semakin besar *aspect ratio* a , V semakin dekat ke daerah *cut-off* (mendekati sumbu 0 dari kurva dispersi B vs V), dan pada $V = \sim$, struktur pandu gelombang persegi akan berubah menjadi struktur pandu gelombang slab dengan moda orde dasar pandu gelombang persegi mengikuti moda orde dasar pandu gelombang slab (bagian IV.2).

IV.3.2. Pandu gelombang kanal persegi dengan dua parameter variasi lebar

Hasil analisa karakteristik perambatan moda gelombang optik moda orde dasar pandu gelombang persegi dengan 1 parameter lebar h untuk $a = 2$ telah diperlihatkan pada bagian III.3.1. Sebagai pengembangan terhadap hasil analisa tersebut akan dicobakan dengan menambahkan satu parameter variasi lebar, sehingga variasi lebar pandu gelombang persegi h terbatas pada kedua sumbu transversal (2 parameter lebar yaitu h_x dan h_y). Hasil perhitungan komputasi dan analisa numerik parameter B , N_{h_x} dan N_{h_y} untuk fungsi pendekatan Hipergeometri akan dibandingkan dengan fungsi pendekatan Hermite Gaussian, sedangkan metode

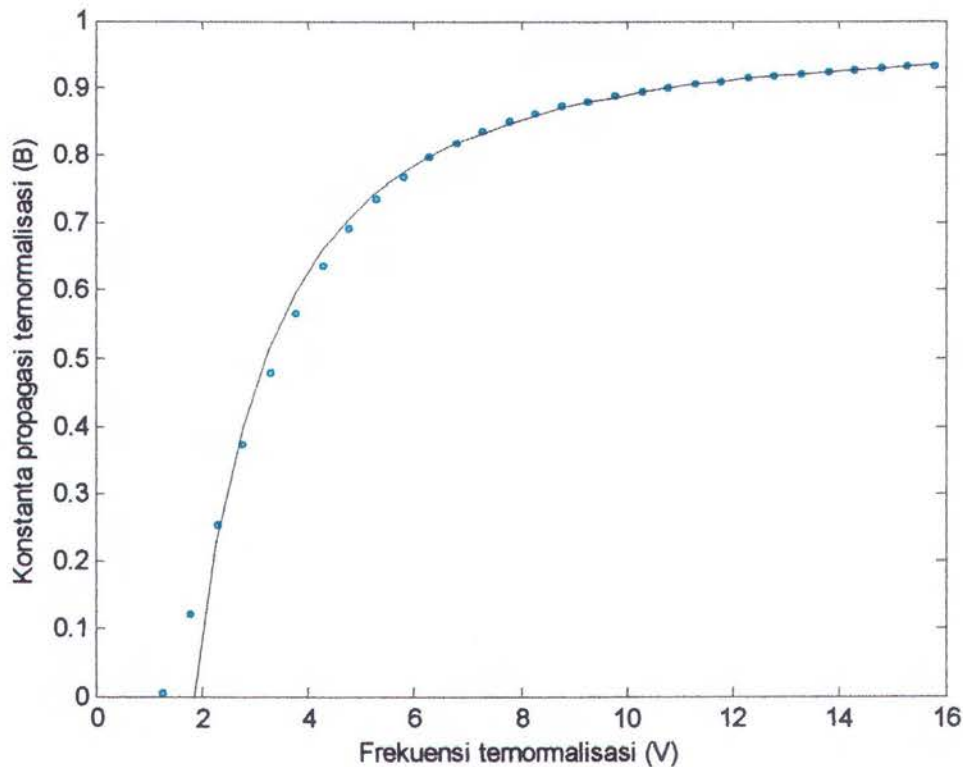
indeks efektif tidak digunakan dalam analisis ini disebabkan untuk 2 parameter variasi lebar, analisis dengan metode indeks efektif tidak mencakup (menjangkau) daerah bayangan, tetapi metode ini lebih akurat pada analisis 1 parameter lebar. Sedangkan dengan fungsi pendekatan Hipergeometri dan Hermite- Gaussian hal ini dapat dilakukan. Ini tercermin dengan hasil penjabaran parameter β^2 pada persamaan (2.87) untuk fungsi pendekatan Hipergeometri dan persamaan (2.88) – (2.90) untuk fungsi pendekatan Hermite-gaussian dengan faktor A', B', C', D', A, B, C dan D adalah konstanta-konstanta yang memuat nilai-nilai indeks bias pada daerah bayangan yaitu : $n_2, n_4, n_6,$ dan n_8 . Hal ini berarti akan menambah perhitungan secara simultan terhadap perhitungan B, Nh_x dan Nh_y yang berpengaruh pada perhitungan waktu tiap eigen nilai dari ketiga parameter di atas. Secara komputasional hal ini dapat diatasi jika digunakan komputer dengan performa yang baik. Untuk menentukan eigen nilai dari Nh_x dan Nh_y dari syarat stasioner $\frac{\partial B}{\partial Nh_x} = 0, \frac{\partial B}{\partial Nh_y} = 0$ digunakan metode *secant* dengan 4 tebakan awal dengan 2 tebakan awal untuk masing-masing parameter dengan harga $Nh_{x1} = 0,9, Nh_{x2} = 0,91, Nh_{y1} = 0,9$ dan $Nh_{y2} = 0,91$. Hasil perhitungannya ditunjukkan pada Tabel 4.

Tabel 4. Nilai B, Nh_x dan Nh_y untuk moda orde 0 pandu gelombang persegi step indeks 2 parameter lebar dengan $a = 2$, dihitung dengan pendekatan variasional menggunakan fungsi cobaan Hipergeometri-Secant Hiperbolik

V	MODA DASAR, 2 PARAMETER LEBAR ASPECT RATIO, $d_x/d_y = a = 2$					
	Nh_x	Nh_y	NW_x	NW_y	B_{hyper}	$B_{hermite}$
1	-	-	-	-	-	-
2	2,4248	0,9173	1,2085	2,0057	0,1754	0,1517
3	1,7691	0,9902	1,0012	1,4319	0,4211	0,4715
4	1,4841	1,0276	0,9100	1,2057	0,5984	0,6273

5	1,3591	1,1144	0,8710	1,0824	0,7125	0,7162
6	1,3281	1,2091	0,8241	1,0000	0,7839	0,7722
7	1,3832	1,3034	0,7893	0,9387	0,8292	0,8098
8	1,4890	1,3949	0,7622	0,9100	0,8592	0,8367
9	1,6218	1,4851	0,7404	0,9017	0,8799	0,8561
10	1,7666	1,5736	0,7222	0,8710	0,8950	0,8711
11	1,9137	1,6602	0,7068	0,8456	0,9064	0,8828
12	2,0599	1,7449	0,6935	0,8241	0,9153	0,8921
13	2,2034	1,8279	0,6819	0,8055	0,9224	0,8997
14	2,3444	1,9092	0,6716	0,7893	0,9284	0,9059
15	2,4825	1,9891	0,6624	0,7750	0,9334	0,9110
16	2,6179	2,0676	0,6541	0,7622	0,9376	0,9154

Jika kemudian hasil yang diperoleh dalam Tabel 4 diplot hubungan antara B dan V, maka diperoleh relasi dispersi seperti tampak pada Gambar 18.



Gambar 18. Grafik Konstanta propagasi ternormalisasi vs Frekuensi ternormalisasi Pandu gelombang Rectangular moda dasar untuk 2 parameter lebar dengan aspect Ratio $a = 2$, metode pendekatan Hermite-Gaussian (-), metode pendekatan Hipergeometri-Secant Hyperbolik (.)

Hasil analisa dari Tabel 4 dan kurva dispersi pada Gambar 18 memperlihatkan bahwa akurasi perhitungan nilai B untuk kedua fungsi pendekatan ini semakin bertambah seiring dengan semakin meningkatnya harga V. Jika analisa difokuskan pada V rendah, diperoleh *V cut-off* untuk pendekatan Hipergeometri terjadi pada $V = 1,290$, sedangkan pendekatan Hermite-Gaussian pada $V = 1,728$. Penambahan parameter variasi lebar dengan $a = 2$ untuk pendekatan Hipergeometri sedikit menambah keakurasian terhadap perhitungan nilai B. Secara fisis penambahan parameter variasi akan memperkecil galat relatif terhadap fungsi cobaan yang diambil. Hal ini berbalikan dengan fungsi pendekatan Hermite-Gaussian yang seharusnya *V cut-off* untuk 2 parameter lebar harus sedikit lebih kecil dari *V cut-off* pada 1 parameter lebar untuk *aspect ratio* yang sama ($a = 2$). Hal ini menjadi pertanyaan bagi penulis apakah fungsi cobaan Hermite-Gaussian yang dimodelkan oleh I.A. Erteza untuk 2 parameter lebar sudah cukup akurat ?, karena untuk fungsi pendekatan hermite-Gaussian penulis memvisualisasinya secara komputasi dari model yang sudah ada. Secara umum efek menggunakan 2 parameter lebar untuk pendekatan Hipergeometri sangat kecil artinya bahwa walaupun menambah akurasi terhadap hasil perhitungan tetapi perubahannya tidak terlalu signifikan. Dalam analisa ini tidak ada metode standart untuk menguji seberapa jauh keakurasian kedua fungsi pendekatan . Dasar utama pengujian ini berpijak pada daerah *cut-off* pandu gelombang slab, dimana untuk V yang cenderung mendekati sumbu 0 dari kurva dispersi B vs V, maka makin besar lebar jendela optisnya. Semakin besar lebar jendela optis, maka makin besar energi gelombang cahaya yang terkurung. Berpijak dari analisa ini, maka untuk model 2 parameter variasi lebar pendekatan

Hipergeometri dapat dikatakan masih lebih akurat jika dibandingkan dengan pendekatan Hermite-Gaussian untuk frekuensi ternormalisasi rendah.

IV.3.3. Pandu gelombang kanal persegi dengan dua parameter variasi lebar moda orde tinggi

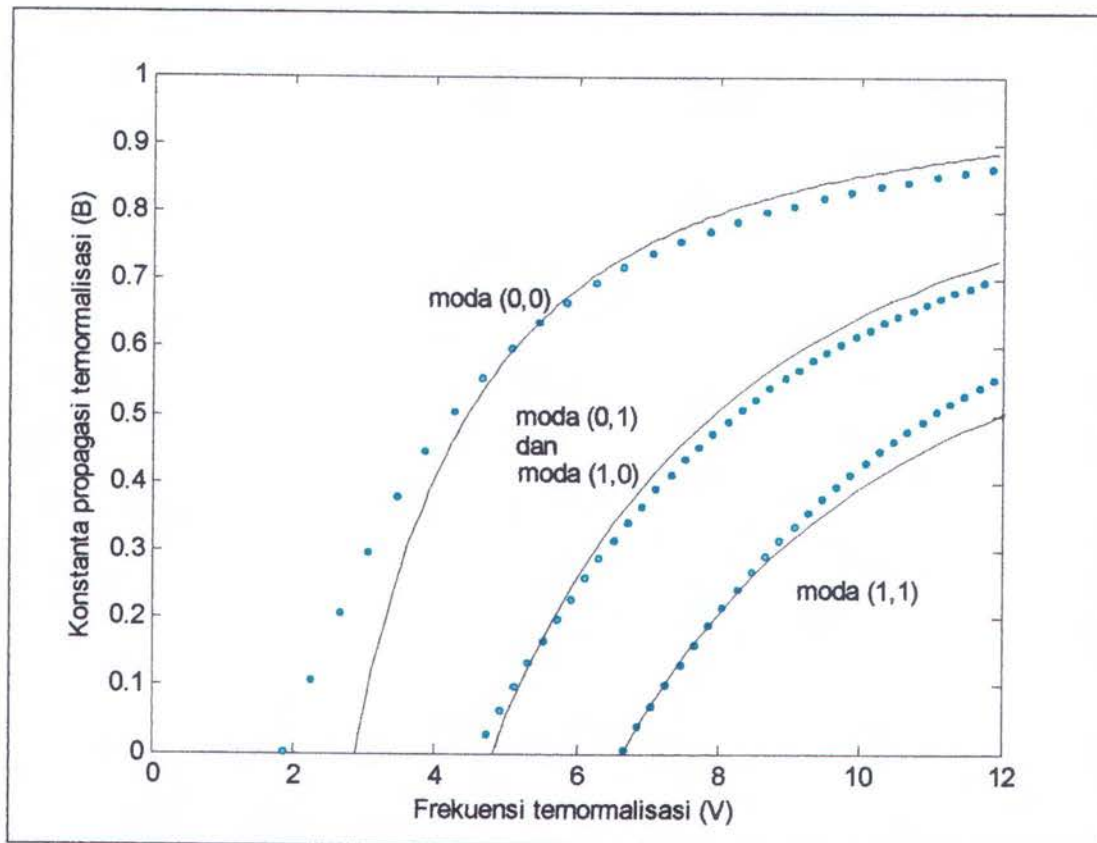
Analisa dispersi perambatan moda-moda berorde tinggi untuk cahaya modulus TE_{00} , TE_{01} dan TE_{11} , perhitungan nilai B , N_{hx} , N_{hy} , NW_x dan NW_y dihitung secara komputasi menggunakan persamaan (2.92), (2.96), (2.94) dan (2.95). hasilnya diperlihatkan dalam table 5.

Tabel 5. Nilai B , N_{hx} dan N_{hy} untuk moda-moda ber orde tinggi pandu gelombang persegi step indeks 2 parameter lebar dengan $a = 1$, dihitung dengan pendekatan variasional menggunakan fungsi cobaan Hipergeometri-Secant Hiperbolik

V	MODA ORDE TINGGI, 2 PARAMETER LEBAR ASPECT RATIO, $d_x/d_y = a = 1$											
	MODUS TE_{00}						MODUS TE_{01}					
	N_{hx}	N_{hy}	NW_x	NW_y	B_{hyper}	$B_{hermite}$	N_{hx}	N_{hy}	NW_x	NW_y	B_{hyper}	$B_{hermite}$
1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2	1,3209	1,3209	-	-	0,0381	-	-	-	-	-	-	-
3	1,0885	1,0876	1,4359	1,4341	0,2854	0,1383	-	-	-	-	-	-
4	1,0669	1,0674	1,2102	1,2073	0,4688	0,4399	-	-	-	-	-	-
5	1,1449	1,1080	1,0818	1,0807	0,5940	0,5962	1,3406	1,0591	1,0253	1,0214	0,0588	0,0672
6	1,2097	1,2126	1,0008	1,0016	0,6792	0,6889	1,4530	0,9938	0,9624	0,9100	0,2245	0,2646
7	1,3024	1,3014	0,9387	0,9387	0,7386	0,7486	1,4946	0,9333	0,9099	0,9034	0,3641	0,4018
8	1,3939	1,3957	0,9100	0,9100	0,7812	0,7898	1,5010	0,9158	0,9102	0,8481	0,4732	0,5024
9	1,4842	1,4844	0,9017	0,9017	0,8126	0,8190	1,5390	0,9544	0,9099	0,8078	0,5557	0,5774
10	1,5726	1,5726	1,8710	0,8366	0,8366	0,8411	1,6099	1,0308	0,9094	0,7768	0,6186	0,6348
11	1,6598	1,6599	0,8456	0,8456	0,8553	0,8580	1,6734	1,1131	0,9088	0,7519	0,6677	0,6796
12	1,7446	1,7446	0,8241	0,8241	0,8702	0,8713	1,7520	1,1943	0,9082	0,7313	0,7069	0,7155

V	MODA DASAR, 2 PARAMETER LEBAR ASPECT RATIO, $d_x/d_y = a = 1$					
	MODUS TE_{11}					
	Nh_x	Nh_y	NW_x	NW_y	B_{hyper}	$B_{hermite}$
1	-	-	-	-	-	-
2	-	-	-	-	-	-
3	-	-	-	-	-	-
4	-	-	-	-	-	-
5	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-
7	0,9972	0,9972	0,9099	0,9099	0,0537	0,0615
8	0,9778	0,9714	0,9086	0,9086	0,2011	0,1884
9	1,0029	0,9997	0,9069	0,9069	0,3229	0,2758
10	1,0619	1,0561	0,9049	0,9049	0,4200	0,3388
11	1,1275	1,1276	0,9025	0,9025	0,4966	0,3858
12	1,2058	1,2175	0,8998	0,8998	0,5573	0,4221

Hubungan B dan V untuk fungsi pendekatan Hypergeometri dan fungsi pendekatan Hermite-Gaussian dengan 2 parameter lebar untuk aspect ratio, $a = 2$ yang diperlihatkan dalam Tabel 5 kemudian diplot dalam bentuk kurva relasi dispersi seperti ditunjukkan pada gambar di bawah ini



Gambar 19. Grafik B_i vs V Untuk empat moda pertama orde tinggi pandu gelombang kanal persegi 2 parameter lebar dengan aspect ratio $a = 1$, pendekatan Hermite-Gaussian (-), pendekatan Hipergeometri-Sech(.

Hasil analisa dari Tabel 5 dan kurva dispersi pada Gambar 19 memperlihatkan bahwa pada daerah frekuensi ternormalisasi rendah untuk modus TE_{00} , dengan $V \leq 2,72$, nilai B , NW_x dan NW_y , fungsi pendekatan Hermite-Gaussian mengalami divergensi (susah konvergen) karena pada rentang harga ini konstanta propagasi bernilai imajiner yang seharusnya pada lapisan pemandu (lapisan film) harus bernilai real. Untuk modus TE_{01} dan TE_{11} , fungsi pendekatan Hipergeometri *cut-off* masing-masing pada $V = 4,67$ dan $V = 6,67$, sedangkan pendekatan Hermite-Gaussian *cut-off* pada $V = 4,73$ dan $V = 6,67$. Hasil ini memperlihatkan bahwa untuk kisaran nilai V $1,86 \leq V \leq 2,72$ untuk modus TE_{00} , pendekatan Hipergeometri sangat akurat dibandingkan dengan pendekatan Hermite-Gaussian, karena cenderung mendekati

daerah *cut-off* yang memberikan lebar jendela optis yang cukup besar. Pendekatan Hipergeometri untuk 2 parameter lebar dengan *aspect ratio*, $a = 1$ lebih sedikit akurat dibandingkan dengan pendekatan Hipergeometri menggunakan 1 parameter lebar untuk *aspect ratio*, $a = 1$. Sekali lagi diperlihatkan bahwa, penambahan parameter lebar akan memperkecil galat relatif terhadap fungsi cobaan yang digunakan. Tetapi hasil yang ditunjukkan oleh pendekatan Hipergeometri memperlihatkan bahwa penambahan parameter lebar untuk *aspect ratio* berbeda ($a = 1$ dan $a = 2$) tidak terlalu signifikan terhadap akurasi hasil perhitungan, artinya bahwa untuk pendekatan Hipergeometri dengan 1 parameter lebar ataupun 2 parameter untuk *aspect ratio* yang sama akurasi hasil perhitungan adalah hampir sama. Jika analisa selanjutnya difokuskan pada daerah bermoda tunggal, yang berarti bahwa analisa dibatasi hanya untuk modus TE_{00} , yaitu pada kisaran V berapa, hanya modus TE_{00} yang dirambatkan dengan jumlah energi cahaya yang dirambatkan mempunyai prosentase maksimum. Dari persamaan (**), maka untuk pandu gelombang persegi prosentase pengurangan berkas dapat ditentukan menurut persamaan

$$\frac{\int_{-d_x/2}^{+d_x/2} \int_{-d_y/2}^{+d_y/2} |\Phi(x,y)|^2 dx dy}{\int \int |\Phi(x,y)|^2 dx dy} \times 100\% \dots\dots\dots (**)$$

Hasil perhitungan secara komputasi diperlihatkan pada Tabel 6

Tabel 6. Hasil perhitungan prosentase pengurangan berkas gelombang moda-moda berorde tinggi

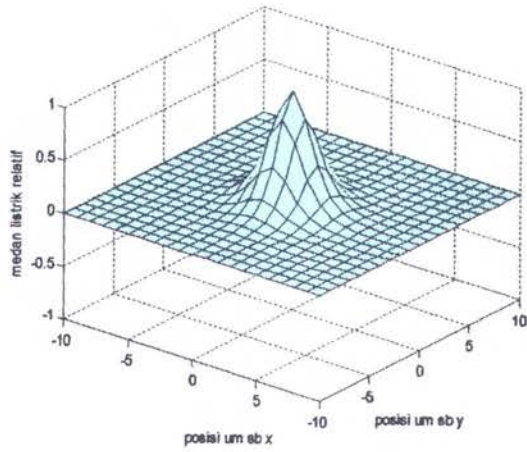
MODA ORDE TINGGI, 2 PARAMETER LEBAR						
ASPECT RATIO, $d_x/d_y = a = 1$						
V	MODUS TE_{00}			MODUS TE_{01}		
	Nh_x	Nh_y	Prosentase pengurangan berkas gelombang optik (%)	Nh_x	Nh_y	Prosentase pengurangan berkas gelombang optik (%)
1	1,9556	1,9556	10,7997	-	-	-
2	1,0774	1,0774	38,0795	-	-	-
3	0,7945	0,7945	61,8196	-	-	-
4	0,6530	0,6530	77,7088	-	-	-
4,6	0,5969	0,5969	84,0737	-	-	-
4,66	0,5920	0,5920	84,6054	-	-	-
4,67	0,5912	0,5912	84,6923	-0,5911	1,2070	37,9089
5	0,5666	0,5666	87,3097	0,5665	1,1419	43,2666
6	0,5074	0,5074	92,8384	0,5074	0,9898	58,5367
6,6	0,4798	0,4798	94,9182	0,4798	0,9213	66,5235
6,66	0,4733	0,4773	95,0891	0,4733	0,9151	67,2637
6,67	0,4769	0,4769	95,1170	0,4769	0,9141	67,3860
7	0,4638	0,4638	95,9528	0,4638	0,8824	71,2489
8	0,4300	0,4300	97,6951	0,4300	0,8021	80,9190
9	0,4029	0,4029	98,6723	0,4029	0,7397	87,7929
10	0,3804	0,3804	99,2251	0,3804	0,6897	92,4281
11	0,3615	0,3615	99,5417	0,3615	0,6486	95,4246
12	0,3452	0,3452	99,7255	0,3452	0,6141	97,2962

MODA ORDE TINGGI, 2 PARAMETER LEBAR			
ASPECT RATIO, $d_x/d_y = a = 1$			
V	MODUS TE_{11}		
	Nh_x	Nh_y	Prosentase pengurangan berkas gelombang optik (%)
1	-	-	-
2	-	-	-

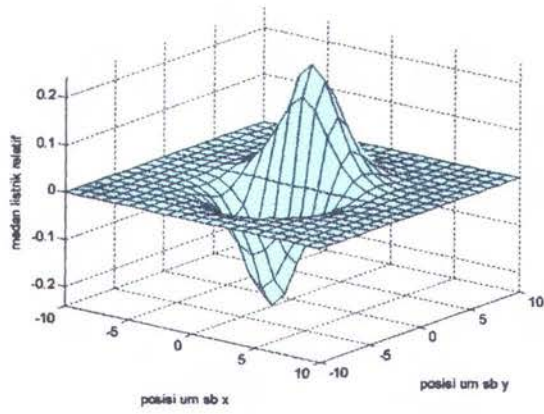
3	-	-	-
4	-	-	-
4,6	-	-	-
4,66	-	-	-
4,67	-	-	-
5	-	-	-
6	-	-	-
6,6	-	-	-
6,66	-	-	-
6,67	0,9141	0,9141	48,2553
7	0,8824	0,8824	53,2490
8	0,8021	0,8021	66,6481
9	0,7398	0,7398	77,0676
10	0,6897	0,6897	84,6576
11	0,6486	0,6486	89,9347
12	0,6141	0,6141	93,4840

Dari hasil perhitungan ini, pada daerah bermoda tunggal khusus untuk modus TE_{00} , maksimum energi gelombang cahaya yang terkurung dalam pandu gelombang adalah sebesar 84,6054%. Hasil ini menurut hemat penulis cukup signifikan untuk moda berorde tinggi. Jika diplot pola medan cobaan untuk 4 moda terendah untuk moda-moda berorde tinggi yaitu modus TE_{00} , TE_{01} , TE_{10} dan TE_{11} , pola medan tiga dimensinya diperlihatkan pada gambar di bawah ini. .

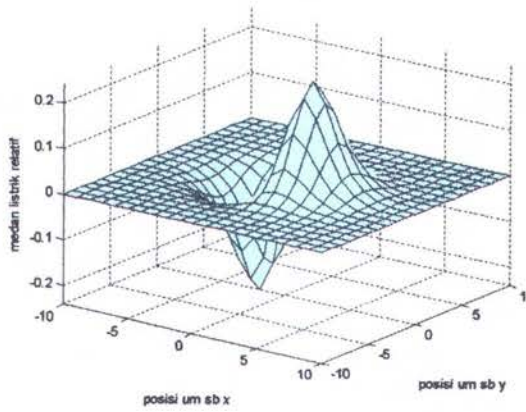
modus TE₀₀



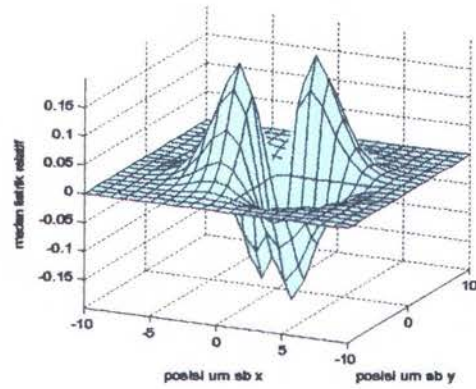
modus TE₀₁



modus TE₁₀



modus TE₁₁



BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

V.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil kajian teoritis secara semi analitik dan perhitungan komputasi dengan analisa numerik dapat disimpulkan sebagai berikut :

1. Model pendekatan menggunakan fungsi cobaan Hipergeometri-Secant Hiperbolik lebih akurat untuk menganalisa daerah gelombang optik pada frekuensi ternormalisasi V rendah (medan listrik masih cukup terbatas dalam pandu gelombang untuk V rendah), jika dibandingkan dengan model pendekatan Hermite-Gaussian. Justifikasi terhadap hasil analisa ini diperlihatkan dari hasil perhitungan komputasi pada daerah V *cut-off* pandu gelombang slab untuk ketiga orde moda yaitu :

Orde moda	V <i>cut-off</i>	
	Hipergeometri	Hermite-Gaussian
Orde 0	$V \approx 0$	$V = 0,0062$
Orde 1	$V = 2,60$	$V = 3,744$
Orde 2	$V = 6,721$	$V = 6,722$

2. Penambahan parameter lebar untuk pandu gelombang persegi menggunakan fungsi cobaan Hipergeometri-Secant Hiperbolik tidak terlalu berpengaruh terhadap akurasi hasil perhitungan (hanya memperkecil galat relatif dalam orde yang cukup kecil), artinya bahwa pendekatan Hipergeometri-Secant Hiperbolik tidak memperlumaskan

penggunaan 1 ataupun 2 parameter lebar pada pandu gelombang persegi karena analisa hasil perhitungannya diperoleh hampir sama.

3. Hasil perhitungan konstanta propagasi ternormalisasi B , fungsi pendekatan Hipergeometri untuk pandu gelombang persegi 1 parameter lebar dengan *aspect ratio* $a = 1$ dan $a = 2$, memperlihatkan kesesuaian terhadap metode indeks efektif, dimana analisa perhitungan nilai B dengan pendekatan Hipergeometri semakin akurat mendekati hasil perhitungan dengan metode indeks efektif untuk frekuensi ternormalisasi V yang semakin besar.
4. Hasil perhitungan besarnya prosentase pengurangan berkas energi gelombang cahaya menggunakan fungsi pendekatan Hipergeometri-Secant Hiperbolik diperoleh :
 - Untuk pandu gelombang slab orde 0 diperoleh 82,0847%
 - Untuk pandu gelombang persegi modulus TE_{00} menggunakan 2 parameter lebar dengan *aspect ratio*, $a = 1$, diperoleh 84,6054%

V.2. Saran

Dari hasil perhitungan komputasi secara numerik untuk beberapa harga V tertentu baik untuk pandu gelombang slab maupun pandu gelombang persegi diperoleh nilai B yang sulit konvergen, untuk itu perlu juga diujicobakan untuk beberapa fungsi pendekatan yang lain

DAFTAR PUSTAKA

1. Tamir, T., (1990) *Guided-Wave Optoelectronics*, Second Edition Springer-Verlag
2. Moroshita. K., and Kumagai. N., (1977), *IEEE Trans*, MTT – 25, 34
3. Lee, D.L., (1986), *Electromagnetic Principles of Integrated Optics*, John Wiley and Sons. Inc
4. Matsuhara. M., (1973), *J. Opt, soc, Am.* 63, 1514
5. Rohedi, A.Y., dan Arifin, Z., (1999), *Perhitungan nilai tetapan propagasi efektif pandu gelombang graded dalam deret profil indeks bias*, Laporan Penelitian Lemlit ITS, Surabaya
6. Penny, J., and Lindfield, G., (1995), *Numerical Methods Using Matlab*, First Edition, Ellis Horwood Limited, London
7. Triatmodjo, B., (2002), *Metode Numerik*, Beta Offset, Yogyakarta
8. Nakamura, S., (1990), *Applied Numerical Methods With Software*, Prentice Hall
9. Erteza, I.A. (1993), *A Variational Analysis of Rectangular Channel Dielectric Waveguides Using Gaussian Modal Approximation*, Ph.D Dissertation, Stanford Univ.
10. Nishihara, H., Haruna, M., and Suhara, T., (1989), *Optical Integrated Circuits*, First Edition, R.R. Donelley and Sons Company, USA
11. Rohedi, A.Y., (2005), *Application of the variational method using Hypergeometri polynomials as modal approximations to symmetrical slab waveguide*, Poster edition, ITB, Bandung
12. Marcatili, E.A.J., (1969), *Bell Syst. Tech. J.* 48, 2071
13. Chapra, S.C., (1991), *Metode Numerik Untuk Teknik*, Universitas Indonesia Press, Jakarta
14. Biran, A., And Breiner M., (1995), *Matlab for Engineers*, University Press, Cambridge

15. Rohedi, A.Y., (1997), *Perancangan Directional-Coupler Untuk Aplikasi WDM Struktur 4 x 4*, Tesis Pascasarjana UI

LAMPIRAN A

Lampiran A berisi persamaan yang menggambarkan moda orde pertama dan orde kedua dalam pandu gelombang slab planar simetri step indeks untuk fungsi cobaan Polinomial Hipergeometri dan Hermite-Gaussian

A.1. Moda orde pertama (orde 1)

(Fungsi cobaan polinomial Hipergeometri)

$$\begin{aligned}
 B = & \frac{4}{NhV} \left[\frac{\Gamma(s+1/2)}{\Gamma(s-1)} \right] \int_{-V/2}^{V/2} \sinh^2 \left(\frac{2\xi}{NhV} \right) d\xi \\
 & - \frac{2}{V^2 (Nh)^2} \left[\frac{4 \Gamma(s+1/2) \Gamma(s+3/2) - 4s \Gamma(s-1/2) \Gamma/2+3/2}{\Gamma(s-1/2) \Gamma/2+3/2} \right. \\
 & \left. + \frac{3s^2 \Gamma(s+1/2) \Gamma/2-1/2}{\Gamma(s-1/2) \Gamma/2+3/2} \right] \dots\dots\dots (A1)
 \end{aligned}$$

(Fungsi cobaan polinomial Hermite-Gaussian)

$$\Phi(x) = \left(\frac{1}{2W} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right)^{1/2} H_1 \left(\frac{\sqrt{2} x}{W} \right) \exp \left(-\frac{x^2}{W^2} \right), H_1 \left(\frac{\sqrt{2} x}{W} \right) = \frac{2\sqrt{2} x}{W} \dots\dots\dots (A2)$$

$$0 = 1 - \frac{V^2}{3(NW)} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp \left[-\frac{2}{(NW)^2} \right] \dots\dots\dots (A3)$$

$$B = -2 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{NW} \exp \left[-\frac{2}{(NW)^2} \right] + \operatorname{erf} \left[\frac{\sqrt{2}}{NW} \right] - \frac{12}{(NW)^2 V^2} \dots\dots\dots (A4)$$

A.2. Moda orde kedua (orde 2)

(Fungsi cobaan polinomial Hipergeometri)

$$B = \frac{2}{NhV \sqrt{\pi}} \left[\frac{\Gamma(s+1/2)}{\Gamma(s) - 2(s-1) \Gamma(s-1) + 3(s-1)^2 \Gamma(s-2)} \right]$$

$$\begin{aligned}
& \times \left[\int_{-v/2}^{v/2} \operatorname{sech}^{2s} \left(\frac{2\xi}{NhV} \right) d\xi - 4(s-1) \int_{-v/2}^{v/2} \sinh^2 \left(\frac{2\xi}{NhV} \right) \operatorname{sech}^{2s} \left(\frac{2\xi}{NhV} \right) d\xi \right. \\
& \left. + 4(s-1)^2 \int_{-v/2}^{v/2} \sinh^4 \left(\frac{2\xi}{NhV} \right) \operatorname{sech}^{2s} \left(\frac{2\xi}{NhV} \right) d\xi \right] \\
& - \frac{2}{V^2 (Nh)^2} \left[\frac{2s^2 \Gamma(s) + (4s^3 + 4s^2 - 8s) \Gamma(s-1)}{(2s+1) (\Gamma(s) - 2(s-1) \Gamma(s-1) + 3(s-1)^2 \Gamma(s-2))} \right. \\
& \left. + \frac{14s^4 - 52s^3 + 54s^2 - 8s - 8}{(2s+1) (\Gamma(s) - 2(s-1) \Gamma(s-1) + 3(s-1)^2 \Gamma(s-2))} \right] \dots\dots\dots (A5)
\end{aligned}$$

(Fungsi cobaan polinomial Hermite-Gaussian)

$$\Phi(x) = \left(\frac{1}{8W} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right)^{1/2} H_2 \left(\frac{\sqrt{2} x}{W} \right) \exp \left(-\frac{x^2}{W^2} \right), H_2 \left(\frac{\sqrt{2} x}{W} \right) = \frac{8x^2}{W^2} - 2 \dots\dots\dots (A6)$$

$$0 = 1 - \frac{V^2}{20\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{2}{(NW)^2} \right] \left\{ \frac{16}{(NW)^3} - \frac{8}{NW} + NW \right\} \dots\dots\dots (A7)$$

$$\begin{aligned}
B = & -2 \sqrt{\frac{8}{\pi}} \frac{1}{(NW)^3} \exp \left[-\frac{2}{(NW)^2} \right] - \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{NW} \exp \left[-\frac{2}{(NW)^2} \right] \\
& + \operatorname{erf} \left[\frac{\sqrt{2}}{NW} \right] - \frac{20}{(NW)^2 V^2} \dots\dots\dots (A8)
\end{aligned}$$

LAMPIRAN B

Lampiran B berisi persamaan-persamaan yang menggambarkan 4 (empat) moda orde tinggi pada pandu gelombang *rectangular* (tipe *burid*) untuk variasi 2 parameter lebar dengan *aspec ratio* $a = 1$

B.1. Moda (0,0) untuk pandu gelombang *rectangular*

(Fungsi cobaan polinomial Hipergeometri)

$$\Phi_0(x,y) = \frac{2}{\sqrt{h_x h_y} \pi} \sqrt{\frac{\Gamma(s_x + 1/2)}{\Gamma(s_x)}} \sqrt{\frac{\Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y)}} \operatorname{sech}^{s_x} \left(\frac{2x}{h_x} \right) \operatorname{sech}^{s_y} \left(\frac{2y}{h_y} \right) \dots (B1)$$

$$B = \frac{4}{h_x h_y \pi} \left[\frac{\Gamma(s_x + 1/2) \Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_x) \Gamma(s_y)} \int_{-d_x/2}^{d_x/2} \operatorname{sech}^{2s_x} \left(\frac{2x}{h_x} \right) dx \int_{-d_y/2}^{d_y/2} \operatorname{sech}^{2s_y} \left(\frac{2y}{h_y} \right) dy \right. \\ \left. - \frac{2s_x^2}{V^2 (Nh_x)^2} \left[\frac{\Gamma(s_x + 1/2)}{\Gamma(s_x + 3/2)} \right] - \frac{2s_y^2}{V^2 (Nh_y)^2} \left[\frac{\Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y + 3/2)} \right] \dots \dots \dots (B2)$$

(Fungsi cobaan polinomial Hermite-Gaussian)

$$\Phi_0(x,y) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{W_x}} \frac{1}{\sqrt{W_y}} \exp \left(\frac{-x^2}{W_x^2} \right) \exp \left(\frac{-y^2}{W_y^2} \right) \dots \dots \dots (B3)$$

$$1 - \frac{V^2 (NW_y)}{2\sqrt{2\pi} \exp \left[\frac{2}{(NW_y)^2} \right]} \operatorname{erf} \left[\frac{\sqrt{2}}{NW_x} \right] = 0 \dots \dots \dots (B4)$$

$$1 - \frac{V^2 (NW_x)}{2\sqrt{2\pi} \exp \left[\frac{2}{(NW_x)^2} \right]} \operatorname{erf} \left[\frac{\sqrt{2}}{NW_y} \right] = 0 \dots \dots \dots (B5)$$

$$B = \frac{-4}{(NW_x)^2 V^2} - \frac{4}{(NW_y)^2 V^2} + \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}}{NW_x} \right) \right] \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}}{NW_y} \right) \right] \dots \dots \dots (B6)$$

B.2. Moda (0,1) untuk pandu gelombang rectangular

(Fungsi cobaan polinomial Hipergeometri)

$$\begin{aligned} \Phi_0(x) &= \sqrt{\frac{2}{h_x}} \left(\frac{1}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{\Gamma(s_x + 1/2)}{\Gamma(s_x)}} \operatorname{sech}^{s_x} \left(\frac{2x}{h_x}\right) \\ \Phi_1(y) &= \frac{2}{\sqrt{h_y}} \left(\frac{1}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{\Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y - 1)}} \sinh \left(\frac{2y}{h_y}\right) \operatorname{sech}^{s_y} \left(\frac{2y}{h_y}\right) \\ \Phi_{01}(x, y) &= \frac{2}{\sqrt{h_x h_y}} \left(\frac{2}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{\Gamma(s_x + 1/2)}{\Gamma(s_x)}} \sqrt{\frac{\Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y - 1)}} \operatorname{sech}^{s_x} \left(\frac{2x}{h_x}\right) \\ &\quad \times \sinh \left(\frac{2y}{h_y}\right) \operatorname{sech}^{s_y} \left(\frac{2y}{h_y}\right) \dots \dots \dots (B7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{8}{h_x h_y \pi} \left[\frac{\Gamma(s_x + 1/2) \Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_x) \Gamma(s_y - 1)} \right] \int_{-d_x/2}^{d_x/2} \operatorname{sech}^{2s_x} \left(\frac{2x}{h_x}\right) dx \int_{-d_y/2}^{d_y/2} \operatorname{sech}^{2s_y} \left(\frac{2y}{h_y}\right) \\ &\quad \times \sinh^2 \left(\frac{2y}{h_y}\right) dy - \left[\frac{2s_x^2}{a^2 V^2 (Nh_x)^2} \left(\frac{\Gamma(s_x + 1/2)}{\Gamma(s_x + 3/2)}\right) + \frac{6s_y^2}{V^2 (Nh_y)^2} \left(\frac{\Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y + 3/2)}\right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{8s_y}{V^2 (Nh_y)^2} + \frac{8}{V^2 (Nh_y)^2} \left(\frac{\Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y - 1/2)}\right) \right] \dots \dots \dots (B8) \end{aligned}$$

(Fungsi cobaan polinomial Hermite-Gaussian)

$$\begin{aligned} \Phi_{01}(x, y) &= \left[\left(\frac{1}{W_x} \sqrt{\frac{2}{\pi}}\right)^{\frac{1}{2}} H_0 \left(\frac{\sqrt{2} x}{W_x}\right) \exp \left(-\frac{x^2}{W_x^2}\right) \right] \\ &\quad \times \left[\left(\frac{1}{2W_y} \sqrt{\frac{2}{\pi}}\right)^{\frac{1}{2}} H_1 \left(\frac{\sqrt{2} y}{W_y}\right) \exp \left(-\frac{y^2}{W_y^2}\right) \right] \dots \dots \dots (B9) \end{aligned}$$

Dimana : $H_0 \left(\frac{\sqrt{2} x}{W_x}\right) = 1$ dan $H_1 \left(\frac{\sqrt{2} y}{W_y}\right) = \frac{2\sqrt{2} y}{W_y}$

$$1 - \frac{(NW_y)^2}{3} V^2 \left[\frac{\sqrt{2/\pi}}{(NW_y)^3 \exp[2/(NW_y)^2]} \right] \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}}{NW_x} \right) \right] = 0 \dots\dots\dots(B10)$$

$$1 - \frac{(NW_x)^2}{4} V^2 \left[\frac{\sqrt{2/\pi}}{(NW_x) \exp[2/(NW_x)^2]} \right] \left[\frac{-2\sqrt{2/\pi}}{(NW_y) \exp[2/(NW_y)^2]} + \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}}{NW_y} \right) \right] = 0 \dots\dots\dots(B11)$$

$$B = \frac{-4}{V^2 (NW_x)^2} - \frac{12}{V^2 (NW_y)^2} + \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}}{NW_x} \right) \right] \left[\frac{-2\sqrt{2/\pi}}{(NW_y) \exp[2/(NW_y)^2]} + \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}}{NW_y} \right) \right] \dots\dots\dots(B12)$$

B.3. Moda (1,0) untuk pandu gelombang rectangular

(Fungsi cobaan polinomial Hipergeometri)

$$\Phi_1(x) = \frac{2}{\sqrt{h_x}} \left(\frac{1}{\pi} \right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{\Gamma(s_x + 1/2)}{\Gamma(s_x - 1)}} \sinh \left(\frac{2x}{h_x} \right) \operatorname{sech}^{s_x} \left(\frac{2x}{h_x} \right)$$

$$\Phi_0(y) = \sqrt{\frac{2}{h_y}} \left(\frac{1}{\pi} \right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{\Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y)}} \operatorname{sech}^{s_y} \left(\frac{2y}{h_y} \right)$$

$$\Phi_{10}(x,y) = \frac{2}{\sqrt{h_x h_y}} \left(\frac{2}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{\Gamma(s_x + 1/2)}{\Gamma(s_x - 1)}} \sqrt{\frac{\Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y)}} \operatorname{sech}^{s_x} \left(\frac{2x}{h_x} \right) \times \sinh \left(\frac{2x}{h_x} \right) \operatorname{sech}^{s_y} \left(\frac{2y}{h_y} \right) \dots\dots\dots(B13)$$

$$B = \frac{8}{h_x h_y \pi} \left[\frac{\Gamma(s_x + 1/2) \Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y) \Gamma(s_x - 1)} \right] \int_{-d_x/2}^{d_x/2} \operatorname{sech}^{2s_x} \left(\frac{2x}{h_x} \right) \sinh^2 \left(\frac{2x}{h_x} \right) dx$$

$$x \int_{-d_y/2}^{d_y/2} \operatorname{sech}^{2s_y} \left(\frac{2y}{h_y} \right) dy - \left[\frac{6s_x^2}{V^2 (Nh_x)^2} \left(\frac{\Gamma(s_x + 1/2)}{\Gamma(s_x + 3/2)} \right) + \frac{2s_y^2}{V^2 (Nh_y)^2} \right. \\ \left. x \left(\frac{\Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y + 3/2)} \right) - \frac{8s_x}{V^2 (Nh_x)^2} + \frac{8}{V^2 (Nh_x)^2} \left(\frac{\Gamma(s_x + 1/2)}{\Gamma(s_x - 1/2)} \right) \right] \dots \dots \dots (B14)$$

(Fungsi cobaan polinomial Hermite-Gaussian)

$$\Phi_{10}(x, y) = \left[\left(\frac{1}{2W_x} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right)^{\frac{1}{2}} H_1 \left(\frac{\sqrt{2} x}{W_x} \right) \exp \left(-\frac{x^2}{W_x^2} \right) \right] \\ \times \left[\left(\frac{1}{W_y} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right)^{\frac{1}{2}} H_0 \left(\frac{\sqrt{2} y}{W_y} \right) \exp \left(-\frac{y^2}{W_y^2} \right) \right] \dots \dots \dots (B15)$$

Dimana : $H_1 \left(\frac{\sqrt{2} x}{W_x} \right) = \frac{2\sqrt{2} x}{W_x}$ dan $H_0 \left(\frac{\sqrt{2} y}{W_y} \right) = 1$

$$1 - \frac{(NW_y)^2}{4} V^2 \left[\frac{\sqrt{2/\pi}}{(NW_y) \exp [2 / (NW_y)^2]} \right] \left[\frac{-2\sqrt{2/\pi}}{(NW_x) \exp [2 / (NW_x)^2]} \right] \\ + \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}}{NW_x} \right) = 0 \dots \dots \dots (B16)$$

$$1 - \frac{(NW_x)^2}{3} V^2 \left[\frac{\sqrt{2/\pi}}{(NW_x)^3 \exp [2 / (NW_x)^2]} \right] \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}}{NW_y} \right) \right] = 0 \dots \dots \dots (B17)$$

$$B = \frac{-12}{V^2 (NW_x)^2} - \frac{4}{V^2 (NW_y)^2} + \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}}{NW_y} \right) \right] \left[\frac{-2\sqrt{2/\pi}}{(NW_x) \exp [2 / (NW_x)^2]} \right] \\ + \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}}{NW_x} \right) \dots \dots \dots (B18)$$

B.4. Moda (1,1) untuk pandu gelombang rectangular

(Fungsi cobaan polinomial Hipergeometri)

$$\Phi_1(x) = \frac{2}{\sqrt{h_x}} \left(\frac{1}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{\Gamma(s_x + 1/2)}{\Gamma(s_x - 1)}} \sinh\left(\frac{2x}{h_x}\right) \operatorname{sech}^{s_x}\left(\frac{2x}{h_x}\right)$$

$$\Phi_1(y) = \frac{2}{\sqrt{h_y}} \left(\frac{1}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{\Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y - 1)}} \sinh\left(\frac{2y}{h_y}\right) \operatorname{sech}^{s_y}\left(\frac{2y}{h_y}\right)$$

$$\Phi_{11}(x,y) = \frac{4}{\sqrt{h_x} \sqrt{h_y} \sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{\Gamma(s_x + 1/2)}{\Gamma(s_x - 1)}} \sqrt{\frac{\Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y - 1)}} \sinh\left(\frac{2x}{h_x}\right) \operatorname{sech}^{s_x}\left(\frac{2x}{h_x}\right) \times \sinh\left(\frac{2y}{h_y}\right) \operatorname{sech}^{s_y}\left(\frac{2y}{h_y}\right) \dots\dots\dots(B19)$$

$$B = \frac{16}{h_x h_y \pi} \left[\frac{\Gamma(s_x + 1/2) \Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_x - 1) \Gamma(s_y - 1)} \int_{-d_x/2}^{d_x/2} \sinh^2\left(\frac{2x}{h_x}\right) \operatorname{sech}^{2s_x}\left(\frac{2x}{h_x}\right) dx \right. \\ \times \int_{-d_y/2}^{d_y/2} \sinh^2\left(\frac{2y}{h_y}\right) \operatorname{sech}^{2s_y}\left(\frac{2y}{h_y}\right) - \left[\frac{6s_x^2}{V^2(Nh_x)^2} \left(\frac{\Gamma(s_x + 1/2)}{\Gamma(s_x + 3/2)}\right) \right. \\ \left. + \frac{6s_y^2}{V^2(Nh_y)^2} \left(\frac{\Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y + 3/2)}\right) - \frac{8s_x}{V^2(Nh_x)^2} - \frac{8s_y}{V^2(Nh_y)^2} \right. \\ \left. \left. + \frac{8}{V^2(Nh_x)^2} \left(\frac{\Gamma(s_x + 1/2)}{\Gamma(s_x - 1/2)}\right) + \frac{8}{V^2(Nh_y)^2} \left(\frac{\Gamma(s_y + 1/2)}{\Gamma(s_y - 1/2)}\right) \right] \dots\dots\dots(B20)$$

(Fungsi cobaan polinomial Hermite-Gaussian)

$$\Phi_{11}(x,y) = \left[\left(\frac{1}{2W_x} \sqrt{\frac{2}{\pi}}\right)^{\frac{1}{2}} H_1\left(\frac{\sqrt{2} x}{W_x}\right) \exp\left(-\frac{x^2}{W_x^2}\right) \right] \times \left[\left(\frac{1}{2W_y} \sqrt{\frac{2}{\pi}}\right)^{\frac{1}{2}} H_1\left(\frac{\sqrt{2} y}{W_y}\right) \exp\left(-\frac{y^2}{W_y^2}\right) \right] \dots\dots\dots(B21)$$

Dimana : $H_1\left(\frac{\sqrt{2} x}{W_x}\right) = \frac{2\sqrt{2} x}{W_x}$ dan $H_1\left(\frac{\sqrt{2} y}{W_y}\right) = \frac{2\sqrt{2} y}{W_y}$

$$1 - \frac{(NW_y)^2}{3} V^2 \left[\frac{\sqrt{2/\pi}}{(NW_y)^3 \exp[2 / (NW_y)^2]} \right] \left[\frac{-2\sqrt{2/\pi}}{(NW_x) \exp[2 / (NW_x)^2]} \right] + \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}}{NW_x}\right) = 0 \dots\dots\dots(B22)$$

$$1 - \frac{(NW_x)^2}{3} V^2 \left[\frac{\sqrt{2/\pi}}{(NW_x)^3 \exp[2 / (NW_x)^2]} \right] \left[\frac{-2\sqrt{2/\pi}}{(NW_y) \exp[2 / (NW_y)^2]} \right] + \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}}{NW_y}\right) = 0 \dots\dots\dots(B23)$$

$$B = \frac{-12}{V^2(NW_x)^2} - \frac{12}{V^2(NW_y)^2} + \left[\frac{-2\sqrt{2/\pi}}{(NW_x) \exp[2 / (NW_x)^2]} + \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}}{NW_x}\right) \right] \times \left[\frac{-2\sqrt{2/\pi}}{(NW_y) \exp[2 / (NW_y)^2]} + \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}}{NW_y}\right) \right] \dots\dots\dots(B24)$$



LAMPIRAN C PROGRAM KOMPUTASI

- Program B Vs V moda 0,1,2 P.G. Slab untuk solusi eksak

```

function y=fungsi_slab(V,a,m,b)
y=V*sqrt(1-b)-atan(sqrt(b/(1-b)))-atan(sqrt((b+a)/(1-b)))-m*pi;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function b3=secan_slab(V,a,m,b1)
%V frekuensi ternormalisasi
%a faktor ketaksimetrian
%m orde moda
b1=.9; b2=.91; tol=1e-6;
b3=b2-(b2-b1)*fungsi_slab(V,a,m,b2)/(fungsi_slab(V,a,m,b2)-
fungsi_slab(V,a,m,b1));
while abs(b3-b2)>tol
    b1=b2;
    b2=b3;
    b3=b2-(b2-b1)*fungsi_slab(V,a,m,b2)/(fungsi_slab(V,a,m,b2)-
fungsi_slab(V,a,m,b1));
end;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function b3=vb_slab(a,m)
%V frekuensi ternormalisasi
%a Faktor ketaksimetrian
%m orde moda
V0=atan(sqrt(a))+ m*pi;
V=V0:.1:16;
nV=length(V);
for i=1:nV;
    b3(i)=secan_slab(V(i),a,m,.9);
end
plot(V,b3,'-');
axis([0 4 0 1])
xlabel('Frekuensi ternormalisasi (V)')
ylabel('Konstanta propagasi ternormalisasi (B)')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function grafik_vb_slab
clf;
a=0; m=0
vb_slab(a,m);
hold on
a=0; m=1
vb_slab(a,m);
hold on
a=0; m=2
vb_slab(a,m);
gtext('moda dasar')
gtext('orde 1')
gtext('orde 2')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

• Program B Vs V moda 0,1,2 P.G. Slab untuk solusi fungsi cobaan Hipergeometri

```
function y=hiperbolik(u,Nh,V)
%Fungsi cobaan moda 0 tesis lokollo
s=0.5*(sqrt(1+(Nh*V).^2)-1);
y=((pi).^(-1/4)).*sqrt(gamma(s+1/2)./gamma(s)).*sech(u).^s;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function y=b_lokollo(Nh,V)
% b_lokollo berisi formula untuk menghitung integral dari fungsi
Hyperbolik
n=200; a=-1/Nh; b=1/Nh; h=(b-a)/n;
u=a:h:b;
f=hiperbolik(u,Nh,V).^2;
m=2*ones(n+1,1); m1=2*ones(n/2,1);
m(2:2:n)=m(2:2:n)+m1;
m(1)=1; m(n+1)=1;
y=h*f*m/3;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function b=b_lokolo(Nh,V)
% Formula B moda 0 tesis lokollo
s=0.5*(sqrt(1+(Nh*V).^2)-1);
b=b_lokollo(Nh,V)-(4*s.^2/(V*Nh).^2)./(2*s+1);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function y=db_dNhlo(Nh,V)
% db_dNhlo menghitung turunan B terhadap Nh
h=0.01;
y=b_lokolo(Nh-2*h,V)-8*b_lokolo(Nh-h,V)+8*b_lokolo(Nh+h,V)-
b_lokolo(Nh+2*h,V);
y=y/(12*h);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [Nh,b]=bV_lokolo(V)
% V Frekuensi ternormalisasi
% Metode secant untuk menghitung b akar db_dNhlo = 0
Nh1=.9; Nh2=.91; ep=1e-6;
Nh3=Nh2-(Nh2-Nh1)*db_dNhlo(Nh2,V)./(db_dNhlo(Nh2,V)-
db_dNhlo(Nh1,V));
while (abs(Nh3-Nh2)>ep)
    Nh1=Nh2;
    Nh2=Nh3;
    Nh3=Nh2-(Nh2-Nh1).*db_dNhlo(Nh2,V)./(db_dNhlo(Nh2,V)-
db_dNhlo(Nh1,V));
end;
Nh=Nh3;
b=b_lokolo(Nh,V);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function y=hiperbolik1(u,Nh,V)
% Fungsi cobaan moda 1 Tesis Lokollo
s=0.5*(sqrt(1+(Nh*V).^2)-1);
y=((pi).^(-
1/4)).*sqrt(2).*sinh(u).*(sech(u).^s).*sqrt((gamma(s+1/2)./gamma(s-
1)));
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function y=b1_lokollo(Nh,V)
% b1_lokollo berisi formula untuk menghitung integral dari fungsi
% Hiperbolik1
n=200; a=-1/Nh; b=1/Nh; h=(b-a)/n;
```



```

u=a:h:b;
f=hiperbolik1(u,Nh,V).^2;
m=2*ones(n+1,1); m1=2*ones(n/2,1);
m(2:2:n)=m(2:2:n)+m1;
m(1)=1; m(n+1)=1;
y=h*f*m/3;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function b=b1_lokolo(Nh,V)
% Formula B moda orde 1 tesis lokollo
s=0.5*(sqrt(1+(Nh*V).^2)-1);
b=b1_lokol1o(Nh,V)-(4/(V*Nh).^2).*((3*s.^2-2*s-1)./(2*s+1));
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function y=db1_dNhlo(Nh,V)
% db1_dNhlo menghitung turunan B terhadap Nh
h=0.01;
y=b1_lokolo(Nh-2*h,V)-8*b1_lokolo(Nh-h,V)+8*b1_lokolo(Nh+h,V)-
b1_lokolo(Nh+2*h,V);
y=y/(12*h);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [Nh,b1]=b1V_lokolo(V)
% V Frekuensi ternormalisasi
% Metode secant untuk menghitung b1 akar db1_dNhlo = 0
Nh1=.9; Nh2=.91; ep=1e-6;
Nh3=Nh2-(Nh2-Nh1)*db1_dNhlo(Nh2,V)./(db1_dNhlo(Nh2,V)-
db1_dNhlo(Nh1,V));
while (abs(Nh3-Nh2)>ep)
    Nh1=Nh2;
    Nh2=Nh3;
    Nh3=Nh2-(Nh2-Nh1)*db1_dNhlo(Nh2,V)./(db1_dNhlo(Nh2,V)-
db1_dNhlo(Nh1,V));
end;
Nh=Nh3;
b1=b1_lokolo(Nh,V);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function y=hiperbolik2(u,Nh,V)
% Fungsi cobaan moda 2 tesis lokollo
s=0.5*(sqrt(1+(Nh*V).^2)-1);
y=((pi).^(-1/4)).*((gamma(s)./gamma(s+1/2))-4.*(s-1)).*((gamma(s-
1)./gamma(s-1/2))-(gamma(s)./gamma(s+1/2)))+...
(4.*(s-1).^2).*((gamma(s-2)./gamma(s-3/2))-2.*gamma(s-
1)./gamma(s-1/2))+gamma(s)./gamma(s+1/2))).^(-1/2).*...
(1-2.*(s-1).*sinh(u).^2).*sech(u).^s;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function y=b2_lokol1o(Nh,V)
% b2_lokol1o berisi formula untuk menghitung integral dari fungsi
% Hyperbolik2
n=200; a=-1/Nh; b=1/Nh; h=(b-a)/n;
u=a:h:b;
f=hiperbolik2(u,Nh,V).^2;
m=2*ones(n+1,1); m1=2*ones(n/2,1);
m(2:2:n)=m(2:2:n)+m1;
m(1)=1; m(n+1)=1;
y=h*f*m/3;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function b=b2_lokolo(Nh,V)
% Formula B moda 2 tesis lokollo
s=0.5*(sqrt(1+(Nh*V).^2)-1);

```

```

b=b2_lokol1o(Nh,V)-(4*(10*s.^3-21*s.^2+4)/(V*Nh).^2)./(4*s.^2+s+1);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function y=db2_dNh1o(Nh,V)
% db2_dNh1o menghitung turunan B terhadap Nh
h=0.01;
y=b2_lokolo(Nh-2*h,V)-8*b2_lokolo(Nh-h,V)+8*b2_lokolo(Nh+h,V)-
b2_lokolo(Nh+2*h,V);
y=y/(12*h);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [Nh,b2]=b2V_lokolo(V)
% V Frekuensi ternormalisasi
% Metode secant untuk menghitung b2 akar db2_dNh1o = 0
Nh1=.9; Nh2=.91; ep=1e-6;
Nh3=Nh2-(Nh2-Nh1)*db2_dNh1o(Nh2,V)./(db2_dNh1o(Nh2,V)-
db2_dNh1o(Nh1,V));
while (abs(Nh3-Nh2)>ep)
    Nh1=Nh2;
    Nh2=Nh3;
    Nh3=Nh2-(Nh2-Nh1)*db2_dNh1o(Nh2,V)./(db2_dNh1o(Nh2,V)-
db2_dNh1o(Nh1,V));
end;
Nh=Nh3;
b2=b2_lokolo(Nh,V);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

• **Prog. gabung fungsi cobaan Hipergeometri moda 0, 1, 2 PG. Slab**

```

V=0.05:.3:16
nV=length(V);
for i=1:nV
    [Nh(i),b(i)]=bV_lokolo(V(i));
end
plot(V,b, '.')
axis([0 16 0 1]);
xlabel('Frekuensi ternormalisasi (V)')
ylabel('Konstanta propagasi ternormalisasi (B)')
hold on

V=2.91:.3:16
nV=length(V);
for i=1:nV
    [Nh(i),b1(i)]=b1V_lokolo(V(i));
end
plot(V,b1, '.')
axis([0 16 0 1]);

hold on
V=6.73:.3:16
nV=length(V);
for i=1:nV
    [Nh(i),b2(i)]=b2V_lokolo(V(i));
end
plot(V,b2, '.');
axis([0 16 0 1]);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```


• Program B Vs V moda dasar P.G. rectangular, 1 parameter lebar dengan aspect ratio a=1 untuk fungsi cobaan Hipergeometri

```

function y=hiperbolik03(u,Nh,V)
%Fungsi cobaan moda 0 PG Rectangular pada arah x
sx=0.5*(sqrt(1+(Nh*V).^2)-1);
y=((pi).^(-1/4))*sqrt(gamma(sx+1/2)./gamma(sx)).*sech(u).^sx;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function y=hiperbolik031(v,Nh,V)
%Fungsi cobaan moda 0 PG Rectangular pada arah y
sy=0.5*(sqrt(1+(Nh*V).^2)-1);
y=((pi).^(-1/4)).*sqrt(gamma(sy+1/2)./gamma(sy)).*sech(v).^sy;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function y=b03_lokollo(Nh,V)
% b03_lokollo berisi formula untuk menghitung integral dari fungsi
% Hyperbolik03
n=200; a=-1/Nh; b=1/Nh; hx=(b-a)/n;
u=a:hx:b;
f03=hiperbolik03(u,Nh,V).^2;
m=2*ones(n+1,1); m1=2*ones(n/2,1);
m(2:2:n)=m(2:2:n)+m1;
m(1)=1; m(n+1)=1;
y=hx*f03*m/3;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function y=b031_lokollo(Nh,V)
% b031_lokollo berisi formula untuk menghitung integral dari fungsi
% Hyperbolik031
n=200; a=-1/Nh; b=1/Nh; hy=(b-a)/n;
v=a:hy:b;
f031=hiperbolik031(v,Nh,V).^2;
m=2*ones(n+1,1); m1=2*ones(n/2,1);
m(2:2:n)=m(2:2:n)+m1;
m(1)=1; m(n+1)=1;
y=hy*f031*m/3;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function b3=b3_lokolo(Nh,V)
% Formula B moda 0 PG rectangular satu parameter lebar, a=1 tesis
lokollo
sx=0.5*(sqrt(1+(Nh*V).^2)-1); sy=0.5*(sqrt(1+(Nh*V).^2)-1);
b3=b03_lokollo(Nh,V).*b031_lokollo(Nh,V)-
((4*sx.^2/(V*Nh).^2)./(2*sx+1))-((4*sy.^2/(V*Nh).^2)./(2*sy+1));
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function y=db3_dNhlo(Nh,V)
%db3_dNhlo menghitung turunan B terhadap Nh
h=0.01;
y=b3_lokolo(Nh-2*h,V)-8*b3_lokolc(Nh-h,V)+8*b3_lokolo(Nh+h,V)-
b3_lokolo(Nh+2*h,V);
y=y/(12*h);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [b3,Nh]=b3V_lokolo(V)
% V Frekuensi ternormalisasi
% Metode secant untuk menghitung b3 akar db3_dNhlo = 0
Nh1=.9; Nh2=.91; ep=1e-6;
Nh3=Nh2-(Nh2-Nh1).*db3_dNhlo(Nh2,V)./(db3_dNhlo(Nh2,V)-
db3_dNhlo(Nh1,V));
while (abs(Nh3-Nh2)>ep)
    Nh1=Nh2;

```



```

    Nh2=Nh3;
    Nh3=Nh2- (Nh2-Nh1) .*db3_dNhlo (Nh2,V) ./ (db3_dNhlo (Nh2,V) -
db3_dNhlo (Nh1,V) );
end;
Nh=Nh3;
b3=b3_lokolo (Nh, V) ;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
V=1.87:.5:16
nV=length(V);
for i=1:nV
    [b3(i),Nh(i)]=b3V_lokolo(V(i))
end
plot(V,b3, '.');
axis([0 16 0 1]);
xlabel('Frekuensi ternormalisasi (V)')
ylabel('Konstanta propagasi ternormalisasi (B)')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

• **Program B Vs V moda dasar P.G. rectangular, 1 parameter lebar dengan aspect ratio a=2 untuk fungsi cobaan Hipergeometri**

```

function y=hiperbolik04(u,Nh,V)
sx=0.5*(sqrt(1+1/4*(Nh*V).^2)-1);
y=((pi).^(-1/4))*sqrt(gamma(sx+1/2)./gamma(sx)).*sech(u).^sx;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function y=hiperbolik041(v,Nh,V)
sy=0.5*(sqrt(1+(Nh*V).^2)-1);
y=((pi).^(-1/4)).*sqrt(gamma(sy+1/2)./gamma(sy)).*sech(v).^sy;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function y=b04_lokollo(Nh,V)
n=200; a=-2/Nh; b=2/Nh; hx=(b-a)/n;
u=a:hx:b;
f04=hiperbolik04(u,Nh,V).^2;
m=2*ones(n+1,1); m1=2*ones(n/2,1);
m(2:2:n)=m(2:2:n)+m1;
m(1)=1; m(n+1)=1;
y=hx*f04*m/3;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function y=b041_lokollo(Nh,V)
n=200; a=-1/Nh; b=1/Nh; hy=(b-a)/n;
v=a:hy:b;
f041=hiperbolik041(v,Nh,V).^2;
m=2*ones(n+1,1); m1=2*ones(n/2,1);
m(2:2:n)=m(2:2:n)+m1;
m(1)=1; m(n+1)=1;
y=hy*f041*m/3;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function b4=b4_lokolo(Nh,V)
% Formula B moda 0 PG rectangular satu parameter lebar, a=2 tesis
lokollo
sx=0.5*(sqrt(1+(1/4).*(Nh*V).^2)-1); sy=0.5*(sqrt(1+(Nh*V).^2)-1);
b4=b04_lokollo(Nh,V).*b041_lokollo(Nh,V)-
((4*sx.^2/(V*Nh).^2)./(2*sx+1))-((4*sy.^2/(V*Nh).^2)./(2*sy+1))
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function y=db4_dNhlo(Nh,V)
%db4_dNhlo menghitung turunan B terhadap Nh

```

```

h=0.01;
y=b4_lokolo(Nh-2*h,V)-8*b4_lokolo(Nh-h,V)+8*b4_lokolo(Nh+h,V)-
b4_lokolo(Nh+2*h,V);
y=y/(12*h);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [b4,Nh]=b4V_lokolo(V)
% V Frekuensi ternormalisasi
% Metode secant untuk menghitung b4 akar db4_dNhlo = 0
Nh1=.9; Nh2=.91; ep=1e-6;
Nh3=Nh2-(Nh2-Nh1).*db4_dNhlo(Nh2,V)./(db4_dNhlo(Nh2,V)-
db4_dNhlo(Nh1,V));
while (abs(Nh3-Nh2)>ep)
    Nh1=Nh2;
    Nh2=Nh3;
    Nh3=Nh2-(Nh2-Nh1).*db4_dNhlo(Nh2,V)./(db4_dNhlo(Nh2,V)-
db4_dNhlo(Nh1,V));
end;
Nh=Nh3;
b4=b4_lokolo(Nh,V);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
V=1.5:.5:16
nV=length(V);
for i=1:nV
    [b4(i),NW(i)]=b4V_lokolo(V(i));
end
plot(V,b4,'. ');
axis([0 16 0 1]);
xlabel('Frekuensi ternormalisasi (V)')
ylabel('Konstanta propagasi ternormalisasi (B)')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

- **Program B Vs V moda dasar P.G. rectangular, 1 parameter lebar dengan aspect ratio a = 1 untuk fungsi cobaan Hermite-Gaussian**

```

function B=b3_erteza(V,NW)
% Konstanta propgasi ternormalisasi PG. rectangular satu parameter
lebar
% dengan aspect ratio a = 1
B=erf(sqrt(2)/NW).*erf(sqrt(2)/NW)-8/(V*NW).^2;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function z=db3dNW_erteza(V,NW)
% Metode diferensial beda sentral untuk menghitung db3dNW
h=0.001;
z=b3_erteza(V,NW-2*h)-8*b3_erteza(V,NW-h)+8*b3_erteza(V,NW+h)-
b3_erteza(V,NW+2*h);
z=z/(12*h);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [NW,b3]=b3V_erteza(V)
%V Frekuensi ternormalisasi
% Metode secant untuk menghitung b3 akar db3dNW_erteza=0
NW0=.9; NW1=.91; tol=1e-6;
NW2=NW1-(NW1-NW0)*db3dNW_erteza(V,NW1)/(db3dNW_erteza(V,NW1)-
db3dNW_erteza(V,NW0));
while abs(NW2-NW1)>tol
    NW0=NW1;
    NW1=NW2;

```



```

    NW2=NW1-(NW1-NW0)*db3dNW_erteza(V,NW1)/(db3dNW_erteza(V,NW1)-
db3dNW_erteza(V,NW0));
end;
NW=NW2; b3=b3_erteza(V,NW);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
V=1.83:.05:16
nV=length(V);
for i=1:nV
    [NW(i),b(i)]=b3V_erteza(V(i));
end
plot(V,b,'-');
axis([0 16 0 1]);
title('Grafik B vs V PG.Rectangular moda 0, a=1, satu parameter
lebar, erteza')
xlabel('Frekuensi ternormalisasi (V)')
ylabel('Konstanta propagasi ternormalisasi (B)')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

- **Program B Vs V moda dasar P.G. rectangular, 1 parameter lebar dengan aspect ratio a = 2 untuk fungsi cobaan Hermite-Gaussian**

```

function B=b4_erteza(V,NW)
% Konstanta propagasi ternormalisasi moda dasar PG rectangular satu
parameter
% lebar dengan aspect ratio a = 2
B=erf(2*sqrt(2)/NW)*erf(sqrt(2)/NW)-8/(V*NW).^2;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function z=db4dNW_erteza(V,NW)
% Metode diferensial beda sentral untuk menghitung db4dNW
h=0.001;
z=b4_erteza(V,NW-2*h)-8*b4_erteza(V,NW-h)+8*b4_erteza(V,NW+h)-
b4_erteza(V,NW+2*h);
z=z/(12*h);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [NW,b4]=b4V_erteza(V)
%V Frekuensi ternormalisasi
% Metode secant untuk menghitung b4 akar db4dNW_erteza=0
NW0=.9; NW1=.91; tol=1e-6;
NW2=NW1-(NW1-NW0)*db4dNW_erteza(V,NW1)/(db4dNW_erteza(V,NW1)-
db4dNW_erteza(V,NW0));
while abs (NW2-NW1)>tol
    NW0=NW1;
    NW1=NW2;
    NW2=NW1-(NW1-NW0)*db4dNW_erteza(V,NW1)/(db4dNW_erteza(V,NW1)-
db4dNW_erteza(V,NW0));
end;
NW=NW2; b4=b4_erteza(V,NW);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
V=1.26:.5:16
nV=length(V);
for i=1:nV
    [NW(i),b(i)]=b4V_erteza(V(i));
    B(i)=b4_erteza(V(i),NW(i));
end
plot(V,b,'-');
axis([0 16 0 1]);

```



```

title('Grafik B vs V PG.Rectangular moda 0, a=2, satu parameter
lebar, erteza')
xlabel('Frekuensi ternormalisasi (V)')
ylabel('Konstanta propagasi ternormalisasi (B)')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

• **Program B Vs V moda dasar P.G. Rectangular, 2 parameter lebar dengan aspect ratio a = 2 untuk fungsi cobaan Hipergeometri**

```

function y=hiperbolik05(u,Nhx,V)
sx=0.5*(sqrt(1+(1/4).*(Nhx*V).^2)-1);
y=((pi).^(-1/4))*sqrt(gamma(sx+1/2)./gamma(sx)).*sech(u).^sx;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function y=hiperbolik051(v,Nhy,V)
sy=0.5*(sqrt(1+(Nhy*V).^2)-1);
y=((pi).^(-1/4)).*sqrt(gamma(sy+1/2)./gamma(sy)).*sech(v).^sy;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function y=b05_lokollo(Nhx,V)
% b05_lokollo, metode numerik untuk menghitung integral fungsi
% hiperbolik05
n=200; a=-2/Nhx; b=2/Nhx; hxx=(b-a)/n;
u=a:hxx:b;
f05=hiperbolik05(u,Nhx,V).^2;
m=2*ones(n+1,1); m1=2*ones(n/2,1);
m(2:2:n)=m(2:2:n)+m1;
m(1)=1; m(n+1)=1;
y=hxx*f05*m/3;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function y=b051_lokollo(Nhy,V)
% b051_lokollo, metode numerik untuk menghitung integral fungsi
% hiperbolik051
n=200; a=-1/Nhy; b=1/Nhy; hyy=(b-a)/n;
v=a:hyy:b;
f051=hiperbolik051(v,Nhy,V).^2;
m=2*ones(n+1,1); m1=2*ones(n/2,1);
m(2:2:n)=m(2:2:n)+m1;
m(1)=1; m(n+1)=1;
y=hyy*f051*m/3;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function b5=b5_lokolo(Nhx,Nhy,V)
% Formula B moda 0 PG rectangular dua parameter lebar, a=2 tesis
lokollo
sx=0.5*(sqrt(1+(Nhx*V).^2)-1); sy=0.5*(sqrt(1+(Nhy*V).^2)-1);
b5=b05_lokollo(Nhx,V).*b051_lokollo(Nhy,V)-
((sx.^2/(V*Nhx).^2)./(2.*sx+1))-
((4.*sy.^2/(V*Nhy).^2)./(2.*sy+1));
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function y=db5_dNhxlo(Nhx,Nhy,V)
%db5_dNhxlo menghitung turunan B terhadap Nhx
h=0.01;
y=b5_lokolo(Nhx-2*h,Nhy,V)-8*b5_lokolo(Nhx-
h,Nhy,V)+8*b5_lokolo(Nhx+h,Nhy,V)-b5_lokolo(Nhx+2*h,Nhy,V);
y=y/(12*h);

function y=db5_dNhylo(Nhx,Nhy,V)
%db3_dNhylo menghitung turunan B terhadap Nhy

```

```

h=0.01;
y=b5_lokolo(Nhx,Nhy-2*h,V)-8*b5_lokolo(Nhx,Nhy-
h,V)+8*b5_lokolo(Nhx,Nhy+h,V)-b5_lokolo(Nhx,Nhy+2*h,V);
y=y/(12*h);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [Nhx,b5]=b5V1_lokolo(Nhy,V)
%V Frekuensi ternormalisasi
% Metode secant untuk menghitung b5 akar db5_dNhxlo=0
Nhx0=.9; Nhx1=.91; Nhy0=.9; Nhy1=.91;tol=1e-6;
Nhx2=Nhx1-(Nhx1-Nhx0)*(Nhy1-
Nhy0)*db5_dNhxlo(Nhx1,Nhy1,V)/(db5_dNhxlo(Nhx1,Nhy1,V)-
db5_dNhxlo(Nhx0,Nhy0,V));
while abs(Nhx2-Nhx1)>tol
    Nhx0=Nhx1;
    Nhx1=Nhx2;
    Nhx2=Nhx1-(Nhx1-Nhx0)*(Nhy1-
Nhy0)*db5_dNhxlo(Nhx1,Nhy1,V)/(db5_dNhxlo(Nhx1,Nhy1,V)-
db5_dNhxlo(Nhx0,Nhy0,V));
end;
Nhx=Nhx2; b5=b5_lokolo(Nhx,Nhy,V);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [Nhy,b5]=b5V2_lokolo(Nhx,V)
%V Frekuensi ternormalisasi
% Metode secant untuk menghitung b5 akar db5_dNhylo=0
Nhy0=.9; Nhy1=.91; Nhx0=.9; Nhx1=.91;tol=1e-6;
Nhy2=Nhy1-(Nhy1-Nhy0)*(Nhx1-
Nhx0)*db5_dNhylo(Nhx1,Nhy1,V)/(db5_dNhylo(Nhx1,Nhy1,V)-
db5_dNhylo(Nhx0,Nhy0,V));
while abs(Nhy2-Nhy1)>tol
    Nhy0=Nhy1;
    Nhy1=Nhy2;
    Nhy2=Nhy1-(Nhy1-Nhy0)*(Nhx1-
Nhx0)*db5_dNhylo(Nhx1,Nhy1,V)/(db5_dNhylo(Nhx1,Nhy1,V)-
db5_dNhylo(Nhx0,Nhy0,V));
end;
Nhy=Nhy2; b5=b5_lokolo(Nhx,Nhy,V);

V=1.29:.5:16
nV=length(V);
for i=1:nV
    [Nhx(i),b5(i)]=b5V1_lokolo(.91,V(i));
end
plot(V,b5,'. ');
axis([0 16 0 1]);
xlabel('Frekuensi ternormalisasi (V)')
ylabel('Konstanta propagasi ternormalisasi (B)')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

- **Program B Vs V moda dasar P.G. rectangular, 2 parameter lebar dengan aspect ratio a = 2 untuk fungsi cobaan Hermite-Gaussian**

```

function B=b5_erteza(V,NWx,NWy)
% Konstanta propagasi ternormalisasi moda dasar untuk PG rectangular
dengan dua
% parameter lebar dengan aspect ratio a = 2

```



```

B=(erf(sqrt(2)/NWx)).*(erf(sqrt(2)/NWy))-(1./(V*NWx).^2)-
(4/(V*NWy).^2);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function z=db5dNWx_erteza(V,NWx,NWy)
% Metode diferensial beda sentral untuk menghitung db5dNWx
h=0.001;
z=b5_erteza(V,NWx-2*h,NWy)-8*b5_erteza(V,NWx-
h,NWy)+8*b5_erteza(V,NWx+h,NWy)-b5_erteza(V,NWx+2*h,NWy);
z=z/(12*h);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function z=db5dNWy_erteza(V,NWx,NWy)
% Metode diferensial beda sentral untuk menghitung db5dNWy
h=0.001;
z=b5_erteza(V,NWx,NWy-2*h)-8*b5_erteza(V,NWx,NWy-
h)+8*b5_erteza(V,NWx,NWy+h)-b5_erteza(V,NWx,NWy+2*h);
z=z/(12*h);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [NWx,b5]=b5V1_erteza(V,NWy)
%V Frekuensi ternormalisasi
% Metode secant untuk menghitung b5 akar db5dNWx_erteza=0
NWx0=.9; NWx1=.91; NWy0=.9; NWy1=.91;tol=1e-6;
NWx2=NWx1-((NWx1-NWx0)*(NWy1-
NWy0)*db5dNWx_erteza(V,NWx1,NWy1))/(db5dNWx_erteza(V,NWx1,NWy1)-
db5dNWx_erteza(V,NWx0,NWy0));
while abs(NWx2-NWx1)>tol
    NWx0=NWx1;
    NWx1=NWx2;
    NWx2=NWx1-(NWx1-NWx0)*(NWy1-
NWy0)*db5dNWx_erteza(V,NWx1,NWy1)/(db5dNWx_erteza(V,NWx1,NWy1)-
db5dNWx_erteza(V,NWx0,NWy0));
end;
NWx=NWx2; b5=b5_erteza(V,NWx,NWy);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [NWy,b5]=b5V2_erteza(V,NWx)
%V Frekuensi ternormalisasi
% Metode secant untuk menghitung b5 akar db5dNWy_erteza=0
NWy0=.9; NWy1=.91; NWx0=.9; NWx1=.91;tol=1e-6;
NWy2=NWy1-(NWy1-NWy0)*(NWx1-
NWx0)*db5dNWy_erteza(V,NWx1,NWy1)/(db5dNWy_erteza(V,NWx1,NWy1)-
db5dNWy_erteza(V,NWx0,NWy0));
while abs(NWy2-NWy1)>tol
    NWy0=NWy1;
    NWy1=NWy2;
    NWy2=NWy1-(NWy1-NWy0)*(NWx1-
NWx0)*db5dNWy_erteza(V,NWx1,NWy1)/(db5dNWy_erteza(V,NWx1,NWy1)-
db5dNWy_erteza(V,NWx0,NWy0));
end;
NWy=NWy2; b5=b5_erteza(V,NWx,NWy);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
V=1.73:.5:16
nV=length(V);
for i=1:nV
    [NWy(i),b5(i)]=b5V2_erteza(V(i),.91);
end
plot(V,b5,'-');
axis([0 16 0 1]);
title('Grafik B vs V PG.Rectangular moda 0, a=2, Dua parameter
lebar, erteza')

```



```
xlabel('Frekuensi ternormalisasi (V)')
ylabel('Konstanta propagasi ternormalisasi (B)')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

- **Prog. Perhitungan prosentase pengurangan berkas gelombang cahaya pada daerah bermoda tunggal (orde 0) P.G. Slab**

```
function y=f_pengurangan(Nh,V)
% b_lokollo berisi formula untuk menghitung integral dari fungsi
Hyperbolik
n=200; a=-1/Nh; b=1/Nh; h=(b-a)/n;
u=a:h:b;
f=hiperbolik(u,Nh,V).^2;
m=2*ones(n+1,1); m1=2*ones(n/2,1);
m(2:2:n)=m(2:2:n)+m1;
m(1)=1; m(n+1)=1;
y=(h*f*m/3)*(100);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function y=df_pengurangan(Nh,V)
% df_pengurangan menghitung turunan f terhadap Nh
h=0.01;
y=f_pengurangan(Nh-2*h,V)-8*f_pengurangan(Nh-
h,V)+8*f_pengurangan(Nh+h,V)-f_pengurangan(Nh+2*h,V);
y=y/(12*h);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [Nh,f]=fV_pengurangan(V)
% V Frekuensi ternormalisasi
% Metode secant untuk menghitung Nh akar df_pengurangan = 0
Nh1=.9; Nh2=.91; ep=1e-6;
Nh3=Nh2-(Nh2-Nh1)*df_pengurangan(Nh2,V)/(df_pengurangan(Nh2,V)-
df_pengurangan(Nh1,V));
while (abs(Nh3-Nh2)>ep)
    Nh1=Nh2;
    Nh2=Nh3;
    Nh3=Nh2-(Nh2-
Nh1)*df_pengurangan(Nh2,V)/(df_pengurangan(Nh2,V)-
df_pengurangan(Nh1,V));
end;
Nh=Nh3;
f=f_pengurangan(Nh,V);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

- **Prog. Perhitungan prosentase pengurangan berkas gelombang cahaya pada daerah bermoda tunggal modus TE₀₀ P.G. rectangular 2 parameter lebar dengan aspect ratio, a = 1 untuk fungsi cobaan Hipergeometri**

```
function y=f06_pengurangan(Nhx,V)
n=200; a=-1/Nhx; b=1/Nhx; hxx=(b-a)/n;
u=a:hxx:b;
f06=hiperbolik06(u,Nhx,V).^2;
m=2*ones(n+1,1); m1=2*ones(n/2,1);
m(2:2:n)=m(2:2:n)+m1;
m(1)=1; m(n+1)=1;
```

```

y=(hxx*f06*m/3)*(100);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function y=f061_pengurangan(Nhy,V)
n=200; a=-1/Nhy; b=1/Nhy; hyy=(b-a)/n;
v=a:hyy:b;
f061=hiperbolik061(v,Nhy,V).^2;
m=2*ones(n+1,1); m1=2*ones(n/2,1);
m(2:2:n)=m(2:2:n)+m1;
m(1)=1; m(n+1)=1;
y=hyy*f061*m/3;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function y=f6_pengurangan(Nhx,Nhy,V)
% Formula pengurangan berkas moda (0,0) PG rectangular untuk a=1
tesis lokollo
y=f06_pengurangan(Nhx,V).*f061_pengurangan(Nhy,V)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function y=df6x_pengurangan(Nhx,Nhy,V)
%df6x_pengurangan menghitung turunan f terhadap Nhx
h=0.01;
y=f6_pengurangan(Nhx-2*h,Nhy,V)-8*f6_pengurangan(Nhx-
h,Nhy,V)+8*f6_pengurangan(Nhx+h,Nhy,V)-
f6_pengurangan(Nhx+2*h,Nhy,V);
y=y/(12*h);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function y=df6y_pengurangan(Nhx,Nhy,V)
%df6y_pengurangan menghitung turunan f terhadap Nhy
h=0.01;
y=f6_pengurangan(Nhx,Nhy-2*h,V)-8*f6_pengurangan(Nhx,Nhy-
h,V)+8*f6_pengurangan(Nhx,Nhy+h,V)-f6_pengurangan(Nhx,Nhy+2*h,V);
y=y/(12*h);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [Nhx,f]=f6V1_pengurangan(Nhy,V)
%V Frekuensi ternormalisasi
% Metode secant untuk menghitung f6 akar df6x_pengurangan=0
Nhx0=.9; Nhx1=.91; Nhy0=.9; Nhy1=.91;tol=1e-6;
Nhx2=Nhx1-(Nhx1-Nhx0)*(Nhy1-
Nhy0)*df6x_pengurangan(Nhx1,Nhy1,V)/(df6x_pengurangan(Nhx1,Nhy1,V)-
df6x_pengurangan(Nhx0,Nhy0,V));
while abs(Nhx2-Nhx1)>tol
    Nhx0=Nhx1;
    Nhx1=Nhx2;
    Nhx2=Nhx1-(Nhx1-Nhx0)*(Nhy1-
Nhy0)*df6x_pengurangan(Nhx1,Nhy1,V)/(df6x_pengurangan(Nhx1,Nhy1,V)-
df6x_pengurangan(Nhx0,Nhy0,V));
end;
Nhx=Nhx2; f=f6_pengurangan(Nhx,Nhy,V);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [Nhy,f]=f6V2_pengurangan(Nhx,V)
%V Frekuensi ternormalisasi
% Metode secant untuk menghitung f6 akar df6y_pengurangan=0
Nhy0=.9; Nhy1=.91; Nhx0=.9; Nhx1=.91;tol=1e-6;
Nhy2=Nhy1-(Nhy1-Nhy0)*(Nhx1-
Nhx0)*df6y_pengurangan(Nhx1,Nhy1,V)/(df6y_pengurangan(Nhx1,Nhy1,V)-
df6y_pengurangan(Nhx0,Nhy0,V));
while abs(Nhy2-Nhy1)>tol
    Nhy0=Nhy1;
    Nhy1=Nhy2;

```



```

Nhy2=Nhy1-(Nhy1-Nhy0).*(Nhx1-
Nhx0).*df6y_pengurangan(Nhx1,Nhy1,V)./(df6y_pengurangan(Nhx1,Nhy1,V)
-df6y_pengurangan(Nhx0,Nhy0,V));
end;
Nhy=Nhy2; f=f6_pengurangan(Nhx,Nhy,V);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

• **Prog. Pola medan dan Intensitas fungsi cobaan Hipergeometri-Secant Hiperbolik**

```

function y=sech_hiper0(h,V,pil)
x=-10:.1:10;s=0.5*(sqrt(1+V.^2)-1);
n=0;
A0=(pi).^(-1/4).*sqrt(2/h).*sqrt(gamma(s+1/2)./gamma(s));
y0=A0.*sech(2*x/h).^s;
n=1;
A1=(pi).^(-1/4)*(2./sqrt(h)).*sinh(2*x/h)*
sqrt(gamma(s+1/2)./gamma(s-1));
y1=A1.*sech(2*x/h).^s;
n=2;
A2=sqrt(2/h)*sqrt(1/sqrt(pi))*(1-2*(s-1)*sinh(2*x/h).^2).*...
sqrt(gamma(s+1/2)./(gamma(s)-2*(s-1).*
gamma(s-1)+3*gamma(s-2)*(s-1).^2));
y2=A2.*sech(2*x/h).^s;

if (pil==1)
    clf
    plot(x,y0,x,y1,'-');
    title('Pola medan polinomial Hypergeometri');
    xlabel('x,um'); ylabel('Ey,Au'); axis([-10 10 -1 1]);
    gtext('m=0'); gtext('m=1'); gtext(['V=',num2str(V)]);
    gtext(['h=',num2str(h),'um']); gtext(['V=',num2str(V)]);
elseif (pil==2)
    clf
    plot(x,y0.^2,x,y1.^2,'-');
    title('Pola intensitas polinomial Hypergeometri');
    xlabel('x,um'); ylabel('Ey^2,Au'); axis([-10 10 -.2 1]);
    gtext('m=0'); gtext('m=1'); gtext('m=2');
    gtext(['h=',num2str(h),'um']); gtext(['V=',num2str(V)]);
elseif (pil==3)
    clf
    plot(x,y0,x,y1,'-',x,y2,'-');
    title('Pola medan polinomial Hypergeometri');
    xlabel('x,um'); ylabel('Ey,Au'); axis([-10 10 -1.1 1.1]);
    gtext('m=0'); gtext('m=1'); gtext('m=2');
    gtext(['h=',num2str(h),'um']); gtext(['V=',num2str(V)]);
elseif (pil==4)
    clf
    plot(x,y0.^2,x,y1.^2,'-',x,y2.^2,'-');
    title('Pola intensitas polinomial Hypergeometri');
    xlabel('x,um'); ylabel('Ey^2,Au'); axis([-10 10 -.2 1]);
    gtext('m=0'); gtext('m=1'); gtext('m=2');
    gtext(['h=',num2str(h),'um']); gtext(['V=',num2str(V)]);
elseif (pil==5)
    clf
    plot(x,(y0+y1),'-');
    hold on

```



```

    plot(x,abs(y0+y1).^2);
    title('Pola superposisi medan dan intensitas polinomial
Hypergeometri');
    xlabel('x,um'); ylabel('Ey^2,Au'); axis([-10 10 -1 2]);
    gtext('m=0+1');gtext(['h=',num2str(h),'um']);
gtext(['V=',num2str(V)]);
    gtext('..pola medan'); gtext('--pola intensitas');
else
    clf
    plot(x,(y0+y1+y2),'.-');
    hold on
    plot(x,abs(y0+y1+y2).^2);
    title('Pola superposisi medan dan intensitas polinomial
Hypergeometri');
    xlabel('x,um'); ylabel('Ey^2,Au'); axis([-10 10 -1 2]);
    gtext('m=0+1+2');gtext(['h=',num2str(h),'um']);
gtext(['V=',num2str(V)]);
    gtext('..pola medan'); gtext('--pola intensitas');
end

```

- **Prog. Pola medan 3 dimensi moda orde tinggi P.G. rectangular 2 parameter lebar dengan aspect ratio, a = 1**

TE₀₀

```

function z=sech_hiper_3dimensi00(hx,hy,V)
    clf
    [x,y]=meshgrid(-10.0:1:10.0,-10.0:1:10.0);
    sx=0.5.*(sqrt(1+V.^2)-1);sy=0.5.*(sqrt(1+V.^2)-1);
    A00=(pi).^(-1/2).*sqrt(2/hx*hy).*sqrt(gamma(sx+1/2)./gamma(sx)).*
sqrt(gamma(sy+1/2)./gamma(sy));
    z=A00.*(sech(2.*x/hx).^sx).*(sech(2.*y/hy).^sy);
    figure(1);
    surf(x,y,z,atan2(x,y))
    axis([-10 10 -10 10 -1 1]);
    xlabel('posisi um sb x');
    ylabel('posisi um sb y');
    zlabel('medan listrik relatif');
    view([7 -9 7]);
end

```

TE₀₁

```

function z=sech_hiper_3dimensi01(hx,hy,V)
    clf
    [x,y]=meshgrid(-10.0:1:10.0,-10.0:1:10.0);
    sx=0.5.*(sqrt(1+V.^2)-1);sy=0.5.*(sqrt(1+V.^2)-1);
    A01=(pi).^(-
1/2).*sqrt(2).*(2./sqrt(hx*hy)).*sqrt(gamma(sx+1/2)./gamma(sx)).*
sqrt(gamma(sy+1/2)./gamma(sy-1))*sinh(2*y./hy);
    z=A01.*(sech(2.*x/hx).^sx).*(sech(2.*y/hy).^sy);
    figure(1);
    surf(x,y,z,atan2(x,y))
    axis([-10 10 -10 10 -1 1]);
    xlabel('posisi um sb x');
    ylabel('posisi um sb y');
    zlabel('medan listrik relatif');

```

```

    view([7 -9 7]);
end

```

TE₁₀

```

function z=sech_hiper_3dimensi10(hx,hy,V)
    clf
    [x,y]=meshgrid(-10.0:1:10.0,-10.0:1:10.0);
    sx=0.5.*(sqrt(1+V.^2)-1);sy=0.5.*(sqrt(1+V.^2)-1);
    A10=(pi).^(-
1/2).*sqrt(2).*(2./sqrt(hx*hy)).*sqrt(gamma(sx+1/2)./gamma(sx-1)).*
sqrt(gamma(sy+1/2)./gamma(sy-1)).*sinh(2*x./hx);
    z=A10.*(sech(2*x/hx).^sx).*(sech(2*y/hy).^sy);
    figure(1);
        surf(x,y,z,atan2(x,y))
        axis([-10 10 -10 10 -1 1]);
    xlabel('posisi um sb x');
    ylabel('posisi um sb y');
    zlabel('medan listrik relatif');
    view([7 -9 7]);
end

```

TE₁₁

```

function z=sech_hiper_3dimensi11(hx,hy,V)
    clf
    [x,y]=meshgrid(-10.0:1:10.0,-10.0:1:10.0);
    sx=0.5.*(sqrt(1+V.^2)-1);
    sy=0.5.*(sqrt(1+V.^2)-1);
    A11=(pi).^(-
1/2).*4.*(1./sqrt(hx.*hy)).*sqrt(gamma(sx+1/2)./gamma(sx-1)).*
sqrt(gamma(sy+1/2)./gamma(sy-1)).*sinh(2*x./hx).*sinh(2.*y./hy);
    z=A11.*(sech(2*x/hx).^sx).*(sech(2*y/hy).^sy);
    figure(1);
        surf(x,y,z,atan2(x,y))
        axis([-10 10 -10 10 -1 1]);
    xlabel('posisi um sb x');
    ylabel('posisi um sb y');
    zlabel('medan listrik relatif');
    view([7 -9 7]);
end

```