



TESIS - KM 185401

ESTIMASI PARAMETER TERHADAP MODEL PENGANGGURAN

(Studi kasus di Provinsi Jawa Timur)

Melki Imamastrri Puling Tang
06111850012002

Dosen Pembimbing
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
Endah Rokhmati, MP., Ph.D

Departemen Matematika
Fakultas Sains dan Analitika Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2021



THESIS - KM 185401

ESTIMATION PARAMETERS IN THE UNEMPLOYMENT MODEL

(Case study in East Java Province)

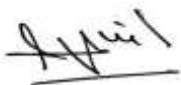
Melki Imamastri Puling Tang
06111850012002

Supervisor
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
Endah Rokhmati, S.Si.,MT., Ph.D

Departemen Matematika
Faculty of Science and Data Analytics
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2021

Diajukan guna memenuhi sebagian syarat Magister Matematika
Pada Departemen Matematika pada Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Dosen Pembimbing



Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si

NIP: 19660414 199102 2 001

Mengetahui

Dosen Pembimbing



Endah Rokhmati, S.Si., M.T., Ph.D

NIP: 19761213 200212 2 001

LEMBAR PENGESAHAN TESIS

Tesis ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Magister Matematika (M.Mat)

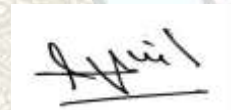
di
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh:
MELKI IMAMASTRI PULING TANG
NRP: 06111850012002

Tanggal Ujian: 1 Maret 2021
Periode Wisuda: Maret 2021

Disetujui oleh:
Pembimbing:

1. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
NIP: 19660414 199102 2 001



2. Endah Rokhmati, S.Si., M.T., Ph.D
NIP: 19761213 200212 2 001



Penguji:

1. Prof. Dr. Chairul Imron, M.I.Komp
NIP: 19611115 198703 1 003



2. Prof. Dr. Dra. Mardlijah, M.T
NIP: 19670114 199102 2 001




3. Dr. Tahiyatul Asfihani, S.Si., M.Si
NIP: 19870728 201404 2 001



Kepala Departemen Matematika
Fakultas Sains dan Analitika Data




Subchan, S.Si., M.Sc., Ph.D.
NIP: 19710513 199702 1 001

ESTIMASI PARAMETER TERHADAP MODEL PENGANGGURAN (Studi Kasus di Provinsi Jawa Timur)

Nama : Melki Imamastrri Puling Tang
NRP : 06111850012002
Dosen Pembimbing : 1. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
2. Endah Rokhmati, S.Si.,M.T., Ph.D

Abstrak

Pengangguran yang ada di suatu daerah menjadi semakin serius apabila terjadi pertumbuhan lapangan kerja yang relatif lambat dan meningkatnya tingkat pertumbuhan angkatan kerja yang cepat. Pengangguran merupakan masalah yang sangat kompleks karena mempengaruhi sekaligus dipengaruhi oleh banyak faktor yang saling berinteraksi, mengikuti pola yang tidak selalu mudah untuk dipahami. Besarnya tingkat pengangguran dapat dikatakan sangat penting dalam mengukur keberhasilan pembangunan ekonomi di suatu daerah. Model yang diperoleh merupakan konstruksi asumsi-asumsi yang dikembangkan secara matematika sehingga diperoleh model pengangguran. Data yang diambil dari BPS Jawa Timur dari tahun 2000 sampai tahun 2020 dan diolah menggunakan rumus tingkat parameter. Parameter-parameter tersebut akan diestimasi dengan menggunakan program matlab kurva fitting. Estimasi parameter-parameter tersebut bersifat linear, kuadratik, dan kubik. Hasil estimasi parameter-parameter tersebut dengan kurva parameter yang mendekati akan ditentukan errornya masing-masing. Tingkat eror yang paling kecil menyatakan tingkat estimasi yang mendekati data yang sebenarnya. Untuk mengatasi tingkat pengangguran terhadap lapangan pekerjaan (lowongan pekerjaan), salah satu upaya dilakukan oleh pemerintah dalam meningkatkan investasi (I) khususnya pada bidang infrastruktur, revitalisasi sarana pendukung sektor pertanian, dan pembukaan lahan baru (I_1) dan usaha kecil menengah (I_2).

Kata kunci : Model pengangguran, estimasi, dan kurva parameter.

ESTIMATION PARAMETERS OF UNEMPLOYMENT

(Case Study in East Java Province)

Name : Melki Imamastri Puling Tang
NRP : 06111850012002
Supervisors : 1. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
2. Endah Rokhmati, S.Si.,M.T., Ph.D

Abstract

Unemployment in an area becomes more serious if there is a relatively slow growth in employment and an increase in the rate of rapid labor force growth. Unemployment is a very complex problem because it affects and is influenced by many interacting factors, following a pattern that is not always easy to understand. The magnitude of the unemployment rate can be said to be very important in measuring the success of economic development in an area. The model obtained is a construction of assumptions that are developed mathematically in order to obtain the unemployment model. Data taken from BPS Jawa Timur from 2000 to 2020 and processed using a parameter level formula. These parameters will be estimated using the curve fitting matlab program. Estimates of the parameters are linear, quadratic and cubic. The estimation results of these parameters with the approximate parameter curve will determine the respective error. The smallest error rate represents an estimated level that is close to the actual data. To overcome the unemployment rate for employment (job vacancies), one of the efforts made by the government is to increase investment (I), especially in the infrastructure sector, revitalizing supporting facilities for the agricultural sector, and clearing new land (I_1) and small and medium enterprises (I_2).

Key words: Unemployment model, estimation, and parameter curve.

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Kuasa yang telah memberikan Rahmat dan Kuasa-Nya sehingga penulisan tesis yang berjudul '**Estimasi Parameter Terhadap model pengangguran**' dapat terlaksana dengan baik.

Penulisan tesis ini tidak terlepas dari bimbingan, bantuan, dan dukungan moral maupun spiritual dari banyak pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak, Ibu, semua Adik-adik, Isteri, kedua anak beserta semua keluarga terkait yang selalu memberikan dukungan, doa, agar penulis dapat menyelesaikan tugas ini.
2. Subchan, Ph.D, selaku ketua Departemen Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
3. Dr. Dieky Adzkiya, S.Si., M.Si., selaku ketua program studi Pascasarjana Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
4. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si dan Endah Rokhmati, M.P., Ph.D., selaku dosen pembimbing yang telah meluangkan waktu untuk membimbing, memberikan masukan dan mendorong penulis dalam menyelesaikan penulisan tesis.
5. Prof. Dr. Chairul Imron, M.I.Komp, Prof. Dr. Dra. Mardlijah, M.T., dan Dr. Tahiyatul Asfihani, M.Si selaku dosen penguji yang telah memberikan masukan dan saran untuk penulisan tesis.
6. Dr. Dwi Ratna Sulistyanningrum, S.Si.,M.T., selaku dosen wali yang telah memberikan motivasi, arahan, dan bimbingan selama penulis menempuh kuliah.
7. Seluruh dosen Matematika yang telah memberikan bekal dan ilmu pengetahuan serta staf administrasi Program Studi Pascasarjana Matematika atas segala bantuannya.
8. Teman – teman mahasiswa Program Studi Pascasarjana Matematika yang telah memberikan dukungan dan motivasi.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan tesis penelitian ini masih banyak kekurangan sehingga kritik, dan saran dari pembaca sangat penulis harapkan untuk perbaikan kedepannya.

Kritik dan saran bisa dikirim melalui email penulis melkipulingtang@gmail.com .

Semoga Allah memberikan anugerah dan karunia-Nya kepada semua pihak yang telah membantu penulis menyelesaikan penulisan ini.

Surabaya, 2020

Penulis

DAFTAR ISI

	halaman
LEMBAR PENGESAHAN	i
ABSTRAK.....	ii
ABSTRACT	iii
KATA PENGANTAR.....	iv
DAFTAR ISI	v
DAFTAR TABEL.....	vi
DAFTAR GAMBAR	viii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1.Latar Belakang	1
1.2.Rumusan Masalah	3
1.3.Batasan Masalah.....	3
1.4.Tujuan Penulisan.....	3
1.5.Manfaat Penulisan	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1.Pengangguran.....	4
2.2.Model Sistem Dinamik.....	7
2.3.Titik Kesetimbangan	9
2.4. Pelinearan.....	10
2.5.Nilia Eigen	10
2.6.Kriteria Routh-Hurwitz	11
2.7.Bilangan Reproduksi	13
2.8.Pemodelan Matematika	14
BAB III METODE PENULISAN	16
3.1.Tahapan Penelitian	16
3.2.Alur Penelitian	17
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....	18
4.1. Pemodelan Matematika	18
4.2. Penentuan Titik Kesetimbangan	23
4.3. Bilangan Reproduksi Dasar	25
4.4. Analisis Kestabilan Titik Kesetimbangan	26
4.5 Data Yang Diperoleh.....	33
4.7. Simulasi Numerik.....	35
BAB V HASIL DAN PEMBAHASAN.....	52
5.1. Kesimpulan	52
5.2. Saran.....	53

DAFTAR PUSTAKA

DAFTAR TABEL

	halaman
Tabel 4.1 Data Penelitian	34
Tabel 4.2. Estimasi pada tingkat kenaikan jumlah pengangguran (A)	37
Tabel 4.3 Estimasi pada Tingkat perubahan jumlah penganggur yang dipekerjakan (k)	39
Tabel 4.4 Estimasi pada Tingkat orang yang dipekerjakan mengundurkan diri, atau diberhentikan dari pekerjaan mereka/tingkat kemiskinan (β)	41
Tabel 4.5 Estimasi parameter tingkat kematian orang yang menganggur (μ)	43
Tabel 4.6. Estimasi parameter tingkat migrasi,pensiun atau kematian pekerja (α)	45
Tabel 4.7. Tingkat pengurangan lowongan yang kerja tersedia karena kurangnya dana pemerintah (δ)	47
Tabel 4.8. Estimasi parameter tingkat investasi pada bidang infrastruktur, revitalisasi sarana pendukung sektor pertanian, dan pembukaan lahan baru (I_1)	49
Tabel 4.9. Estimasi pada tingkat investasi pada usaha kecil menengah (I_2)	51

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1 Diagram alir dari model pengangguran (Ranea dan Sarah , 2018).....	8
Gambar 3.1.Tahapan Model Penelitian.....	16
Gambar 3.1.AlurPenelitian.....	17
Gambar 4.1. Diagram kompartemen antara tingkat pengangguran $W(t)$ dan tingkat pekerja $E(t)$	20
Gambar 4.2 Diagram kompartemen antara tingkat pekerja $E(t)$ dan tingkat lowongan kerja $V(t)$	21
Gambar 4.3. Diagram alir model pengangguran ketika ada Investasi	22
Gambar 4.4. Estimasi pada tingkat kenaikan jumlah pengangguran (A).....	36
Gambar 4.5.Tingkat perubahan jumlah penganggur yang dipekerjakan (k).....	38
Gambar 4.6. Gambar parameter tingkat orang yang dipekerjakan mengundurkan diri, atau diberhentikan dari pekerjaan mereka/tingkat kemiskinan (β)	40
Gambar 4.7. Parameter tingkat kematian orang yang menganggur (μ).....	42
Gambar 4.8. Tingkat migrasi,pensiun atau kematian pekerja (α)	44
Gambar 4.9 Pengurangan lowongan yang kerja tersedia karena kurangnya dana pemerintah (δ)	46
Gambar 4. 10 Parameter tingkat investasi pada bidang insfrastruktur, revitalisasi sarana pendukung sektor pertanian, dan pembukaan lahan baru (I_1)	48
Gambar 4. 11 Pada tingkat investasi pada usaha kecil menengah (I_2)	50

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Pengangguran merupakan salah satu permasalahan besar yang sering terjadi di sebuah negara. Pengangguran umumnya disebabkan karena jumlah angkatan kerja tidak sebanding dengan jumlah lapangan pekerjaan. Lapangan pekerjaan yang terbatas disebabkan kurangnya dana pemerintah dan atau dana perusahaan. Selain itu, terbatasnya atau minimnya informasi yang didapatkan oleh pencari kerja. Pencari kerja tidak memiliki akses untuk mencari informasi tentang peluang tersedianya kesempatan kerja, kurangnya ketrampilan yang dimiliki oleh pencari kerja, dan kurangnya perhatian pemerintah untuk meningkatkan ketrampilan pencari kerja menjadi penyebab tingginya angka pengangguran di Indonesia [1].

Fenomena pengangguran hanya terjadi ketika jumlah angkatan kerja yang ada pada suatu negara jauh lebih besar dibandingkan dengan jumlah kesempatan kerja atau lowongan kerja yang ada dalam negara tersebut. Dampaknya, sebagian angkatan kerja menjadi tidak dapat bekerja dan terpaksa menganggur untuk sementara waktu hingga tersedia lowongan pekerjaan tambahan yang baru sesuai dengan kualifikasi ketrampilan yang dimilikinya.

Penduduk yang termasuk angkatan kerja adalah penduduk usia kerja (15 tahun sampai 64 tahun) yang bekerja, atau punya pekerjaan namun sementara tidak bekerja dan pengangguran. Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT) adalah persentase jumlah pengangguran terhadap jumlah angkatan kerja. Berdasarkan data BPS Jawa Timur, 2018 menyatakan bahwa jumlah angkatan kerja pada Agustus 2018 sebanyak 21,30 juta orang, naik 0,36 juta orang dibanding Agustus 2017. Sementara Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK) juga meningkat 0,59 poin. Dalam setahun terakhir, pengangguran bertambah 11,98 ribu orang, sedangkan TPT turun menjadi 3,99 persen pada Agustus 2018. Dilihat dari tingkat pendidikan, TPT untuk Sekolah Menengah Kejuruan (SMK) masih mendominasi diantara tingkat pendidikan lain, yaitu sebesar 8,83 persen [2].

Penelitian berjudul '*A simple mathematical model for unemployment: a case study in Portugal with optimal control*' menyatakan bahwa secara umum, pengangguran adalah situasi sosial yang memprihatinkan karena sebagian dari populasi tenaga kerja yang seharusnya berjuang untuk mempertahankan tingkat kesejahteraan dan pemenuhan terhadap kebutuhan (konsumsi) sangat minimum. Meningkatnya tingkat pengangguran dapat menyebabkan tekanan sosial dan tingkat kemiskinan. Pemerintah mestinya berupaya

dengan berbagai langkah strategis untuk mengatasi tingkat pengangguran. (Aniba dan Delfim, 2017).

Pada penelitian dengan judul penelitian '*Unemployment Model*' menyatakan bahwa negara-negara yang memiliki keterbatasan keuangan akan berdampak pada tingkat pengangguran. Selain itu sumber daya alam dan sumber daya manusia juga ikut mempengaruhi meningkatnya tingkat pengangguran. (Ranea dan Sarah, 2018). Dalam mengatasi masalah pengangguran, menurut (Kazeem dan Alimi, 2018) dengan judul penelitian '*Threshold Parameter for the Control of Unemployment in the Society: Mathematical Model and Analysis*', menyatakan bahwa: 1) Setiap individu memiliki kontribusi untuk mengakhiri pengangguran dengan mengembangkan keterampilan diri untuk berusaha, 2) untuk mengurangi tingkat pengangguran, pemerintah atau pembuat kebijakan memperkenalkan kebijakan atau strategi dalam mengatasi laju pertumbuhan populasi, 3) Sangat penting bagi individu yang dipekerjakan untuk mempersiapkan segala sesuatu demi masa pensiun, agar ketika pensiun jangan mencari kerja baru di usia yang tidak potensial. Penelitian dengan judul penelitian '*A Simple Nonlinear Dynamic Model for Unemployment: Explaining the Spanish Case*' menyatakan bahwa perubahan dalam karakteristik sistem pasar tenaga kerja atau kondisi ekonomi makro bisa berpotensi menyebabkan lompatan ekuilibrium pengangguran yang besar (Faria dan Ledesma, 2008).

Untuk mengatasi jumlah pengangguran terhadap lapangan pekerjaan (lowongan pekerjaan), salah satu upaya dilakukan oleh pemerintah dalam hal ini meningkatkan investasi (I) khususnya pada bidang infrastruktur, revitalisasi sarana pendukung sektor pertanian, dan pembukaan lahan baru (I_1) dan usaha kecil menengah (I_2), yang keduanya diasumsikan sebagai suatu parameter positif. Pada kedua parameter tersebut diasumsikan sebagai suatu fungsi yang bergantung terhadap waktu. Peneliti berasumsi bahwa ketika $E(t) \leq V(t) < W(t)$ maka jumlah pengangguran akan semakin berkurang. Dalam hal ini, memaksimalkan lowongan pekerjaan dan meminimumkan tingkat pengangguran.

Estimasi parameter (penaksiran parameter) digunakan sebagai pendugaan karakteristik parameter, karena sifatnya adalah estimasi atau penaksiran maka nilai dari estimator tentu saja tidak akan sama persis dengan nilai parameter dari data yang sebenarnya, diharapkan nilai estimator mendekati nilai parameter sebenarnya.

Berdasarkan latar belakang di atas peneliti tertarik melakukan penelitian: **“Estimasi Parameter Terhadap Model Pengangguran.**

1.2.Rumusan Masalah

1. Bagaimana mengkonstruksi model sistem persamaan diferensial biasa nonlinear terhadap pengangguran?
2. Bagaimana menentukan hasil estimasi parameter terhadap model pengangguran?

1.3. Batasan Masalah

Agar penyelesaian permasalahan di atas lebih fokus dan untuk menghindari perbedaan persepsi, berikut ini diberikan beberapa batasan :

1. Tingkat kenaikan individu yang menganggur pada saat usia kerja (berlaku di Indonesia adalah berumur 15 tahun sampai 64 tahun)
2. Tingkat perubahan jumlah penganggur yang dipekerjakan dapat mengakibatkan bertambahnya jumlah tingkat pekerja
3. Lowongan hanya dibuat karena pensiun, meninggal atau migrasi orang-orang yang dipekerjakan
4. Tingkat migrasi dan kematian orang yang menganggur diasumsikan sebanding dengan jumlah pengangguran
5. Jumlah tingkat pengangguran akan berkurang sebanyak jumlah tingkat investasi dan mengakibatkan jumlah tingkat pekerja

1.4. Tujuan Penelitian

1. Mengkonstruksi model sistem persamaan diferensial biasa nonlinear terhadap pengangguran
2. Menentukan hasil estimasi parameter pada model pengangguran

1.5. Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Memberikan informasi terkait penyelesaian penerapan estimasi parameter pada model pengangguran
2. Sebagai referensi bagi peneliti selanjutnya yang melakukan penelitian yang ada kaitannya dengan penanggulangan masalah pengangguran

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Pengangguran

Pengangguran merupakan masalah ketenagakerjaan yang cukup serius. Hal ini menjadi salah satu masalah yang sering dihadapi oleh negara berkembang seperti Indonesia. Masalah ini tidak lepas dari peran pemerintah Indonesia dalam mengeluarkan kebijakan. Ketiadaan pendapatan menyebabkan penganggur harus mengurangi pengeluaran konsumsinya yang menyebabkan menurunnya tingkat kemakmuran dan kesejahteraan. Pengangguran yang berkepanjangan dapat menimbulkan efek psikologis yang buruk terhadap penganggur dan keluarganya. Tingkat pengangguran yang terlalu tinggi dapat menyebabkan kekacauan politik dan ketimpangan sosial, sehingga mengganggu pertumbuhan dan pembangunan ekonomi. Akibat jangka panjang adalah menurunnya produk nasional bruto (PNB) dan pendapatan per kapita suatu negara. Pengangguran adalah salah satu hal yang menjengkelkan dan menjadi masalah dunia yang tersebar hari demi hari. Banyak orang meninggalkan kota asal mereka, pekerjaan mereka dan pergi ke negara lain untuk mendapatkan pekerjaan. Karena ini, bahwa pemerintah menyadari lebih banyak beban pengangguran dari para pekerja asli yang menganggur dan pekerja migran baru (Gulbanu dan Bhathawala , 2017).

Pengangguran merupakan suatu keadaan dimana seseorang yang tergolong dalam kategori angkatan kerja tidak mempunyai pekerjaan dan juga secara aktif tidak sedang mencari pekerjaan. Jumlah pengangguran atau *unemployment* umumnya sejalan dengan tingkat pertumbuhan ekonomi suatu negara. Semakin tinggi pertumbuhan ekonomi maka semakin meningkat juga produksi barang dan jasa yang tentunya akan menyerap tenaga kerja lebih banyak. Pengangguran sangat erat kaitannya dengan ketersediaan lapangan kerja bagi masyarakat. semakin banyak lapangan kerja semakin tinggi juga kesempatan penduduk usia produktif untuk bekerja, pun sebaliknya. Pengangguran terjadi ketika jumlah pencari kerja lebih banyak daripada kesempatan kerja yang tersedia.

2.1.1. Dampak Pengangguran dan Cara Mengatasinya

Pengangguran biasanya terjadi karena jumlah orang yang mencari pekerjaan tidak sebanding dengan tawaran lapangan pekerjaan di lapangan. Hal ini sangat serius dalam bidang ekonomi, karena dapat menurunkan produktivitas dan pendapatan masyarakat. Tingginya tingkat pengangguran ini biasanya dapat menimbulkan bermacam-macam masalah lainnya, seperti kemiskinan, banyaknya kriminalitas dan masalah sosial lainnya. Dampak pengangguran bagi masyarakat yaitu: *menambah* beban psikis para pengangguran dan keluarga atau kerabat dekatnya, menurunnya keterampilan karena para pekerja telah menganggur lama, meningkatnya ketidakstabilan politik, sosial dan ekonomi. Dampak pengangguran bagi perekonomian suatu negara yaitu: menurunnya pendapatan perkapita, menurunnya pendapatan pemerintah yang didapat dari sektor pajak, meningkatnya biaya sosial yang wajib dikeluarkan pemerintah, dan meningkatnya hutang negara [3].

Pada penelitian dengan judul penelitian '*Unemployment Model*' menyatakan bahwa pengangguran dapat teratasi apabila pemerintah menciptakan dan menyediakan lebih banyak lowongan kerja (Ranea dan Sarah, 2018). Penelitian dengan judul penelitian '*A Simple Nonlinear Dynamic Model for Unemployment: Explaining the Spanish Case*' menyatakan bahwa perubahan dalam karakteristik sistem pasar tenaga kerja atau kondisi ekonomi makro bisa berpotensi menyebabkan lompatan *ekuilibrium* pengangguran yang besar. Pemerintah mengubah aturan kelayakan tunjangan pengangguran. Ketika memberikan tunjangan akan memberikan banyak manfaat dan menjawab kebutuhan penganggur tersebut (Faria dan Ledesma, 2008).

2.1.2. Hubungan Investasi dengan Pengangguran

Besar kecilnya investasi yang terjadi di masyarakat akan sangat mempengaruhi besar kecilnya kesempatan kerja yang tercipta dalam masyarakat tersebut. Adanya investasi akan meningkatkan kegiatan produksi sehingga akan membuka kesempatan kerja baru. Adanya kesempatan kerja baru akan menyebabkan berkurangnya jumlah pengangguran.

Investasi yakni melakukan pengorbanan pada hari ini untuk memperoleh manfaat lebih baik dari waktu yang akan datang. Investasi dapat menjadi pendorong roda perekonomian daerah dan meningkatkan kesejahteraan ketika semua pihak mendapat manfaat maksimal dari aktivitas tersebut. Peran investasi sangat besar dalam menumbuhkan perekonomian di daerah karena multiplier efek dari investasi akan meningkatkan produktivitas, memacu pertumbuhan dan berpeluang meningkatkan pendapatan masyarakat dan mengurangi kemiskinan. Investasi dapat menjadi pendorong roda perekonomian daerah dan

meningkatkan kesejahteraan ketika semua pihak mendapat manfaat maksimal dari aktivitas tersebut (Gumanti, 2011).

Hubungan antara investasi dengan pengangguran dapat dilihat berdasarkan teori Harrod Domar dalam Kurniawan dan Eita. Harrod domar berpendapat bahwa investasi tidak hanya menciptakan permintaan tetapi juga memperbesar kapasitas produksi. Artinya, semakin besar kapasitas produksi akan membutuhkan tenaga kerja yang semakin besar pula, dengan asumsi "*full employment*". Ini karena investasi merupakan penambahan faktor-faktor produksi, yang mana salah satu dari faktor produksi adalah tenaga kerja. Perekonomian secara keseluruhan dapat menyerap tenaga kerja sebanyak-banyaknya, sehingga partisipasi angkatan kerja akan semakin meningkat pula (Ahmad, 2004). Adanya investasi akan meningkatkan kegiatan produksi sehingga akan membuka kesempatan kerja baru. Adanya kesempatan kerja baru akan menyebabkan berkurangnya jumlah pengangguran. Ini berarti jika tingkat investasi naik maka tingkat pengangguran akan turun. Tapi apabila investasi turun, maka tingkat pengangguran akan meningkat.

Menurut Harrod-Domar (Mulyadi, 2000), investasi tidak hanya menciptakan permintaan, tetapi juga memperbesar kapasitas produksi. Tenaga kerja yang merupakan salah satu faktor produksi, otomatis akan ditingkatkan penggunaannya. Dinamika penanaman modal mempengaruhi tinggi rendahnya pertumbuhan ekonomi, mencerminkan marak lesunya pembangunan. Oleh karena itu, setiap negara berusaha meningkatkan investasi terutama investasi swasta yang dapat membantu membuka lapangan kerja sehingga dapat meningkatkan kesempatan kerja dan pengangguran dapat berkurang (Siti, 2002). Dengan adanya investasi, suatu negara dapat mengembangkan produk-produk yang bernilai sehingga dapat menciptakan lapangan pekerjaan di daerah tersebut. Terserapnya tenaga kerja pada lapangan pekerjaan lapangan pekerjaan dapat meningkatkan pendapatan masyarakat, sehingga dengan meningkatnya pendapatan masyarakat, masyarakat sendiri akan mampu mengakses layanan pendidikan dan kesehatan. Dengan demikian, perkembangan investasi dapat mengurangi jumlah masyarakat yang berada dibawah garis kemiskinan [3].

2.2. Model Sistem Dinamik

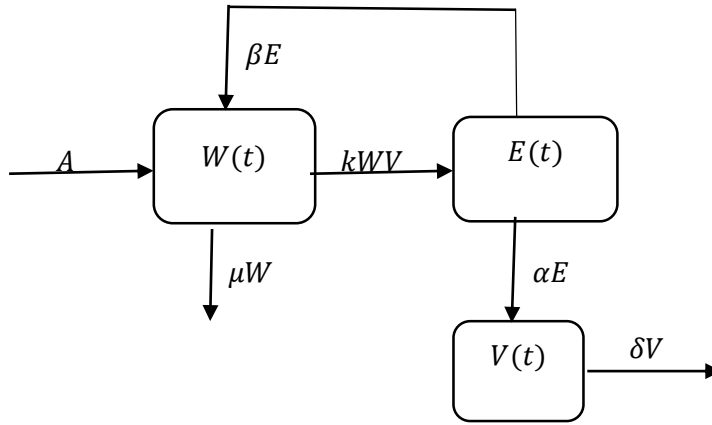
Sistem dinamik merupakan suatu keadaan yang dipengaruhi oleh waktu (t). Jika t kontinu, bentuk sistem dinamik dinyatakan sebagai sistem persamaan diferensial. Sistem persamaan diferensial orde satu yang berbentuk:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, \dots, x_n), \quad i = 1, \dots, n$$

dengan f_i adalah fungsi bernilai riil yang tidak bergantung secara eksplisit terhadap t disebut sistem *autonomous*. Terdapat dua jenis sistem *autonomous*, yaitu sistem *autonomous* linear dan nonlinear (Ivan, 2015:7)

Ranea dan Sarah (Ranea dan Sarah , 2018) menyatakan bahwa model pengangguran erat kaitannya dengan :

1. Semua pendaftar dalam kategori pengangguran sepenuhnya memenuhi syarat dan kompeten untuk menempati pekerjaan.
2. Beberapa orang yang menganggur dapat dipekerjakan.
3. Tingkat transisi dari pengangguran menjadi orang yang bekerja sebanding dengan $W(t)$ dan $V(t)$.
4. Jumlah orang yang dipekerjakan dilambangkan dengan $E(t)$ dapat dipengaruhi, dalam hal ini beberapa majikan mungkin kembali atau memberhentikan karyawan atau sebaliknya, beberapa pekerja dapat mengundurkan diri. Bagaimanapun mereka akan melakukannya bergabung dengan populasi yang menganggur.
5. Lowongan hanya dibuat karena pensiun, meninggal atau migrasi orang-orang yang dipekerjakan.
6. Tingkat migrasi dan kematian orang yang menganggur diasumsikan sebanding dengan jumlah pengangguran.



Gambar 2.1: Diagram alir dari model pengangguran (Ranea dan Sarah , 2018)

Dengan demikian, dinamika model nonlinier diatur oleh sistem persamaan diferensial biasa berikut: (Ranea dan Sarah , 2018)

$$\begin{cases} \frac{dW(t)}{dt} = A - kW(t)V(t) + \beta E(t) - \mu W(t) \\ \frac{dE(t)}{dt} = kW(t)V(t) - \beta E(t) - \alpha E(t) \\ \frac{dV(t)}{dt} = \alpha E(t) - \delta V(t) \end{cases} \quad (2.1)$$

dimana; A, k, β, μ, α , dan δ adalah konstanta positif yang didefinisikan sebagai berikut:

- A : Tingkat kenaikan jumlah penganggur
- k : Tingkat perubahan jumlah penganggur yang dipekerjakan
- β : Tingkat orang yang dipekerjakan mengundurkan diri, atau diberhentikan dari pekerjaan mereka
- μ : Tingkat kematian orang yang menganggur
- α : Tingkat migrasi pekerja
- δ : Tingkat pengurangan lowongan kerja tersedia karena kurangnya dana pemerintah

Lowongan kerja berkurang disebabkan kuraaangnya dana pemerintah. Ketika perhatian pemerintah terhadap investatsai. Pertumbuhan yang ditopang oleh investasi dianggap dapat meningkatkan produktivitas sehingga meningkatkan pertumbuhan ekonomi. Kebanyakan negara berkembang seperti indonesia yang berpenghasilan rendah sering terjadi kesenjangan antara investasi dan tabungan serta kesenjangan devisa yang dapat dilihat pada defisit anggaran. Penanaman modal atau investasi merupakan langkah awal kegiatan produksi. Pada posisi ini, investasi merupakan awal kegiatan pembangunan ekonomi. Penanaman modal mempengaruhi tinggi rendahnya pertumbuhan ekonomi dan mencerminkan bergairah atau lesunya perekonomian suatu negara. Dalam mempercepat pembangunan ekonomi diperlukan peningkatan penanaman modal untuk

mengolah potensi ekonomi menjadi kekuatan ekonomi riil dengan menggunakan modal yang berasal, baik dari dalam negeri maupun dari luar negeri. Disamping menggali sumber pembiayaan asli daerah, pemerintah daerah juga mengundang sumber pembiayaan luar negeri salah satunya adalah Penanaman Modal Asing. Keterbatasan modal akan mempengaruhi pemerintahan terhadap bidang investasi.

Menurut Waluyo (Waluyo, 2006) menyatakan bahwa, sistem persamaan diferensial tak linear adalah persamaan yang terdiri dari lebih dari satu persamaan yang saling terkait. Sistem dari dua persamaan diferensial tak linear dengan dua fungsi yang tak diketahui berbentuk:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= F(x, y, t) \\ \frac{dy}{dt} &= G(x, y, t)\end{aligned}$$

dengan $F(x, y, t)$ dan $G(x, y, t)$ adalah fungsi-fungsi tak linear x dan y secara kualitatif dibanding kuantitatif.

2.3. Titik Kesetimbangan

Misalkan suatu sistem persamaan diferensial dinyatakan sebagai berikut.

$$\dot{x} = f(x), \quad x \in \mathbb{R}^n \tag{2.2}$$

Definisi 2.1 (Perko, 1991).

Titik $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$ disebut titik kesetimbangan (titik equilibrium) sistem (2. 2) jika $f(\bar{x}) = 0$

Definisi 2.2 (Wiggins, 2003)

Titik equilibrium $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$ sistem (2. 2) dikatakan

- 1) Stabil lokal jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $\delta > 0$ sedemikian hingga untuk setiap solusi $x(t)$ yang memenuhi $\|x(t_0) - \bar{x}\| < \delta$ berlaku $\|x(t) - \bar{x}\| < \varepsilon$ untuk setiap $t \geq t_0$.
- 2) Stabil asimtotik lokal jika titik ekuilibrium $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$ stabil dan terdapat $\delta_0 > 0$ edemikian hingga untuk setiap solusi $x(t)$ yang memenuhi $\|x(t_0) - \bar{x}\| < \delta$ berlaku $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \bar{x}$
- 3) Tidak stabil jika titik ekuilibrium $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$ tidak memenuhi (1)

2.4. Pelinearan

Analisis kestabilan sistem persamaan diferensial tak linear dilakukan melalui pelinearan. Untuk mencari hasil pelinearan dari sistem persamaan diferensial tak linear digunakan matriks Jacobian.

Definisi 2.3 (Kocak dan Hole, 1991).

Diberikan fungsi $f = f_1, \dots, f_n$ pada sistem $\dot{x} = f(x)$ dengan $f_i \in C(E)$,
 $i = 1, 2, \dots, n$. Matriks

$$Jf(\bar{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\bar{x}) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\bar{x}) & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\bar{x}) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\bar{x}) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\bar{x}) & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\bar{x}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\bar{x}) & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(\bar{x}) & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\bar{x}) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Dinamakan matriks Jacobian dari f di titik x .

Definisi 2.4 (Perko, 1991).

Sistem linear $Jf(\bar{x})(x - \bar{x})$ disebut linearisasi sistem nonlinear $\dot{x} = f(x)$ disekitar titik \bar{x} .

2.5. Nilai Eigen

Definisi 2.5 (Anton, 1992).

Jika A adalah sebuah matriks $n \times n$, maka sebuah vektor tak nol x pada \mathbb{R}^n disebut vektor eigen (*eigenvector*) dari A jika Ax adalah sebuah kelipatan skalar dari x , yakni

$$Ax = \lambda x \quad (2.4)$$

Untuk skalar sebarang λ . Skalar λ disebut nilai eigen (*eigenvalue*) dari A , dan x disebut sebagai vektor eigen dari A yang terkait λ . Untuk memperoleh nilai eigen dari sebuah matriks $A_{n \times n}$, tulis kembali persamaan (2.4) sebagai

$$Ax = \lambda I$$

atau secara ekuivalen

$$(\lambda I - A)x = 0 \quad (2.5)$$

agar λ dapat menjadi nilai eigen, harus terdapat satu solusi tak nol dari persamaan (2.5).

Persamaan (2.5) memiliki solusi tak nol jika dan hanya jika

$$\det(\lambda I - A)x = 0 \quad (2.6)$$

Persamaan (2.6) disebut persamaan karakteristik (*characteristic equation*) matriks A .

Skalar-skalar yang memenuhi persamaan (2.6) adalah nilai-nilai eigen A .

Teorema 2.1 (Olsder dan Woude, 1994)

Diberikan matriks jacobian $J[f(\bar{x})]$ dari sistem nonlinear $\dot{x} = f(x)$ dengan nilai eigen λ .

- 1) Stabil asimtotik lokal, jika semua bagian real nilai eigen dari matriks $J[f(\bar{x})]$ bernilai negatif.
- 2) Tidak stabil, jika terdapat paling sedikit satu nilai eigen matriks $J[f(\bar{x})]$ yang bagian realnya positif.

2.6. Kriteria Routh-Hurwitz

Berdasarkan teorema 2.1, untuk menguji sifat kestabilan diperlukan perhitungan untuk menentukan nilai-nilai eigen dari matriks jacobian di titik *ekulibrium*. Kriteria *Routh-Hurwitz* merupakan salah satu alternatif untuk menentukan nilai eigen tersebut.

Diberikan suatu sistem persamaan karakteristik dalam bentuk polinomial sebagai berikut:

$$f(s) = a_0 s^n + a_1 s^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} s + a_n \quad (2.7a)$$

Jika persamaan (2.7) mempunyai bagian real negatif maka

$$\frac{a_1}{a_0} > 0, \frac{a_2}{a_1} > 0, \dots, \frac{a_n}{a_{n-1}} > 0 \quad (2.7b)$$

Definisi 2.6 (Hanh, 1967)

Diberikan polinomial (2.7a), dengan a_0 positif dan a_k bilangan real, $k = 1, 2, 3, \dots, n$. Matriks Hurwitz untuk persamaan (2.7a) didefinisikan sebagai matriks bujur sangkar berukuran $n \times n$ yang berbentuk sebagai berikut:

$$H = \begin{bmatrix} a_1 & a_0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & \dots & 0 & 0 \\ a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-1} & a_{n-2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a_n \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Deteminan Hurwitz tingkat ke- k , dinotasikan dengan Δ_k ; $k = 1, 2, 3, \dots, n$ yang dibentuk dari matriks Hurwitz (2.8), didefinisikan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= [a_1], \\ \Delta_2 &= \begin{bmatrix} a_1 & a_0 \\ a_3 & a_2 \end{bmatrix}, \\ \Delta_3 &= \begin{bmatrix} a_1 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ a_5 & a_4 & a_3 \end{bmatrix}, \\ H &= \begin{bmatrix} a_1 & a_0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & \dots & 0 & 0 \\ a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-1} & a_{n-2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a_n \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Teorema 2.2 (Gantmacher, 1959)

Pembuat nol polinomial (2.8) mempunyai bagian real negatif jika dan hanya jika pertidaksamaan (2.7b) dipenuhi dan

$$\Delta_1 > 0, \Delta_2 > 0, \dots, \Delta_n > 0 \quad (2.9a)$$

Dengan demikian, titik kesetimbangan \bar{x} stabil jika dan hanya jika $\det H_j > 0$ dan untuk setiap $i = 1, 2, \dots, n$. Untuk $n = 3$ dan $n = 4$, kriteria Routh- Hurwitz diberikan sebagai berikut (Edelstein-Keshet, 1988)

$$n = 3; a_1 > 0, a_2 > 0, a_3 > 0, a_1 \cdot a_2 - a_3 > 0,$$

$$n = 4; a_1 > 0, a_2 > 0, a_3 > 0, a_3 > 0, a_1 \cdot a_2 - a_3 > 0, \text{ dan}$$

$$a_3(a_1 \cdot a_2 - a_3) - a_1^2 \cdot a_4 > 0$$

2.7. Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar didefinisikan sebagai nilai harapan banyaknya populasi rentan yang menjadi terinfeksi selama masa infeksi berlangsung (Driessche dan Watmough, 2008).

Pada persamaan (2.1), untuk mencari R_0 , maka digunakan persamaan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \frac{dE}{dt} \\ \frac{dV}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(\alpha + \beta) & kW(t) \\ \alpha & -\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E(t) \\ V(t) \end{bmatrix}$$

yang terdiri dari persamaan diferensial berkaitan dengan orang yang dipekerjakan $E(t)$ dan lowongan yang tersedia $V(t)$ dalam model (2.1). Selanjutnya membangun matriks Jacobian J^* untuk linierisasi sistem di atas. Kemudian, mengevaluasi J^* pada keseimbangan bebas kerja Q_0 , sehingga diperoleh

$$J^*(Q_0) = \begin{bmatrix} -(\alpha + \beta) & \frac{kA}{\mu} \\ \alpha & -\delta \end{bmatrix} = F - G$$

dimana $F = \begin{bmatrix} 0 & \frac{kA}{\mu} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $G = \begin{bmatrix} \alpha + \beta & 0 \\ -\alpha & \delta \end{bmatrix}$. Dengan demikian, ambang batas R_0 adalah ρ radius spektral dari matriks $H = FG^{-1}$.

dengan

$$G^{-1} = \frac{1}{\delta(\alpha + \beta)} \begin{bmatrix} \delta & \alpha \\ 0 & \alpha + \beta \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{(\alpha + \beta)} & \frac{\alpha}{\delta(\alpha + \beta)} \\ 0 & \frac{1}{\delta} \end{bmatrix}$$

$$H = FG^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{kA}{\mu} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{(\alpha + \beta)} & \frac{\alpha}{\delta(\alpha + \beta)} \\ 0 & \frac{1}{\delta} \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 & \frac{kA}{\mu\delta} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

dengan demikian

$$R_0 = \rho(H) = \frac{kA}{\mu\delta}$$

Menurut Rost dan Wu (Rost dan Wu), 2008, menyatakan bahwa:

- 1) Titik kesetimbangan bebas (bebas kerja) stabil asimtotik lokal jika $R_0 < 1$ dan tidak stabil jika $R_0 > 1$.
- 2) Jika $R_0 < 1$, maka semua solusi konvergen ke titik kesetimbangan bebas (bebas kerja).
- 3) Titik kesetimbangan endemik (*endemic equilibrium*) stabil asimtotik lokal jika $R_0 > 1$.
- 4) Jika $R_0 > 1$, maka penganggur atau bebas kerja tersebut endemik.

2.8. Pemodelan Matematika

Model matematika merupakan salah satu ilmu matematika yang dapat membantu mendeskripsikan fenomena - fenomena dalam kehidupan nyata dalam bentuk fungsi atau persamaan. Model matematika digunakan dalam banyak disiplin ilmu dan bidang studi yang berbeda seperti bidang fisika, ilmu biologi dan kedokteran, teknik, ilmu sosial dan politik, ekonomi, bisnis dan keuangan, dan juga problem-problem jaringan komputer dapat diaplikasikan ke dalam model matematika (Widowati dan Sutimin, 2007:1).

Pendekatan dalam pemodelan matematika untuk memformulasikan model matematika ada beberapa jenis, diantaranya:

- 1) Model empiris yaitu suatu model data yang berhubungan dengan problem menentukan peran yang penting. Dalam pendekatan ini, gagasan yang utama adalah mengkonstruksi formula (persamaan) matematika yang dapat menghasilkan grafik yang terbaik untuk mencocokkan data.
- 2) Model simulasi yaitu suatu model program komputer dituliskan didasarkan aturan-aturan yang dipercaya untuk membentuk bagaimana suatu proses atau fenomena akan berjalan terhadap waktu dalam kehidupan nyata. Program komputer ini dijalankan terhadap waktu sehingga impilkasi interaksi dari berbagai variabel dan komponen yang dikaji dan diuji.
- 3) Model deterministik dan stokastik

Model deterministik meliputi penggunaan persamaan atau himpunan persamaan untuk merepresentasikan hubungan antara berbagai komponen (variabel) suatu sistem

atau problem. Misalnya persamaan diferensial biasa yang menjelaskan bagaimana suatu kuantitas (yang dinyatakan oleh variabel tak bebas dari persamaan) dan waktu sebagai variabel bebas. Diberikan syarat awal yang sesuai, persamaan diferensial dapat diselesaikan untuk memprediksi perilaku sistem model. Dalam model deterministik, variasi random diabaikan. Dengan kata lain, persamaan ini digunakan untuk menyatakan problem dunia nyata yang diformulasikan berdasarkan pada hubungan dasar faktor-faktor yang terlibat dalam problem ini (Widowarti dan Sutimin, 2007).

BAB III

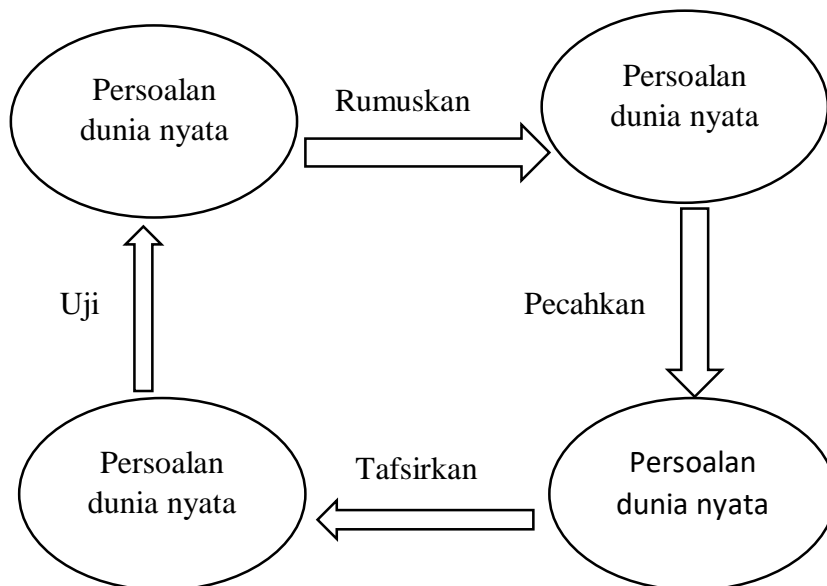
METODE PENELITIAN

3.1. Tahapan Penelitian

1. Studi Literatur

Pada tahap ini dilakukan studi literatur yang diperoleh dari buku, jurnal penelitian, paper, maupun artikel terkait yang ada kaitannya dengan analisa sistem dinamik terhadap pengangguran. Studi literature merupakan cara untuk menyelesaikan persoalan dengan menelusuri sumber-sumber tulisan yang pernah dibuat sebelumnya.

2. Tahapan Model Matematika



Gambar 3. 1.Tahapan Model Penelitian

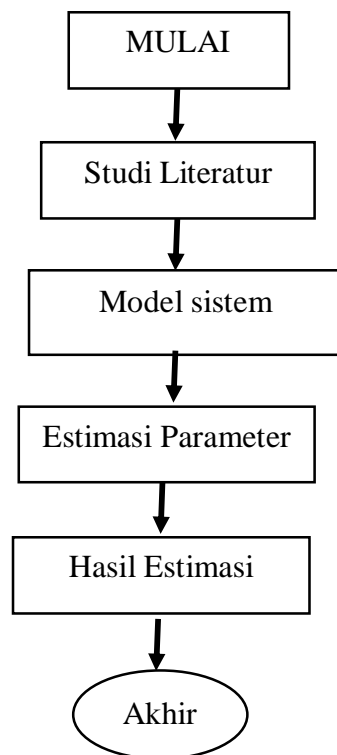
Berdasarkan gambar 3. 1, maka ada langkah-langkah model matemakika adalah sebagai berikut

- 1) Mengenali dan menamai variable bebas dan tak bebas serta membuat asumsi-asumsi seperlunya untuk menyederhanakan fenomena sehingga membuatnya dapat ditelusuri secara matematika.
- 2) Menerapkan teori matematika yang telah diketahui pada model matematika yang telah dirumuskan guna mendapatkan kesimpulan matematikanya.

- 3) Mengambil kesimpulan matematika tersebut dan menafsirkannya sebagai informasi yang berkaitan dengan permasalahan yang dimodelkan dengan cara memberikan penjelasan atau membuat perkiraan.
- 4) Menguji perkiraan terhadap data riil. Jika perkiraan yang dibuat tidak sebanding dengan kenyataan, maka model yang didapat perlu diperhalus atau merumuskan model baru dan memulai daur kembali. Bisa juga dengan memperbaiki asumsi-asumsi yang diberikan.

3.2. Alur Penelitian

Untuk mempermudah dalam memahami tahapan-tahapan penelitian yang telah dijelaskan sebelumnya, berikut ini adalah diagram alir dalam tahapan-tahapan dalam mengerjakan tesis ini.



Gambar 3.2. Diagram Alur Metode Penelitian

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Pemodelan Matematika

Salah satu masalah yang dihadapi Indonesia khususnya provinsi Jawa Timur pada saat ini adalah masalah pengangguran. Jumlah pengangguran yang tinggi berdampak pada menurunnya tingkat kesejahteraan masyarakat. Dari model ini, peneliti mengembangkan model Ranea dan Sarah (Ranea dan Sarah, 2018) dimana penulis menambah tingkat investasi. Asumsi-asumsi pada model pengangguran sebagai berikut:

1. Tingkat kenaikan individu yang menganggur pada saat usia kerja (berlaku di Indonesia adalah berumur 15 tahun sampai 64 tahun)
2. Tingkat perubahan jumlah penganggur yang dipekerjakan
3. Lowongan hanya dibuat karena pensiun, meninggal atau migrasi orang-orang yang dipekerjakan
4. Tingkat migrasi dan kematian orang yang menganggur diasumsikan sebanding dengan jumlah pengangguran
5. Tingkat investasi diasumsikan sebanding dengan jumlah pengangguran

Berdasarkan asumsi-asumsi terhadap pengangguran di atas, dikonstruksi model kemudian melakukan pencarian titik-titik kesetimbangan, bilangan reproduksi dasar, serta kestabilan dari titik-titik kesetimbangan tersebut.

Model yang akan dikonstruksi yaitu model (Ranea dan Sarah, 2018) ketika adanya investasi (I). Maksud dari model (Ranea dan Sarah, 2018) dalam suatu sistem terdapat tingkat pengangguran, tingkat pekerja, tingkat lowongan kerja, dan tingkat investasi yang saling berhubungan antara satu sama lain, dengan masing-masing kondisi tersebut diwakili oleh W , E , dan V . Masing-masing kondisi tersebut berubah setiap waktu dan dinyatakan dengan $W(t)$, $E(t)$, dan $V(t)$.

Karena sifatnya temporal, maka perubahan waktu sekarang (t_0) dengan waktu yang akan datang (t_f), dapat dinyatakan dalam

$$\Delta t = t_f - t_0$$

dan diperoleh

$$t_f = \Delta t + t_0$$

Sehingga tingkat pengangguran pada saat t_0 adalah $W(t_0)$ dan tingkat pengangguran pada saat t_f adalah $W(\Delta t + t_0)$. Dengan demikian diperoleh selisih jumlah individu tingkat pengangguran antara waktu t_0 dengan t_f , yaitu

$$\Delta W(t) = W(\Delta t + t_0) - W(t_0)$$

Oleh karena itu, tingkat perubahan pengangguran tiap waktu antara waktu t_0 dengan t_f dapat dinyatakan dalam

$$\frac{dW}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta W(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{W(\Delta t + t_0) - W(t_0)}{\Delta t}$$

atau dapat ditulis sebagai $\dot{W}(t)$. Demikian juga dengan ketiga kondisi yang lain diperoleh $\dot{E}(t)$, dan $\dot{V}(t)$

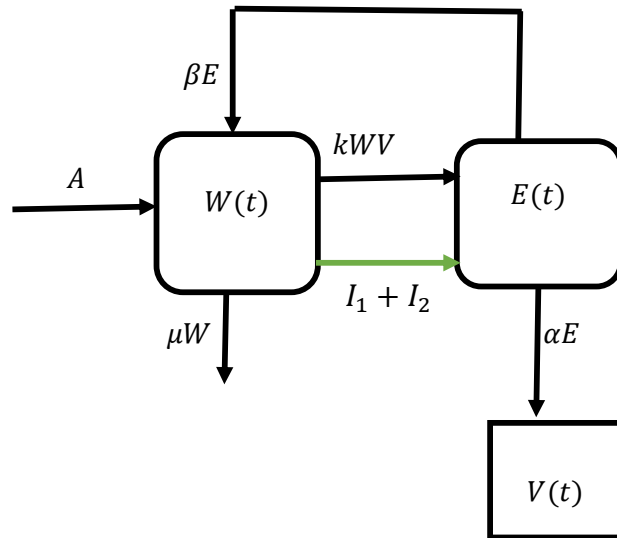
Tingkat perubahan keempat kondisi dipengaruhi beberapa faktor *input* dan *output*. Jika terdapat *input* maka jumlah individu dalam suatu sistem semakin bertambah (+). Sebaliknya jika terdapat *output*, maka jumlah individu dalam suatu system akan semakin berkurang (-). *Input* maupun *output* dapat terjadi akibat kejadian alami yang dialami oleh makhluk hidup seperti kelahiran dan kematian, tindakan manusia seperti investasi, selain itu juga terjadi akibat perubahan sifat dari individu itu sendiri. Perubahan sifat dapat terjadi dengan sendirinya sesuai dengan kondisi individu yang bersangkutan atau bisa disebabkan oleh pengaruh interaksi dengan individu yang lain. Tingkat perubahan pengangguran, pekerja atau orang yang dipekerjakan, lowongan kerja, dan investasi, sebagaimana dijelaskan sebagai berikut.

4.1.1. Tingkat perubahan antara pengangguran $W(t)$ dan pekerja $E(t)$.

Tingkat perubahan antara pengangguran $W(t)$ dan tingkat pekerja $E(t)$ terjadi apabila

- a. Tingkat pengangguran $W(t)$ meningkat karena bertambahnya parameter A dan βE . Berkurangnya tingkat pengangguran $W(t)$ terjadi apabila berkurangnya parameter kWV dan μW . Ketika adanya tingkat investasi $(I_1 + I_2)$, akan mempengaruhi berkurangnya tingkat pengangguran sebanyak dengan tingkat investasi $(I_1 + I_2)$.
- b. Tingkat pekerja $E(t)$ meningkat karena bertambahnya parameter kWV dan $(I_1 + I_2)$. Berkurangnya tingkat pekerja $E(t)$ diakibatkan oleh berkurangnya βE dan αE .

Pekerja $E(t)$ akan semakin bertambah ketika terjadi peningkatan jumlah penganggur yang dipekerjakan (k) dan meningkatnya tingkat investasi ($I_1 + I_2$). Pekerja $E(t)$ akan semakin berkurang apabila terjadi tingkat orang yang dipekerjakan mengundurkan diri, atau diberhentikan dari pekerjaan mereka (βE) serta terjadinya tingkat kemiskinan serta tingkat migrasi, pensiun atau kematian pekerja (αE).



Gambar 4.1 Diagram kompartemen antara tingkat pengangguran $W(t)$ dan tingkat pekerja $E(t)$

Berdasarkan diagram kompartemen pada gambar 4.1, model tingkat pengangguran $W(t)$ dan pekerja $E(t)$ tiap satuan waktu terlihat pada persamaan (4.1) berikut

$$\frac{dW(t)}{dt} = A - kW(t)V(t) + \beta E(t) - \mu W(t) - (I_1 + I_2)(t) \quad (4.1)$$

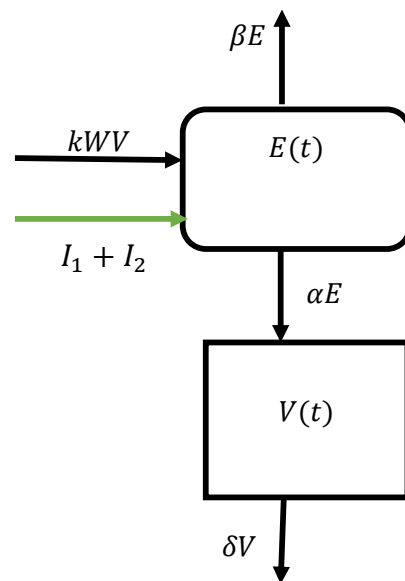
dan

$$\frac{dE(t)}{dt} = kW(t)V(t) - \beta E(t) + (I_1 + I_2) - \alpha E(t) \quad (4.2)$$

4.1.2. Tingkat perubahan antara pekerja $E(t)$ dan lowongan kerja $V(t)$

Tingkat perubahan antara pekerja $E(t)$ dan lowongan kerja $V(t)$ terjadi apabila

- Meningkatnya tingkat pekerja $E(t)$ diakibatkan oleh bertambahnya parameter kWV dan $(I_1 + I_2)$. Berkurangnya tingkat pekerja $E(t)$ diakibatkan oleh berkurangnya βE dan αE . Pekerja $E(t)$ akan semakin bertambah ketika terjadi peningkatan jumlah penganggur yang dipekerjakan (k) dan meningkatnya tingkat investasi $(I_1 + I_2)$. Pekerja $E(t)$ akan semakin berkurang apabila terjadi tingkat orang yang dipekerjakan mengundurkan diri, atau diberhentikan dari pekerjaan mereka (βE) serta terjadinya tingkat kemiskinan serta tingkat migrasi, pensiun atau kematian pekerja (αE).
- Meningkatnya tingkat lowongan kerja $V(t)$ diakibatkan oleh bertambahnya parameter αE . Tingkat lowongan kerja $V(t)$ akan semakin bertambah jika meningkatnya tingkat migrasi, pensiun atau kematian pekerja (αE). Tingkat lowongan kerja $V(t)$ berkurang karena kurangnya dana pemerintah (δV).



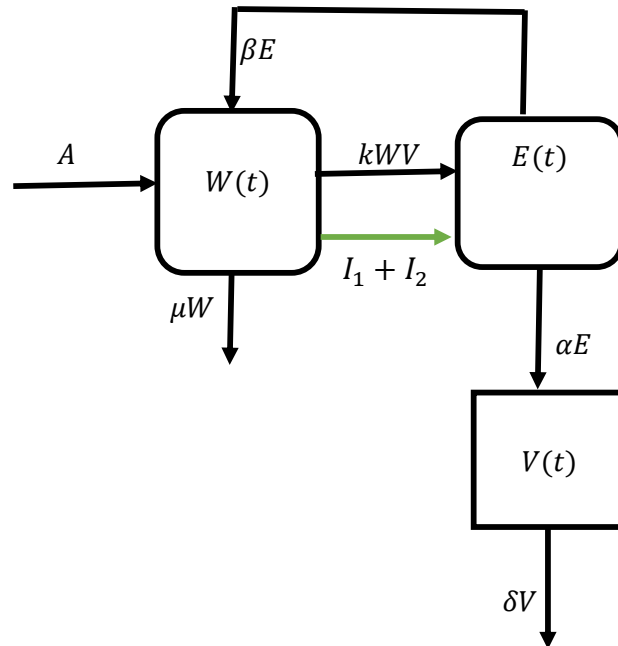
Gambar 4.2 Diagram kompartemen antara tingkat pekerja $E(t)$ dan tingkat lowongan kerja $V(t)$

Berdasarkan diagram kompartemen pada gambar 4.2, model tingkat pekerja $E(t)$ dan lowongan kerja $V(t)$ tiap satuan waktu terlihat pada persamaan (4.3) dan (4.4) berikut

$$\frac{dE(t)}{dt} = kW(t)V(t) - \beta E(t) + (I_1 + I_2)(t) - \alpha E(t) \quad (4.3)$$

$$\frac{dV(t)}{dt} = \alpha E(t) - \delta V(t) \quad (4.4)$$

Dari konstruksi model pada gambar 4.1 dan 4.2 maka kompartemen model terhadap pengangguran terlihat pada gambar 4.3 berikut



Gambar 4.3. Diagram alir model pengangguran ketika ada Investasi

Dengan demikian, dinamika model nonlinier diatur oleh sistem persamaan diferensial biasa berikut:

$$\begin{cases} \frac{dW(t)}{dt} = A - kW(t)V(t) + \beta E(t) - \mu W(t) - (I_1 + I_2) \\ \frac{dE(t)}{dt} = kW(t)V(t) - \beta E(t) + (I_1 + I_2) - \alpha E(t) \\ \frac{dV(t)}{dt} = \alpha E(t) - \delta V(t) \end{cases} \quad (4.5)$$

dimana; $A, k, \beta, \mu, \alpha, \delta, I_1$, dan I_2 adalah konstanta positif yang didefinisikan sebagai berikut:

- A : Tingkat kenaikan jumlah penganggur
- k : Tingkat perubahan jumlah penganggur yang dipekerjakan
- β : Tingkat orang yang dipekerjakan mengundurkan diri, atau diberhentikan dari pekerjaan mereka
- μ : Tingkat kematian orang yang menganggur
- α : Tingkat migrasi pekerja
- δ : Tingkat pengurangan lowongan yang kerja tersedia karena kurangnya dana pemerintah
- I_1 : Tingkat investasi infrastruktur, revitalisasi sarana pendukung sektor pertanian, dan pembukaan lahan baru
- I_2 : Tingkat investasi usaha kecil menengah (UKM)

4.2. Penentuan Titik Kesetimbangan

Pada analisa kesetimbangan, pada model pengangguran pada persamaan (4.5).

Pada saat $\dot{W} = 0$, $\dot{E} = 0$ dan $\dot{V} = 0$, maka diperoleh sistem persamaan berikut:

$$\begin{aligned} A - kWV + \beta E - \mu W - (I_1 + I_2) &= 0 \\ kWV - \beta E + (I_1 + I_2) - \alpha E &= 0 \\ \alpha E - \delta V &= 0 \end{aligned} \quad (4.6)$$

Untuk mendapatkan Q^* pada persamaan (4.6), peneliti mengkontruksi persamaan (4.6) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \alpha E - \delta V &= 0 \\ \delta V &= \alpha E \\ V &= \frac{\alpha E}{\delta} \end{aligned} \quad (4.7)$$

Pada persamaan (4.7) disubstitusi ke dalam

$$\begin{aligned} kWV - \beta E + (I_1 + I_2) - \alpha E &= 0 \\ kW \left(\frac{\alpha E}{\delta} \right) - (\alpha + \beta)E + (I_1 + I_2) &= 0 \\ \frac{kW\alpha E}{\delta} &= (\alpha + \beta)E - (I_1 + I_2) \\ kW\alpha E &= \delta(\alpha + \beta)E - (I_1 + I_2) \\ W^* &= \frac{\delta((\alpha + \beta)E - (I_1 + I_2))}{\alpha E k} \\ W^* &= \frac{\delta((\alpha + \beta) - (I_1 + I_2))}{\alpha k} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Pada persamaan (4.7) dan (4.8) disubstitusi ke dalam

$$\begin{aligned} A - kWV + \beta E - \mu W - (I_1 + I_2) &= 0 \\ A - k \left(\frac{\delta((\alpha + \beta) - (I_1 + I_2))}{\alpha k} \right) \left(\frac{\alpha E}{\delta} \right) + \beta E - \mu \left(\frac{\delta((\alpha + \beta) - (I_1 + I_2) - (I_1 + I_2))}{\alpha k} \right) &= 0 \\ A - \frac{\delta \alpha E ((\alpha + \beta) - (I_1 + I_2))}{\alpha \delta} + \beta E - \frac{\mu \delta ((\alpha + \beta) - 2(I_1 + I_2))}{\alpha k} &= 0 \\ A - \frac{\delta((\alpha + \beta) - (I_1 + I_2))(\alpha + \beta)E}{\alpha \delta} - \frac{\mu \delta ((\alpha + \beta) - 2(I_1 + I_2))}{\alpha k} &= 0 \\ \frac{\delta((\alpha + \beta) - (I_1 + I_2))(\alpha + \beta)E}{\alpha \delta} &= A - \frac{\mu \delta ((\alpha + \beta) - (I_1 + I_2) - (I_1 + I_2)E)}{\alpha k} = 0 \\ E^* &= \frac{A - \frac{\mu \delta ((\alpha + \beta) - (I_1 + I_2) - (I_1 + I_2))}{\alpha k}}{\frac{\delta((\alpha + \beta) - (I_1 + I_2))(\alpha + \beta)}{\alpha \delta}} \end{aligned}$$

$$E^* = \frac{A}{\alpha} - \frac{((\alpha+\beta)-(I_1+I_2))}{\alpha^2 k} \quad (4.9)$$

Karena $W^* = \frac{\delta((\alpha+\beta)-(I_1+I_2))}{\alpha k}$, $E^* = \frac{A}{\alpha} - \frac{((\alpha+\beta)-(I_1+I_2))}{\alpha^2 k}$, dan $V = \frac{\alpha E}{\delta}$, maka persamaan (4.7) yaitu

$$Q^* = (W^*, E^*, V^*) = \left(\frac{\delta((\alpha+\beta)-(I_1+I_2))}{\alpha k}, \frac{A}{\alpha} - \frac{\delta\mu(\alpha+\beta)+(I_1+I_2)}{\alpha^2 k}, \frac{\alpha E^*}{\delta} \right). \quad (4.10)$$

Pada saat ($E_0 = 0$) dan $V_0 = 0$, maka kesetimbangan bebas kerja dilambangkan dengan

$$Q_0 = (W_0, E_0, V_0) = \left(\frac{A}{\mu}, 0, 0 \right). \quad (4.11)$$

Titik kesetimbangan $E_0 = 0$ manandakan kesetimbangan bebas kerja dimana $W_0 = \frac{A}{\mu}$ dan $W^* = \frac{\delta((\alpha+\beta)-(I_1+I_2))}{\alpha k}$.

Akibatnya titik kesetimbangan model matematika mempunyai 2 titik kesetimbangan yaitu:

- 1) Titik kesetimbangan bebas kerja

$$Q_0 = (W_0, E_0, V_0) = \left(\frac{A}{\mu}, 0, 0 \right)$$

- 2) Titik kesetimbangan terdapat kerja

$$Q^* = (W^*, E^*, V^*) = \left(\frac{\delta((\alpha+\beta)-(I_1+I_2))}{\alpha k}, \frac{A}{\alpha} - \frac{\delta\mu(\alpha+\beta)+(I_1+I_2)}{\alpha^2 k}, \frac{\alpha E^*}{\delta} \right)$$

4.3. Bilangan Reproduksi Dasar

Keberadaan dan stabilitas kedua kesetimbangan di atas, ditentukan serta mengacu pada parameter ambang batas atau dengan sebutan lainnya yaitu nomor bilangan reproduksi dasar, yang dilambangkan oleh R_0 . Untuk mendapatkan nilai R_0 , diperoleh dengan menggunakan metode matriks. Oleh karena itu, kasus dimana Q_0 tidak stabil dan Q^* *asymptotically stable*, maka meningkatnya tingkat bebas kerja dan terdapat tingkat bebas kerja.

Untuk mencari R_0 , sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \frac{dE}{dt} \\ \frac{dV}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(\alpha + \beta - (I_1 + I_2)) & kW \\ \alpha & -\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E(t) \\ V(t) \end{bmatrix}$$

yang terdiri dari persamaan diferensial berkaitan dengan orang yang dipekerjakan $E(t)$ dan lowongan yang tersedia $V(t)$ pada model (4.5). Selanjutnya, dalam membangun matriks Jacobian J^* perlu melinierisasikan sistem di atas. Kemudian, mengevaluasi J^* pada kesetimbangan bebas kerja Q_0 .

$$J^*(Q_0) = \begin{bmatrix} -(\alpha + \beta - (I_1 + I_2)) & \frac{kA}{\mu} \\ \alpha & -\delta \end{bmatrix} = F - G$$

dimana $F = \begin{bmatrix} 0 & \frac{kA}{\mu} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $G = \begin{bmatrix} \alpha + \beta - (I_1 + I_2) & 0 \\ -\alpha & \delta \end{bmatrix}$. Dengan demikian, ambang batas R_0 adalah ρ radius spektral dari matriks berikut

$$\begin{aligned} H = FG^{-1} &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{kA}{\mu} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{1}{\delta((\alpha + \beta - (I_1 + I_2)))} \begin{bmatrix} \delta & \alpha \\ 0 & (\alpha + \beta - (I_1 + I_2)) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{kA}{\mu} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\delta}{\delta((\alpha + \beta - (I_1 + I_2)))} & \frac{\alpha}{\delta((\alpha + \beta - (I_1 + I_2)))} \\ 0 & \frac{((\alpha + \beta - (I_1 + I_2)))}{\delta((\alpha + \beta - (I_1 + I_2)))} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{kA}{\mu} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{((\alpha + \beta - (I_1 + I_2)))} & \frac{\alpha}{\delta((\alpha + \beta - (I_1 + I_2)))} \\ 0 & \frac{1}{\delta} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$H = FG^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{kA}{\mu\delta} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

yaitu

$$R_0 = \rho(H) = \frac{kA}{\mu\delta}$$

Dalam hal jumlah bilangan reproduksi dasar R_0 , kesetimbangan positif sistem (4.6) sebagai sebagai:

$$Q^* = (W^*, E^*, V^*) = \left(\frac{A}{\mu R_0}, \frac{A}{\alpha} \left[1 - \frac{1}{R_0} \right], \frac{A}{\delta} \left[1 - \frac{\alpha}{R_0} \right] \right) \quad (4.12)$$

Model pengangguran (4.5) memiliki dua kesetimbangan: kesetimbangan bebas pekerjaan $Q_0 = \left(\frac{A}{\mu}, 0, 0 \right)$ yang ada untuk semua nilai $R_0 \in \mathbb{R}$, dan kesetimbangan positif $Q^* = \left(\frac{A}{\mu R_0}, \frac{A}{\alpha} \left[1 - \frac{1}{R_0} \right], \frac{A}{\delta} \left[1 - \frac{\alpha}{R_0} \right] \right)$ yang ada hanya jika $R_0 > 1$.

4.4. Analisis Kestabilan Titik kesetimbangan

Untuk mengetahui kestabilan titik kesetimbangan model, dapat memanfaatkan sistem yang telah dilinearkan.

Dari sistem persamaan (4.5)

$$\begin{aligned} \frac{dW(t)}{dt} &= A - kW(t)V(t) + \beta E(t) - \mu W(t) - (I_1 + I_2) = f_1(t) \\ \frac{dE(t)}{dt} &= kW(t)V(t) - \beta E(t) + (I_1 + I_2) - \alpha E(t) = f_2(t) \\ \frac{dV(t)}{dt} &= \alpha E(t) - \delta V(t) = f_3(t) \end{aligned} \quad (4.13)$$

Dari persamaan (4.13) diperoleh

$$J_{11} = \frac{\partial f_1}{\partial W} = -kV - \mu \quad (4.14)$$

$$J_{12} = \frac{\partial f_1}{\partial E} = \beta \quad (4.15)$$

$$J_{13} = \frac{\partial f_1}{\partial V} = -kW \quad (4.16)$$

$$J_{21} = \frac{\partial f_2}{\partial W} = kV \quad (4.17)$$

$$J_{22} = \frac{\partial f_2}{\partial E} = -(\alpha + \beta) \quad (4.18)$$

$$J_{23} = \frac{\partial f_2}{\partial V} = kW \quad (4.19)$$

$$J_{31} = \frac{\partial f_3}{\partial W} = 0 \quad (4.20)$$

$$J_{32} = \frac{\partial f_3}{\partial E} = \alpha \quad (4.21)$$

$$J_{33} = \frac{\partial f_3}{\partial V} = -\delta \quad (4.22)$$

Jadi,

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial W} & \frac{\partial f_1}{\partial E} & \frac{\partial f_1}{\partial V} \\ \frac{\partial f_2}{\partial W} & \frac{\partial f_2}{\partial E} & \frac{\partial f_2}{\partial V} \\ \frac{\partial f_3}{\partial W} & \frac{\partial f_3}{\partial E} & \frac{\partial f_3}{\partial V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mu - kV & \beta & -kW \\ kV & -(\alpha + \beta) & kW \\ 0 & \alpha & -\delta \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

Berdasarkan persamaan (4.11), maka titik kesetimbangan bebas kerja (Q_0) dengan nilai $Q_0 = \left(\frac{A}{\mu}, 0, 0\right)$ disubstitusikan ke persamaan (4.23) di atas, maka diperoleh matriks Jacobian sebagai berikut:

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mu & \beta & -kW \\ 0 & -(\alpha + \beta) & kW \\ 0 & \alpha & -\delta \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Langkah selanjutnya yaitu mencari persamaan karakteristik dengan tahapan sebagai berikut:

$$\det(\lambda I - J) = 0 \quad (4.25)$$

$$\begin{vmatrix} \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\mu & \beta & \frac{-kA}{\mu} \\ 0 & -(\alpha + \beta) & \frac{kA}{\mu} \\ 0 & \alpha & -\delta \end{bmatrix} & \\ \begin{vmatrix} \lambda + \mu & \beta & \frac{kA}{\mu} \\ 0 & (\lambda + \alpha + \beta) & -\frac{kA}{\mu} \\ 0 & -\alpha & \lambda + \delta \end{vmatrix} & \end{vmatrix} = 0$$

Dengan menggunakan aturan kofaktor maka matriks di atas dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned} (\lambda + \mu) \left((\lambda + \alpha + \beta)(\lambda + \delta) - (\alpha) \left(\frac{kA}{\mu} \right) \right) &= 0 \\ (\lambda + \mu) \left((\lambda^2 + (\alpha + \beta + \delta)\lambda + (\alpha + \beta)\delta - \frac{kA}{\mu}) \right) &= 0 \end{aligned} \quad (4.26)$$

$$\left((\lambda^2 + (\alpha + \beta + \delta)\lambda + (\alpha + \beta)\delta - \frac{kA}{\mu}) \right) = 0$$

$$\lambda^2 = 0$$

$$\lambda_1 = 0$$

$$\lambda + \mu = 0$$

$$\lambda_2 = -\mu$$

$$(\alpha + \beta + \delta)\lambda + (\alpha + \beta)\delta = 0$$

$$(\alpha + \beta + \delta)\lambda = -(\alpha + \beta)\delta$$

$$\lambda_3 = -\frac{(\alpha + \beta)\delta}{(\alpha + \beta + \delta)}$$

Dari persamaan (4.26), nilai eigen yang pertama adalah $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = -\mu$, dan $\lambda_3 = -\frac{(\alpha + \beta)\delta}{(\alpha + \beta + \delta)}$, mempunyai akar-akar yang bagian realnya bernilai negatif. Dapat disimpulkan bahwa Q_0 merupakan titik stabil asimtotik lokal.

Dari persamaan (4.26) dapat dilihat bahwa persamaan karakteristik dari nilai eigen lainnya sebagai berikut:

$$(\lambda + \mu) \left((\lambda^2 + (\alpha + \beta + \delta)\lambda + (\alpha + \beta)\delta - \frac{kA}{\mu}) \right) = 0$$

Jadi nilai eigen untuk persamaan karakteristik yakni

$$\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3 = 0 \quad (4.27)$$

dengan

$$a_1 = 0$$

$$a_2 = \frac{(\alpha + \beta)\delta}{\alpha + \beta + \delta}$$

menunjukkan $a_3 > 0$

dipunyai

$$R_0 = \frac{kA}{\mu\delta} > 1 \quad (4.28)$$

$$\frac{kA}{\mu} > \delta > 0$$

$$\frac{kA}{\mu} > \delta > 0$$

$$a_3 > 0$$

.Dengan demikian persamaan (4.26) mempunyai akar-akar yang bagian realnya bernilai negatif sehingga dapat disimpulkan bahwa Q_0 merupakan titik stabil asimtotik lokal.

Berdasarkan perhitungan diperoleh analisis kestabilan di titik kesetimbangan terdapat bebas kerja atau terdapat berkurangnya tingkat pengangguran, yaitu

$$Q^* = (W^*, E^*, V^*) = \left(\frac{A}{\mu R_0}, \frac{A}{\alpha} \left[1 - \frac{1}{R_0} \right], \frac{A}{\delta} \left[1 - \frac{\alpha}{R_0} \right] \right)$$

diketahui bahwa $R_0 = \frac{kA}{\mu\delta}$, titik kesetimbangan $Q^* = (W^*, E^*, V^*)$ dapat disederhanakan

$$R_0 = \frac{kA}{\mu\delta}$$

$$A = \left(\frac{R_0}{k} \right) \mu\delta$$

telah diketahui

$$W^* = \frac{A}{\mu R_0}$$

$$E^* = \frac{A}{\alpha} \left[1 - \frac{1}{R_0} \right]$$

$$V^* = \frac{A}{\delta} \left[1 - \frac{\alpha}{R_0} \right]$$

Hasil substitusi $Q^* = (W^*, E^*, V^*) = \left(\frac{A}{\mu R_0}, \frac{A}{\alpha} \left[1 - \frac{1}{R_0} \right], \frac{A}{\delta} \left[1 - \frac{\alpha}{R_0} \right] \right)$ ke persamaan (4.23), diperoleh matriks Jacobian sebagai berikut:

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mu - kV & \beta & -kW \\ kV & -(\alpha + \beta) & kW \\ 0 & \alpha & -\delta \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\mu - k \left(\frac{A}{\delta} \left[1 - \frac{\alpha}{R_0} \right] \right) & \beta & \frac{-kA}{\mu R_0} \\ k \left(\frac{A}{\delta} \left[1 - \frac{\alpha}{R_0} \right] \right) & -(\alpha + \beta) & k \frac{A}{\mu R_0} \\ 0 & \alpha & -\delta \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Langkah selanjutnya yaitu mencari persamaan karakteristik dengan tahapan sebagai berikut:

$$\det(\lambda I - J) = 0$$

$$\left| \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\mu - k\left(\frac{A}{\delta}\left[1 - \frac{\alpha}{R_0}\right]\right) & \beta & -\frac{kA}{\mu R_0} \\ k\left(\frac{A}{\delta}\left[1 - \frac{\alpha}{R_0}\right]\right) & -(\alpha + \beta) & \frac{kA}{\mu R_0} \\ 0 & \alpha & -\delta \end{bmatrix} \right| = 0$$

$$\left| \begin{bmatrix} \left(\lambda + \mu + \left(k\left(\frac{A}{\delta}\left[1 - \frac{\alpha}{R_0}\right]\right)\right)\right) & -\beta & \frac{kA}{\mu R_0} \\ -k\left(\frac{A}{\delta}\left[1 - \frac{\alpha}{R_0}\right]\right) & (\lambda + \alpha + \beta) & -\frac{kA}{\mu R_0} \\ 0 & -\alpha & \lambda + \delta \end{bmatrix} \right| = 0$$

Dengan menggunakan aturan kofaktor maka matriks diatas dapat dihitung sebagai berikut:

$$\left(\lambda + \mu + \left(k\left(\frac{A}{\delta}\left[1 - \frac{\alpha}{R_0}\right]\right)\right)\right)\left((\lambda + \alpha + \beta)(\lambda + \delta) - (\alpha)\left(\frac{kA}{\mu R_0}\right)\right) = 0 \quad (4.30)$$

$$\begin{aligned} &\left(\lambda + \mu + \left(k\left(\frac{A}{\delta}\left[1 - \frac{\alpha}{R_0}\right]\right)\right)\right)\left((\lambda^2 + \alpha\lambda + \beta\lambda + \delta\lambda + \alpha\delta + \beta\delta) - \left(\frac{\alpha kA}{\mu R_0}\right)\right) = 0 \\ &\left(\lambda + \mu + \left(k\left(\frac{A}{\delta}\left[1 - \frac{\alpha}{R_0}\right]\right)\right)\right)\left((\lambda^2 + (\alpha + \beta)\delta + (\alpha + \beta + \delta)\lambda) - \left(\frac{\alpha kA}{\mu R_0}\right)\right) = 0 \end{aligned}$$

$$\lambda = -\mu + \left(k\left(\frac{A}{\delta}\left[1 - \frac{\alpha}{R_0}\right]\right)\right)$$

$$\lambda_2^2 = 0$$

$$\lambda_3 = \frac{(\alpha + \beta)\delta}{(\alpha + \beta + \delta)}$$

Dari persamaan (4.30), nilai eigen yang pertama dan kedua adalah $\lambda_1 = -\mu + \left(k\left(\frac{A}{\delta}\left[1 - \frac{\alpha}{R_0}\right]\right)\right)$, $\lambda_2 = 0$, dan $\lambda_3 = \frac{(\alpha + \beta)\delta}{(\alpha + \beta + \delta)}$ terlihat bahwa nilai $\mu + \left(k\left(\frac{A}{\delta}\left[1 - \frac{\alpha}{R_0}\right]\right)\right)$ adalah positif, sehingga bagian real dari nilai eigen pertama dan kedua adalah negatif. Dari persamaan (4.30) menyatakan bahwa persamaan karakteristik dari nilai eigen lainnya sebagai berikut:

$$\left(\lambda + \mu + \left(k \left(\frac{A}{\delta} \left[1 - \frac{\alpha}{R_0} \right] \right) \right) \right) \left((\lambda^2 + (\alpha + \beta + \delta)\lambda + (\alpha + \beta)\delta) - \left(\frac{\alpha k A}{\mu R_0} \right) \right) = 0$$

$$\lambda^3 + b_1 \lambda^2 + b_2 \lambda + b_3 = 0 \quad (4.31)$$

dengan

$$b_0 = 1$$

$$b_1 = \mu + \left(k \left(\frac{A}{\delta} \left[1 - \frac{\alpha}{R_0} \right] \right) \right)$$

$$b_2 = \frac{(\alpha + \beta)\delta}{(\alpha + \beta + \delta)}$$

$$b_3 = \frac{\alpha k A}{\mu R_0}$$

Untuk mengetahui nilai eigen yang bagian riilnya bernilai negatif dari persamaan karakteristik (4.31), maka menggunakan kriteria Routh-Hurwitz yang memenuhi syarat-syarat berikut:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & b_2 & 0 \\ b_1 & b_3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$b_1 > 0,$$

$$\frac{b_3 - b_1 b_2}{b_1} > 0$$

$$\frac{\frac{\alpha k A}{\mu R_0} - \left(\mu + \left(k \left(\frac{A}{\delta} \left[1 - \frac{\alpha}{R_0} \right] \right) \right) \right) \left(\frac{(\alpha + \beta)\delta}{(\alpha + \beta + \delta)} \right)}{\left(\mu + \left(k \left(\frac{A}{\delta} \left[1 - \frac{\alpha}{R_0} \right] \right) \right) \right)} > 0$$

$$\frac{\alpha k A}{\mu R_0} - \left(\mu + \left(k \left(\frac{A}{\delta} \left[1 - \frac{\alpha}{R_0} \right] \right) \right) \right) \left(\frac{(\alpha + \beta)\delta}{(\alpha + \beta + \delta)} \right) > \left(\mu + \left(k \left(\frac{A}{\delta} \left[1 - \frac{\alpha}{R_0} \right] \right) \right) \right) > 0$$

$$\left(\frac{\alpha k A}{\mu R_0} - \left(\mu + \left(k \left(\frac{A}{\delta} \left[1 - \frac{\alpha}{R_0} \right] \right) \right) \right) \left(\frac{(\alpha + \beta)\delta}{(\alpha + \beta + \delta)} \right) \right) \left(\mu + \left(k \left(\frac{A}{\delta} \left[1 - \frac{\alpha}{R_0} \right] \right) \right) \right) > 0$$

Jadi

$$\frac{b_3 - b_1 b_2}{b_1} > 0$$

Dengan kata lain diperoleh

$$R_0 = \frac{kA}{\mu\delta}$$
$$\frac{kA}{\mu} > \delta > 0$$

Dengan demikian persamaan (4.31) mempunyai akar-akar yang bagian realnya bernilai negatif, sehingga dapat disimpulkan bahwa Q^* merupakan titik stabil asimtotik lokal.

4.5. Data Yang Diperoleh

Data penelitian diperoleh dari sumber internet menyangkut tingkat kenaikan jumlah penganggur (A), tingkat perubahan jumlah penganggur yang dipekerjakan (k), tingkat orang yang dipekerjakan mengundurkan diri, atau diberhentikan dari pekerjaan mereka/tingkat kemiskinan (β), tingkat kematian orang yang menganggur (μ), tingkat migrasi, pensiun atau kematian pekerja (α), tingkat pengurangan lowongan yang kerja tersedia karena kurangnya dana pemerintah (δ), tingkat investasi pada bidang infrastruktur, revitalisasi sarana pendukung sektor pertanian, dan pembukaan lahan baru (I_1), dan Tingkat investasi pada usaha kecil menengah (I_2).

Berdasarkan data BPS Jawa Timur [4] menyatakan bahwa parameter A diperoleh dari TPT , diperoleh langsung dari data BPS. TPT adalah persentase jumlah pengangguran terhadap jumlah angkatan kerja. Mengindikasikan besarnya persentase angkatan kerja yang termasuk dalam pengangguran. TPT yang tinggi menunjukkan bahwa terdapat banyak angkatan kerja yang tidak terserap pada pasar kerja, sebagaimana data parameter A yang ada pada tabel 4.1 di bawah.

$$TPT = \frac{a}{b} \times 100\% \quad [5]$$

dimana

a = jumlah pengangguran

b = jumlah angkatan kerja

Parameter A diperoleh dari selisih $TPT_{akhir} - TPT_{awal}$. Pada saat $A > 0$ maka ada peningkatan parameter A , dimana terjadi peningkatan tingkat jumlah pengangguran. Pada saat $A < 0$ maka parameter A berkurang, dimana terjadi tingkat jumlah pengangguran yang semakin berkurang. Data-data yang didapatkan, sebagaimana pada tabel 4.1 berikut:

Tabel 4.1 Data Penelitian

Tahun	Tingkat							
	A	k	β	μ	α	δ	I_1	I_2
2000	0	0	-0.00287356	-0.08182	0.0534045	0.0625	-0.06977	0.000347
2001	0.036697	0	0.004322767	0.009901	-0.1013942	-1.94117647	0.175	-0.00035
2002	0.119469	0.248473	-0.00143472	-0.01961	0.0423131	-4.375	0.021277	0.000463
2003	-0.01186	0.177814	0.002873563	0.01	0.0690122	-1.111111111	-0.10417	-0.00046
2004	0.702	-0.18837	-0.00286533	0.019802	0.0126582	-59.5	-0.06977	0.000347
2005	-0.09283	-0.05973	0.004310345	0.009709	0.04625	-1.22507123	0.175	-0.0015
2006	-0.12047	0.30853	-0.00286123	-0.00962	0.0083632	0.17721519	-0.14894	0.004633
2007	-0.05449	-0.13731	-0.00143472	-0.02913	-0.0011848	-0.60215054	-4.395	-0.00346
2008	-0.20872	-0.05627	-0.00287356	0.3	-0.0510083	2.621621622	-0.00295	0.000347
2009	-0.16339	0.65247	-0.00144092	6.615385	0.0125	-0.38059701	-0.00443	0.000578
2010	-0.19529	0.042268	0.004329004	-0.86465	0.008642	-2.30120482	-0.01484	-0.02404
2011	-0.23265	-0.42829	-0.08477011	6.313433	-0.0085679	-2.14814815	0.014307	0.024751
2012	0.051345	-0.31661	-0.07692308	-0.89796	-0.0123457	-1.16935484	-0.00074	0.000231
2013	-0.02558	0.017722	0.183673469	0.03	0.0125	-1.52380952	0.007429	-0.00139
2014	0.066826	-0.00995	-0.16522989	-0.02913	0.0123457	1.545454545	0.006637	-0.00093
2015	0	0.040201	0.206540448	3	0.0085366	0	-0.01538	0.002316
2016	-0.10515	-0.00966	-0.12410842	0.075	-0.0084643	0.678571429	-0.11458	0.017793
2017	-0.0025	0.04878	-0.05700326	-0.06977	0.004878	-0.9787234	-0.0084	0
2018	-0.01754	-0.1093	-0.09671848	-0.75	-0.0169903	6	-0.03136	0.005222
2019	-0.01754	0.002611	0.718929254	3	0.0123457	0	-0.03136	0.005222
2020	-0.01754	0	-1	0.75	0.0121951	-1	-0.03136	0.005222

Sumber : Pengolahan data BPS JATIM, 2000 sd 2020

Dari data pada tabel 4.1 di atas, menyatakan bahwa tingkat kenaikan penganggur dikarenakan adanya orang yang dipekerjakan mengundurkan diri atau diberhentikan dari pekerja. Hal tersebut berdampak pada meningkatnya tingkat kemiskinan. Tingkat pengangguran akan berkurang ketika adanya tingkat penganggur yang dipekerjakan, tingkat kematian orang yang menganggur, tingkat migrasi dan pensiun, dan adanya investasi (penambahan lowongan pekerjaan). Hal ini dapat berdampak pada berkurangnya tingkat kemiskinan.

4.6. Simulasi Numerik

Estimasi parameter dengan menggunakan kurva fitting adalah sebagai berikut:

4.6.1. Estimasi Parameter tingkat kenaikan jumlah pengangguran (A)

Skrip program matlab untuk parameter A (parameter lainnya disesuaikan dengan perubahan data dan lambing parameter) adalah sebagai berikut

```
%Data kenaikan Pengangguran BPS 2000 to 2020.
clc; clear all;
clc; clear all;
close all;
win1=figure(...
'units','points',...
'position',[170 30 654 495],...
'color',[.3 .9 .9],...
'menubar','none',...
'resize','off',...
'numbertitle','off',...
'name','Estimasi Parameter Model Pengangguran ');

years = (2000:1:2020); % Time
interval
A = [0 0.036697 0.119469 -0.01186 0.702 -0.09283 -0.12047 -0.05449
-0.20872 -0.16339 ... % Population Data
-0.19529 -0.23265 0.051345 -0.02558 0.066826 0 -0.10515 -0.0025 -
0.01754 0 0]

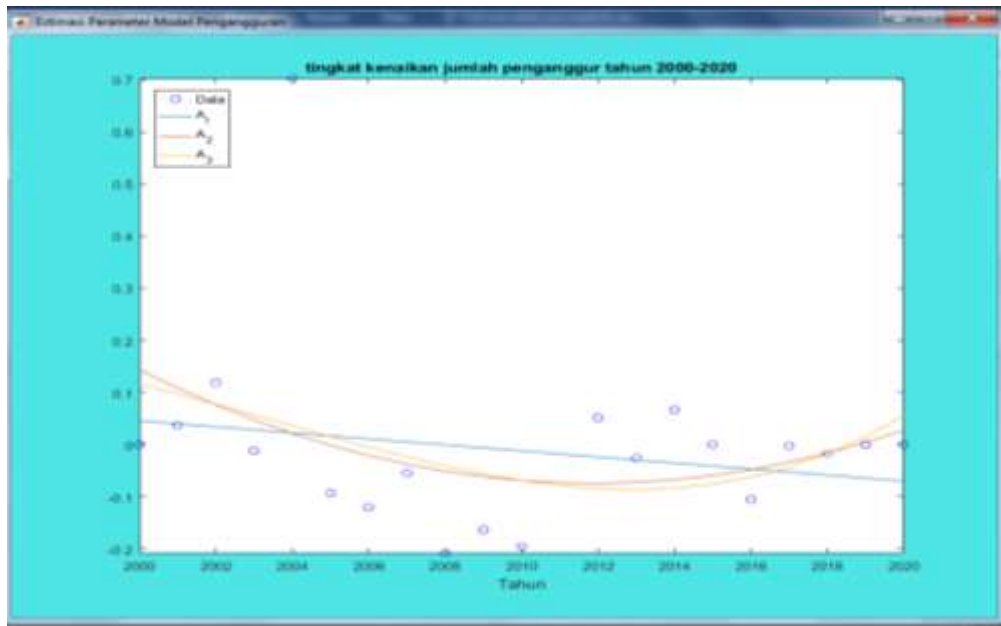
%Plot the population data against the year.
plot(years, A, 'bo'); % Plot the
population data
axis([2000 2020 0 0.703]);
title('tingkat kenaikan jumlah penganggur tahun 2000-2020');
ylabel(' ');
xlabel('Tahun')
ylim([-0.20872 0.702])

x = (years-2000)/-0.20872;
coef1 = polyfit(x,A,1)
coef2 = polyfit(x,A,2)
coef3 = polyfit(x,A,3)

pred1 = polyval(coef1,x);
pred2 = polyval(coef2,x);
pred3 = polyval(coef3,x);
[pred1; pred2; pred3]

hold on
plot(years,pred1)
plot(years,pred2)
plot(years,pred3)
ylim([-0.20872 0.702])
legend({'Data' 'A_1' 'A_2' 'A_3'},'Location', 'NorthWest')
hold off
```

Berdasarkan tabel 4.1 di atas, maka simulasi numerik, estimasi parameter A dengan menggunakan program matlab kurva fitting sebagaimana pada gambar berikut:



Gambar 4. 4 Tingkat kenaikan jumlah penganggur

Pada gambar 4.2 menyatakan bahwa tingkat kenaikan jumlah pengangguran (A): tahun 2000 sebesar 0.036697 dengan hasil estimasi nilai parameter $A_1 = 0.0457, A_2 = 0.1436, A_3 = 0.1154$; tahun 2001 sebesar 0.036697 dengan hasil estimasi nilai parameter $A_1 = 0.0399, A_2 = 0.1085, A_3 = 0.1085$; dan seterusnya sampai pada tahun 2020 sebesar -0.01754 dengan hasil estimasi nilai parameter $A_1 = -0.0699, A_2 = 0.0280, A_3 = 0.0561$. Estimasi A_1 bersifat linear, A_2 bersifat kuadratik, dan A_3 bersifat kubik. Kurva yang mendekati data tingkat kenaikan jumlah pengangguran (A) adalah kurva estimasi linier (nilai parameter A_1). Untuk lebih lengkapnya dapat terlihat pada tabel 4.2 berikut.

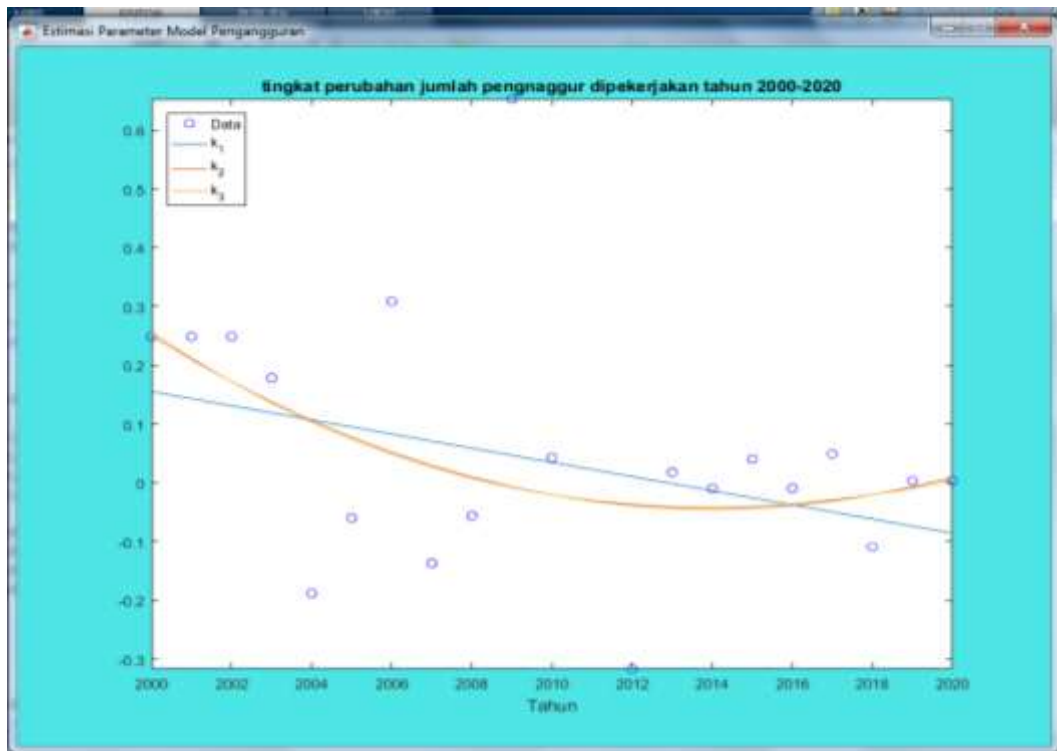
Tabel 4.2. Tingkat kenaikan jumlah pengangguran (A) dan estimasi A

Tahun	A	Estimasi Parameter A		
		A_1	A_2	A_3
2000	0.036697	0.0457	0.1436	0.1154
2001	0.036697	0.0399	0.1085	0.1085
2002	0.119469	0.0342	0.0764	0.0776
2003	-0.01186	0.0284	0.0474	0.0571
2004	0.702	0.0226	0.0216	0.0363
2005	-0.09283	0.0168	-0.0012	0.0156
2006	-0.12047	0.0110	-0.0209	-0.0045
2007	-0.05449	0.0052	-0.0375	-0.0235
2008	-0.20872	-0.0005	-0.0510	-0.0408
2009	-0.16339	-0.0063	-0.0614	-0.0561
2010	-0.19529	-0.0121	-0.0688	-0.0688
2011	-0.23265	-0.0179	-0.0730	-0.0784
2012	0.051345	-0.0237	-0.0742	-0.0843
2013	-0.02558	-0.0295	-0.0722	-0.0863
2014	0.066826	-0.0352	-0.0672	-0.0836
2015	0	-0.0410	-0.0590	-0.0759
2016	-0.10515	-0.0468	-0.0478	-0.0626
2017	-0.0025	-0.0526	-0.0335	-0.0432
2018	-0.01754	-0.0584	-0.0161	-0.0173
2019	-0.01754	-0.0641	0.0044	0.0156
2020	-0.01754	-0.0699	0.0280	0.0561

Pada tabel 4.2 menyatakan bahwa parameter A dan estimasi parameter bernilai negatif berarti berkurangnya tingkat kenaikan jumlah penganggur atau mengalami trend menurun sedangkan bernilai positif menunjukkan bahwa meningkatnya tingkat kenaikan jumlah penganggur atau mengalami trend naik. Ketika parameter A dan hasil estimasi parameter baik bersifat linear (A_1), kuadrat (A_2), dan kubik (A_3) bernilai positif, maka akan berakibat pada meningkatnya jumlah pengangguran (W), ada kemungkinan terjadi PHK dan atau jumlah pekerja (E) berkurang, dan ada kemungkinan berkurangnya lapangan pekerja atau lowongan (V) salah satu akibat dari kurangnya dana pemerintah atau pengaruh faktor lainnya. Ketika parameter A atau estimasi parameter bernilai negatif maka akan berakibat pada berkurangnya jumlah pengangguran (W), ada kemungkinan terjadi meningkatnya jumlah pekerja (E), dan ada kemungkinan bertambahnya lapangan pekerja atau lowongan (V) salah satu akibat dari meningkatnya dana pemerintah atau pengaruh faktor lainnya.

4.6.2 Estimasi tingkat perubahan jumlah penganggur yang dipekerjakan (k)

Berdasarkan tabel 4.1 di atas, maka simulasi numerik, estimasi parameter k dengan menggunakan program matlab sebagaimana pada gambar berikut:



Gambar 4. 5 Tingkat perubahan jumlah penganggur yang dipekerjakan (k)

Pada gambar 4.5 tingkat perubahan jumlah penganggur yang dipekerjakan (k) tahun 2000 sebesar 0.248473 dengan hasil estimasi nilai parameter $k_1 = 0.1549, k_2 = 0.2502, k_3 = 0.2560$; tahun 2001 sebesar 0.248473 dengan hasil estimasi nilai parameter $k_1 = 0.1428, k_2 = 0.2096, k_3 = 0.2119$; dan seterusnya sampai pada tahun 2020 sebesar 0.002611 dengan hasil estimasi nilai parameter $k_1 = -0.0860, k_2 = 0.0093, k_3 = 0.0035$. Estimasi k_1 bersifat linear, k_2 bersifat kuadrat, dan k_3 bersifat kubik. Kurva yang mendekati data tingkat perubahan jumlah penganggur yang dipekerjakan (k) adalah hasil estimasi nilai parameter k_3 (estimasi parameter kubik). Untuk lebih lengkapnya dapat terlihat pada tabel 4.3 berikut.

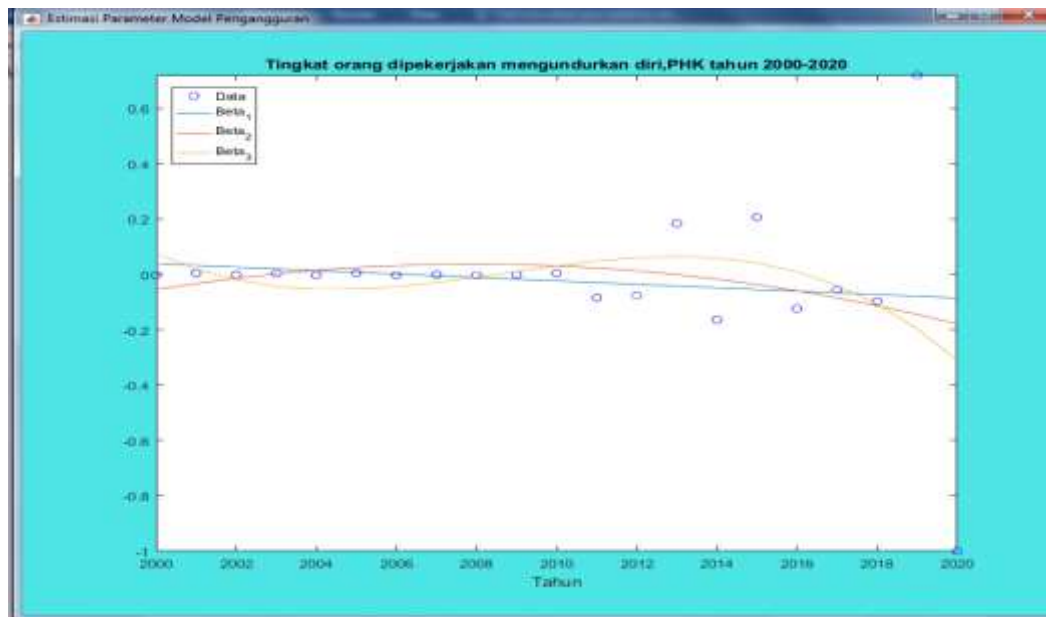
Tabel 4.3 Estimasi pada tingkat perubahan jumlah penganggur yang dipekerjakan (k)

Tahun	k	Estimasi Parameter k		
		k_1	k_2	k_3
2000	0.248473	0.1549	0.2502	0.2560
2001	0.248473	0.1428	0.2096	0.2119
2002	0.248473	0.1308	0.1719	0.1717
2003	0.177814	0.1187	0.1373	0.1353
2004	-0.18837	0.1067	0.1057	0.1027
2005	-0.05973	0.0947	0.0771	0.0737
2006	0.30853	0.0826	0.0515	0.0481
2007	-0.13731	0.0706	0.0289	0.0260
2008	-0.05627	0.0585	0.0093	0.0073
2009	0.65247	0.0465	-0.0072	-0.0083
2010	0.042268	0.0344	-0.0208	-0.0208
2011	-0.42829	0.0224	-0.0313	-0.0302
2012	-0.31661	0.0103	-0.0388	-0.0368
2013	0.017722	-0.0017	-0.0434	-0.0405
2014	-0.00995	-0.0138	-0.0449	-0.0415
2015	0.040201	-0.0258	-0.0434	-0.0399
2016	-0.00966	-0.0378	-0.0389	-0.0358
2017	0.04878	-0.0499	-0.0313	-0.0293
2018	-0.1093	-0.0619	-0.0208	-0.0206
2019	0.002611	-0.0740	-0.0073	-0.0096
2020	0.002611	-0.0860	0.0093	0.0035

Pada tabel 4.3 menyatakan bahwa parameter k dan estimasi parameter k_1 , k_2 , dan k_3 bernilai negatif berarti berkurangnya tingkat perubahan jumlah penganggur yang dipekerjakan atau mengalami trend menurun sedangkan bernilai positif menunjukkan bahwa meningkatnya tingkat perubahan jumlah penganggur yang dipekerjakan atau mengalami trend naik. Ketika parameter k dan estimasi parameter k_1 , k_2 , dan k_3 bernilai positif, maka akan berakibat pada berkurangnya jumlah pengangguran (W), ada kemungkinan terjadi bertambahnya jumlah pekerja (E), dan ada kemungkinan bertambahnya lapangan pekerja atau lowongan (V) salah satu akibat dari meningkatnya dana pemerintah atau pengaruh faktor lainnya. Ketika parameter k dan estimasinya bernilai negatif maka akan berakibat pada meningkatnya jumlah pengangguran (W), ada kemungkinan terjadi PHK dan atau jumlah pekerja (E) berkurang, dan ada kemungkinan berkurangnya lapangan pekerja atau lowongan (V) salah satu akibat dari kurangnya dana pemerintah atau pengaruh faktor lainnya.

4.6.3. Estimasi parameter tingkat orang yang dipekerjakan mengundurkan diri, atau diberhentikan dari pekerjaan mereka/tingkat kemiskinan (β)

Berdasarkan tabel 4.1 di atas, maka simulasi numerik, estimasi parameter β dengan menggunakan program matlab sebagaimana pada gambar berikut:



Gambar 4.6. Tingkat orang yang dipekerjakan mengundurkan diri, atau diberhentikan dari pekerjaan mereka/tingkat kemiskinan (β)

Pada gambar 4. 6, tingkat orang yang dipekerjakan mengundurkan diri, atau diberhentikan dari pekerjaan mereka/tingkat kemiskinan (β) sebesar -0.00287356 mempengaruhi nilai $\beta_1 = 0.0383, \beta_2 = -0.0555, \beta_3 = 0.0757$; tahun 2001 sebesar -0.004322767 mempengaruhi nilai $\beta_1 = 0.004322767, \beta_2 = -0.0336, \beta_3 = 0.0189$; dan seterusnya sampai pada tahun 2020 sebesar -1 mempengaruhi nilai $\beta_1 = -0.0855, \beta_2 = -0.1793, \beta_3 = -0.3105$. Estimasi β_1 bersifat linier, β_2 bersifat kuadrat, dan β_3 bersifat kubik. Kurva yang mendekati data tingkat orang yang dipekerjakan mengundurkan diri, atau diberhentikan dari pekerjaan mereka/tingkat kemiskinan (β) adalah kurva estimasi β_3 (estimasi parameter kubik). Kurva yang mendekati data tingkat orang yang dipekerjakan mengundurkan diri, atau diberhentikan dari pekerjaan mereka/tingkat kemiskinan (β) adalah kurva estimasi linier (nilai parameter β_1). Untuk lebih lengkapnya dapat terlihat pada tabel berikut.

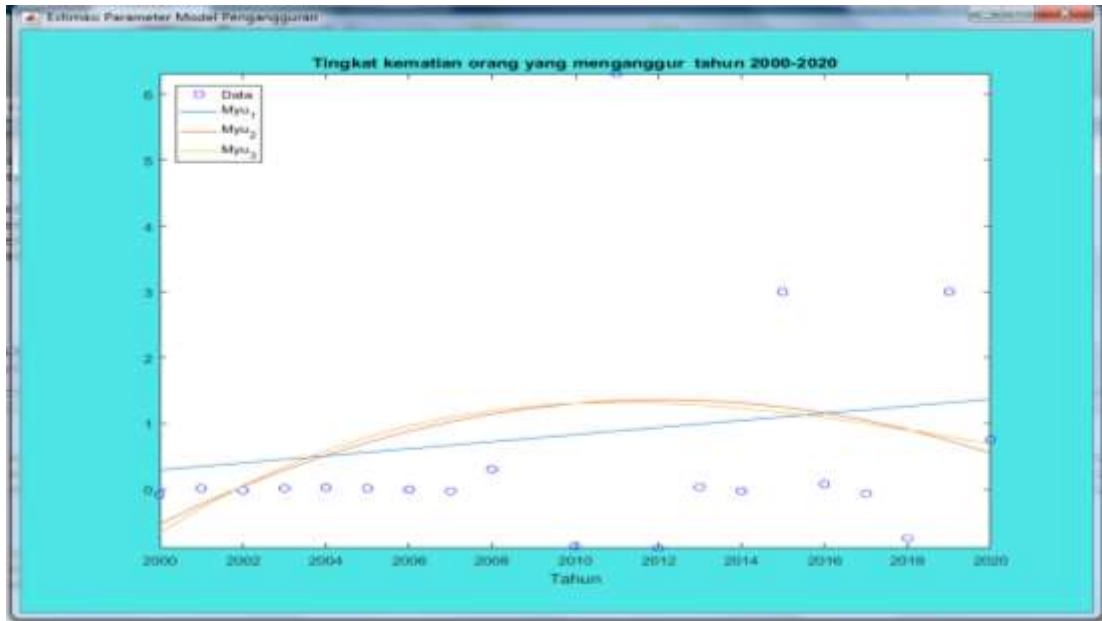
Tabel 4.4 Estimasi pada Tingkat orang yang dipekerjakan mengundurkan diri, atau diberhentikan dari pekerjaan mereka/tingkat kemiskinan (β)

Tahun	β	Estimasi Parameter β		
		β_1	β_2	β_3
2000	-0.00287356	0.0383	-0.0555	0.0757
2001	0.004322767	0.0321	-0.0336	0.0189
2002	-0.00143472	0.0259	-0.0146	-0.0201
2003	0.002873563	0.0197	0.0014	-0.0437
2004	-0.00286533	0.0135	0.0145	-0.0541
2005	0.004310345	0.0073	0.0246	-0.0537
2006	-0.00286123	0.0011	0.0318	-0.0447
2007	-0.00143472	-0.0050	0.0359	-0.0295
2008	-0.00287356	-0.0112	0.0372	-0.0103
2009	-0.00144092	-0.0174	0.0354	0.0105
2010	0.004329004	-0.0236	0.0307	0.0307
2011	-0.08477011	-0.0298	0.0230	0.0479
2012	-0.07692308	-0.0360	0.0124	0.0598
2013	0.183673469	-0.0422	-0.0012	0.0642
2014	-0.16522989	-0.0483	-0.0177	0.0587
2015	0.206540448	-0.0545	-0.0372	0.0410
2016	-0.12410842	-0.0607	-0.0597	0.0089
2017	-0.05700326	-0.0669	-0.0852	-0.0400
2018	-0.09671848	-0.0731	-0.1136	-0.1080
2019	0.718929254	-0.0793	-0.1449	-0.1974
2020	-1	-0.0855	-0.1793	-0.3105

Pada tabel 4.4 menyatakan bahwa parameter β dan estimasi parameter β_1, β_2 , dan β_3 bernilai negatif, berarti berkurangnya tingkat orang yang dipekerjakan mengundurkan diri atau diberhentikan dari pekerjaan mereka. Dengan kata lain kemungkinan tidak ada yang mengundurkan diri atau tidak diberhentikan sedangkan parameter β dan estimasi parameternya bernilai positif menunjukkan bahwa bertambahnya tingkat orang yang dipekerjakan mengundurkan diri atau diberhentikan dari pekerjaan mereka. Ketika parameter β dan estimasi parameternya bernilai negatif, maka akan berakibat pada jumlah pengangguran (W) tetap atau kemungkinan bertambahnya jumlah pengangguran akibat faktor populasi penduduk angkatan kerja, ada kemungkinan terjadi bertambahnya jumlah pekerja (E), dikarenakan ada kemungkinan bertambahnya lapangan pekerja atau lowongan (V) salah satu akibat dari meningkatnya dana pemerintah atau pengaruh faktor lainnya. Ketika parameter β

bernilai positif maka akan berakibat pada meningkatnya jumlah pengangguran (W), ada kemungkinan terjadi PHK dan atau jumlah pekerja (E) berkurang, dikarenakan ada kemungkinan berkurangnya lapangan pekerja atau lowongan (V) salah satu akibat dari kurangnya dana pemerintah atau pengaruh faktor lainnya.

4. 6.4 Estimasi parameter tingkat kematian orang yang menganggur (μ)



Gambar 4.7 Tingkat kematian orang yang menganggur (μ)

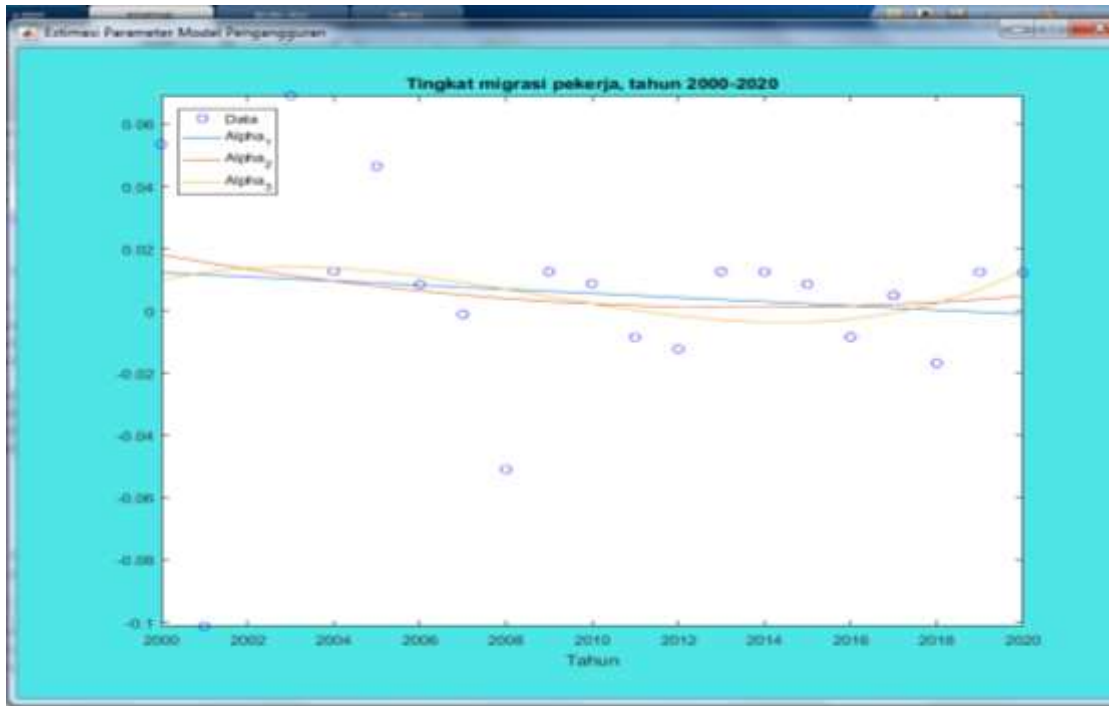
Pada gambar 4.7, tingkat kematian orang yang menganggur (μ) sebesar -0.08182 dengan estimasi nilai $\mu_1 = 0.2886$, $\mu_2 = -0.5310$, $\mu_3 = -0.6710$; tahun 2001 sebesar 0.009901 mempengaruhi nilai $\mu_1 = 0.3425$, $\mu_2 = -0.2312$, $\mu_3 = -0.2872$; dan seterusnya sampai pada tahun 2020 sebesar 0.75 dengan estimasi nilai $\mu_1 = 1.3668$, $\mu_2 = 0.5472$, $\mu_3 = 0.6872$. Estimasi parameter μ_1 bersifat linier, μ_2 bersifat kuadratik, dan μ_3 bersifat kubik. Kurva yang mendekati data estimasi parameter tingkat kematian orang yang menganggur (μ) adalah μ_2 (parameter estimasi kuadratik). Untuk lebih lengkapnya dapat terlihat pada tabel 4.5 berikut.

Tabel 4.5 Estimasi parameter tingkat kematian orang yang menganggur (μ)

Tahun	μ	Estimasi Parameter μ		
		μ_1	μ_2	μ_3
2000	-0.08182	0.2886	-0.5310	-0.6710
2001	0.009901	0.3425	-0.2312	-0.2872
2002	-0.01961	0.3964	0.0427	0.0486
2003	0.01	0.4503	0.2907	0.3388
2004	0.019802	0.5042	0.5129	0.5860
2005	0.009709	0.5581	0.7091	0.7926
2006	-0.00962	0.6120	0.8795	0.9610
2007	-0.02913	0.6660	1.0240	1.0937
2008	0.3	0.7199	1.1426	1.1932
2009	6.615385	0.7738	1.2354	1.2619
2010	-0.86465	0.8277	1.3022	1.3022
2011	6.313433	0.8816	1.3432	1.3167
2012	-0.89796	0.9355	1.3583	1.3077
2013	0.03	0.9894	1.3475	1.2777
2014	-0.02913	1.0433	1.3108	1.2293
2015	3	1.0972	1.2482	1.1647
2016	0.075	1.1512	1.1598	1.0866
2017	-0.06977	1.2051	1.0455	0.9973
2018	-0.75	1.2590	0.9053	0.8994
2019	3	1.3129	0.7392	0.7952
2020	0.75	1.3668	0.5472	0.6872

Pada tabel 4.5 menyatakan bahwa estimasi parameter μ dan estimasi parameternya bernilai positif artinya terdapat bertambahnya tingkat kematian orang yang menganggur. Hal tersebut akan berakibat pada berkurangnya jumlah pengangguran (W), jumlah pekerja (E) tidak mengalami perubahan, dan lapangan pekerja atau lowongan (V) tidak mengalami perubahan.

4. 6.5. Estimasi parameter tingkat migrasi, pensiun atau kematian pekerja (α)



Gambar 4.8. Tingkat migrasi pekerja (α)

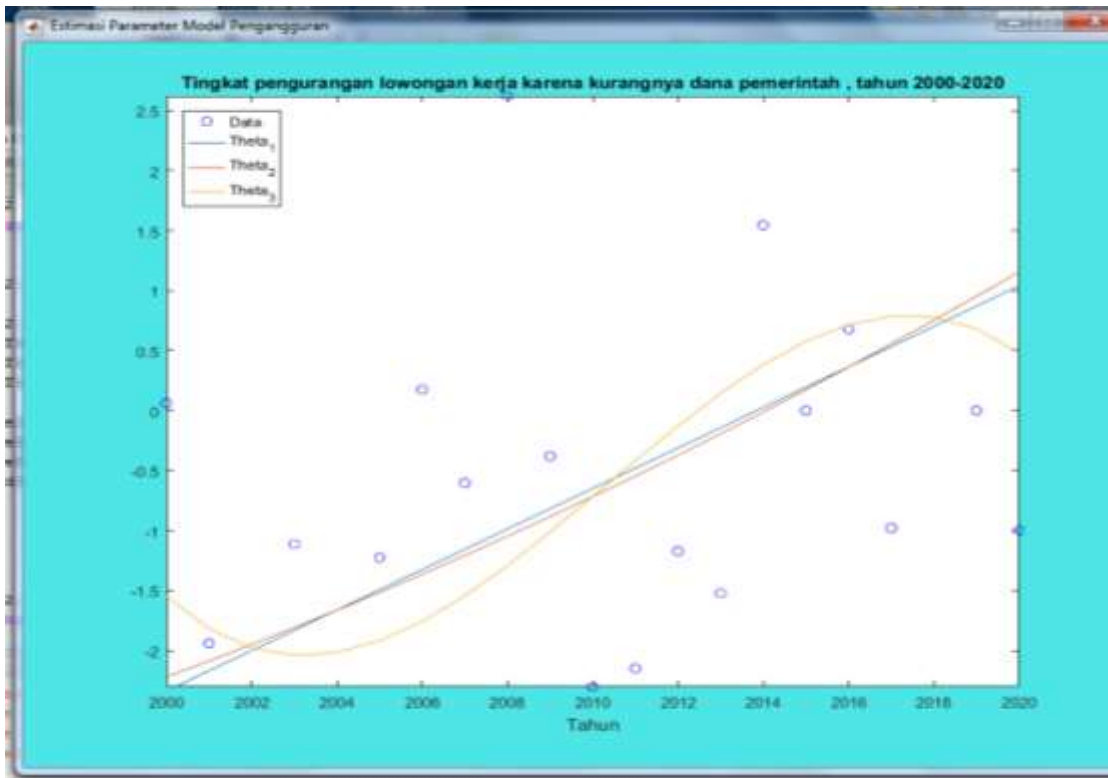
Pada gambar 4.8, tingkat migrasi pekerja (α): tahun 2000 sebesar 0.0534045 dengan estimasi parameter $\alpha_1 = 0.0122, \alpha_2 = 0.0180, \alpha_3 = 0.0098$; dan seterusnya sampai pada tahun 2020 sebesar 0.0121951 mempengaruhi nilai $\alpha_1 = -0.0012, \alpha_2 = 0.0046, \alpha_3 = 0.0127$. Estimasi α_1 bersifat linier, α_2 bersifat kuadratik, dan α_3 bersifat kubik. Kurva yang mendekati data estimasi parameter tingkat migrasi, pensiun atau kematian pekerja (α) adalah α_3 (parameter estimasi kubik). Untuk lebih lengkapnya dapat terlihat pada tabel 4.6 berikut.

Tabel 4.6. Estimasi parameter tingkat migrasi pekerja (α)

Tahun	α	Estimasi Parameter α		
		α_1	α_2	α_3
2000	0.0534045	0.0122	0.0180	0.0098
2001	-0.1013942	0.0115	0.0156	0.0123
2002	0.0423131	0.0109	0.0133	0.0137
2003	0.0690122	0.0102	0.0113	0.0141
2004	0.0126582	0.0095	0.0095	0.0137
2005	0.04625	0.0089	0.0078	0.0126
2006	0.0083632	0.0082	0.0063	0.0110
2007	-0.0011848	0.0075	0.0050	0.0091
2008	-0.0510083	0.0069	0.0039	0.0068
2009	0.0125	0.0062	0.0029	0.0045
2010	0.008642	0.0055	0.0022	0.0022
2011	-0.0085679	0.0049	0.0016	0.0001
2012	-0.0123457	0.0042	0.0012	-0.0017
2013	0.0125	0.0035	0.0010	-0.0030
2014	0.0123457	0.0029	0.0010	-0.0038
2015	0.0085366	0.0022	0.0011	-0.0037
2016	-0.0084643	0.0015	0.0015	-0.0028
2017	0.004878	0.0009	0.0020	-0.0008
2018	-0.0169903	0.0002	0.0027	0.0023
2019	0.0123457	-0.0005	0.0035	0.0068
2020	0.0121951	-0.0012	0.0046	0.0127

Pada tabel 4.6 menyatakan bahwa parameter α dan estimasi parameternya bernilai positif artinya terdapat bertambahnya tingkat migrasi, pensiun atau kematian pekerja. Hal tersebut akan berakibat pada berkurangnya jumlah pengangguran (W), bertambahnya jumlah pekerja (E), dan bertambahnya jumlah lapangan pekerja atau lowongan (V).

4.6.7. Estimasi parameter tingkat pengurangan lowongan yang kerja tersedia karena kurangnya dana pemerintah (δ)



Gambar 4.9. Parameter tingkat pengurangan lowongan yang kerja tersedia karena kurangnya dana pemerintah (δ) :

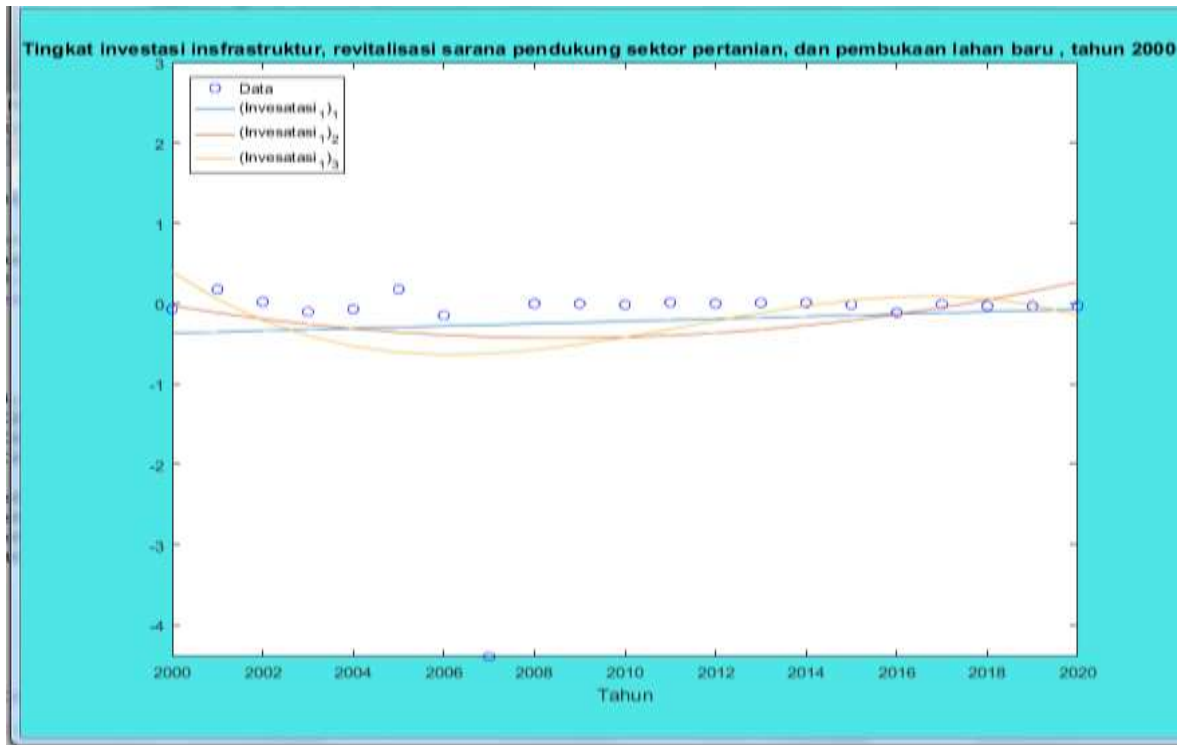
Pada gambar 4.9 , parameter tingkat pengurangan lowongan yang kerja tersedia karena kurangnya dana pemerintah (δ) : tahun 2000 sebesar 0.0625 dengan estimasi parameter $\delta_1 = -2.3373, \delta_2 = -2.2205, \delta_3 = -1.5451$; dan seterusnya sampai pada tahun 2020 sebesar -1 mempengaruhi nilai $\delta_1 = 1.0401, \delta_2 = 1.1568, \delta_3 = 0.4814$. Estimasi parameter δ_1 bersifat linier, δ_2 bersifat kuadrat, dan δ_3 bersifat kubik. Kurva yang mendekati data estimasi parameter tingkat pengurangan lowongan yang kerja tersedia karena kurangnya dana pemerintah (δ) adalah δ_3 (parameter estimasi kubik). Untuk lebih lengkapnya dapat terlihat pada tabel 4.7 berikut.

Tabel 4.7. Tingkat pengurangan lowongan yang kerja tersedia karena kurangnya dana pemerintah (δ)

Tahun	δ	Estimasi Parameter δ		
		δ_1	δ_2	δ_3
2000	0.0625	-2.3373	-2.2205	-1.5451
2001	-1.94117647	-2.1684	-2.0867	-1.8165
2002	-4.375	-1.9996	-1.9492	-1.9776
2003	-1.11111111	-1.8307	-1.8079	-2.0402
2004	-5.95	-1.6618	-1.6630	-2.0161
2005	-1.22507123	-1.4930	-1.5145	-1.9173
2006	0.17721519	-1.3241	-1.3622	-1.7556
2007	-0.60215054	-1.1552	-1.2062	-1.5427
2008	2.621621622	-0.9864	-1.0466	-1.2907
2009	-0.38059701	-0.8175	-0.8832	-1.0112
2010	-2.30120482	-0.6486	-0.7162	-0.7162
2011	-2.14814815	-0.4798	-0.5455	-0.4175
2012	-1.16935484	-0.3109	-0.3711	-0.1270
2013	-1.52380952	-0.1420	-0.1930	0.1435
2014	1.545454545	0.0268	-0.0113	0.3821
2015	0	0.1957	0.1742	0.5771
2016	0.678571429	0.3646	0.3634	0.7165
2017	-0.9787234	0.5335	0.5562	0.7884
2018	6	0.7023	0.7527	0.7812
2019	0	0.8712	0.9529	0.6828
2020	-1	1.0401	1.1568	0.4814

Pada tabel 4.7. tingkat pengurangan lowongan yang kerja tersedia karena kurangnya dana pemerintah (δ) dan estimasi parameternya bernilai positif akan berakibat pada meningkatnya jumlah pengangguran (W), bertambahnya jumlah pekerja (E), dan berkurangnya jumlah lapangan pekerja atau lowongan (V).

4.7.7 Estimasi parameter tingkat investasi pada bidang insfrastruktur, revitalisasi sarana pendukung sektor pertanian, dan pembukaan lahan baru (I_1)



Gambar 4.10. Estimasi Parameter tingkat investasi pada bidang insfrastruktur, revitalisasi sarana pendukung sektor pertanian, dan pembukaan lahan baru (I_1)

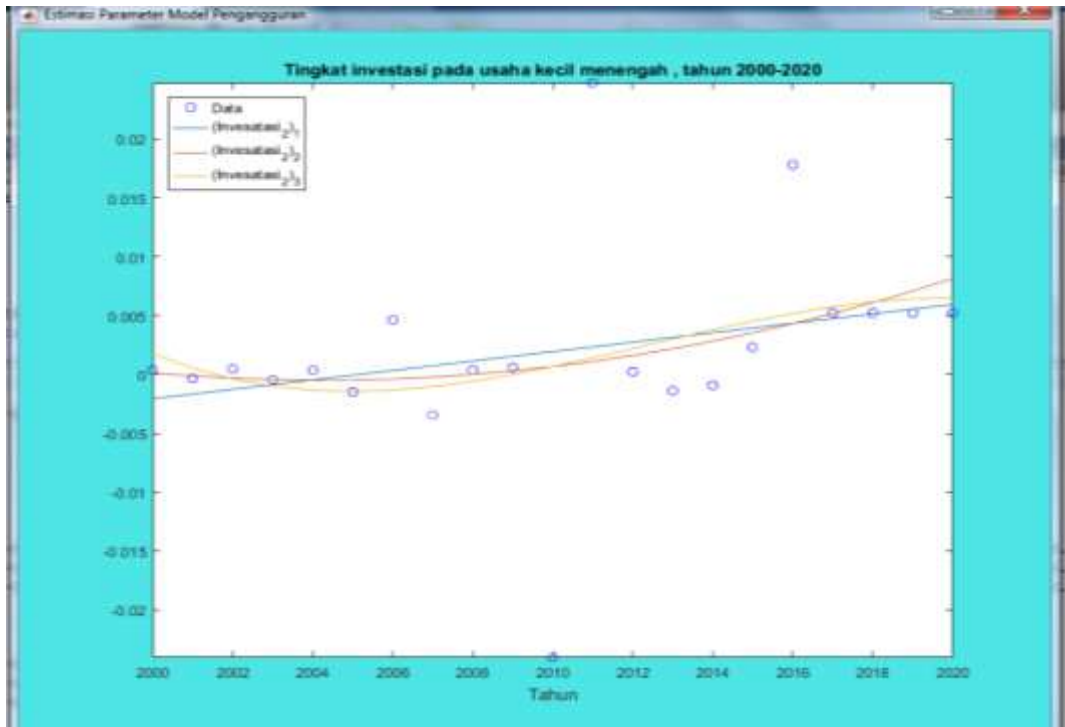
Pada gambar 4.10 parameter tingkat investasi pada bidang insfrastruktur, revitalisasi sarana pendukung sektor pertanian, dan pembukaan lahan baru (I_1) tahun 2000 adalah -0.06977 dengan estimasi parameter $(I_1)_1 = -0.3693$, $(I_1)_2 = -0.0271$, $(I_1)_3 = 0.3909$ dan seterusnya tahun 2020 adalah -0.03136 dengan estimasi parameter $(I_1)_1 = -0.0730$, $(I_1)_2 = 0.2692$, $(I_1)_3 = -0.1488$. Estimasi parameter $(I_1)_1$ bersifat linier, $(I_1)_2$ bersifat kuadratik, dan $(I_1)_3$ bersifat kubik. Kurva yang mendekati data estimasi parameter tingkat investasi pada bidang insfrastruktur, revitalisasi sarana pendukung sektor pertanian, dan pembukaan lahan baru (I_1) adalah $(I_1)_3$ (parameter estimasi kubik). Selengkapnya seperti tabel 4.8 berikut.

Tabel 4.8. Estimasi parameter tingkat investasi pada bidang infrastruktur, revitalisasi sarana pendukung sektor pertanian, dan pembukaan lahan baru (I_1)

Tahun	I_1	Estimasi Parameter I_1		
		$(I_1)_1$	$(I_1)_2$	$(I_1)_3$
2000	-0.06977	-0.3693	-0.0271	0.3909
2001	0.175	-0.3545	-0.1149	0.0523
2002	0.021277	-0.3396	-0.1920	-0.2096
2003	-0.10417	-0.3248	-0.2582	-0.4019
2004	-0.06977	-0.3100	-0.3136	-0.5321
2005	0.175	-0.2952	-0.3582	-0.6076
2006	-0.14894	-0.2804	-0.3920	-0.6355
2007	-4.395	-0.2656	-0.4150	-0.6233
2008	-0.00295	-0.2507	-0.4272	-0.5783
2009	-0.00443	-0.2359	-0.4286	-0.5078
2010	-0.01484	-0.2211	-0.4192	-0.4192
2011	0.014307	-0.2063	-0.3990	-0.3198
2012	-0.00074	-0.1915	-0.3680	-0.2169
2013	0.007429	-0.1767	-0.3261	-0.1179
2014	0.006637	-0.1619	-0.2735	-0.0301
2015	-0.01538	-0.1470	-0.2101	0.0393
2016	-0.11458	-0.1322	-0.1358	0.0827
2017	-0.0084	-0.1174	-0.0508	0.0930
2018	-0.03136	-0.1026	0.0451	0.0627
2019	-0.03136	-0.0878	0.1518	-0.0154
2020	-0.03136	-0.0730	0.2692	-0.1488

Pada tabel 4.8, parameter tingkat investasi pada bidang infrastruktur, revitalisasi sarana pendukung sektor pertanian, dan pembukaan lahan baru (I_1) bernilai positif akan berakibat pada berkurangnya jumlah pengangguran (W), bertambahnya jumlah pekerja (E), dan bertambahnya jumlah lapangan pekerja atau lowongan (V).

4. 6.8. Tingkat Investasi pada usaha kecil menengah (I_2)



Gambar 4. 11 . Parameter tingkat investasi pada usaha kecil menengah (I_2)

Pada gambar 4. 11 , parameter tingkat investasi pada usaha kecil menengah (I_2) tahun 2000 adalah 0,8644 dengan estimasi parameter $(I_2)_1 = 0,8589$, $(I_2)_2 = 0,869$, $(I_2)_3 = 0,8641$ dan seterusnya tahun 2020 adalah 0,8855 dengan estimasi parameter $(I_2)_1 = 0,8654$, $(I_2)_2 = 0,8855$, $(I_2)_3 = 0,8836$. Estimasi parameter $(I_2)_1$ bersifat linier, $(I_2)_2$ bersifat kuadrat, dan $(I_2)_3$ bersifat kubik. Kurva yang mendekati data estimasi parameter adalah $(I_2)_3$ (estimasi parameter kubik). Selengkapnya seperti tabel 4.9 berikut.

Tabel 4.9. Estimasi pada tingkat investasi pada usaha kecil menengah (I_2)

Tahun	I_2	Estimasi Parameter I_2		
		$(I_2)_1$	$(I_2)_2$	$(I_2)_3$
2000	0.000347	-0.0021	0.0001	0.0018
2001	-0.00035	-0.0017	-0.0001	0.0005
2002	0.000463	-0.0013	-0.0003	-0.0004
2003	-0.00046	-0.0009	-0.0004	-0.0010
2004	0.000347	-0.0005	-0.0005	-0.0014
2005	-0.0015	-0.0001	-0.0005	-0.0015
2006	0.004633	0.0003	-0.0004	-0.0013
2007	-0.00346	0.0007	-0.0002	-0.0011
2008	0.000347	0.0011	-0.0000	-0.0006
2009	0.000578	0.0015	0.0003	-0.0000
2010	-0.02404	0.0019	0.0007	0.0007
2011	0.024751	0.0023	0.0011	0.0014
2012	0.000231	0.0027	0.0016	0.0022
2013	-0.00139	0.0031	0.0022	0.0030
2014	-0.00093	0.0035	0.0028	0.0038
2015	0.002316	0.0039	0.0035	0.0045
2016	0.017793	0.0043	0.0043	0.0052
2017	0.005222	0.0047	0.0052	0.0057
2018	0.005222	0.0051	0.0061	0.0062
2019	0.005222	0.0055	0.0071	0.0064
2020	0.005222	0.0059	0.0081	0.0065

Pada tabel 4.9, parameter tingkat investasi pada usaha kecil menengah (I_2) bernilai positif akan berakibat pada berkurangnya jumlah pengangguran (W), bertambahnya jumlah pekerja (E), dan bertambahnya jumlah lapangan pekerja atau lowongan (V).

BAB V

PENUTUP

5.1. Kesimpulan

1. Kontruksi sistem dinamik model persamaan diferensial biasa nonlinear terhadap pengangguran yaitu

$$\begin{cases} \frac{dW(t)}{dt} = A - kW(t)V(t) + \beta E(t) - \mu W(t) - (I_1 + I_2) \\ \frac{dE(t)}{dt} = kW(t)V(t) - \beta E(t) + (I_1 + I_2) - \alpha E(t) \\ \frac{dV(t)}{dt} = \alpha E(t) - \delta V(t) \end{cases}$$

2. Simulasi numerik pada estimasi parameter dengan menggunakan matlab menyatakan bahwa kurva yang mendekati data tingkat kenaikan jumlah pengangguran (A) adalah kurva estimasi parameter A_1 (estimasi parameter linear); Kurva yang meandekati data tingkat perubahan jumlah penganggur yang dipekerjakan (k) adalah hasil estimasi nilai parameter k_2 (estimasi parameter kuadratik); Kurva yang mendekati data tingkat tingkat orang yang dipekerjakan mengundurkan diri, atau diberhentikan dari pekerjaan mereka/tingkat kemiskinan (β) adalah kurva estimasi β_3 (estimasi parameter kubik); Kurva yang mendekati data estimasi parameter tingkat kematian orang yang menganggur (μ) adalah μ_2 (parameter estimasi kuadratik); Kurva yang mendekati data estimasi parameter tingkat migrasi, pensiun atau kematian pekerja (α) adalah α_3 (parameter estimasi kubik). Kurva yang mendekati data estimasi parameter tingkat pengurangan lowongan yang kerja tersedia karena kurangnya dana pemerintah (δ) adalah δ_3 (parameter estimasi kubik); Kurva yang mendekati data estimasi parameter tingkat investasi pada bidang infrastruktur, revitalisasi sarana pendukung sektor pertanian, dan pembukaan lahan baru (I_1) adalah $(I_1)_3$ (parameter estimasi kubik); dan Kurva yang mendekati data estimasi parameter adalah $(I_2)_3$ (estimasi parameter kubik).

5.2. Saran

Peneliti menyarankan agar pemerintah harus menyediakan dan menciptakan lebih banyak pekerjaan (δ turun) untuk menangani masalah tersebut masalah pengangguran (W^* berkurang).

DAFTAR PUSTAKA

- Aniba dan Delvin, 2017. *Centre for Transdisciplinary Development Studies*, University of Trás-os-Montes and Alto Douro, Polo II – ECHS, Quinta de Prados, 5000-801 Vila Real, Portugal. Center for Research and Development in Mathematics and Applications (CIDMA), Department of Mathematics, University of Aveiro, 3810-193 Aveiro, Portugal.
- Ahmad, 2004. *Dasar-dasar Manajemen Investasi dan Portofolio*. Jakarta: Rineka Cipta
- Anton, H. 1992. *Aljabar Linier Elementer Edisi ke-5*. Terjemahan Pantur Silaban dan I Nyoman Susila. Jakarta: Erlangga.
- Edelstein-Keshet, L. 1988. *Mathematical Models in Biology*. New York: Random House.
- F. Brauer, P. van den Driessche and J. Wu , 2008. *Mathematical Epidemiology*, Vol. 1945, Springer- Verlag,.
- Gantmacher, F.R., 1959. *The Theory of Matrices*. New York: Chelsea Publishing Company.
- Gulbanu Pathan, , P.H.Bhathawala , 2017. *Mathematical Model for Unemployment Control- A Numerical Study*. Department of Mathematics, VNSGU, Surat, Gujarat, India
- Hanh, W. 1967. *Stability of Motion*. New York: Springer-Verlag.
- Ilmi, N. 2010. *Penggunaan Filter Kalman pada Model Perpindahan Panas Benda Benda Berbentuk Ellipsoida*. Skripsi. Tidak Diterbitkan. Jember: Universitas Jember, Jember.
- Ivan , 2015. *Analisis system dinamik dan control optimal pada model epidemic tipe SEIT dengan perbedaan periode exposed dan tingkat kejadian tersaturasi*. Tesis: Pasca sarjana matematika ITS Surabaya
- Jamaludin, A. N. 2011. *Estimasi Ketinggian Air dan Temperature Uap pada Steam Drum Boiler Menggunakan Metode Ensemble Kalman Filter*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh November.
- Kazeem dan Alimi, 2018. *Threshold Parameter for the Control of Unemployment in the Society: Mathematical Model and Analysis*. Department of Science and Research, IQRA College, Ilorin, Nigeria
- Kocak, H. & Hole, J.K. 1991. *Dynamic and Bifurcation*. New York: Springer – Verlag.
- L. Edelstein-Keshet, 1988. *Mathematical Models in Biology*, Siam.
- Naidu, D. S, 2002. *Optimal Control Systems*. New York: CRC Press.
- Olsder, G.J & Woude, J.W. Van Der. 1998. *Mathematical System Theory Second Edition*. Faculty on Information Technology and Systems Deft Unoversity of Technologu.

- Perko, L. 1991. *Differential Equation and Dynamical System*. New York: Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Purnomo, K. D. 2008. *Aplikasi Metode Ensemble Kalman Filter pada Model Populasi Plankton*. Tesis. Tidak Diterbitkan. Surabaya: Program Pasca Sarjana Institut Teknologi Sepuluh November.
- Ranea dan Sarah , 2018. *Unemployment Model*. Department of Mathematics King Abdul Aziz University Jeddah 1540, Saudi Arabia.
- Samuelson, Paul A. dan William D. Nordhaus, 1996. *Makro Ekonomi*. Edisi ke 17. Cetakan ketiga. Jakarta: Erlangga
- Siti, 2002. *Analisis Pengaruh Inflasi, Investasi dan Pertumbuhan Ekonomi terhadap Pengangguran di Indonesia periode tahun 2002 – 2015*
- T. Zhange, X. Neng and T. Zhang (2015). *Global Dynamics of a Virus Dynamical Model with Cell-to-Cell Transmission and Cure Rate, International Journal of Statistics and Systems*, 1-8.
- Gumanti, 2011. *Manajemen Investasi Konsep, Teori dan Aplikasi* . Jakarta: Mitra Wacana Media
- Waluyo, S.B. 2006. *Persamaan Diferensial*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Widowati & Sutimin. 2007. *Buku Ajar Pemodelan Matematika*. Jurusan Matematika Universitas Diponegoro.
- [1] [Http://id.wikipedid.org/wiki/pengangguran/#penyebab_dampak_pengangguran](http://id.wikipedid.org/wiki/pengangguran/#penyebab_dampak_pengangguran).
- [2] [Https://jatim.bps.go.id/pressrelease/2018/11/05/595/keadaan-ketenagakerjaan-jawa-timur-agustus-2018.html](https://jatim.bps.go.id/pressrelease/2018/11/05/595/keadaan-ketenagakerjaan-jawa-timur-agustus-2018.html) , akses pada jumad, 06 nopember 2020 jam 12.27 WITA.
- [3] [Https://repository.usd.ac.id/6397/2/121324018_full.pdf](https://repository.usd.ac.id/6397/2/121324018_full.pdf), diakses: senin, 25 januari 2021)
- [4] [Https://jatim.bps.go.id/indicator/6/54/6/tingkat-pengangguran-terbuka-tpt-provinsi-jawa-timur.html](https://jatim.bps.go.id/indicator/6/54/6/tingkat-pengangguran-terbuka-tpt-provinsi-jawa-timur.html), Access Time: November 8, 2020, 9:30 am.
- [5] [Https://sirusa.bps.go.id/sirusa/index.php/indikator/44](https://sirusa.bps.go.id/sirusa/index.php/indikator/44), akses Kamis, 11 februaari 2021.